Šmid, Wacław

Kontekst odkrycia prawa równoważności masy i energii. Szkic historyczno-heurystyczny

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 30/2, 273-288

1985

Wacław Šmid
(Częstochowa)

KONTEKST ODKRYCIA PRAWA RÓWNOWAŻNOŚCI MASY I ENERGII. SZKIC HISTORYCZNO-HEURYSTYCZNY

We wrześniu 1905 r. ukazała się w Annalen der Physik praca Alberta Einsteina pt.: „Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhänging?" [1] w której autor, powołując się na wyniki uzyskane w swej słynnej pierwszej publikacji [2], kontynuuje dalsze rozważania w interesującym nas tu kontekście, składającym się na całokształt sytuacji poznawczej, prowadzącej do odkrycia przez Einsteina prawa równoważności masy i energii. Pisze w niej na wstępie:

„W poprzednim rozumowaniu wychodziłem, prócz równań Maxwella — Hertza dla próżni i formuły Maxwella na energię elektromagnetyczną przestrzeni, jeszcze z jednej zasady. Otóż prawa, zgodnie z którymi zmieniają się stany układów fizycznych, nie zależą od tego, względem którego z dwu układów współrzędnych, poruszających się wzajemnie ruchem jednostajnym i prostoliniowym odniesiemy te zmiany stanu (zasada względności). Wychodząc z tego, (wykorzystana tam zasada stałości prędkości światła zawiera się oczywiście w równaniach Maxwella) otrzymałem następujący rezultat." [3]

W istocie, otrzymał Einstein wzór transformacyjny na energię: [4]

$$E'=E\cdot\frac{1-\frac{v}{c}\cdot\cos\varphi}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{1}$$

[1] A. Einstein: *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?* „Annalen der Physik" t. 18, 1905 s. 639. Sobranije I (tu i w całym artykule cytuję prace Einsteina według tłumaczenia rosyjskiego W: A. Einstein: *Sobranije naucznych trudow.* T. 1 Moskwa 1965. T. 2 Moskwa 1966, które przytaczam jako: Sobranije I i Sobranije II).

[2] A. Einstien: *Zur Elektrodynamik der bewegten Körper.* „Annalen der Physik" t. 17, 1905 s. 891. Sobranije I.

[3] A. Einstein: *Ist die Trägheit...* Sobranije I, s. 36.

[4] W tekście używam oznaczeń współczesnych, których wykaz znajduje się na końcu artykułu.

Trzeba podkreślić, iż chodzi tu o energię promienia świetlnego względem „primowanego" układu współrzędnych; wynik ten uzyskuje Einstein jako prostą konsekwencję formalną równań Maxwella-Hertza [5], wykorzystując go jako ogniwo pośrednie dalszych rozważań. Sposób podejścia do problemu, a nawet same sformułowania, są dlań tak charakterystyczne, iż chciałbym przytoczyć obszerniejsze fragmenty cytowanego artykułu, w którym Einstein po raz pierwszy zwraca uwagę na współzależność masy i energii, wykorzystując rozumowanie nazywane przez niego „doświadczeniem myślowym" [6]:

„Niech w układzie (x, y, z) znajduje się w spoczynku ciało, którego energia względem układu (x, y, z) jest równa E_0. Jednak energia tego ciała względem układu (x', y', z') ,poruszającego się z prędkością v, niech będzie równa H_0. Niech ciało to wyeimtuje w kierunku tworzącym kąt φ z osią x-ów płaską falę świetlną o energii L/2 (mierzonej względem układu [x, y, z]) i jednocześnie wyemituje taką samą ilość światła w kierunku przeciwnym. Do tego procesu winno się stosować prawo zachowania energii i to (zgodnie z zasadą względności) do obydwu układów współrzędnych. Jeśli przez E_1 oznaczymy energię ciała po emisji światła przy pomiarze względem układu (x, y, z) i odpowiednio przez H_1 jego energię względem układu (x', y', z'), to, korzystając z otrzymanego wyżej związku (wzór [1] — ŚW), mamy

$$E_0 = E_1 + \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2}\right) \tag{2}$$

natomiast

$$H_0 = H_1 + \left[\frac{L}{2} \cdot \gamma\left(1 - \frac{v}{c}\cos\varphi\right) + \frac{L}{2} \cdot \gamma\left(1 + \frac{v}{c}\cos\varphi\right)\right] = H_1 + \gamma \cdot L$$

Odejmując drugie równanie od pierwszego, otrzymujemy:

$$(H_0 - E_0) - (H_1 - E_1) = L \cdot (\gamma - 1). \tag{3}$$ " [7]

W równaniu tym wielkości H i E oraz ich różnice reprezentują wartość energii względem dwu układów odniesienia, czyli mogą się one różnić o dowolną stałą od wartości energii kinetycznej, np.:

$$H_0 - E_0 = K_0 + C$$
$$H_1 - E_1 = K_1 + C$$

W konsekwencji otrzymuje Einstein wyrażenie:

$$K_0 - K_1 = L \cdot \left\{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right\} \tag{4}$$

[5] A. Einstein: Zur Elektrodynamik... cz. 2, § 6—8, Sobranije I.

[6] Tamże, s. 37.

