

# Dubiel, Władysław

---

## Dzieje teorii nauczania matematyki w polskiej szkole średniej

---

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 42/3-4, 85-106

---

1997

Artykuł umieszczony jest w kolekcji cyfrowej Bazhum, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych tworzonej przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego.

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie ze środków specjalnych MNiSW dzięki Wydziałowi Historycznemu Uniwersytetu Warszawskiego.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.



*Władysław Dubiel*  
(Lublin)

## **DZIEJE TEORII NAUCZANIA MATEMATYKI W POLSKIEJ SZKOLE ŚREDNIEJ**

### **UWAGI WSTĘPNE**

Podjęty temat nie jest łatwy do szerszego oświetlenia. Wymaga sięgnięcia do wielu materiałów źródłowych. Chodzi przecież o odślonięcie całego bogactwa idei, pomysłów, sądów i wniosków zawartych w rozproszonych artykułach, obszernych pracach, programach, podręcznikach itp.

Dotychczas nie ukazała się oddzielna praca, która omawiałaby całokształt spraw dotyczących podjętego tematu w szerszym horyzoncie czasowym. Zagadnienia wchodzące w zakres tematu zostały poruszone na marginesie innych i to w węższym przedziale czasowym.

Artykuł pomyślany jest jako wprowadzenie w dzieje osiągnięć polskiej myśli dydaktycznej matematyki w latach 1773–1961 (od powstania Komisji Edukacji Narodowej do wydania ustawy: *O rozwoju oświaty i wychowania* z 15 lipca 1961). W tym okresie polska myśl dydaktyczna w dziedzinie matematyki zapisała ważne karty swoich dziejów. Jest w nich zarówno kontynuacja najlepszych tradycji polskiej myśli matematyczno-dydaktycznej, jak też rozwinięcie nowych idei i koncepcji dydaktycznych na miarę tamtych czasów.

Artykuł niniejszy nie pretenduje do wyczerpującej analizy tematy. Autor zdaje sobie sprawę z tego, że wiele zagadnień wchodzących w jego zakres pominięto w tym artykule.

## POLSKA MYŚL DYDAKTYCZNA W DZIEDZINIE MATEMATYKI

Myśl dydaktyczna matematyki mogła rozwijać się dopiero wówczas kiedy to matematyka została wprowadzona do polskiej szkoły jako oddzielny przedmiot nauczania. Stało się to w drugiej połowie XVIII wieku, za sprawą działalności Komisji Edukacji Narodowej. *Przepis na szkoły wojewódzkie* z roku 1774 umieścił matematykę wśród przedmiotów nauczania na pierwszym miejscu. Było to wielkie osiągnięcie w dziedzinie edukacji matematycznej społeczeństwa. Matematyka miała być nauczana we wszystkich klasach i latach nauki. Program uwzględniał nauczanie arytmetyki, algebry, geometrii i geometrii praktycznej. Pojawiła się pilna potrzeba opracowania podręczników szkolnych z matematyki. Komisja Edukacji Narodowej, dostrzegając potrzebę ich wydania dla zreformowanych szkół, powołała Towarzystwo do Ksiąg Elementarnych w roku 1775. W tym samym roku ogłoszono w kraju i za granicą konkurs na podręczniki, m.in. arytmetyki, geometrii i algebry.

Książka „elementarna matematyki” według opinii członków Towarzystwa miała odpowiadać pewnym warunkom. Te warunki zostały sformułowane w *Obwieszczeniu K E N względem napisania ksiąg elementarnych*. Przede wszystkim podręczniki miały stać się podstawą pracy dydaktycznej w klasie, miały być dostosowane do możliwości intelektualnych każdego ucznia. Autorzy podręczników m.in. mieli<sup>1</sup>:

1. „[...] nigdy nie zapominać w pisaniu ksiąg elementarnych, iż się robią dla dzieci, dla młodzi, dla poczynających, iż wszystko stosowane ma być do ich pojętności [...]. Że zatem wiele w początkowych książkach ma być opuszczone, wiele na dalszy czas i doświadczenie odłożone, coby nawet do przedsięwziętej nauki należało”.

2. „Aby nigdy nie kłaść rzeczy, wyrazów ogólnych przed szczegółowymi, trudniejszymi przed łatwiejszymi, złożonymi przed pojedynczymi i prostymi, oderwanych myślą przed podpadającymi pod zmysły”.

3. „Wyrazy każdej nauce i sztuce właściwe (które terminami mówią), powinny być poprzedzone opisaniem przez najprościejsze słowa samejże rzeczy”.

4. „Te książki ojczystym językiem powinny być mają. Wyrazy i nazwiska naukom właściwe lub sztukom, kiedy się już otarłsze i znajomsze w polszczyźnie znajdują, będą użyte, w niedostatku takowym dawne z łaciny lub greczyzny wzięte zostaną, z przydatkiem w nocie słowa polskiego, które się zdawać będzie dobre do tego wyrażania”.

Spośród wielu projektów książek szkolnych z matematyki, nadesłanych do końca 1776 roku, pożyteczna okazała się praca Szymona Lhuilliera, matematyka szwajcarskiego, autora wielu oryginalnych prac z różnych dziedzin matematyki. Od roku 1777 Lhuillier zaczął nadsyłać w częściach swoje prace, najpierw *Arytmetykę*, później podręcznik geometrii i algebry (ostatnią część przysłał w lutym

1779). Te trzy książki zostały przetłumaczone na język polski przez Andrzeja Gawrońskiego – matematyka i astronoma – nauczyciela w szkole poznańskiej.

Wiek XVIII zaowocował dużą ilością polskojęzycznych książek z zakresu matematyki (najwięcej z zakresu arytmetyki). Fakt ten należy wiązać z reformą szkół pijarskich, przeprowadzoną przez Stanisława Konarskiego i działalnością K E N .

Przedmiotem rozważań Komisji Edukacji Narodowej były też cele nauczania matematyki oraz metody i sposoby przekazywania uczniom wiedzy matematycznej. W koncepcji Komisji matematyka powinna przyczyniać się do rozwoju dyspozycji umysłowych ucznia („wydoskonalenia rozumu młodego człowieka”). „Rozum ten prawdziwy powinien przez wezwyczajającą edukację być mocnym, to jest przychylnym do rozważenia i ciągłym do wznoszenia. Powinien być jasny, tj. przyzwyczajony do zbliżania ku sobie obiektów w naturalnym porządku, do łączenia ich i czynienia przez związek jasny odkrytymi. Powinien być głęboki i przenikliwy, tj. do mału obiektów razem obracający się, ale gruntujący one, myśli zawile odmieniający na proste i wyraźne i póty je układający, aż do ostatecznego przychodzi rozstrzygnięcia...”<sup>2</sup>.

