Kokowski, Michał

Broniąc historii nauki: w poszukiwaniu historycznie realistycznej koncepcji "zasady granicznej" : uwagi na marginesie referatu Wiesława Wójcika pt. Nowe prądy w matematyce XIX wieku

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 41/3-4, 225-244

1996

Michał Kokowski
(Kraków)

BRONIĄC HISTORII NAUKI: W POSZUKIWANIU HISTORYCZNIE REALISTYCZNEJ KONCEPCJI „ZASADY GRANICZNEJ". UWAGI NA MARGINESIE REFERATU WIESŁAWA WÓJCIKA PT. NOWE PRĄDY W MATEMATYCE XIX WIEKU

Celem tego artykułu jest dokonanie konstruktywnej krytyki filozoficzno-historycznych koncepcji przedstawionych w referacie Wiesława Wójcika pt. *Nowe prądy w matematyce XIX wieku*[1]. By ów cel osiągnąć, po pierwsze, wiernie streszczę tezy prelegenta, po drugie, dokonam ich krytyki w świetle współczesnych dokonań historii filozofii i historii nauki oraz, po trzecie, mając na względzie tę krytykę, zmodyfikuję i uogólnię zasadniczą tezę prelegenta na temat rozwoju matematyki.

I. TEZY PRELEGENTA:

W swym filozoficzno-historycznym referacie *Nowe prądy w matematyce XIX wieku* prelegent dr Wiesław Wójcik podjął pięć tematów. Przedstawmy tutaj ich wierne streszczenie.

Po pierwsze, wzorując się na znanej pracy Whiteheada *Science and the Modern World* (1925)[2], prelegent przedstawia syntetyczny opis nowożytnego modelu naukowości. W tym właśnie duchu, prelegent stwierdza m.in., iż „w poznaniu naukowym istnieje ciągłe napięcie między wiarą w racjonalność, a wiarą w realność »nieuniknionych upartych faktów«".

Rozwijąc ten typ refleksji, prelegent stwierdza następnie, iż nowożytny model naukowości został w dużym stopniu ukształtowany przez filozofię i metodę Kartezjusza, a z drugiej strony, przez mechanikę Newtona.

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki R. 41: 1996 nr 3–4 s. 225–243

Według W. Wójcika, metoda Kartezjusza polegała na redukcji sfery obiektywności (świat materialny) do sfery subiektywności (*cogito*, z czym wiąże się ściśle jasność i oczywistość poznania).

Inaczej było zupełnie u Newtona, gdyż ten zainteresowany tworzeniem teorii zjawisk, łączy sferę subiektywną (świat myśli, abstrakcyjne teorie) ze sferą obiektywną (świat materialny). Dlatego też Kartezjusz budując swą mechanikę opierał ją na jasnych i oczywistych podstawach geometrii, innymi słowy budował mechanikę *more geometrico* tj. na sposób geometrii. Newton zaś, budując swą mechanikę używał rachunku różniczkowego, który ponoć sam stworzył, gdyż był mu on potrzebny do analizy ruchu.

Po drugie, według prelegenta, matematyka XVII i XVIII wieku, rozwijając się zgodnie z ideałem nowożytnej naukowości, utożsamianym w tej części referatu jedynie z podejściem kartezjańskim, kartezjańską „jasnością" i „oczywistością", posługiwała się systematycznie leibnizowską zasadą ciągłości. Ta zaś stwierdza co następuje. „W każdym domniemanym przejściu kończącym się na jakimś kresie, dozwolone jest ustanowienie pewnego ogólnego rozumowania, którym objąć można także końcowy kres", lub inaczej „jeśli uporządkowane są dane, to uporządkowane są też szukane".

Po trzecie, prelegent sądzi, iż matematyka w swym rozwoju wykroczyła poza nowożytny model naukowości dopiero w XIX wieku. Czyniąc to matematyka posługiwała się systematycznie zasadą którą prelegent określa mianem „zasady granicznej". Stwierdza ona co następuje.„Jeśli mamy układ elementów i dokonamy na tych elementach pewnej »nieskończonej« operacji (np. przejście do granicy lub utworzenie z nich jakiejś nowej struktury), to element, który otrzymamy jako wynik tej operacji może mieć zasadniczo inne własności, niż elementy wyjściowe."

Posługując się tą właśnie zasadą, podjęto w wieku XIX badania topologiczne, teorio-mnogościowe i realizowano program badań geometrycznych Kleina. Zasady tej nie stosowano wcześniej, w szczególności, przykładem tego było nierefleksyjne przeniesienie własności zbieżności szeregów na szeregi rozbieżne czego przykładem był szereg $1/(1+x) = 1 - x + x^2 + \ldots$, który jest zbieżny dla x należących do przedziału $(-1, 1)$, a rozbieżny, dla x poza tym przedziałem. Dla $x=1$ szereg ten prowadzi do następującego wyniku $1/2 = 1 - 1 + 1 - 1 + \ldots = 0 + 0 + 0 + \ldots$, co dowodzi, że nie można przenosić własności zbieżności szeregu poza przedział zbieżności. W wieku XVIII matematycy nie rozumiali tego typu ograniczeń, nie rozumiał tego też Euler.

Po czwarte, zdaniem prelegenta, zgodnie z modelem nowożytnym matematyka jest niczym więcej niż konstrukcją umysłu, umysł zaś posiada zdolność intuicyjnego ujęcia skonstruowanego obiektu. W schemacie określonym przez zasadę graniczną matematyka nie jest jedynie konstrukcją umysłu, umysł nie posiada intuicyjnego ujęcia skonstruowanego przez siebie obiektu – tak jak to zakładał ideał nowożytny – musi go badać, jakby był to obiekt empiryczny, niezależny od niego, matematyka konstruuje pewne struktury (całości), które dopiero trzeba poznawać i badać. Zatem w modelu nowożytnym matematyka jest domeną czystego racjonalizmu, a w modelu określonym przez zasadę graniczną (obowiązującą w matematyce od XIX wieku) matematyka jest splotem racjonalizmu i empiryzmu.

Ponadto, po piąte, prelegent, akceptując dychotomiczny podział na kontekst odkrycia i kontekst uzasadnienia (Reinchenbach 1938)[3] twierdzi, iż w nowożytności uczeni posługiwali się zarówno zasadą ciągłości, jak i zasadą graniczną w kontekście odkrycia, ale ta druga zasada nie była przez nich uświadamiana i wykorzystywana w kontekście uzasadniania. Stało się tak dopiero w wieku XIX.

II. KRYTYKA

Jak mniemam, mając na względzie dokonania dwudziestowiecznej historii filozofii, a szczególnie, historii nauki, nie można się zgodzić z przedstawionymi przez prelegenta tezami. Krytyka dotyczyć będzie trzech kwestii: oparcia się na autorytecie Whiteheada, znajomości historii matematyki czy szerzej nauki, i filozoficznych ich odczytań.

1. PORZUĆMY AUTORYTET WHITEHEADA

W świetle współczesnych osiągnięć z zakresu historii i filozofii nauki jest pewne, że należy porzucić sposób odczytania historii matematyki czy tzw. nauk ścisłych podany przez Whiteheada w *Science and the Modern World* (1925) (wydanie polskie *Nauka i świat nowożytny* (1988)). Dlaczego należy to uczynić? Gdyż, choć w swoim czasie ta praca Whiteheada miała wręcz entuzjastyczne recenzje[4], współcześnie jest oczywiste, że jest ona pełna nietrafnych ujęć. Nie jest np. prawdą, iż wiara w racjonalność i wiara w realność „nieuniknionych upartych faktów", jest czymś specyficznym dla nauki nowożytnej. Ten sam duch przenikał bowiem np. starożytną medycynę chińską[5], czy następnie matematykę (geometrię) helleńską i hellenistyczną.

Whitehead po prostu nie znał historii nauki, a co gorsza, nie znał też historii matematyki. Wypowiadał takie oto obrazoburcze dla historyków nauki słowa.