[7] Tamże.

Lub, rozwijając w szereg potęgowy i zaniedbując wyższe potęgi stosunku prędkości ciała do prędkości światła, czyli v/c, można otrzymać wyrażenie:

$$K_0 - K_1 = \frac{L}{c^2} \cdot \frac{v^2}{2} \tag{5}$$

Einstein prawdopodobnie porównuje ten wzór ze wzorem na energię kinetyczną w mechanice klasycznej, tj.: $E = \frac{m \cdot v^2}{2}$, choć nie pisze o tym wprost, opatrując wzór (5) następującym komentarzem:

„Z równania tego bezpośrednio wynika, iż jeśli ciało oddaje energię L w postaci promieniowania, to jego masa zmniejsza się o L/c^2 (podkr. moje — Š. W.). Przy tym, niewątpliwie, energia wzięta z ciała, wprost przechodzi w energię promienistą tak, że dochodzimy do bardzo ogólnego wyniku. Masa ciała jest miarą zawartej w nim energii; jeśli energia zmienia swą wartość o L, to masa zmienia się odpowiednio o wielkość $L/9 \cdot 10^{20}$, przy czym energia ta mierzy się w ergach, a masa — w gramach.” [8]

W innej pracy, napisanej w maju 1907 r. [9] Einstein przeprowadza dość szczegółowe rozważania matematyczne, otrzymując w konsekwencji interesujące równanie. Pomijając szczegóły czysto formalne, rozumowanie Einsteina można zrekonstruować następująco. Wykorzystując równania Maxwella-Hertza dla próżni i zasadę względności, dokonuje on transformacji pola elektromagnetycznego, którą symbolicznie można przedstawić jako przekształcenie:

$$\begin{array}{ccc} K & & K' \\ X,\ Y,\ Z & & X',\ Y',\ Z' \\ & \longrightarrow & \\ L,\ M,\ N & & L',\ M',\ N' \end{array}$$

gdzie (X, Y, Z) — składowe wektora natężenia pola elektrycznego, zaś (L, M, N) — składowe wektora natężenia pola magnetycznego, zaś wielkości „primowane”, to oczywiście takież składowe w układzie K’, poruszającym się względem układu K z prędkością v. Konsekwencją tej transformacji, czyli przejścia od jednego układu odniesienia do drugiego, są — analogicznie jak wzory transformacyjne Lorentza — odpowiednie

---

[8] Tamże, s. 38.

[9] A. Einstein: *Über die vom Relativitätsprinzip geförderte Trägheit der Energie.* „Annalender Physik” t. 23, 1907 s. 371. Sobranije I.

wzory transformacyjne, które dla wektora pola elektrycznego mają postać:

(6a) $$X'=X$$

(6b) $$Y'=\gamma\cdot\left(Y-\frac{v}{c}N\right)$$

(6c) $$Z'=\gamma\cdot\left(Z+\frac{v}{c}M\right)$$

W dalszym ciągu korzysta Einstein z definicji natężenia pola elektrycznego, wchodzącej w zakres elektrodynamiki klasycznej, oraz z prawa klasycznej mechaniki: II zasady dynamiki Newtona, stosując te dwa formalizmy do opisu ruchu elektronu w polu elektrycznym. Dla układu nieprimowanego daje to układ równań analogiczny jak dla układu primowanego K', poruszającego się względem K ruchem jednostajnym z prędkością v.

Dla układu K: dla układu K':

(7)
$$m\cdot\frac{d^2x}{dt^2}=q\cdot X \qquad m\cdot\frac{d^2x'}{dt^2}=q\cdot X'$$

$$m\cdot\frac{d^2y}{dt^2}=q\cdot Y \qquad m\cdot\frac{d^2y'}{dt'^2}=q\cdot Y'$$

$$m\cdot\frac{d^2z}{dt^2}=q\cdot z \qquad m\cdot\frac{d^2z'}{dt'^2}=q\cdot Z'$$

gdzie x, y, z — współrzędne elektronu, m — jego masa i q — ładunek, zaś iloczyn $q\cdot X$ — odpowiednia składowa siły pola elektrycznego, działającej na elektron.

Wszystkie te przekształcenia podaje Einstein w swej pierwszej pracy, zatytułowanej *O elektrodynamice poruszających się ciał*. Pisze tam m.in.: „Obliczmy energię kinetyczną elektronu. Jeśli elektron porusza się od początku układu współrzędnych K z prędkością początkową 0 przez cały czas wzdłuż osi x-ów pod wpływem siły elektrycznej X, to oczywiste, iż przejęta od pola elektrostatycznego energia będzie równa $\int q\cdot X dx$. Tak jak elektron przyśpiesza jednostajnie, w wyniku czego nie powinien oddawać energii w formie promieniowania, tak energia, przejęta od pola elektrostatycznego, winna być uważana za równą energii kinetycznej. Biorąc pod uwagę, że w ciągu całego rozpatrywanego procesu ruchu słuszne jest pierwsze z równań (tj. równanie (7) — Š.W.), otrzymujemy:

$$W=\int q\cdot X\,dx=\int_0^v \gamma^3\cdot m\cdot v\,dv=mc^2\left\{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^{2}}}-1\right\}^{10}$$

[10] A. Einstein: *Zur Elektrodynamik*... Sobranije I, s. 34.