Matematykę dostrzegano też jako naukę zaprawiającą ucznia do samodzielne- go i ścisłego rozumowania, tak niezbędnego we wszystkich przedmiotach i okoli- cznościach codziennego życia. W toku nauczania matematyki uczeń powinien też zdobyć podstawowe umiejętności wykorzystywania tej nauki w życiu codziennym i innych naukach. Nauczanie matematyki powinno być tak prowadzone, aby teoria ściśle łączyła się z praktyką, a nawet by przy podawaniu pewnych prawd matema- tycznych praktyka poprzedzała teorię. Nauczyciel najpierw powinien wskazać uczniom na co podawana im wiedza może się przydać w życiu. Nauczanie dogmatyczne powinno być zastąpione „nauczaniem dowodzącym”, uczeń powin- nien dochodzić do prawdy na drodze rozumowania „nauki na pamięć uczone czcze i niepożyteczne zostają”.

Komisja opowiadała się za szerokim stosowaniem w nauczaniu matematyki zasady pogładowości, która to w XIX wieku znalazła urzeczywistnienie w syste- mach Froebła i Pestalozziego.

Gdybyśmy pod koniec rozważań nad nauczaniem matematyki w wieku XVIII zastanowili się na czym polega istotny polski wkład w teorię nauczania tego przedmiotu, to wydaje się, że przede wszystkim zwrócić uwagę należy na sformu- łowanie celów nauczania matematyki z podkreśleniem jej użyteczności. Matema- tyka miała być udostępniana wszystkim ze względu na jej znaczenie kształcące i wychowawcze. Zatem charakterystyczną cechą nauczania matematyki w XVIII wieku była supremacja dydaktyzmu nad zadaniami poznawczymi. Poważnym wkładem są też pewne ogólne, ale równocześnie podstawowe sformułowania metodyczne, będące próbą oparcia nauczania matematyki na ogólnych zasadach dydaktycznych. Stałe podkreślanie potrzeby uwzględniania zainteresowań dziecka i konieczności rozbudzania jego aktywności w procesie uczenia się i nauczania



musiało wywoływać odpowiednie spojrzenie na matematykę jako na przedmiot nauczania. Owo uczenie „na rozum”, a nie „na pamięć” to przecież w tych czasach duży postęp. Dobieranie treści nauczania do „umysłu i wieku”, to nic innego jak realizacja zasady stopniowania trudności i dostępności. Można by też znaleźć dowody na próby uwzględnienia w nauczaniu matematyki zasady systematyczności i logicznej kolejności.

Mimo, że działalność oficjalną K E N zamknął trzeci rozbiór Polski w roku 1795, to jej podstawowe idee pozostawały ciągle żywe w polskich szkołach. Najwyraźniej wpływy K E N uwidaczniały się w Krzemieńcu, gdzie do roku 1831 istniał silny ośrodek polskich szkół średnich, o wysokim poziomie nauczania matematyki.

Wiek XIX, to wiek kształtowania się europejskiego modelu szkoły, to wiek postępującej demokratyzacji oświaty, przejawiającej się m.in. w obniżaniu bariery dostępności do szkół i zarazem rozszerzenie obowiązku szkolnego nauczania. Pod koniec XIX wieku państwa przyjęły odpowiedzialność za powszechną edukację społeczeństwa, rozwinięto sieć różnych rodzajów szkół. Uniwersytety zmuszone były do opracowania nowej organizacji studiów. Przeważający dawniej wykład został ograniczony na rzecz ćwiczeń i seminariów. Chodziło o lepsze i szybsze przygotowanie młodzieży do nowych zadań, wynikających z postępujących zmian w życiu gospodarczym i społecznym społeczeństw. Zwiększyło się zapotrzebowanie na wykwalifikowane kadry.

Wyłonił się problem planów i programów nauczania dla państwowych szkół średnich. Matematyka w planach szkolnych uzyskała należne jej miejsce – kształcenie matematyczne uczniów zostało docenione. W latach 1870–1890 w większości krajów europejskich nastąpił wzrost zainteresowania metodami nauczania matematyki w szkołach średnich. Do szkół zaczęły przenikać idee głoszone przez Pestalozzkiego i Herbartą, które już wcześniej dotarły do szkół powszechnych. Rozpoczął się proces pedagogizacji nauczania matematyki. Krytykowano nadużywanie w nauczaniu matematyki myślenia typu dedukcyjnego, które to nierzadko ograniczało rozwój samodzielności ucznia.

Poddano w wątpliwość, panujące wówczas przekonanie, że matematyka uczy logicznego myślenia poprzez swój charakter dedukcyjny, niezależnie od tego jakimi metodami jest nauczana. Zaczęto poszukiwać takich metod nauczania przy stosowaniu których uczeń nie byłby tylko biernym odbiorcą przekazywanej mu wiedzy w „gotowej” postaci, ale żądano szerszego zastosowania indukcji i odwoływania się do intuicji. Pojawiały się heurystyczne sposoby nauczania, przy stosowaniu których nie podaje się od razu prawd matematycznych i twierdzeń w stanie gotowym lecz zmusza ucznie do samodzielnego poszukiwania.

W podręcznikach szkolnych zaczęto nieśmiało uwzględniać zasady głoszone przez rozwijające się nauki pedagogiczne i psychologiczne. Jednak zawarte w nich treści miały nadal układ dedukcyjny, brakowało w nich przykładów-ćwiczeń, rysunków i wykresów, mała była liczba zadań możliwych do rozwiązania przez

samych uczniów, a te, które zostały uwzględnione były sztuczne, często przeczące faktom życiowym.

Polska w XIX wieku, rozdzielona pomiędzy trzech zaborców, nie mogła samodzielnie kształtować poglądów na nauczanie matematyki w szkołach średnich. Jednakże przodujący nauczyciele i organizacje nauczycieli polskich uczestniczyli w ogólnoeuropejskim ruchu reformy nauczania matematyki.