> „W wieku XIX matematyka dokonała nieomal tak wielkiego postępu, jak przez cały poprzedni okres, od czasów Pitagorasa począwszy. Oczywiście postęp był łatwiejszy, ponieważ technika została udoskonalona, ale nawet wziąwszy to pod uwagę, zmiana, która dokonała się w matematyce między rokiem 1800 a 1900, jest bardzo istotna. Jeśli do tego doliczymy poprzednie sto lat i rozważymy dwa stulecia poprzedzające nasze czasy łącznie, skłonni jesteśmy początki wiedzy matematycznej umieścić gdzieś w ostatnim ćwierćwieczu XVII stulecia. (Sic!) Okres od Pitagora do czasów

Kartezjusza, Newtona i Leibniza, to okres odkrywania elementów; nauka w pełni ukształtowana stworzona została w ciągu ostatnich dwustu pięćdziesięciu lat. (Sic!) Nie jest to bynajmniej przechwałka podnosząca wyższość geniuszu świata nowożytnego, trudniej jest bowiem odkryć składniki niż stworzyć naukę."(Sic!)[6]

Dla przedmiotu tego artykułu jest to o tyle ważny cytat, że whiteheadowski obraz dziejów nauki i matematyki, a w tym nauki nowożytnej i matematyki XIX wieku, rzutuje w poważnym stopniu na rozumieniu tych zagadnień przez prelegenta. Dlatego poddajmy go krytycznej ocenie.

Otóż sądzę, że powyższa wypowiedź Whiteheada jest po prostu błędna historycznie i metodologicznie. Nie znając historii matematyki, Whitehead patrzy na rozwój matematyki przez pryzmat mitycznych naukowych herosów typu Pitagorasa, Kartezjusza, Newtona czy Leibniza. Czyniąc to, Whitehead popełnia też błąd prezentyzmu: apoteozuje dokonania nowożytności, a szczególnie matematyki XIX wieku. Taka postawa jest niewłaściwa na terenie dyscypliny zajmującej się badaniami dziejów nauki czy matematyki. I tak, by adekwatniej niż Whitehead rozumieć matematykę helleńską i hellenistyczną, (a później średniowieczną i renesansową) trzeba przyjąć inną postawę. Musimy wczytywać się w historyczne teksty próbując poznawać ówczesną problematykę. Wtedy bez większych trudności zauważymy, że w tradycji helleńskiej i hellenistycznej matematyki integralną częścią matematyki są: geometria *sensu stricto*, astronomia, optyka, muzyka (akustyka), a od czasów Archimedesa statyka (i hydrostatyka). Następnie, przyjmując w tym miejscu za dobrą monetę pochodzący z II poł. XIX wieku podział matematyki na „czystą" i „stosowaną", możemy zasadnie stwierdzić, iż Whitehead mylił się zarówno w kwestii historii matematyki stosowanej, jak i czystej.

W kwestii zaliczanych do historii tzw. matematyki „stosowanej" błąd Whiteheada polega choćby na tym, iż astronomia była nauką dojrzałą (co najmniej) od czasów kultury helleńskiej czy późniejszej kultury hellenistycznej: od czasów Eudoksosa, Kallipossa, a później Hipparcha, Appoloniusza, czy Ptolemeusza.

W kwestii zaliczanych do historii tzw. matematyki „czystej" powyższa wypowiedź Whiteheada jest wręcz zdumiewająco sprzeczna z rozumieniem tych kwestii przez zawodowych historyków matematyki, typu Juszkiewicza, Heatha, czy hobbystów, do których zaliczam samego siebie. Bo jakże to: czy metoda wyczerpywania Archimedesa, teoria stożkowych Appoloniusza, geometryczna teoria niewspółmierności Eudoksosa, czy geometria euklidesowa i sferyczna, dalej analiza metodologiczna podstaw matematyki dokonanana przez Platona, Arystotelesa i plejadę wybinych matematyków takich, jak Euklides czy Archimedes, nie mają statusu wielkich osiągnięć matematycznych? I czy znajomość tych kwestii nie miała decydującego znaczenia w rozwoju nowożytnej matematyki?

W świetle współczesnej znajomości dziejów nauki, w tym i matematyki, odpowiedź na to pytanie jest oczywista. Nowożytna Europa otrzymała w spadku po Hellenach i Helleńczykach (i Arabach) nie tylko **elementy** wiedzy naukowej i matematyki – jak to sądził Whitehead – lecz dojrzałą, rozwiniętą wiedzę naukową i matematyczną włącznie z rozwiniętą metodologią tych dyscyplin. I właśnie dlatego zasadniczo cała tradycja badań matematycznych Średniowiecza i Renesansu w Europie była kontynuacją – odrodzeniem badań matematycznych kultury helleńskiej i hellenistycznej (i jej kontynuatorki średniowiecznej kultury arabskiej). W szczególności, w związku z wypracowaniem techniki druku (ok. 1431–1455) przez Gutenberga, w wieku XVI wydano ogromną ilość najwybitniejszych dzieł matematycznych, m.in. Appoloniusza, Euklidesa, Ptolemeusza i Archimedesa. Fakt ten zintensyfikował badania matematyczne prowadzone już wcześniej w średniowiecznej Europie i miał decydujące znaczenie dla rozwoju nowożytnej matematyki (by użyć terminu z II poł. XIX wieku) zarówno matematyki „stosowanej", jak i „czystej". Skutki odrodzenia tej matematycznej tradycji znalazły swój wyraz nie tylko w astronomii czy w fizyce, ale i w sztuce.

I tak, zaznajomienie się z geometrią euklidesową (oraz przyjęcie postawy humanistycznej i realistycznej) zaowocowało powstaniem teorii perspektywy i teorii proporcji (ruch rzemieślników i wyższych artystów (np. malarze, architekci)).

Zapoznanie się z tradycją astronomii ptolemejskiej i arystotelesowskiej (a także pitagoreizmem i matematycznym neoplatonizmem renesansowym, teoriami ruchu i ciążenia rozwijanych przez buridanistów) zaowocowało powstaniem teorii Kopernika.

Zapoznanie się z metodą idealizacji Archimedesa (i buridanowskiej teorii *impetusu* rozwijanej w XV i XVI wieku przez padewską szkołę arystotelików) doprowadziło Galileusza do skrystalizowania się metod teoretyzowania, matematyzowania zjawisk ziemskich, w tym do sfinalizowania długiego i złożonego historycznie procesu tworzenia matematycznej teorii ruchu lokalnego.

Owocem zapoznania się z teorią stożkowych Appoloniusza (a także danymi obserwacyjnymi Brahe'go, i wyjaśnieniem ruchu ziemi za pomocą sił magnetycznych przez Gilberta) były np. badania Keplera nad teorią ruchu planet uwieńczone odrzuceniem aksjomatu Platona-Eudoksosa i zastąpieniem koła czy układu kół przez elipsę.

Opanowanie metody wyczerpywania Archimedesa zaowocowało rozwojem metod nieskończonych w XVI wieku, a to z kolei doprowadziło do rachunku nieskończenie małych sformułowanego w wieku XVII.

Renesansowa Europa to także czas odrodzenia humanizmu, czas wielkich odkryć geograficznych, a także systematycznie postępujący upadek filozofii scholastycznej i narastający sceptycyzm w możliwość poznania świata. Z drugiej zaś strony, to czas narodzin szerokiego nurtu określanego mianem „nowej filozofii". Takimi nowymi filozofami byli zarówno Tartaglia, Francis Bacon, Cavalieri, Galileo Galilei, Mersene, Kepler, Kartezjusz, Newton czy Leibniz i wielu innych[7].

Skupmy się teraz na ocenie dokonań Kartezjusza, którego metoda stanowi dla prelegenta skrajny przykład metody subiektywnej.