Czyli, ostatecznie, otrzymał interesujące nas równanie

$$W=m\cdot c^2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right) \tag{8}$$

Na temat uzyskanego wyniku (8) Albert Einstein w artykule nt.: *Über die vom Relativitätsprinzip geförderte Trägheit der Energie* z maja 1907 r. stwierdza: „rzuca się wprost w oczy, że wyrażenie to ma formę różnicy, a mianowicie

$$W=m\cdot c^2\cdot\left\{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right\}\Bigg|_{v=0}^{v=v}$$

Jeżeli zajmować się nie tylko energią kinetyczną, ale energią w ogóle poruszającego się ciała E, to

$$E = W + \text{const.}$$

W tym czasie, kiedy w mechanice klasycznej dowolną stałą w takim równaniu przyjmuje się, dla wygody, równą zeru, w mechanice relatywistycznej prostsze wyrażenie na energię E otrzymuje się, jeśli ów zerowy punkt energii wybrać tak, aby energia punktu materialnego E_0 była równa $m\cdot c^2$. Mamy wówczas

$$E=\frac{m\cdot c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$ ”[11]

I, dwie strony dalej: „...dzięki zależności energii od stanu ruchu układu odniesienia, do którego odnosi się proces, system jednostajnie poruszających się punktów materialnych można zastąpić jednym jedynym punktem materialnym o masie

$$m=\frac{E_0}{c^2}.$$ ”[12]

Wydawać by się mogło, iż jest to już ostatnie słowo Einsteina na temat równoważności masy i energii. Nic bardziej mylącego. Ta — jak ją nazywał — „zasada równoważności” była elementem jego twórczości, do którego wracał w różnych okresach życia. Wystarczy powiedzieć, iż pierwsze domysły znalazły wyraz w pracy z 1905 r., zaś ostatni artykuł na ten temat napisał Einstein w 1946 roku, tym samym, w którym po raz pierwszy przeciwko ludziom użyto broni atomowej.

W dniu 23 stycznia 1909 r. wygłasza Einstein odczyt na 81 spotkaniu Niemieckiego Towarzystwa Przyrodniczego w Salzburgu, w którym m.in. stwierdza: „Z licznych konsekwencji tak zwanej teorii względności pragnę przytoczyć tylko jedną, która prowadzi do zmiany podstawowych po-

---

[11] A. Einstein: *Über die von Relatiwitätsprinzip...* Sobranije I, s. 62.
[12] Tamże, s. 64.

jęć w dziedzinie fizyki. Okazuje się, konkretnie, iż masa inercyjna ciała zmniejsza się o L/c^2, kiedy wypromieniowuje ono energię L w postaci światła. Można to wykazać w następujący sposób.

Rozpatrzmy swobodne ciało w spoczynku które emituje jednakowe porcje energii w dwu wzajemnie przeciwnych kierunkach w formie promieniowania. Ciało cały czas znajduje się w spoczynku. Jeśli oznaczymy przez E_0 energię ciała przed emisją, E_1 — po emisji oraz L — energię wyemitowanego promieniowania, to, zgodnie z zasadą zachowania energii, mamy

$$E_0 = E_1 + L$$

Rozpatrzmy swobodne ciało w spoczynku które emituje jednakowe widzenia układu współrzędnych, względem którego ciało porusza się z prędkością v. Wówczas teoria względności pozwala na obliczenie energii promieniowania w innym układzie współrzędnych. Otrzymujemy dla tej energii wartość

$$L' = L \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Jako że w nowym układzie współrzędnych prawo zachowania energii również obowiązuje, otrzymujemy, korzystając z analogicznych oznaczeń,

$$E_0' = E_1' + L \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Obliczając różnicę energii i zaniedbując wyrazy czwartego i wyższych rzędów względem v/c znajdujemy

$$(E_0' - E_0) = (E_1' - E_1) + \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{c^2} \cdot v^2$$

Ale $E'_0 - E_0$ — to nic innego, jak energia kinetyczna ciała przed emisją światła, zaś $E'_1 - E_1$ — energia kinetyczna ciała po emisji światła. Oznaczając przez M_0 i M_1 masę ciała odpowiednio przed i po emisji światła i zaniedbując wyrazy wyższe od drugiego rzędu, można napisać

$$\frac{1}{2} M_0 \cdot v^2 = \frac{1}{2} M_1 \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{c^2} \cdot v^2$$

lub

$$M_0 = M + \frac{L}{c^2}.$$ ”[13]

[13] A. Einstein:; *Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung.* „Physikalische Zeitschrift” t. 10, 1909 s. 817. Sobranije II, s. 185—186.