Jednym z Polaków, aktywnie działającym na polu nauki i oświaty na terenie zaboru pruskiego (w Księstwie Poznańskim) był Karol Libelt (1838–1875). Na łamach „Tygodnika Poznańskiego” (1838 r.) pisał o matematyce: „[...] matematyka ma wprawiać umysł w rozumowaniu drogą pewnych zasad, przyzwyczajając w myśleniu do matematycznej ścisłości i logicznego wiązania myśli”. Spod pióra K. Libelta wyszedł podręcznik zatytułowany: *Wykład matematyki dla szkół gimnazjalnych* (Poznań 1844), napisany w języku polskim na konkurs, rozpisany przez Królewską Poznańską Radę Szkolną. Podręcznik ten, zgodnie z wymaganiami konkursu, był próbą przeniesienia na nasz grunt koncepcji niemieckiej wyłożonej w książkach Ohma i Telkampa. W podręczniku tym, jak pisze autor we wstępie, nawiązuje w terminologii do ksiąg elementarnych dla szkół narodowych. K. Libelt wyjaśniał: „Nie należy bynajmniej stronić od oświaty cudzoziemskiej, ale nabierając jej, przyswajając sobie, narodowi ją trzeba”.

Do utrzymywania języka polskiego i obyczajów polskich na Śląsku przyczyniała się działalność Józefa Lompy (1797–1863) – nauczyciela i działacza narodowego. We wstępie do swojego *Przewodnika do rachunków pamięciowych dla nauczycieli elementarnych* (Gniezno-Leszno 1848) pisał: „Niniejsze dzieło przeznaczone jest dla szkół naszych. Niejeden może mi zarzucić: na co ta praca, kiedy podobnych dzieł w języku niemieckim jest bez liku, kiedy po niemiecku prowadząc naukę rachunków, nauczyciel zarazem w niemiecki język wprawia dzieci, co przecież głównym zadaniem nauczyciela ma być według myśli rządu? – Na to odpowiada się. Książki w języku polskim nam koniecznie są potrzebne [...]”.

Polscy pedagodzy, usiłując włączyć rodzimą twórczość w dziedzinie pedagogiki do ogólnego nurtu reformy, udostępniali polskiemu czytelnikowi prace traktujące o nowych kierunkach nauczania i wychowania. Wiadomości o zmianach w nauczaniu matematyki w Niemczech i innych krajach docierały do nauczycieli za pośrednictwem polskich czasopism takich, jak: „Szkoła Polska” (wydawana w latach 1849–1853 w Poznaniu), „Muzeum” (wydawane we Lwowie w latach 1885–1939), „Przegląd Pedagogiczny” (wyd. w Warszawie w latach 1882–1939).

W celu udostępnienia opublikowanych polskich prac z dziedziny matematyki i fizyki T. Żebrowski opracował *Bibliografię piśmiennictwa polskiego z działy matematyki i fizyki oraz ich zastosowań* (Kraków 1873). W roku 1889 w Warszawie została wydana książka A. Dygasińskiego – *Jak się uczyć i jak uczyć innych*. Trzy rozdziały tej książki poświęcone zostały matematyce: XV – arytmetyce, XVI – geometrii, XVII – algebrze.

Pod koniec XIX wieku nasiliła się we wszystkich cywilizowanych krajach krytyka metod i sposobów nauczania matematyki. Zarzucano ówczesnej szkole, głównie średniej, że nie liczy się zupełnie ze stanem psychiki dziecka i prawami rządzącymi kształtowaniem pojęć matematycznych. W następstwie tej krytyki w pierwszych latach XX wieku w większości krajów podejmowano próby poprawienia tego stanu rzeczy. Zaczął rozwijać się wielki ruch reformy nauczania matematyki. Propagatorami tego ruchu byli wybitni matematycy, tacy jak: F. Klein w Niemczech, Perry w Anglii, E. Borel i Tannary we Francji. Oni to rozpowszechniali nowe idee w nauczaniu matematyki szkolnej. Do zwycięstwa tych idei i ich utrwalenia przyczyniały się międzynarodowe kongresy matematyczne w 1908 roku w Rzymie i 1912 roku w Cambridge w USA. Na Kongresie w Rzymie utworzyła się Międzynarodowa Komisja Nauczania Matematyki, a dla każdego kraju powstał wydział narodowy. Każdy wydział miał przeprowadzić badania nad stanem nauczania matematyki na wszystkich poziomach. Podjęto też szereg uchwał, dotyczących kierunku reformy nauczania matematyki.

Do ruchu reformatorskiego włączyła się i szkoła polska, działająca jeszcze w warunkach niewoli narodowej. Nauczyciele matematyki, pracując pod hasłem walki o samodzielną edukację narodową, wysuwali swoje uwagi i projekty reformy nauczania matematyki. Na początku roku 1905 grupa warszawskich nauczycieli matematyki i fizyki wyszła z inicjatywą powołania Koła Matematyczno-Fizycznego, które m.in. miało zająć się programami nauczania matematyki i fizyki. W tym celu wyłoniono spośród członków Koła Komisję programową, która zapoznała się ze stanem nauczania matematyki i fizyki w naszych szkołach prywatnych i dokonała krytycznej oceny programów i metod nauczania w nich stosowanych. Zapał i ofiarność członków komisji sprawiły, że w połowie czerwca 1905 roku opracowane programy oddane zostały do druku w „Przeglądzie Pedagogicznym”.

W programach zaakcentowano, w szczególności, potrzebę racjonalnego nauczania arytmetyki. Skrytykowano stosowane sztuczne sposoby nauczania tego przedmiotu, uwypuklono znaczenie działań arytmetycznych. Należało doprowadzić uczniów do należytego zrozumienia proporcjonalności, wykorzystując ku temu zadania zaczerpnięte z życia i otaczającej przyrody. Do programów włączono elementy geometrii przekształceń i geometrii analitycznej. W ostatniej klasie wprowadzono elementy analizy matematycznej, uzasadniając tę innowację rozwojem innych nauk i potrzebami życia codziennego.

W roku 1906 na łamach czasopisma „Muzeum”<sup>3</sup> opublikowany został program krakowskiej komisji (powołanej przez Towarzystwo Szkół Średnich i Wyższych w Krakowie). Program ten zatytułowano: *Nasza szkoła średnia, krytyka jej podstaw i konieczność reformy*. W programie „krakowskim” poddano analizie organizację naszego szkolnictwa średniego i programy nauczania poszczególnych przedmiotów szkolnych. Komisja podała też własne propozycje zmian w szkolnictwie i odnośne postulaty m.in. w zakresie nauczania matematyki. Zalecano, aby

przy opracowywaniu zagadnień z geometrii i arytmetyki teoretycznej posługiwać się metodą heurystyczną. Nauczanie algebry należało oprzeć na pojęciu funkcji, wykorzystując stosowane przykłady, wymagające logicznego myślenia. Komisja opowiedziała się też za opracowaniem nowych podręczników do geometrii.