2. WOKÓŁ KWESTII KARTEZJUSZA

Historycy filozofii XIX wieku i mniej więcej pierwszych trzydziestu lat XX wieku (w tym i Whitehead) zgodnie uznawali, iż Kartezjusz był tym z filozofów, który w jednoznaczny sposób zaczął epokę nowożytności. W podobny sposób Kartezjusz ceniony był bardzo przez matematyków – przecież to on stworzył geometrię analityczną. Z drugiej strony, fizycy, w odróżnieniu od historyków filozofii i matematyków, bardzo krytycznie oceniali kartezjańską fizykę – Kartezjusz miał w ogóle ignorować kwestie empiryczne, budować fizykę zupełnie *a priori*, opierając ją tylko na geometrii.

Te paradygmatyczne opinie dla XIX stulecia i pierwszych trzydziestu lat XX stulecia zostały jednak w dużym stopniu przewartościowane w wyniku pźniejszych badań. Istota tego przewartościowania dotyczyła dwóch kwestii. Po pierwsze, ukazano jednoznaczny związek kartezjańskich koncepcji filozoficznych i matematycznych z kontekstem historycznym: filozofią arystotelesowską, humanizmem renesansowym, sceptycyzmem Montaigne'a, odrodzoną matematyką helleńską i hellenistyczną, późnośredniowiecznymi i renesansowymi poszukiwaniami metody nauk przyrodniczych i nowej filozofii. Po drugie, poddano analizie prace z zakresu szeroko pojmowanej przez Kartezjusza matematyki.

Mając na względzie te dokonania i kontynuując ten typ myślenia, należy zauważyć co następuje. Cała problematyka badań matematycznych Kartezjusza określona była w ogromnym stopniu przez ówczesną tradycję matematyczną.

Po pierwsze, koncepcja matematyki uniwersalnej (*Mathesis universalis*), do której zakresu Kartezjusz zaliczał „tylko te nauki, w których rozważa się albo porządek, albo miarę, i zupełnie nie jest tu istotne, czy są to liczby, figury, gwiazdy, dźwięki czy cokolwiek innego [...]”[8] była całkowicie zgodna z tradycją sięgającą starożytnych Aten i Aleksandrii i kontunuowaną w średniowieczu i Renesansie w postaci *Quadrivium.*

Po drugie, zgodne z tą samą tradycją, matematyka w przeciwieństwie do filozofii była dyscypliną, której przysługiwał walor pewnego poznania[9].

Po trzecie, ten właśnie fakt – odkrycie pewności dowodu matematycznego – stał się podstawą kartezjańskiego systemu filozoficznego. Trzeba było zbudować taką filozofię, która wbrew roszczeniom sceptycyzmu Montaigne'a będzie budowana w sposób matematyczny.

Po czwarte, Kartezjusz bynajmniej nie wątpił w znaczenie empirii w swoich badaniach naukowych. Świadczą o tym dowodnie; badania optyczne: matematyczno-empiryczne badania tęczy[10], zagadnienie konstrukcji zwierciadeł parabolicznych (co wiązało się z matematycznym zagadnieniem stycznych)[11]; badania mechaniczne: m.in. dyskusje z Beeckmanem i Mersenem nt. analizy zjawiska ruchu (lokalnego) i teorii tego zjawiska[12].

Problem zatem nie polegał na tym czy uwzględniać empirię w badaniach naukowych, lecz w jaki sposób to uczynić. Według Kartezjusza empiria rozpoczyna budowę teorii jako źródło danych, a kończy ją jako test prawidłowości teorii[13].

Współczesna ocena Kartezjusza jako fizyka jest generalnie bardzo pozytywna: Kartezjusz jest autorem rewolucji mechanicznej, koncepcji mechanicznej ewolucji świata, rewolucyjnej koncepcji geometryzacji (euklidyzacji) przestrzeni fizycznej, której owocem była zasada bezwładności. A co więcej, uważa się, iż jest on ojcem fizyki teoretycznej, gdyż jego program mechanizacji i geometryzacji przestrzeni fizycznej podjął i wypełnił Newton[14]. Sądzi się również, że Kartezjusz jest prekursorem metody hipotetyczno-dedukcyjnej[15].

Zatem: po pierwsze, Kartezjusz nie jest bynajmniej wzorcowym przykładem stosowania „metody subiektywnej pewności" zupełnie pomijającej znaczenie empirii w swych badaniach z zakresu *Mathesis universalis* – co przyjmuje prelegent. Po drugie, pamiętając że sformułowanie zasady bezwładności nie byłoby możliwe bez tzw. euklidyzacji fizycznej przestrzeni, należy zauważyć, że taki typ (subiektywnego) rozumowania, porzucający dosłowność empirii na rzecz abstrakcyjnej matematyki, należy cenić, a nie ganić – co czynił prelegent.

3. WOKÓŁ KWESTII NEWTONA

Prelegent przedstawia Newtona jako bohatera racjonalnej i jednocześnie empirycznej nowożytności. Jego zasługą było stworzenie rachunku różniczkowo-całkowego, który posłużył mu dla zmatematyzowania zagadnienia ruchu. A Newton rozwiązał to zagadnienie, gdyż posługiwał się rzetelną metodę badań, tj. stosował metodę obiektywno-subiektywną.

Z takim szkicem newtonowskich osiągnięć nie można się jednak zgodzić, i to z kilku względów. Po pierwsze, Newton nie był bynajmniej wzorem neopozytywistycznej obiektywności i racjonalności, gdyż obok czystej matematyki zajmował się nie tylko fizyką teoretyczną i doświadczalną (a precyzyjniej: filozofią naturalną), lecz także teologią naturalną i filozofią hermetyczną[16]. Zarzut ten próbować można odeprzeć ograniczając stosowanie metody obiektywno-subiektywnej jedynie do dziedziny współcześnie rozumianej nauki. Ale nie jest to możliwe do końca, gdyż np. rozważania na temat absolutnego czasu i przestrzeni wiążą się u Newtona bezpośrednio z zagadnieniem Boga.

Co więcej, Newton nie jest wcale tym bohaterem ludzkości, który jako pierwszy skutecznie stosował metodę matematyzowania zjawisk przyrody. Tego typu metodę wypracowano na długo przed Newtonem. Posługiwali się nią np. Ptolemeusz, Archimedes, Kopernik czy Galileusz.

Newton nie stworzył też bynajmniej sam rachunku różniczkowo-całkowego – miał w tym wielkiego rywala Leibniza, a ów nowy język matematyczny nie został sformułowany przez Newtona i Leibniza w całkowitej próżni intelektualnej, i nie powstał nagle z nicości. Sformułowanie tego języka było naturalnym owocem systematycznego rozwoju metod nieskończonych w matematyce XVI i XVII wieku[17].

Przejdźmy teraz do bardziej szczegółowego omówienia niektórych kwestii z zakresu nowożytnej historii matematyki, wspominanych przez prelegenta[18].

4. IDEAŁ KARTEZJAŃSKIEJ ZASADY OCZYWISTOŚCI I JASNOŚCI, A ROZWÓJ MATEMATYKI XVI–XVIII WIEKU

Nie jest bynajmniej prawdą, jakoby ideał kartezjańskiej zasady oczywistości i jasności rządził rozwojem całej matematyki XVI – XVIII wieku. W szczególności nie obowiązywał on w dominującym nurcie matematyki XVI–XVIII wieku, którym był rozwój rachunku nieskończenie małych zwanego bardziej współcześnie „rachunkiem różniczkowo-całkowym". Rozwój ten polegał na systematycznym rugowaniu błędów i uogólnianiu uzyskiwanych rezultatów, aż do sformułowania ogólnych algorytmów rachunku różniczkowo-całkowego. Ale, choć dyscyplina ta rozwijała się wspaniale, powszechnie było wiadomo, iż podstawy tej dyscypliny zawierały poważną lukę logiczną związaną z paradoksem nieskończenie małych. Fakt ten wywołał zdecydowany sprzeciw kartezjanistów np. Rolle'a, uczniów Leibniza, jak i biskupa Berkleya. Krytyka ta wywołała natychmiastowe próby usunięcia tej sprzeczności, ale zakończyły się one powodzeniem dopiero w wieku XIX, gdy ustaliły się zasady rachunku różniczkowo-całkowego a Weiestrass i Cauchy, dokonując głębszej analizy podstawowych pojęć tego rachunku (m.in. pojęcia granicy), wprowadzili tzw. teorię granicy ε-δ. Na tej właśnie podstawie u końca XIX wieku wyrugowano pojęcie nieskończenie małych z matematyki. Ale nie był to bynajmniej koniec historii tego zagadnienia. Nieskończenie małe powróciły do matematyki w analizie niestandardowej Abrahama Robinsona (1966)[19].