Jest to rozważanie podobne do tego, jakie Einstein prezentował w 1905 r.[14], z tą różnicą, że tutaj prezentuje otrzymany wynik, który stanowi konsekwencję zasady zachowania energii oraz prawa szczególnej teorii względności, tyczącego zależności energii ciała od układu współrzędnych. Kończy swe rozważania w cytowanym artykule następującym, dość charakterystycznym dla jego sposobu myślenia, stwierdzeniem: „Energia i masa okazują się wielkościami równoważnymi tak samo jak ciepło i energia mechaniczna.”[15]

Dotychczasowe prace Alberta Einsteina nad problemem równoważności masy i energii, mające swe źródło w kontekście rezultatów Maxwella, Lorentza i praw mechaniki newtonowskiej, sprawiały po części wrażenie dość „czystej” sytuacji teoretycznej, w której dokonywał swych myślowych eksperymentów; wystarczało ciało, poruszające się względem siebie dwa układy współrzędnych oraz pewne zjawiska optyczne. Ale już w pracy z 1911 r., zatytułowanej: *Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes* zastanawia się Einstein nad konkretnym układem współrzędnych, umieszczonym w polu grawitacyjnym. I tak jak przedtem przeprowadzał swe eksperymenty myślowe dla tzw. masy bezwładnej, tutaj zastanawia się nad zachowaniem się konkretnej masy ważkiej. Można przypuszczać iż ten następny, rzec by można konkretyzacyjny, krok w swej teorii podjął pod wpływem znanych eksperymentów, rozstrzygających równoważność masy inercyjnej i ważkiej.

We wcześniejszych pracach doszedł Einstein do wniosku, iż tak w ogóle masa ciała, ale tzw. inercyjna, rośnie ze wzrostem energii ciała i odwrotnie. „Ale czy odpowiada temu przyrostowi masy inercyjnej — zastanawia się Einstein — także przyrost masy grawitacyjnej? Jeśli nie, to ciało w jednym i tym samym polu ciężkości spadało by z różnym przyśpieszeniem, w zależności od energii.”[16]

Tak postawiony problem rozstrzyga w cytowanym wyżej artykule z 1911 r., opatrując jeden z jego rozdziałów znamiennym tytułem: „O ciężarze energii”. Na wstępie stwierdza: „...teoria względności nie daje żadnego argumentu, z którego można by było wnioskować, iż ciężar ciała zależy od zawartej w nim energii. Wykażemy jednak, iż z naszej hipotezy o równoważności układów odniesienia K i K’ kwestia ciężaru energii wynika wprost jako konieczna konsekwencja.”[17]

W tym celu przyjmuje jako dany układ współrzędnych (x, y, z), umieszczając na osi z dwa dowolne, mogące między sobą wymieniać energię układy materialne S_1 i S_2, znajdujące się we wzajemnej odległości h:

---

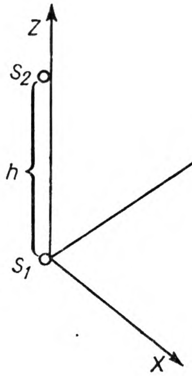
[14] A. Einstein: *Ist die Trägheit...* Sobranije I, s. 37.

[15] A. Einstein: *Über die Entwicklung...* Sobranije II, s. 186.

[16] A. Einstein: *Über den Einfluss der Schwerkaft auf die Ausbreitung des Lichtes.* „Annalen der Physik” t. 35, 1911 s. 898. Sobranije I, s. 167.

[17] Tamże.

Jak widać z rysunku, ponieważ układ jest umieszczony w polu grawitacyjnym, potencjał grawitacyjny w miejscu, gdzie znajduje się układ S_2 jest większy o wartość $g \cdot h$, gdzie g — przyśpieszenie np. ziemskie. Niech teraz z S_2 zostanie do S_1 wysłana pewna ilość energii w formie promieniowania, zmierzona przyrządami tego samego rodzaju (jednakowymi). „Nie możemy niczego a priori powiedzieć — zauważa Einstein — o procesie przenoszenia energii przez promieniowanie, dlatego że nie wiemy, jak wpływa pole ciążenia na energię promieniowania i na przyrządy pomiarowe w S_1 i S_2.



Lecz, zgodnie z hipotezą o równoważności układów odniesienia K i K', możemy na miejsce układu K, znajdującego się w jednorodnym polu ciążenia zastosować wolny od przyciągania układ K', poruszający się ruchem jednostajnie przyśpieszonym w kierunku dodatnich wartości osi z, z którą są sztywno związane fizycznie układy S_1 i S_2. Rozważmy teraz proces przenoszenia energii promieniowania z S_2 do S_1, zachodzący w pewnym układzie odniesienia K_0, który nie jest przyśpieszony. Założymy, iż w chwili, gdy energia promieniowania przechodzi od S_2 do S_1 układ K' posiada względem układu K_0 prędkość równą zeru. Promieniowanie osiągnie układ S_1 po czasie (w pierwszym przybliżeniu) równym h/c. W tym momencie układ S_1 posiada względem układu K_0 prędkość

$$v = g \cdot \frac{h}{c}$$

Wskutek tego, zgodnie z teorią względności, osiągające układ S_1 promieniowanie posiada nie energię E_2, lecz większą energię E_1, która, w pierwszym przybliżeniu, związana jest z E_2 zależnością

$$E_1 = E_2 \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right) = E_2 \cdot \left(1 + \frac{g \cdot h}{c^2}\right).$$ ”[18]

[18] Tamże, s. 168.