W sprawie projektu reformy nauczania matematyki wypowiedział się też Ł. Bötcher. Zwrócił uwagę na potrzebę wyrobienia u uczniów myślenia matematycznego. „Nauka matematyki ma na celu nie tylko wpojenie wiadomości matematycznych, ile wyrobienie myślenia matematycznego. Chodzi tu nie tylko o to, żeby uczeń miał w głowie uporządkowany zbiór twierdzeń, praw, reguł i dowodów, ile o to żeby z tego materiału, który posiadał, uczeń umiał wnioski wysuwać, a w razie potrzeby rozrzerzyć go i zastosować”<sup>4</sup>.

W roku 1907 na X Zjeździe Przyrodników i Lekarzy Polskich we Lwowie podjęto m.in. uchwałę, wyrażającą opinię, że metody nauczania matematyki w szkole średniej powinny ulec zmianie. W tej uchwale zwrócono się do pracujących w tym kierunku instytucji, tak w Królestwie Polskim, jak i w Galicji, z prośbą aby we wzajemnym porozumieniu, jak najszybciej opracowały program zmiany<sup>5</sup>.

Wiele głębokich myśli do teorii i praktyki nauczania matematyki wniósł Lucjan Zarzecki (1873–1925), autor licznych prac z zakresu matematyki i metodyki jej nauczania. Na temat logicznego myślenia i potrzeby jego kształcenia w nauczaniu matematyki pisał: „Uczymy w szkole logicznie myśleć nie w matematyce samej i nie dla matematyki, ale dla życia, dla czynu [...]. Szkoła powinna nauczyć nie logicznie myśleć nad obiektami matematyki, ale nad obiektami realnymi. Stąd tzw. wyrabianie logicznego myślenia przez matematykę, jeśli proces nauczania tej nauki pozbawiony jest związku z rzeczywistością, jest nie raz chybiony, jest naprawdę scholastyczną igraszką myśli [...]”<sup>6</sup>. I dalej pisał: „Należy matematycznie uczyć myśleć o zjawiskach życia i przyrody, poddających się analizie matematycznej, wtedy i tylko wtedy nauka matematyki jest szkołą logicznego myślenia”<sup>7</sup>.

Wątkiem charakterystycznym dla myślenia matematycznego, zdaniem Zarzeckiego, jest „pierwiastek twórczości”. W nauczaniu matematyki ważne jest nie tylko kształcenie umiejętności stosowania wzorów, ale i wyzwianie inwencji twórczej ucznia, która należy do charakterystycznych cech myślenia matematycznego. Nauczyciel powinien występować przed uczniem przede wszystkim w roli badacza, a nie tylko historyka cudzych odkryć i myśli. „Jeśli nie odkrywa on nowych prawd naukowych, jeśli nie jest to jego zadaniem, to zdobywa nowe prawdy za pomocą samodzielnie przez uczniów stawianych niby własnych pytań i zagadnień”<sup>8</sup>.

W sprawie nowego projektu nauczania matematyki wypowiedział się również Antoni Hoborski<sup>9</sup>. Skrytykował on wprowadzenie do programu szkoły średniej pojęcia pochodnej – uznał, że nie jest to „umotywowane potrzebą wewnętrzną nauki szkolnej”. Jego zdaniem wprowadzenie pojęcia pochodnej wymagałoby wprowadzenia wielu pomocniczych pojęć, na co potrzeba sporo czasu, aby je

uczeń przyswoił. Stąd też uznał wprowadzenie tychże pojęć za nieodpowiednie ze względów dydaktycznych.

W roku 1909 w Austrii zostały wprowadzone do szkół średnich nowe plany i programy nauczania, które stały się, przy nieznacznych zmianach obowiązujące również w szkołach polskojęzycznych.

Stanisław Zaremba, ustosunkowując się do założeń metodologiczno-metodycznych nowych programów, stwierdził, że słusznie przestrzegano w nich nauczycieli przed przedwczesnym wprowadzaniem „formalizmu naukowego” (definicje, dowody ścisłe, dowodzenie tak zwanych prawd oczywistych) i abstrakcyjnych pojęć matematycznych. Jednocześnie wyraził pogląd, że absolwent szkoły średniej musi mieć jasne wyobrażenie o tym, czym jest ścisłość matematyczna. „Stać się to może wtedy, gdy w wyższych klasach szkoły średniej będzie należycie uwzględniony moment logiczny, gdy uczeń wiedzieć będzie, co jest rzeczą umowną, a co faktem koniecznym, co twierdzeniem wymagającym dowodzenia. Lecz w tym kierunku plan i uwagi do niego dają nauczycielowi za mało”<sup>10</sup>. Co do uwzględnionych w programie początków rachunku różniczkowego i całkowego, S. Zaremba wyraził wątpliwości, czy jest to „innovacja” szczęśliwa, uważał bowiem, że w szkole średniej nie mogło być mowy o ścisłym naukowym wykładzie tego rachunku z uwagi na niewysoki stopień dojrzałości umysłowej ucznia.

Sprawami reformy nauczania matematyki w polskich szkołach zajmowano się także na XI Zjeździe Lekarzy i Przyrodników polskich, odbytym w dniach 18–23 VII 1911 r. w Krakowie.

W uchwale tego Zjazdu określono stanowisko w sprawie programów nauczania w szkołach średnich. W zakresie treści m.in. postulowano<sup>11</sup>:

- fuzję (łączenie) planimetrii ze stereometrią (w kursie propedeutycznym i systematycznym), arytmetyki z geometrią (w klasach niższych), trygonometrii z geometrią analityczną;
- zapoznanie uczniów z elementami rachunku prawdopodobieństwa (ze względu na potrzeby astronomii);
- zapoznanie z elementami trygonometrii sferycznej;
- wzbogacenie geometrii o podstawowe wiadomości z geometrii rzutowej i wykreślnej.

Zalecono, aby w trakcie całej nauki szkolnej rozwijać pojęcie funkcji, które stanowić miało podstawę do wprowadzenia pojęć analizy matematycznej, przy czym należało je wprowadzać w sposób ścisły, opierając się na pojęciu granicy. Troszczyć się należało także o ścisłość definicji i rozumowań, związanych z dowodzeniem twierdzeń.