5. ZASADA CIĄGŁOŚCI LEIBNIZA A ROZWÓJ MATEMATYKI

Nie jest też bynajmniej prawdą, iż zasada ciągłości Leibniza nie pełniła heurystycznie płodnej roli w rozwoju matematyki – co, jak mniemam, prelegent suponuje. By się o tym przekonać zacytujmy samego Leibniza, który tłumaczy jak należy rozumieć tę zasadę ciągłości:

> „Ta *zasada powszechnego porządku* ma swe źródło w nieskończoności i jest wielce użyteczna w rozumowaniach, choć do tej pory stosowano ją niedostatecznie i znaczenia jej nie doceniano dotąd w całej pełni. Jest ona absolutnie niezbędna w geometrii, ale z powodzeniem działa też w fizyce, albowiem najwyższy rozum, który jest źródłem rzeczy, działa w zgodzie z doskonalszą geometrią i przestrzega harmonii nieporównywalnego

z niczym piękna. Dlatego często posługuje się dla kontroli tą zasadą, jako pewnego rodzaju kamieniem probierczym, za pomocą którego można od razu i na pierwszy rzut oka stwierdzić fałszywość wielu głupio skojarzonych sądów. Zasadę tę sformułować można w sposób następujący: jeśli wśród danych lub przyjętych przypadków (*casus*) różnica między dwoma przypadkami może stać się mniejsza od każdej wielkości, to jednocześnie musi ona także stać się mniejsza od każdej wielkości także dla szukanych lub też następnych, wynikających z danych. Albo, wyrażając się jak najprzystępniej: *jeśli przypadki (albo dane) w sposób ciągły zbliżają się do siebie tak, że w końcu jeden przechodzi w drugi, to musi to mieć miejsce także dla odpowiadających im następnych lub rezultatów (albo szukanych).* Zależy to od następującej ogólniejszej zasady: jeśli uporządkowane są dane, to uporządkowane są też szukane."[20]

Widzimy stąd, iż zasada ciągłości Leibniza była narzędziem wykorzystywanym zarówno w kontekście odkrycia, jak i w kontekście uzasadnienia. A gdzie stosowano tę zasadę? Przede wszystkim w rachunku nieskończenie małych. Ale nie było to jej jedyne zastosowanie. W szczególności, w wieku XIX w rękach L.Carnota (1801–1806) i J.V.Ponceleta (1822), stała się ona silnym narzędziem w dowodzeniu nowych twierdzeń w geometrii rzutowej.

Nie dość na tym, gdyż, jak mniemam, zasadę tę stosowano również na przełomie wieku XIX i XX w konstrukcji następujących obiektów: zbioru Cantora (1883), krzywej Peano (1890), krzywej Hilberta (1891), krzywej Kocha (1904), trójkąta Sierpińskiego (1916), zbiorów Juli (1918) – zwanych, od Mandelbrota *The Fractal Geometry of Nature* (1975), fraktalami. Owe obiekty są granicznymi obiektami geometrycznymi, które w granicy, po nieskończonej ilości kroków konstrukcji, nabywają ważką cechę samopodobieństwa[21].

A zatem zasada ciągłości Leibniza pełniła pozytywną, płodną heurystycznie rolę w rozwoju matematyki nie tylko w wieku XVII i XVIII, ale i także w wieku XIX i XX.

W tego typu fakcie manifestuje się **ciągłość rozwoju matematyki.** Ukażmy tę kwestię obszerniej na przykładzie tematów wspominanych przez prelegenta: topologii, teorii mnogości Cantora, programu z Erlangen Kleina i (bardziej szczegółowej) kwestii istnienia sumy szeregów.

6. NOWE PRĄDY W MATEMATYCE XIX WIEKU A CIĄGŁOŚĆ HISTORYCZNA ROZWOJU MATEMATYKI

Topologia

Topologia jako samodzielna dyscyplina matematyczna powstała w połowie XIX wieku dzięki pracom m.in. J.B.Listinga (1808–1882), A.F.Möbiusa (1790–1868) i B.Riemanna (1826–1866), a ich kontynuacją były prace H. Poincarégo.

Ale pamiętać trzeba, że badania topologiczne nie pojawiły się zupełnie nagle w wieku XIX, gdyż jej początki sięgają prac Kartezjusza (1640) i Eulera (1752) na temat tzw. twierdzenia Fermata o wielościanach i topologicznego twierdzenia Eulera (1736) o siedmiu mostach królewieckich. Co więcej, rozwój topologii, jak i powstanie samej nazwy tej dyscypliny, ściśle wiąże się z osobą Leibniza i programem, zapoczątkowanym około roku 1679, budowy nowej dyscypliny matematycznej zwanej przez autora „geometrią położenia (*geometria situs*) czy analizą położenia" (*analysis situs*). Odpowiedzią na ten program był rachunek wektorowy (H.Grasmana), geometria rzutowa, jak i topologia. Terminu „geometria położenia" użyli m.in. Euler w 1736 roku, badając topologiczne twierdzenie o siedmiu mostach królewickich, a w wieku XIX dla oznaczenia geometrii rzutowej L.Carnot (1803) i później Ch.Staudt. Z kolei B.Riemann i H.Poincaré na oznaczenie topologii używali terminu „analiza położenia". Ostatecznie termin „topologia", wprowadzony przez J.B.Listinga (w 1848 roku), był tłumaczeniem na grekę łacińskiego terminu *analysis situs*.

Teoria mnogości Cantora

Teoria mnogości Cantora, która powstała w latach 70 i 80-tych XIX wieku, również nie powstała nagle i niespodziewanie. Była jednym ze skutków reformy podstaw rachunku nieskończenie małych rozpoczętej przez Bolzano (1817), Gausa, Couchy'ego i podjętej przez Abela. Owa reforma wiązała się z potrzebą odejścia od wyobrażeń mechanicznych i geometrycznych, panujących w XVII i XVIII wieku, na rzecz wyobrażeń analitycznych. Jej owocem była arytmetyzacja analizy tzn. sprowadzenie jej pojęć do pojęć własności zbioru liczb naturalnych, wiązała się też ze zbudowaniem w latach 60 i 70-tych XIX wieku teorii liczb rzeczywistych.

Ale to, że owa reforma stała się konieczna, nie było wcale całkowicie oryginalnym dokonaniem XIX wieku. Potrzeba takiej reformy miała bowiem już długą, bo sięgającą (co najmniej) XVII wieku, tradycję związaną z zagadnieniem logicznej sprzeczności podstaw rachunku nieskończenie małych. Jego istota polegała na tym, iż przyjmowano równocześnie dwa wykluczające się warunki: (1) $a + dx = a$, i (2) $dx \neq 0$.

Dla rozważań tego artykułu nie jest błahy fakt, iż owa sprzeczność, za sprawą krytyki kartezjańczyków, uczniów Leibniza, czy biskupa Berkleya, była powszechnie znana przez matematyków XVII, XVIII i XIX wieku. Fakt ten stymulował powstanie tzw. teorii granicy ε-δ Weiestrassa i Couchy'ego.

Program z Erlangen Kleina

Istotą programu Kleina, sformułowanego w 1872 roku, było traktowanie różnych działów matematyki, w tym geometrii i topologii, jako teorii inwariantów odpowiadających im grup. Badania Kleina nie byłyby oczywiście możliwe bez odpowiednio wcześniej rozwiniętej wiedzy z zakresu tych dyscyplin.