Powyższy związek wynika oczywiście z teorii względności, jeśli wyrażenie na energię rozwinąć w szereg potęgowy, zaniedbując wyrazy wyższych rzędów względem stosunku v/c. Wyrażenie $g \cdot h$ zastępuje Einstein symbolem potencjału grawitacyjnego G, uzyskuje wzór:

$$E_1 = E_2 + \frac{E_2}{c^2} \cdot G$$

Wyraża on po prostu prawo zachowania energii dla rozpatrywanego tu przez Einsteina modelowego procesu. Tak więc energia, jaka dochodzi do S_1 jest większa, aniżeli zmierzona takimi samymi przyrządami energia E_2, którą oddaje układ S_2 o wartość energii potencjalnej masy E_2/c^2 w polu ciążenia. Na zakończenie prezentowanego sposobu uzasadniania tezy, iż masie ważkiej również odpowiada energia, przytacza Einsten, krok po kroku, sposób przebiegu owego modelowego procesu:

„Sens tego rezultatu staje się niezwykle oczywisty przy rozpatrzeniu następującego procesu kołowego.

1. Energia E, zmierzona w S_2 zostaje przekazana w postaci promieniowania z S_2 do S_1, gdzie, zgodnie z tylko co otrzymanym wynikiem, zostaje pochłonięta energia $E \cdot \left(1 + \frac{g \cdot h}{c^2}\right)$, zmierzona w S_2.

2. Ciało W o masie M spada z S_2 do S_1, przy czym zostaje wykonana praca $M \cdot g \cdot h$.

3. Energia E z układu S_1 przenosi się na ciało W, kiedy znajduje się ono w S_1. Dzięki temu zmienia się masa ważka M; niech jej nowa wartość wynosi M'.

4. Ciało W na nowo wznosi się do S_2, przy czym zostaje utracona praca $M' \cdot g \cdot h$.

5. Energia E przenosi się od ciała W do układu S_2.”[19]

Tak więc, układ S_1 uzyskał energię określoną wzorem $E \cdot \frac{g \cdot h}{c^2}$ i została przy tym zużyta energia mechaniczna $M' \cdot g \cdot h - M \cdot g \cdot h$. Zgodnie z zasadą zachowania energii winien być spełniony związek

$$E \cdot \frac{g \cdot h}{c^2} = M' \cdot g \cdot h - M \cdot g \cdot h$$

lub, ostatecznie:

$$M' - M = \frac{E}{c^2} \tag{9}$$

[19] Tamże, s. 169.

Rezultat ten opatruje Einstein komentarzem: „W takim razie przyrost masy ważkiej jest równy E/c^2, tj. jest on równy takiemu przyrostowi masy inercyjnej, jaki wynika z teorii względności." [20]

Rezultat ten zamyka jak gdyby określony cykl artykułów, w których Albert Einstein koncentrował uwagę na zasadzie równoważności jako jednym z głównych elementów swej teorii. Upłynęły z górą 23 lata, kiedy Einstein 28 października 1934 r. wygłosił w Pittsburgu wykład, poświęcony w całości elementarnemu wyprowadzeniu prawa równoważności masy i energii, w którym na początku zaznaczył, iż „...szczególna teoria względności powstała z Maxwellowskich równań pola elektromagnetycznego." [21]

Rozważania swoje w tym wykładzie rozpoczyna od dość specyficznego pojęcia szczególnej teorii względności, mianowicie tzw. czterowektora prędkości o składowych przestrzennych i składowej czasowej, zaznaczając przy tym, iż „...w przytoczonych niżej rozważaniach będziemy się opierać, oprócz przekształceń Lorentza, tylko na prawach zachowania energii i pędu." [22] Dokonuje też nieco dalej interesującego założenia, tyczącego tych dwu wielkości, charakteryzujących ruch ciała materialnego: „Załóżmy — pisze — że pęd i energia punktu materialnego wyrażają się formułami postaci

$$I_k = m \cdot u_k \cdot F(u), \qquad E = E_0 + m \cdot G(u)$$

gdzie F i G — uniwersalne proste funkcje prędkości u, przyjmujące wartość zerową dla $u = 0$. Tak więc $m \cdot G(u)$ będzie reprezentować energię kinetyczną, E_0 — energię spoczynkową punktu materialnego, a m — masę spoczynkową, lub po prostu masę." [23] Ze szczegółowego rozpisania na składowe wspomnianego czterowektora prędkości wynika, iż wyrażenie

$$\frac{m \cdot u_i}{(1-u^2)^{1/2}}$$

reprezentuje pęd, zaś

$$m \cdot \frac{1}{(1-u^2)^{1/2}} - 1 \tag{10}$$

energię kinetyczną cząstki. Notabene jest to wzór analogiczny do równania (8), otrzymanego w bardziej konsekwentny sposób, z wykorzystaniem równań pola elektromagnetycznego Maxwella-Hertza. Jest też zaraz po przytoczeniu równania (10) interesujący przypis Einsteina: „wyrażenie to,

[20] Tamże.

[21] A. Einstein: *Elementary Derivation of the Equivalence of Mass and Energy*. „Bulletin of American Mathematical Society" t. 61 nr 4, 1935 s. 223. Sobranije II, s. 416.

[22] Tamże.