Nowe plany i programy z roku 1909 dobrze ocenił W. Arvay<sup>12</sup>. W jego opinii czyniły one zadość staraniom o reformę szkół średnich i wychodziły naprzeciw oczekiwaniom wielu nauczycieli. Nie powiększając materiału naukowego,

wprowadziły znaczne ulepszenia polegające na: a) organicznym powiązaniu treści, b) szerszym uwzględnieniu potrzeb życia praktycznego, c) wprowadzaniu ucznia w myślenie kategoriami funkcji. Na tych ulepszeniach bardzo dużo zyskał, pod względem dydaktycznym, sam nauczany przedmiot, widać pewną ideę przewodnią, która pozwala jeszcze lepiej uporządkować cały materiał nauczania. Treści, uwzględnione w programie, i ich układ stwarzały korzystniejsze warunki do realizacji „sąsiednich” przedmiotów szkolnych.

W kwestiach odnoszących się do kształtowania pojęć rachunku różniczkowego i całkowego (w zakresie uwzględnionym w programie z roku 1909) interesujące stanowisko zajął Ludwik Horodyński<sup>13</sup>. Jego zdaniem wprowadzenie do nauki szkolnej elementów rachunku różniczkowego i całkowego powinno odbyć się li tylko na podstawie pojęć granicy i ciągłości funkcji. „Po należyтым zrozumieniu granicy i ciągłości nie bez korzyści będzie, zwłaszcza dla uczniów szkoły średniej, zapoznanie ich z pochodną (metodą Newtona) i różniczkowaniem najprostszych funkcji”<sup>14</sup>. Jednocześnie Horodyński był przeciwny temu, aby z „elementów rachunku różniczkowego i całkowego” tworzyć w szkole nowy (wyodrębniony) dział nauki.

Kwestie, związane z reformą polskich szkół i tworzeniem dla nich nowych programów nauczania, pozostawały w polu widzenia działaczy oświatowych i nauczycieli skupionych w Towarzystwie Nauczycieli Szkół Wyższych. Zarząd Główny tego Towarzystwa 15 II 1913 roku przedstawił Radzie Szkolnej Krajowej memoriał łącznie z projektem planu 8-letniej szkoły realnej w Galicji<sup>15</sup>.

Przedłożony projekt zakładał, że nauczanie w tej szkole powinno być oparte na samodzielnej pracy ucznia i ćwiczeniach praktycznych. Podstawę powinna stanowić grupa przedmiotów matematyczno-przyrodniczych. W projekcie programu uwzględniono: geometrię analityczną, zasady rachunku prawdopodobieństwa, elementy rachunku różniczkowego (bez pojęcia całki). Dobrze potraktowana została w nim geometria wykreślna, która miała być realizowana w ramach oddzielnego przedmiotu, począwszy od klasy piątej. Zaproponowany projekt nauczania matematyki w szkole realnej został zatwierdzony przez Sejm Galicyjski, ale nie był wprowadzony w życie.

Prace nad ulepszeniem nauczania matematyki w szkołach średnich ciągle trwały. Nie przerwała ich nawet I wojna światowa; ci nauczyciele, którzy nie zostali włączeni w szeregi armii zaborczych, kontynuowali prace nad kształtem organizacyjnym przyszłej polskiej szkoły i nad jej programami nauczania. Jeszcze w czasie wojny, w drugiej połowie roku 1915, powstał w Warszawie pierwszy projekt szkoły średniej. Został on opublikowany w roku 1916 przez Wydział Oświecenia Publicznego, otrzymując nazwę *Program szkoły średniej ogólnokształcącej*. Jednakże program ten, opracowany pośpiesznie i słabo umotywowany, nie odegrał większej roli.

W okresie trwania I wojny światowej nadal ukazywały się prace z matematyki i jej metodyki, chociaż w skromniejszej ilości. Na łamach *Poradnika dla*



*samouków* ukazała się praca Stefana Kwietniewskiego: *Metodyka nauczania matematyki*<sup>16</sup>.

W latach trwania pierwszej wojny światowej nieprzerwanie rozwojowi teorii i praktyki nauczania matematyki służyło czasopismo „Wektor” i powstałe w roku 1917 czasopismo „Nauczanie Matematyki i Fizyki”. Czasopisma te opublikowały wiele prac dotyczących dydaktyki matematyki.

Odrodzenie państwa polskiego w roku 1918 umożliwiło zorganizowanie własnego szkolnictwa na ziemiach polskich. Odziedziczone po zaborach szkolnictwo wymagało zmian strukturalno-organizacyjnych. Trzeba było też przygotować nowe programy nauczania i zgodne z nimi podręczniki szkolne. Pojawiła się żywo odczuwalna potrzeba dania nauczycielowi dokładnych wskazówek, jak interpretować i realizować materiał nauczania, objęty programami nauczania. Pierwsze potrzeby na tym odcinku zaspokajały same programy. Zawierały one, oprócz celów i treści nauczania, ogólne i szczegółowe wskazówki, dotyczące realizacji programu. Nie czyniły jednak zadość wszystkim potrzebom nauczycieli. Rosło zapotrzebowanie na opracowania zawierające teoretyczne uzasadnienie rozwiązań metodycznych oraz na takie, które były efektem doświadczeń pedagogicznych nauczycieli praktyków. Zaczęły ukazywać się się, na łamach różnych czasopism pedagogicznych i matematyczno-dydaktycznych, artykuły poruszające wiele zagadnień metodycznych – począwszy od celów nauczania matematyki poprzez analizę treści programowych do konkretnych rozważań nad poszczególnymi problemami metodycznymi, które zjawiają się w praktyce szkolnej. Te konkretne zagadnienia, obejmujące sprawy związane z realizacją różnych działów matematyki szkolnej, podejmowane były głównie na łamach czasopism, takich jak: „Przegląd Matematyczno-Fizyczny”, „Parametr” oraz „Matematyka i Szkoła”.

Wyczerpujące przedstawienie problematyki zawartej w artykułach przekracza ramy niniejszej publikacji. Ograniczę się do wyboru i omówienia tych artykułów, które zawierały nowe myśli i propozycje (nieraz oryginalne), a odnoszące się do rozwiązań metodycznych trudniejszych zagadnień matematyki szkolnej. Dotyczyły one głównie celów, treści, metod nauczania i środków dydaktycznych, stosowanych wówczas w praktyce nauczania matematyki.