Teoria grup powstała najpierw w algebrze, w związku ze znajdowaniem pierwiastków równań algebraicznych stopnia wyższego niż cztery. Teoria ta sformułowana została przez Galois (1830–1832) a jej przygotowaniem były prace

Lagrange'a (1770–72), Ruffiego (1798–99, 1813), Gaussa (1801), a także Abela (1824–26). Sam Klein zapoznał się z teorią grup algebraicznych w czasie pobytu w 1870 roku w Paryżu, dzięki książce Camilla Jordana *Traité des substitutions*.

Klein – o czym nie wspomniał prelegent – wykorzystał też ówczesną wiedzę z geometrii rzutowej, geometrii euklidesowej, geometrii hiperblicznej (Łobaczewski – 1829, Boylai – 1831), geometrii eliptycznej (Riemann – 1854) czy wspominanej już topologii. Powiedzmy kilka słów na temat wymienionych geometrii.

Geometria rzutowa, jako samodzielna dyscyplina matematyczna powstała w wieku XVII głównie za sprawą Girarda Desarguesa (1591–1666), a wyrastała z bujnie rozwijającej się w wieku XV i XVI teorii perspektywy (malarstwo, architektura). W wieku XVII geometrią rzutową zajmował się także Blaise Pascal, ale dyscyplina ta nie znajdowała się w centrum uwagi ówczesnych matematyków, zbyt bowiem była odległa od geometrii analitycznej, która niewątpliwie bliższa była rachunkowi różniczkowo-całkowemu. W wieku XVIII geometrię rzutową rozwijać będzie dalej Waring (1762) i G. Monge (1795–99), a później na początku XIX wieku L.Carnot (1801–1806) i J.V.Poncelet (1822).

Choć geometrie hiperboliczna i eliptyczna zostały sformułowane w wieku XIX, nie pojawiły się bynajmniej w tym wieku nagle. Były one (bez żadnej przesady) owocem 2000-letnich wątpliwości i zmagań z postulatem o równoległych Euklidesa. Owe zmagania stały się bardzo intensywne w wieku XVIII. Zagadnieniem tym zajmowali się m.in. G.Saccheri (1733), A.C.Clairaut (1741), d'Alembert (1759, 1765), G.S.Klügel (1763), J.H.Lambert (1786), A.M.Legendre (1794). A od opublikowania szeroko znanej pracy *d'Alemberta Szkice o literaturze, historii i filozofii* (*Mélanges de Littérture, d'Histoire et de Philosophie*. Paris 1759; 2ᵉ éd. Amsterdam 1970), w której problem równoległych był uznany za jeden z najważniejszych problemów geometrii elementarnej, do roku 1800 ukazało się aż 55 prac na ten temat. Nie dziwi więc w ogóle fakt, iż temat równoległych podejmowali w wieku XIX Gauss, Łobaczewski (1829), Boylai (1831)) i Riemann (1854).

Kwestia istnienia sumy szeregów

Kiedy w I poł. XIX wieku Bolzano, Couchy, Abel i inni zaczęli budować ogólną teorię zbieżności szeregów, oparli oni swe prace na ogromnym już dorobku matematyki XVII i XVIII wieku. W szczególności w wieku XVIII trwała bardzo ożywiona dysputa na ten właśnie temat. Pisano liczne artykuły i wymieniano listy. W dyskusji tej brali m.in. udział G.Grandi (1703), G.W.Leibniz (1712–15), P.Varignon (1715), M.I.Bernoulli (1713), L.Euler (1734–35, 1743–46, 1756–58), d'Alembert (1768), Ch.Goldbach (1727, 1742–52), D.Bernoulli (1765–1771), E.Waring (1776) i S.G.Gurjew (1798)[22].

Problem sformułował Guido Grandi (1671–1742) w pracy wydanej w 1703 roku pt. *Kwadratura koła i hiperboli wyłożonej geometrycznie za pomocą nieskończonych hiperbol i parabol kwadratowych*[23], w której za pomocą dzielenia 1 : (1+x) otrzymał szereg nieskończony $1 - x + x^2 + ...$ Następnie przyjmując $x = 1$, Grandi otrzymał, równość 1/2 = 1 – 1 + 1 – 1 + ..., a grupując parami wyrazy prawej strony tej równości, iż 1/2 = 0 + 0 + 0 + ... W taki oto paradoksalny sposób 1/2 = 0. Otrzymany wynik Grandi interpretował mistycznie, twierdząc, iż jest on symbolem stworzenia świata z nicości. Takie postawienie sprawy zarówno w sensie matematycznym, jak i mistyczym, spowodowało ożywioną dysputę wśród matematyków na temat zbieżności szeregów. Ważkie rozwiązanie tego problemu podał Euler w rozdziale III pierwszej części swego *Rachunku różniczkowego* wprowadzając koncepcję uogólnionej sumy szeregów poza przedziałem ich zbieżności. Otóż, zdaniem Eulera, szereg $1/(1-x) = 1 + x + x^2 + ...$ jest zbieżny dla x należących do przedziału (–1,+1). Ponieważ poza tym przedziałem, sumy częściowe tego szeregu nie dążą do żadnej skończonej granicy, niektórzy badacze wnioskują, że szereg ten nie ma w ogóle sumy. Jednakże odrzucenie szeregów rozbieżnych pozbawiłoby matematykę wielu godnych uwagi odkryć, które można osiągnąć przy ich pomocy. W ogóle jest też niezrozumiałe dla Eulera, że choć sumy tego rodzaju miałyby być fałszem, stale otrzymuje się poprawne rezultaty. Euler rozwiązuje ten gordyjski węzeł w następujacy sposób: „[...] przypiszmy słowu s u m a sens inny niż zwykle. Mianowicie powiadamy, że sumą jakiegoś szeregu nieskończonego jest skończone wyrażenie, z rozwinięcia którego otrzymuje się ten szereg. W tym znaczeniu, dla szeregu nieskończonego $1 + x + x^2 +$ itd. prawdziwa suma jego będzie równa $1/(1-x)$, gdy szereg ten otrzymuje się z rozwinięcia tego ułamka, jakąkolwiek liczbę podstawiłoby się zamiast x. Przy takiej umowie, jeśli szereg będzie zbieżny, to nowa definicja słowa suma pokrywa się ze zwykłą, a ponieważ szeregi rozbieżne nie mają żadnej sumy we właściwym znaczeniu tego słowa, to z tej nowej definicji nie wynikną żadne niewygody. Przyjmując tę definicję, możemy zachować korzyści, jakie daje stosowanie szeregów rozbieżnych, i jednocześnie zabezpieczyć się przed zarzutami wszelkiego rodzaju”[24].

Widać stąd wyraźnie, że Euler – matematyk XVIII wieku – doskonale rozumiał kwestię zbieżności i rozbieżności szeregów oraz związane z tym częściowo odmienne własności tych szeregów. Ujmując to w języku używanym przez prelegenta, wynika stąd, iż Euler doskonale pojmował fakt, iż element graniczny może mieć odmienne własności niż elementy dążące do granicy (czy nawet nie zmierzające do określonej granicy). Ale, jak dowodziły tego względy pragmatyczne (tj. osiągane cenne odkrycia matematyczne), własność rozbieżności nie mogła powodować odrzucenia szeregów rozbieżnych jako użytecznego środka dowodzeń matematycznych.

Nowe postępy w teorii sumowania szeregów w wieku XIX były możliwe dzięki rozwojowi teorii funkcji analitycznych, a precyzyjniej teorii przedłużenia analitycznego Weierstrassa. Ale sama ta koncepcja nawiązywała właśnie do przedstawionej wyżej koncepcji uogólnionej sumy szeregu, sformułowanej przez Eulera (1743–46, 1754–55).