[23] Tamże, s. 419.

istotnie powinno być równe zeru dla $u = 0$; wskutek tego występuje ono jako energia, którą należy przypisać początkowo nieruchomej cząstce dla osiągnięcia przez nią prędkości u." [24]

W swym wykładzie Einstein, stosując zasadę zachowania energii i zasadę zachowania pędu, rozpatruje zjawiska zderzeń z tymi zasadami związane: zderzenia sprężyste dwu ciał i zderzenia niesprężyste tak, jak ma to miejsce po prostu w mechanice klasycznej. Mechanika ta służy mu jako narzędzie do uzasadnienia tezy o funkcyjnej formie wyrażeń na pęd i energię cząstki materialnej, zaś wzór (10) wykorzystuje do tego, by nadać jawną postać funkcji G(u), pisząc:

„Przejdziemy teraz do wykazania, iż masa jest równa energii spoczynkowej. Dla całkowitej energii E poruszającej się cząstki winniśmy przyjąć wyrażenie

$$E = E_0 + m \cdot \left\{ \frac{1}{(1-u^2)^{1/2}} - 1 \right\} \tag{11}$$

przy czym zakładamy, iż E_0 (energia spoczynkowa) i m mogą się zmieniać, w przypadku, jeżeli wzajemne oddziaływanie mas punktowych nie jest sprężyste." [25]

Po wykonaniu prostych przekształceń algebraicznych, otrzymuje następujący związek:

$$[(\overline{E}_0 - E_0) - (\overline{m} - m)] \cdot \left[\frac{1}{(1-u^2)^{1/2}} - 1 \right] = 0$$

lub

$$\overline{E}_0 - E_0 = \overline{m} - m$$

„Tym sposobem — pisze Einstein — energia spoczynkowa przy zderzeniu niesprężystym zmienia się addytywnie, tak jak i masa. Co zaś tyczy energii spoczynkowej, to jest ona określona, co wynika z samej definicji energii, tylko z dokładnością do stałej addytywnej, a więc możemy przyjąć warunek, aby E_0 przyjmowaoł wartość zerową razem z m. Przy tym

$$E_0 = m$$

co też jest dowodem słuszności zasady równoważności masy inercyjnej i energii spoczynkowej." [26] (Należy dodać, iż wielkości oznaczone poziomą kreską u góry to wielkości po zderzeniu).

Wykład w którym Einstein w możliwie wyczerpujący sposób i przy najmniejszej ilości założeń usiłował udowodnić prawo równoważności

---

[24] Tamże, s. 420.

[25] Tamże, s. 421.

[26] Tamże, s. 422.

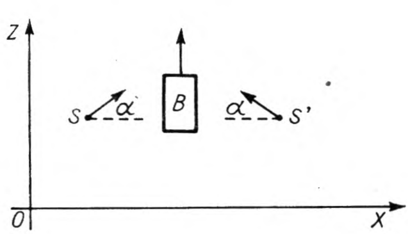
masy i energii, przedstawia ów problem — jak sądzę — w sposób zbyt powierzchowny, jeśli chodzi o fizykalną stronę problemu. Podsumowuje go następująco:

„Nasze rezultaty można zreasumować w następujący sposób. Jeśli przy zderzeniu mas punktowych są spełnione prawa zachowania we wszystkich (lorentzowskich) układach współrzędnych, to już z tego wynikają znane wyrażenia dla pędu i energii, tak samo jak i słuszność zasady równoważności masy i energii spoczynkowej.” [27]

Jednym słowem, dowodzi Einstein prawdziwości swej tezy w oparciu jedynie o wzory transformacyjne Lorentza i zasady zachowania energii i pędu, nie korzystając z pojęcia siły, które w mechanice Newtona odgrywa dość zasadniczą rolę. Lojalnie też oświadcza na zakończenie swego wykładu, iż profesor Birkchoff w swej książce *Relativity and Modern Physics* przedstawia zbieżne wyniki:

„...we wspomnianej książce w rzeczywistości korzysta się z pojęcia siły, które w teorii relatywistycznej nie posiada takiego oczywistego sensu, jak w mechanice klasycznej. Związane jest to z faktem, że w tej ostatniej siłę należy rozpatrywać jako zadaną funkcję współrzędnych wszystkich cząstek, co jest, rzecz jasna, w teorii relatywistycznej niemożliwe. Dlatego też nie wprowadziłem pojęcia siły.” [28]

Do problemu równoważności masy i energii powrócił Einstein jeszcze raz po 12 latach, w ciągu których zajmował się ustawicznie problematyką skonstruowania coraz to lepszej wersji jednolitej teorii pola i uogólnionej teorii grawitacji. Jeszcze raz wyprowadza swój słynny wzór, korzystając z możliwie nielicznych zasad podstawowych; wykorzystuje mianowicie przede wszystkim zasadę zachowania pędu. W pracy tej, która ukazała się początkowo w języku hebrajskim, rozpatruje następującą sytuację, którą można zilustrować rysunkiem:



„Niech M — masa ciała B przed pochłonięciem; wówczas M·v jest pędem ciała B (zgodnie z mechaniką klasyczną). Każda paczka falowa niesie energię E/2, a zatem, zgodnie ze znanym wnioskiem z teorii Maxwella, pęd E/2c. Ściśle mówiąc, jest to pęd paczki falowej S względem