Wśród ówczesnych polskich pedagogów, podejmujących kwestie dotyczące celów nauczania matematyki, dominował pogląd, że dwa cele: formalny i materialny (kształcący i poznawczy) nie powinny być przeciwstawne, lecz organicznie ze sobą związane i komplementarne. Zespolenie tych celów uznawano za jedną z cech doskonałości szkolnego programu matematyki. Podkreślano, że zarówno wartości poznawcze, jak też i kształcące można wydobyć z wartościowego i dobrze zorganizowanego materiału naukowego, zależy to przede wszystkim od sposobu jego ujęcia. S. Neapolitański pisał: „Obecnie można uważać za ustaloną w dydaktyce matematyki zasadę, że rozwija i kształci ucznia nie tylko sama wiedza matematyczna, ile metody i sposoby jej wykładania”<sup>17</sup>.

Z wielu różnych wypowiedzi na temat celów nauczania matematyki zwróć uwagę i na tę, która wskazywała na potrzebę uwzględnienia sformułowań, odnoszących się do pobudzania i rozwijania zainteresowań matematycznych ucznia. „Jeśli nauczanie matematyki ma być owocne, musi opierać się na zainteresowaniu ucznia przedmiotem. Czynnikiem ten jest ważniejszy od uzdolnienia matematycznego, przeciętne uzdolnienie z wysokim stopniem zainteresowania może dać wyniki lepsze, aniżeli większe uzdolnienie, z którym nie współdziała silne zainteresowanie”<sup>18</sup>. Władysław Borejko zaliczył wzbudzanie i rozwijanie zainteresowań matematycznych do podstawowych powinności nauczyciela matematyki. Praca ucznia na lekcji powinna być tak zorganizowana, żeby mógł samodzielnie rozwiązywać takie problemy, które go interesują i są dla niego „źródłem radości” oraz wpływają na zainteresowanie przedmiotem i oddziałują na innych. Dostrzegano też potrzebę wiązania nauczania matematyki z naturalnymi zainteresowaniami ucznia. Myśl tę trafnie ujął Kazimierz Cwojdziniński pisząc: „Może najsilniejszą przynętę dla przyciągnięcia ucznia w sferę matematyki stanowią jej praktyczne zastosowania. Uczeń, to nie zawsze filozof. Ścisłość budowy nauki nie imponuje mu tak, jak praktyczne korzyści które ona mu daje”<sup>19</sup>.

Znaczący głos w sprawie celów nauczania matematyki zabrał Michał Hornowski. Sprecyzował on swoje stanowisko w sposób następujący: „Młodzież trzeba uczyć widzieć przestrzeń i rozumienia rysunku matematycznego, nauczyć widzieć w nim nie tylko obraz, środek poglądowy, lecz widzieć i odczytywać wymiary, widzieć w każdej liczbie, w każdym wzorze realność, która się w nim kryje, wyczuwać fałsz lub prawdę wzoru, liczby i rysunku – powinno być jednym z naczelných zadań w nauczaniu matematyki”<sup>20</sup>.

Matematyka, zdaniem Hornowskiego, może i powinna okazać także swój wpływ w dziedzinie wychowania. Jednym z obowiązków nauczyciela matematyki powinno być przyzwyczajanie ucznia do ładu i systematyczności.

Wśród nawyków i umiejętności, pożądaných dla ucznia, wymieniano również umiejętność samodzielnego korzystania z różnych źródeł informacji (podręczniki szkolne, książki popularno-naukowe itp.). Uczeń szkoły średniej powinien umieć np. odszukać i sprawdzić w podręczniku szkolnym związek logiczny pomiędzy poszczególnymi zdaniem i ustępami. Taka umiejętność powinna być wyrabiana stopniowo.

W bliskim związku z celami nauczania matematyki pozostają metody nauczania, bowiem ich wybór zawsze zależy od szczegółowych zadań, stawianých przed nauczaniem przedmiotem. Zagadnienie metod nauczania, jak już wspominaliśmy, było szeroko dyskutowane wcześniej (w drugiej połowie XIX wieku) w związku z potrzebą usamodzielniania ucznia. Zagadnienie to jednak nabrało szczególnego znaczenia dopiero w początkach lat dwudziestych, kiedy to napłynęła do nas heureka. W stosunkowo licznych wypowiedziach na jej temat zajmowano różnorodne stanowisko, od zagorzałych przeciwników tej metody do entuzjastycznych zwolenników włącznie. Zwolennicy heurezy zdawali sobie jednak sprawę z tego,



że przy jej stosowaniu należy ograniczać się głównie do wydobywania od uczniów rzeczy natury drugorzędnej, nie siląc się na to by uczniowie wpadli na „genialne pomysły”, które niegdyś stanowiły epokowe odkrycie w rozwoju wiedzy ludzkiej. A. Hoborski<sup>21</sup> heurystykę ocenił jako metodę „zmuszającą ucznia do ciągłej uwagi”, w pewnym stopniu mobilizując go do samodzielnego myślenia oraz dającą możliwość poznania ucznia. Ważną rolę przy tej metodzie, według niego, odgrywają zadawane przez nauczyciela pytania. Zadawanie pytań – pisał – nie jest wcale łatwe i dlatego nauczyciel powinien je obmyślać podczas swego metodycznego przygotowania do lekcji. Poprawne pytanie powinno być proste w swej konstrukcji (wyrażone zwykle zdaniem pojedynczym), nie powinno zawierać słów niezrozumiałych i mieć tylko jedną trafną odpowiedź. Pytanie powinno być kierowane do całej klasy.

Interesujące poglądy o metodach nauczania wyraził Otton Nikodym. W swojej książce pisał: „Metoda uczenia powinna być taka, aby możliwie jak największą ilość uczniów czegoś nauczyć i umysł rozwinąć”. Stwierdził, że sama znajomość metod nie wystarcza, potrzebna jest jeszcze tu „rutyna”, a tę „można zdobyć w dłuższej praktyce szkolnej”<sup>22</sup>. O wykładzie jako metodzie pisał: „Metoda czystego wykładu lub zadanej z książki lektury nadaje się jedynie dla uczniów umiejących dobrze uważać i w ogóle inteligentnych, względnie dla uczniów starszych klas [...] do słuchania wykładu trzeba dobrej i chwytnej pamięci”<sup>23</sup>. Wykład w szkole średniej może mieć miejsce dopiero w dwóch klasach najstarszych. Do coraz dłuższych wykładów trzeba uczniów przyzwyczajać stopniowo, nauczyć ich sporządzania notatek, które powinny zawierać rzeczy najistotniejsze. Za wskazane uznał, aby od czasu do czasu dawać uczniom najistotniejsze informacje, i to w szybkim tempie (wykład szkicuujący), a resztę powinni uzupełnić z książki w domu.