7. KRYTYKA ZASADY GRANICZNEJ W SFORMUŁOWANIU PODANYM PRZEZ PRELEGENTA

Według prelegenta zasada graniczna stwierdza, co następuje: „Jeśli mamy układ elementów i dokonamy na tych elementach pewnej »nieskończonej« operacji (np. przejście do granicy lub utworzenie z nich jakiejś nowej struktury), to element, który otrzymamy jako wynik tej operacji może mieć zasadniczo inne własności, niż elementy wyjściowe."

Sformułowanie takie uważam po części za zbyt ogólne, a po części niezgodne z historią matematyki.

Sformułowanie to jest zbyt ogólne, bowiem by móc w ogóle mieć prawo do używania pojęcia „zasady granicznej" nieskończona procedura powinna posiadać własność graniczenia w sensie dosłownym, a nie przenośnym. Sama zaś odmienność własności nowej struktury w porównaniu z własnościami starej jest bowiem oczywista, a mówienie w związku z tym o „nieskończonej" procedurze (w sensie przenośnym) jest bezpodstawne. By móc zasadnie orzekać, że zasada graniczna (w sformułowaniu prelegenta) łączy nową i starą strukturę matematyczną, nowa struktura matematyczna powinna w granicznym przypadku umieć imitować istotną część własności starej. Dzieje się tak np. w relacji łączącej geometrie nieuklidesowe z geometrią euklidesową.

Zasada graniczna w sformułowaniu prelegenta jest też po części nieprawdziwa historycznie. Zasadę tę, traktowaną przez prelegenta jako synonim kreatywności badań i wyróżnik rozwoju matematyki od wieku XIX, stosowano bowiem przed wiekiem XIX, np.:

1) świadomość odmiennych własności szeregów zbieżnych i rozbieżnych pojawiła się w wieku XVIII, o czym świadczy omówiony wyżej ważki przypadek uogólnionej sumy szeregów Eulera;
2) rdzeniem programu poszukiwań geometrii nieuklidesowych było nie co innego, lecz właśnie zasada graniczna (w sensie dosłownym); a te poszukiwania mają dwutysiącletnią tradycję.

Co więcej, ceniąc wysoko historię matematyki, należy stwierdzić wbrew prelegentowi, że matematyka nowożytna nigdy nie była domeną czystego racjonalizmu nie mającego związku z empirią rozumianą czy to dosłownie, czy to w przenośni – co czynił prelegent. W sensie dosłownym, gdyż nowe matematyczne struktury (języki) tworzone są bardzo często w ścisłym związku z konkretnymi (mechanicznymi, fizykalnymi, astronomicznymi) problemami, czego przykładem były wspominane już w tej pracy badania matematyczne Descartesa i Newtona. W sensie przenośnym, gdyż wybitni, twórczy matematycy zawsze badają własności konstruowanych obiektów matematycznych, oczywiście na tyle, na ile pozwala im osobisty geniusz i rozwinięty w danym momencie dziejów aparat matematyczny – przykładem tego znowu mogą być prace matematyczne Descartesa i Newtona. Ale, ponieważ „materia matematyczna" jest złożona, dopiero w zbiorowym wytężonym trudzie wielu badań, odkrywane są nowe sposoby ujęć bądź tych samych, bądź analogicznych problemów, bo, jak się to mówi w „slangu" matematyków, „matematyczne formalizmy są mądrzejsze od ich twórców".

Na podstawie powyższej analizy możemy pokusić się o następujący **historyczno-metodologiczny wniosek**:

Ważną lekcją z historii nauki jest to, że żadne wybitne osiągnięcie nie powstaje nagle, ani też nie powstaje w intelektualnej próżni. By mogła narodzić się genialna koncepcja, jej autorzy muszą zaistnieć w dostatecznie wartościowej, trwałej tradycji badawczej. Wiek XIX pomimo, iż przyniósł ogrom nowych, i jak to określa się czasami, „rewolucyjnych wyników", nie wykreował ich bez poważnego związku z wcześniejszym dorobkiem matematyki sięgającego (co najmniej) do czasów starożytnej matematyki greckiej.

Postawić tutaj można takie oto ogólne pytanie: kiedy następuje ożywienie badań nad jakimś zagadnieniem naukowym? By tak się stało, musi być spełnionych kilka następujacych warunków: 1) należy poznać i opanować tradycję określonych badań; 2) musi istnieć dostateczna ilość kompetetnych badaczy; 3) mieć miejsce swobodny przepływ informacji; 4) uzyskany merytoryczny nowy wynik nie może być zbyt „rewolucyjny" i musi być „dopasowany" do dotychchczasowego poziomu wiedzy, gdyż inaczej zostanie niezauważony, bądź też jedynie uznany za ciekawostkę – tak czy owak, wynik taki nie znajdzie należytego uznania i kontynuacji badań, a stanie się jedynie przedwczesnym odkryciem.

Problem odkrycia przez H.Poincaré'go (1890) i Lorentza (1963) chaosu deterministycznego w układach dynamicznych jest doskonałą ilustracją tej ostatniej kwestii na polu matematyki. Ten pierwszy odkrył to zjawisko badając zagadnienie trzech ciał w zredukowanym modelu Hiltona, drugi zaś – w układzie prostych równań nieliniowych symulujących zachowanie atmosfery. Obydwie te prace nie zostały wcale zauważone, a doceniono je dopiero pod koniec lat osiemdziesiątych, gdy, z jednej strony, rozwinięto teorię układów dynamicznych, a z drugiej zebrano bogaty materiał zjawisk chaotycznych z zakresu różnych dziedzin m.in. biologii, chemii, fizyki atmosfery, zjawisk elektrycznych, zjawisk optycznych[25].

Inny trochę status ma odkrycie u końca XIX wieku fraktali. Fraktale zostały początkowo wprowadzone przez swych twórców jako obiekty wyjątkowe, kontrprzykłady, matematyczne monstra. Status ten utrzymywały przez wiele lat, ale – w wyniku rozwoju topologii, definicji wymiaru, zagadnienia chaosu w układach dynamicznych – u końca ósmej dekady XX wieku stały się one podstawą geometrii fraktalnej Mandelbrota. A dalszy rozwój matematyki doprowadził do ścisłego powiązania zagadnienia fraktali i chaosu, tak iż twierdzi się współcześnie, że fraktale to granice chaosu[26].

Z powyższych dwóch przykładów wynika bardzo prosty, ale bynajmniej niebanalny wniosek. Wielkie odkrycia potrzebują wielu, wielu lat by mogły zostać właściwie spożytkowane, by znalazły swoje adekwatne miejsce w strukturze pojęciowej ogółu możliwych dziedzin, poddziedzin i pokrewnych dyscyplin.

Badacze historycznych poglądów muszą mieć świadomość tego typu historyczno-przedmiotowych prawidłowości rozwoju myśli. Pomijanie kontekstu przeszłości w badaniach historycznych, patrzenie tylko i wyłącznie z perspektywy współczesności na dzieje nauki po prostu wypacza obraz rozwoju nauki – taka postawa prezentyzmu czyni jego zwolenników po prostu historycznymi ślepcami.

Po tych krytycznych rozważaniach możemy pokusić się już o odmienne sformułowanie zasady granicznej, wolne od wyżej analizowanych błędów historyczno-metodologicznych.

III. HISTORYCZNO-METODOLOGICZNE UOGÓLNIENIE KONCEPCJI ZASADY GRANICZNEJ PRZEDSTAWIONEJ PRZEZ W. WÓJCIKA

Jest prawdą nie do podważenia, że w każdym momencie dziejów jakiejkolwiek rozwijanej dyscypliny, w tym i matematyki, istnieją zagadnienia na granicach poznania. Heurystyczne zasady, które stymulują rozwój tych zagadnień, nazywam, używając terminu wykorzystywanego przez prelegenta, a uogólniając i klarując znaczenie tego terminu, **zasadami granicznymi** (teorii, dyscypliny, w szczególności, matematycznej). W odróżnieniu od niewerbalizowanych zasad metafizycznych Collinwooda (1939)[27] i wiedzy milczącej (*tacit knowledge*) Polanyi (1951–2)[28], uważam, że heurystyczne zasady kierujące badaniami, które określam mianem zasad granicznych, są często bardzo jasno uświadamiane przez badaczy. Jednocześnie są one mało znane przez filozofów, gdyż przykładają oni małe znaczenie do znajomości „banalnej" historii myśli, nauki czy matematyki. Owe zasady mają charakter historyczny, są w mniejszym czy większym stopniu zmienne. W takim stwierdzeniu, nie kryje się jednak zgoda na relatywizm czy sceptycyzm, gdyż niektóre z zasad granicznych, należąc do rdzenia dyscypliny, mają charakter ponaddziejowy.