[27] Tamże.
[28] Tamże, s. 423.

układu odniesienia K_0. Jednakże, jeśli prędkość v jest mała w porównaniu z c, składowa tego pędu na osi z jest równa $E/2c \cdot \sin\alpha$ (gdzie $\alpha = v/c$ — przyp. mój, Š.W.) lub, w przybliżeniu $E/2c \cdot \alpha$ albo też

$$\frac{E}{2} \cdot \frac{v}{c^2}$$

Dlatego też składowe na osi z pędu pakietów falowych S i S' są równe $E \cdot \frac{v}{c^2}$, W takim razie całkowity pęd układu przed pochłonięciem jest równy

$$M \cdot v + \frac{E}{c^2} \cdot v \cdot \text{''}$$ [29]

W analogiczny sposób rozumując dla sytuacji po pochłonięciu przez ciało B paczek falowych, wskutek czego masa jego wyniesie M' mamy — stosując zasadę zachowania pędu — równość:

$$M \cdot v + \frac{E}{c^2} = M' \cdot v$$

lub

$$M' - M = \frac{E}{c^2}$$

Kończąc swój artykuł z 1946 r. pisze Einstein w uzupełnieniu do otrzymanej równości: „Związek ten wyraża prawo równoważności energii i masy. Wzrost energii o E związany jest z przyrostem masy o $\frac{E}{c^2}$. O ile energia zwykle określona jest z dokładnością do stałej addytywnej, tę ostatnią możemy dobrać tak, aby było $E = m \cdot c^2$." [30]

Trzydzieści pięć lat wcześniej wspomina Einstein o analogii [31] pomiędzy równoważnością masy i energii a równoważnością ciepła i energii mechanicznej. Do idei tej wraca w 1946 r. pisząc, iż „prawo zachowania energii cieplnej i mechanicznej złączyły się w jedno prawo. (...) Fizycy uważali zasadę zachowania masy za słuszną jeszcze kilkadziesiąt lat temu. Jednakże okazało się, iż nie jest ono spełnione w dziedzinie szczególnej teorii względności. Dlatego połączyło się z prawem zachowania energii, podobnie, jak na przykład sześćdziesiąt lat wcześniej prawo zacho-

---

[29] A. Einstein: *Elementary Derivation of the Equivalence of Mass and Energy*. „Technical Journal" (Haifa). Sobranije II, s. 651.

[30] Tamże, s. 652.

[31] A. Einstein: *Über die Entwicklung...* Sobranije II, s. 186.

wania energii mechanicznej utożsamione zostało z prawem zachowania ciepła.”[32]

W artykule z 1946 r., opatrzonym dość charakterystycznym tytułem: „$E = m \cdot c^2$; palący problem naszych czasów” zastanawia się już bez matematycznych symboli, w sposób czysto jakościowy nad konsekwencjami fizykalnymi swego równania, jego niemalże magicznymi własnościami, jakie przypisywała tej zależności potoczna percepcja ludzi mu współczesnych: „Jeśli każdy gram materii — pisze — zawiera tak wielką ilość energii, to czemu ta okoliczność pozostawała tak długo niezauważona?”[33] I zaraz nieco dalej, we właściwy sobie, a zarazem tak charakterystyczny dla genialnego umysłu, sposób odpowiada: „Odpowiedź jest dość prosta: do tej pory, póki energia nie wychodzi na zewnątrz, pozostaje niezauważona. Jest to tak, jak z superbogatym człowiekiem, który nigdy nie wydaje ani centa; nikt nie może powiedzieć, jaki jest bogaty.”[34]

Jednym słowem, ów „palący problem naszych czasów”, opisywany tak prostą z formalnego punktu widzenia formułą, jest w rzeczywistości czymś znacznie więcej. Prócz strony czysto historycznej (Einstein w różny sposób powraca do problemu od 1905 do 1946 r.) równanie $E = mc^2$ jest wyrazem wielkiego wysiłku intelektualnego z jednej strony oraz „wielką ideową rewolucją”[35] z drugiej. Równanie Einsteina jest genialnym połączeniem prostoty formy z niezwykle bogatą treścią i to w całkiem dowolnej płaszczyźnie ludzkiej twórczości. Na tym polega wolność nauki. A wolność uczonego? Pisze o niej Einstein następująco: „W żadnym wypadku wolność ta nie jest wolnością pisarza, ale wolnością człowieka, który usiłuje rozwiązać niezwykle pomysłową krzyżówkę. Uczony może, co prawda, zaproponować jakiekolwiek słowo jako rozwiązanie, ale tylko jedno słowo rozwiązuje istotnie zagadkę we wszystkich jej postaciach.”[36]

Andrzej George[37] sformułował w następujący sposób porównanie między Einsteinem a Louisem de Broglie: „Oni obydwaj mają to głębokie poczucie harmonii ogólnych praw, ustalonych zasad, z których wynika porządek we wszechświecie. Uważają za rzecz cudowną, że tak się dzieje i że dzięki swojemu rozumowi człowiek może przeniknąć niektóre z tych kosmicznych tajemnic”. To uczucie ma w sobie z pewnością coś z estetyki a nawet z religii w tym sensie, w jakim należy ją rozumieć u tych dwu wielkich agnostyków, którzy nie sądzą bynajmniej, że człowiek powinien

---

[32] A. Einstein: $E = mc^2$: *The most urgent Problem of our Time.* „Scientific Illustration” t. 1, 1946 s. 16. Sobranije II, s. 654.