Lata trzydzieste niosą ze sobą przejście do nowych metod nauczania, takich jak: system daltoński i uczenie się pod kierunkiem. Metody te były dość silnie związane ze „szkołą pracy” (szkołą twórczą), która panowała powszechnie na Zachodzie.

W Polsce własne doświadczenia ze stosowania tych metod propagowali m.in. S. Neapolitański i K. Frycz. A oto ocena metody uczenia się pod kierunkiem, podana przez Neapolitańskiego: „[...] istotą metody uczenia się pod kierunkiem nie jest samodzielna praca ucznia nad lekturą danego tematu, ale wdrażanie uczniów do samodzielnej pracy unysłowej”<sup>24</sup>.

K. Frycz, po wypróbowaniu przez siebie systemu daltońskiego (przy pewnych jego modyfikacjach), rolę tej metody określił w sposób następujący: „Uczeń sam stara się jak najwięcej nauczyć z książki [...] jeśli czegoś nie rozumie nie jest zmuszany do czytania kilku podręczników lub szukania kogoś, żeby mu wytłuma czył, ale wszystko, czego nie zrozumiał, zostaje mu zaraz na następnej lekcji wyjaśnione. Nauczyciel zaś organizuje, kieruje i kontroluje pracę uczniów oraz wyjaśnia uczniowi sam, lub przy pomocy uczniów zdolniejszych, wszystko czego nie rozumie. A gdzie chodzi o systematyczne ujęcie pewnej całości wymagającej

głębszej wiedzy i szerszego horyzontu, jak np. teoria liczb niewymiernych, tzw. dyskusja zagadnień, metody rozwiązywania zadań konstrukcyjnych itp. nauczyciel sam uczy lub nawet wykląda, i w ogóle decyduje o tym czego uczeń ma i może sam się nauczyć, a co musi być *in extenso* na lekcji wyjaśnione”<sup>25</sup>.

Do najważniejszych warunków, zapewniających powodzenie tego systemu, zaliczył: wytwarzanie w klasie nastroju poważnej pracy i uświadomienie uczniów o różnicy między koleżeńskością fałszywą, a koleżeńskością prawdziwą.

Programy nauczania dla szkoły średniej ogólnokształcącej, opublikowane po roku 1932, podobnie jak i programy z lat 1919–1922 mocno podkreślały potrzebę przestrzegania zasady samodzielności ucznia. W programie dla gimnazjów państwowych czytamy: „Należy dążyć do takiego nauczania, które przy dostatecznym zainteresowaniu ogółu uczniów dawałoby pole i zachętę do samodzielnych wysiłków, a zarazem zapewniało dostateczne stopniowanie trudności”<sup>26</sup>.

Wychodząc z takiego założenia stwierdzono w tym programie, że żadna z metod nie czyni w całej pełni zadość stawianym warunkom. W związku z tym program nie narzucał metod nauczania, ani też nie wyznaczał żadnej metodzie pozycji uprzywilejowanej.

W programie dla liceum ogólnokształcącego z roku 1937 podkreślono, że w zakresie jednego i tego samego przedmiotu należy stosować różne metody nauczania, w zależności od stosunku przedmiotu do całego programu danego typu liceum. W przedmiotach należących do wspólnej „podstawy dydaktycznej” powinny przeważać takie metody przy, stosowaniu których uczeń poznaje nie tylko materiał rzeczowy, ale również zapoznaje się z metodami pracy w danej dziedzinie nauki. Żadna metoda nie powinna być stosowana wyłącznie.

W dwudziestoleciu międzywojennym duże znaczenie w nauczaniu matematyki przypisywano pomocom naukowym, w szczególności modelom geometrycznym, w tworzeniu nowych pojęć geometrycznych. Uważano, że modele i rysunek przyczyniają się do umacniania aktywności i zaangażowania ucznia w to, o czym mówi się na lekcji. Rysunki wykonywane przez nauczyciela na tablicy uważano za środek przejścia od operacji nad przedmiotami spostrzeganymi przez ucznia do operowania myślowego przedmiotami, a więc do uogólnień i abstrakcji.

W poszukiwaniu refleksji teoretycznej w kręgu celów, metod i środków nauczania matematyki warto rzucić okiem na treści nauczania i sposoby ich traktowania w zmieniających się programach. Przy podejmowaniu prób reformy programów szkoły średniej ogólnokształcącej dominował pogląd, że przy doborze treści nauczania należy brać pod uwagę dwa podstawowe kryteria: a) kryterium użyteczności (treści należy dobierać z punktu widzenia ich użyteczności do dalszych studiów lub działalności zawodowej absolwenta szkoły), b) kryterium rozwoju (treści powinny kształcić i rozwijać intelektualnie ucznia).

M. Hornowski pisał: „Nauczanie matematyki wymaga subtelnej i drobiazgowej analizy doboru materiału, aby przedstawiał wartość praktyczną w potocznym rozumieniu tego wyrazu i był osiągany logicznie bez luk i skoków, których

istnienie nie tylko utrudniałoby niesłuchanie proces zdobywania wiedzy lecz pozostawiały pod znakiem zapytania wszelką wartość wiedzy zdobytej<sup>27</sup>.

Idea wiązania nauczania matematyki z zagadnieniami czerpanymi ze środowiska ucznia i innych dziedzin nauki znalazła wyraźne odbicie w polskich programach matematyki, wydanych w latach trzydziestych w związku z realizacją reformy, tzw. jędrzejowiczowskiej. Idea ta pojawiła się wcześniej, natomiast praktyczne jej znaczenie zostało wyraźnie zaakcentowane w programach wydanych po roku 1932. W tychże programach położono też duży nacisk na sprawy ogólnorozwojowe, podkreślono, że treści powinny rozwijać ucznia pod względem intelektualnym i sprzyjać jego samodzielności we wszystkich sferach. Taka samodzielność powinna być fundamentalnym celem wychowania.

W dyskusji nad programami nauczania matematyki dość często podkreślano, że nie powinny się w nim znaleźć zagadnienia, które są zbyt abstrakcyjne, mało kształtujące, a nawet hamujące rozwój ucznia. Do takich zagadnień m.in. zaliczano: geometryczną teorię odcinków (przyjętą od matematyków włoskich) i teorię liczb niewymiernych opartą na przekroju Dedekinda. Wyrażono pogląd, że program nauczania matematyki powinien być konstruowany tak, aby ilustrował pewien ciąg pojęć, których doniosłość jest oczywista, a nicią przewodnią w jego realizacji powinny być główne idee i pojęcia matematyki. Większy nacisk powinien być w nich położony na pojęcia wiodące, np. pojęcie funkcji, które uczeń powinien przyswoić sobie i umieć zastosować je do rozwiązywania zadań z różnych działów matematyki i innych nauk.