Podajmy kilka przykładów szczegółowych zasad granicznych w matematyce „czystej": 1) zasada algebraizacji geometrii – geometria analityczna Kartezjusza; 2) zasada ciągłości Leibniza – rozwój teorii nieskończenie małych XVII i XVIII w. i geometrii rzutowej początku XIX w.; 3) zasada arytmetyzacji – rozwój rachunku różniczkowo-całkowego w XIX w.; 4) zasada przedłużenia analitycznego Weierstrassa – teoria zbieżności szeregów II poł. XIX w.

Bardzo ważnym, bo ponaddziejowym przykładem zasady granicznej na polu matematyki „czystej" i „stosowanej" jest zasada korespondencji[29].

Kończąc sądzę, że przedstawione tutaj uogólnienie zasady granicznej stwarza możliwość rzetelnych analiz dziejów szeroko rozumianej matematyki, zarówno „czystej", jak i „stosowanej", wolnej od błędu whiteheadowskiego prezentyzmu.

Reasumując: w świetle współczesnej wiedzy historyczno-metodologicznej, whiteheadowskie odczytywanie historii nauki i matematyki nie może być najlepszym wzorcem do naśladowania.

Ideał kartezjański – jak zakłada prelegent – nie rządził rozwojem całej matematyki XVII i XVIII wieku, w szczególności nie wyznaczał rozwoju centralnego nurtu ówczesnej matematyki, jakim był rachunek nieskończenie małych. Zasada ciągłości Leibniza nie była wcale synonimem niekreatywności w badaniach matematycznych. Wbrew autorytetowi Whiteheada i opini prelegenta, nie uważam, że wiek XIX stanowi cezurę w rozwoju matematyki, choć niewątpliwie przyniósł on ogromne osiągnięcia w tej dyscyplinie. Uważam bowiem, że w każdej epoce rozwoju matematyki istnieją zagadnienia leżące na granicach poznania matematycznego, a na ich poznaniu koncentruje się uwaga matematyków, i było tak, rzecz jasna, nie tylko w wieku XIX. Heurystyczne zasady, które stymulują rozwój danej dyscypliny, nazywam, używając terminu wprowadzonego przez prelegenta, a uogólniając i klarując jego znaczenie, **zasadami granicznymi** (teorii, dyscypliny, w szczególności, matematycznej). A takie uogólnienie stwarza nam możliwość rzetelnych badań z zakresu historii szeroko rozumianej matematyki, wolnych od błędu whiteheadowskiego prezentyzmu.

Przypisy

[1] Referat ten został wygłoszony w grudniu 1995 w Instytucie Historii Nauki PAN na seminarium z cyklu: „Kontekst odkrycia w dziejach dziedziny nauki" prowadzonym przez doc. Alinę Motycką z Instytutu Filozofii i Socjologii PAN i prof. Stefana Zameckiego z Instytutu Historii Nauki PAN, a jego treść pokrywa się zasadniczo w pełni z wcześniejszym artykułem prelegenta opublikowanym (pod takim samym tytułem jak nosił referat) w *Zagadnienia filozoficzne w nauce*. T. XIV 1992, s.51–73.
Przedstawiana tutaj pisemna krytyka tego referatu jest częściowym tylko rozwinięciem mojej ustnej krytycznej wypowiedzi, która została przedstawiona po wystąpieniu prelegenta, a później była jeszcze kontynuowana w długiej dyspucie w kuluarach.
Pierwotnie artykuł ten miał ukazać się w Materiałach Seminarium z cyklu pt. „Kontekst odkrycia w dziejach dziedziny nauki", ale z racji, iż projekt Materiałów upadł, zostaje opublikowany w *Kwartalniku Historii Nauki i Techniki*, a za tę możliwość autor dziękuję Redakcji.

[2] Tłumaczenie polskie, Maciej Kozłowski i Marek Pieńkowski OP: A.N. Whitehead: *Nauka i świat nowożytny*. Kraków: ZNAK 1988 .

[3] W kwestii genezy i nieadekwatności tych rozróżnień zob.: M.Kokowski: *O kontekście kontekstów uzasadnienia i odkrycia*, wystąpienie panelowe wygłoszone na seminarium z cyklu „Kontekst odkrycia w dziejach dziedziny nauki", „Zagadnienia Naukoznawstwa", (w druku).

[4] M.in. H.Read twierdził, iż: „Jest to, być może, najbardziej doniosłe dzieło, jakie ukazało się na pograniczu filozofii i nauki od czasów *Rozprawy o metodzie* Kartezjusza..." cytuję za: Maciej Kozłowski i Marek Pieńkowski OP: *Autor i jego dzieło (od tłumaczy)* W: A.N.Whitehead, *Nauka i świat nowożytny*, s. 11.

[5] Kwestia ta nie może podlegać żadnej wątpliwości, gdyż współczesna medycyna potwierdziła np. trafność systemu akupunktury. Oczywiście system ten nie mógł powstać ani bez zaawansowanej umiejętności przeprowadzania zaplanowanych obserwacji, ani wysoce rozwiniętej umiejętności teoretyzowania.

[6] A.N.Whitehead, *Nauka i świat nowożytny*, s. 61.

[7] Temat ten jest bardzo dobrze znany. Zob.: np. A.Koyré: *Etudes galilénnes*. Paris 1939 Hermann & Cie.; *Newtonian Studies*. Cambridge 1965 Mass.: Harward University Press; *The astronomical revolution: Copernicus, Kepler, Borelli*. Paris: Hermann, Ithaca, N.Y.: Cornell University Press 1973; A.C.Crombie: *Nauka średniowieczna i początki nauki nowożytnej*, T. I, II. Warszawa 1960 Instytut Wydawniczy PAX.

[8] Cytuję za: A.P.Juszkiewicz [red.], *Historia matematyki*. Przekład S. Dobrzycki, Warszawa 1976 t. 2 s. 34.

[9] W związku z faktem, że Kartezjusz kształcił się w słynnym jezuickim kolegium La Flèche, warto zacytować słowa reformatora nauczania w szkołach jezuickich matematyka-astronoma Claviusa:

> „Dyscypliny matematyczne wykazują i uzasadniają na podstawie najsolidniejszych racji wszystkie dyskutowane przez siebie zagadnienia, toteż istotnie zapładniają one wiedzą umysły uczniów, usuwając z nich całkowicie wszelkie wątpliwości. Trudno to samo powiedzieć o innych naukach, gdzie w większości wypadków intelekt nadal waha się i wątpi w prawdziwą wartość konkluzji, tak różnorodne są bowiem zdania i tak sprzeczne sądy. Pomijając już innych filozofów, dostatecznie dowodzą tego liczne szkoły perypatetyków. Choć wszystkie pochodzą od Arystotelesa, jak gałęzie od wspólnego pnia, tak całkowicie różnią się między sobą, a czasami nie zgadzają się z samym Arystotelesem, od którego się wywodzą, że absolutnie nie można stwierdzić, do czego zmierzał Arystoteles i czy jego filozofia zajmowała się w pierwszym rzędzie słowami, czy też rzeczami. To jest właśnie powodem, dla którego niektórzy z interpretatorów Arystotelesa idą śladami Greków, inni znów śladami łacinników, Arabów, nominalistów, lub tak zwanych realistów, a jednak wszyscy uważają się za perypatetyków. Sądzę, że każdy dostrzega, jaka odległość dzieli to wszystko od dowodzeń matematycznych. Twierdzenia Euklidesa, podobnie jak twierdzenia innych matematyków, są tak samo absolutnie prawdziwe dzisiaj, tak samo pewne w swych rezultatach, oparte na równie mocnych i gruntownych dowodach, jak prawdziwe były w szkołach już przed wiekami ... Skoro więc dyscypliny matematyczne są tak oddane umiłowaniu i uprawianiu prawdy, że nie przenika do nich nic fałszywego, a nawet jedynie prawdopodobnego ... nie ulega zatem wątpliwości, iż pierwsze miejsce wśród nauk należy przyznać matematyce." *Wstęp do Dzieł matematycznych* Claviusa (1611). Cytuję za:

Etienne G i l s o n : *Jedność doświadczenia filozoficznego.* Przełożyła Z. Wrzeszcz. Warszawa 1968 Instytut Wydawniczy PAX s.94.