[33] Tamże, s. 655.

[34] Tamże.

[35] A. Einstein: *The new Fild Theory I.* „Observatory” t. 52, 1929 s. 82. Sobranije II, s. 262.

[36] A. Vallentin: *Dramat Alberta Einsteina.* Warszawa b. d., s. 54.

[37] Tamże, s. 255.

i może wykraczać poza świat materialny. A skoro już mowa o religii, estetyce i harmonii, warto przytoczyć wypowiedź samego Einsteina, który stwierdza we własnym imieniu: »Wierzę w Boga Spinozy, który się objawia w harmonii wszechświata, a nie w Boga, który się zajmuje losem i czynami ludzi.«" [38]

WYKAZ STOSOWANEJ SYMBOLIKI:

E — energia (ciała, promienia świetlnego, punktu itp.)
v — prędkość ciała
c — prędkość światła
L, H — inne oznaczenia energii
K — energia kinetyczna
γ — współczynnik równy $\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$
m — masa ciała, punktu, układu itp.
q — ładunek elektryczny
W — ogólny symbol energii (także pracy) stosowany w fizyce
g — przyśpieszenie ziemskie ciała
h — odległość (wysokość)
G — potencjał grawitacyjny ($G = g \cdot h$)
M — masa ciała
$\beta = \dfrac{v}{c}$

Recenzent: Andrzej K. Wróblewski

В. Шмид

КОНТЕКСТ ОТКРЫТИЯ ЗАКОНА СООТВЕТСТВИЯ МАССЫ И ЭНЕРГИИ

Альберт Эйнштейн (1879—1955) известен, прежде всего, как создатель так наз. специальной и общей теории относительности. В своих работах привел он также знаменитую формулу, объединяющую массу тела с его скрытой энергией: $E=mc^2$. Весьма интересным является то, что этот количественный закон Эйнштейн формулировал многократно, и то в разнообразных теоретических контекстах. Впервые он привел его в 1906 году, в том памятном году, в котором была продемострирована миру его специальная теория относительности. Используя разнообразный математический аппарат и разнообразные, знаменитые уже, „мышленные эксперименты", он получал этот закон разными методами до 1945 года, того зловещего года, когда энергия $E=mc^2$ впервые была использована против человечества. Эйнштейн знал, что кроет эта зависимость. Всю свою жизнь он боролся за мир и пнотив атомной бомбе. Напрасно.

В статье, возникшей на основании публикаций Эйнштейна, содержащихся в собрании его работ, представлен способ, приведена попытка дать ответ, каким образом можно по-

[38] Tamże, s. 102.

лучить знаменитый закон. Оказывается, его можно получить очень просто, как решение своеобразного интеллектуального кроссворда с выборочным использованием результатов, полученных предшественниками, а даже учеными, жившими в иные, далекие времена, и на столько, на сколько это будет ролезно.

W. Šmid

KONTEXT DER ENTDECKUNG DES GESETZES FÜR GLEICHHEIT DER MASSE UND DER ENERGIE

Albert Einstein (1879—1955) ist vor allem bekannt als Schöpfer der sog. Speziellen und Allgemeinen Relativitätstheorie. In seinem Arbeiten gab er auch die berühmte Formel bekannt, die die Masse des Körpers mit seiner latenten Energie bindet ($E=m \cdot c^2$). Es ist interessant, dass Einstein dieses quantitative Gesetz vielmals und in verschiedenen theoretischen Kontexten formulierte. Zum ersten Mal gab er es im Jahre 1906 bekannt, in dem er seine Spezielle Relativitätstheorie vorbrachte. Mittels verschiedenartigen mathematischen Apparats und vieler heutzutage berühmter „Gedankenexperimente" erlangte er dieses Gesetz mit verschiedenen Methoden bis zum Jahr 1945, dh.bis zu diesem Jahr, in welchem die Energie $E = m \cdot c^2$ zum ersten Mal gegen die Menschheit missbraucht wurde. Einstein wusste gut bescheid, was diese Relation in sich schliesst. Sein Leben lang sprach er sich für den Frieden und gegen den Bau der Atombombe aus. Vergeblich.

Der Artikel entstand aufgrund der Publikationen von Albert Einstein, die in der Gesamtausgabe der Werke des grossen Physikers enthalten sind. Der Autor versucht die Frage zu beantworten, wie man zur Entdeckung eines berühmten Gesetzes kommen kann. Es erweist sich, dass man ein Gesetz auf eine sehr einfache Weise erlangen kann: als Lösung eines gewissen intelektuellen„ Kreuzworträtsels", indem man die Forchungsergebnisse der Gelehrten aus vergangenen Zeitperioden, sofern sie dazu geeignet sind, selektiv ausnutzt.