[10] Zob. Roman Stanisław I n g a r d e n : *Studia i szkice z historii i filozofii fizyki.* Toruń 1994 s.102–103. Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika.

[11] Zob.: A.P.J u s z k i e w i c z , dz.cyt. s. 211.

[12] Zob.: L.C h m a j : *Rozwój filozoficzny Kartezjusza.* Kraków 1930 Nakładem Polskiej Akademii Umiejętności; A.K o y r é : *Metaphysics and Measurement: Essays in the Scientific Revolution.* Cambridge 1968, Massachusetts: Harvard University Press; A.C.C r o m b i e : *Augustine to Galileo.* T. 2, London 1952 William Heinemann LTD; A.C. C r o m b i e : *The Styles of Scientific Thinking in the European Tradition.* T. 2, London 1994 Duckworth; R.S. I n g a r d e n , *Studia i szkice z historii i filozofii fizyki,* s. 127.

[13] Na ten właśnie temat Kartezjusz tak pisze w jednej ze swych prac:
„Od tej chwili będę posuwać się w poznaniu przyrody wolniej lub szybciej w zależności od tego, czy będę mógł przeprowadzać doświadczenia. *Doświadczenie daje mi niezbędny materiał do założeń wyjściowych i ono daje sprawdzenie wyprowadzonych wniosków.*" [podkr. M.K.], W:R.S.I n g a r d e n , dz.cyt. s.127; O roli empirii w systemie Kartezjusza patrz: A.M.Z i ó ł k o w s k i : *Filozofia René Descartes'a.* Warszawa 1987 Wiedza Powszechna.

[14] A. K o y r é : *Galileo and the Scientific revolution of the Seventeenth century.* "The Philosophical Review" 52 s. 333–348. (1943); P.S.K u d r i a w c e w : *Istoria fizyki.* T.1: *Ot antičnoj fizyki do Mendelejewa.* Red. A.K.T i m i r i a z j e w a . Moskva 1948 Uczpedgiz s.138; R.S.I n g a r d e n : *Kartezjusz a Galileusz i Newton – jako twórcy fizyki nowożytnej.* „Kwartalnik filozoficzny" 19 z. 1/2 s.71–149 (1950) przedruk W: R.S. I n g a r d e n : *Studia i szkice z historii i filozofii fizyki,* s.75– 127.
Wymowa tezy, iż Kartezjusz był ojcem fizyki teoretycznej zmienia się jednak znacząco, gdy wiemy, że metodę matematyzowania zjawisk astronomicznych w pełni stosowali już matematycy (astronomowie, optycy, akustycy) helleńscy i hellenistyczni, czy, w matematyzowaniu bardziej ziemskich zjawisk z zakresu statyki i hydrostatyki Archimedes, a ich wzorem matematycy Średniowiecza i Renesansu.

[15] E.McM u l l i n : *Conceptions of science in the Scientific Revolution.* W: D. C. L i n d b e r g , R.S.W e s t m a n (red.): *The Reappraisals of the Scientific Revolution,* Cambrigde 1990, 1991, 1994 University Press, Cambridge, Mass. s.32–44.
Teza McMullina, jakoby Kartezjusz był prekursorem metody hipotetyczno-dedukcyjnej jest częściowo błędna, gdyż metodę tę w pełni stosowali już matematycy (astronomowie, optycy, akustycy, itp.) w Atenach, a później w Aleksandrii i ich wzorem matematycy Średniowiecza.

[16] Zob. B.J.T.D o b b s : *The Foundations of Newton's Alchemy or "the Hunting of the Green Lyon".* Cambridge 1975 Cambridge University Press; t e n ż e : *The Janus Faces of Genius: The Role of Alchemy in Newton's Thought.* Cambridge 1991 Cambridge University Press; J.F o r c e and R.H.P o p k i n : *Essays on the Contex, Nature, and Influence of Isaac Newton's Theology.* "International Archives of the History of Ideas" 129. Dordrecht: Kluwer 1990.

[17] Zob. np.: A.P.J u s z k i e w i c z , dz.cyt.; C.B.B o y e r : *Historia rachunku różniczkowego i całkowego i rozwój jego pojęć.* Warszawa 1964 PWN.

[18] W poniższych analizach często będę wykorzystywał wybitną pozycję z zakresu historii matematyki: A.P.J u s z k i e w i c z , *Historia matematyki.*

[19] Na ten temat zob.: A. R o b i n s o n : *Nonstandard Analysis.* Amsterdam 1966 North-Holland; P.J.D a v i s , R.H e r s h : *Świat matematyki.* Z angielskiego tłumaczył R. Duda. Warszawa 1994 PWN s. 209–225.

[20] Cytuję za: A.P.J u s z k i e w i c z , dz.cyt. s.138.

[21] H.-O.P e i t g e n , H.J ü r g e n s , D. S a u p e : *Granice Chaosu – Fraktale.* Cz. 1. Z języka angielskiego przełożyły K.Pietruska-Pałuba, K.Winkowska-Nowak. Warszawa 1995 PWN.

[22] Zob.: A.P.J u s z k i e w i c z , dz.cyt. s. 326, 332, 336–340.

[23] G.G r a n d i : *Quadratura circuli et hyperbole per infinitas hyperbolas et parabolas quadrabiles geometrie exposita.* Pisis 1703.

[24] Cytuję za: A.P.J u s z k i e w i c z , dz.cyt. s.337.

[25] Na ten temat zobacz np. I.S t e w a r t : *Czy Bóg gra w kości. Nowa matematyka chaosu.* Warszawa 1994 PWN.

[26] H.-O.P e i t g e n , H.J ü r g e n s , D.S a u p e , *Granice Chaosu – Fraktale,* dz.cyt.

[27] R.G.C o l l i n w o o d : *An Essay on Metaphysics.* Chicago 1939.

[28] M.P o l a n y i : *Cliford Lectures 1951–52,* opublikowane jako *Personal Knowledge.* Chicago 1958 University of Chicago Press.

[29] Zasadę tą stosowali nie tylko fizycy XX wieku, tacy, jak Planck, Bohr czy Einstein, ale także dużo wcześniej matematycy (astronomowie) np. Kopernik, a przed nim astronomowie Szkoły Maragha, a jeszcze wcześniej np. Ptolemeusz, Arystarch czy Eudoxus. Na ten temat zob. M.K o k o w s k i : *Copernicus's astronomical works – A remarkable case of applying the methodological idea of correspondence.* W: *10th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Volume of Abstracts.* s.236; M.K o k o w s k i : *Przeciwko mitycznym interpretacjom tzw. nauk ścisłych: Kopernik, hipotetyczno-dedukcyjna metoda myślenia korespondencyjnego oraz kilka zasad korespondencji łączących teorię Kopernika i Ptolemeusza.* W: *VI Zjazd Filozoficzny. Toruń, 5–9 Września 1995, Abstrakty* s. 106–107; M.K o k o w s k i : *Copernicus and the Hypothetico-deductive Method of Correspondence Thinking. An Introduction,* "Theoria et Historia Scientiarum" t. 5 1995 (w druku).