Z uwagi na to, że nauka o funkcji w polskiej szkole nie miała jeszcze tradycji rozpoczęto intensywne poszukiwania sposobów jej rozwijania według założeń programu merańskiego. Pojawiały się różne propozycje dydaktyczne wprowadzenia pojęcia „funkcja”. Jedną z nich była propozycja S. Gołęba i J. Leśniaka. Została ona spopularyzowana na łamach czasopisma „Matematyka i Szkoła”<sup>28</sup>.

Pojęcie funkcji znalazło też należne potraktowanie w kilku ówczesnych podręcznikach szkolnych i zbiorach zadań. W tych ostatnich mocno promowano zadania na tzw. dyskusję, których rozumienie ukształtowało się w Polsce w dużym stopniu pod wpływem podręcznika E. Borela. Ukazały się nawet oddzielne pozycje książkowe podporządkowane zależności funkcjonalnej w matematyce<sup>29</sup>.

Drugą ideą, która znalazła pewien wyraz w polskich programach i podręcznikach szkolnych, była idea fuzjonizmu (łączenia różnych działów matematyki). Zauważalną formą realizacji tej idei było opublikowanie wspólnych książek dla różnych działów matematyki szkolnej<sup>30</sup>. W jednej książce uwzględniono zagadnienia z różnych dziedzin, np. arytmetyki i geometrii, trygonometrii i geometrii analitycznej. W niektórych podręcznikach nie dzielono wyraźnie geometrii na planimetrię i stereometrię. Niewątpliwie w idei fuzjonizmu nie chodziło o umieszczanie różnych wiadomości obok siebie, ale o ich wzajemne przenikanie. Takie zbliżanie do siebie różnych dyscyplin matematyki miało dać szerszy pogląd na istotę matematyki i jej sposób opisywania materialnego świata. Konkretyzację

jednych pojęć za pomocą drugich uznawano za ważny środek poglądowy, umożliwiający lepsze „uchwycenie” treści danego pojęcia. Chodziło też o to, by narzędzie badania jednej dziedziny wiedzy mogło być wykorzystywane w innej dyscyplinie. Takie podejście stanowiło podstawę do wysuwania propozycji wiązania, w nauczaniu szkolnym, rozwiązywania równań z nauką o funkcjach, zgodnie ze związkami treściowymi. Upatrywano w takim podejściu jeden z możliwych sposobów „łagodnego” przejścia od równań do funkcji. Dawniej równania i funkcje, równania i nierówności traktowano w nauczaniu szkolnym jako odrębne tematy. Obecnie idea ich powiązania znalazła praktyczną realizację w programach i podręcznikach szkolnych.

Do pojęć matematycznych, które w okresie międzywojennym wzbudzało szersze zainteresowanie w środowisku nauczycieli matematyki należało niewątpliwie pojęcie granicy ciągu. Pojęcie to doczekało się kilku propozycji jego ujęcia od strony dydaktycznej. Starano się znaleźć najlepszą z możliwych dróg, prowadzących do tego pojęcia. Zastanawiano się jaka ma być metoda wprowadzenia tego pojęcia i jak rozwiązać powstający w związku z nim problem pogodzenia dwóch kryteriów: poprawności logicznej i dostępności dla ucznia. Co do zakresu opracowania teorii granic zdania były podzielone.

Z rozważanych metod wprowadzenia w szkole średniej pojęcia granicy ciągu na uwagę zasługują dwie. Jedną przedstawił S. Steckel<sup>31</sup>, drugą – Z. Czarkowska (Krygowska)<sup>32</sup>. Steckel proponował przed podaniem definicji granicy ciągu rozpatrzenie odpowiednio dobranych zadań, mających na celu przygotowanie ucznia do „uchwycenia” istotnych cech nowego pojęcia. Za wskazane (przed podaniem definicji) uznał wprowadzenie pojęcia „prawie wszystkie wyrazy ciągu należące do przedziału”. Po podaniu definicji (pojęcia granicy ciągu) należało zająć się jej analizą wraz z interpretacją geometryczną, a następnie przejść do zadań, w których trzeba byłoby zastosować wprowadzoną definicję. Po rozwiązaniu dostatecznej liczby takich zadań należało podać kilka twierdzeń teorii granic wraz z dowodami. Za niewskazaną w szkole średniej Steckel uznał definicję posługującą się pojęciem punktu skupienia ciągu, twierdząc, że byłaby dla ucznia za trudna. Koncepcja ta była, m.in., przedmiotem referatu wygłoszonego na I Zjeździe Matematyków Polskich w 1927 roku. Wzbudziła ona duże zainteresowanie wśród uczestników sekcji dydaktycznej Zjazdu. Dodajmy, że podjęcie tego tematu na Zjeździe było z jednej strony uznaniem jego ważności w kursie szkolnej matematyki, a z drugiej, miało niejako zaaprobować wypracowaną przez autora metodę ujęcia tak trudnego i nie spopularyzowanego w polskiej literaturze metodycznej pojęcia. Miało też na celu przełamanie oporu niektórych matematyków, co do możliwości opracowania teorii granic w sposób odpowiadający intencjom programu matematyki i zrozumiałe dla uczniów.

Koncepcja metodycznego ujęcia pojęcia granicy opracowana przez Z. Czarkowską (Krygowską) różniła się istotnie od koncepcji Steckela. Propozycja

Z. Czarkowskiej oparta była na pojęciu ciągu monotonicznego i na pojęciu ciągu wybranego z danego ciągu.

Charakterystycznym rysem tej koncepcji jest zerwanie z tradycjonalizmem, który polegał na przenoszeniu metod uniwersyteckich do szkoły średniej. Koncepcja Czarkowskiej została przedstawiona na łamach czasopisma „Matematyka i Szkoła”<sup>33</sup>.

Z tych dwóch propozycji przyjęła się w szkole koncepcja Steckela. Obie stanowiły jednak znaczący krok na drodze poszukiwań nowych ujęć trudniejszych pojęć matematyki, były wyrazem osiągnięć ówczesnej myśli pedagogicznej i stały się impulsem do dalszych poszukiwań w następnych latach.

Znaczącym osiągnięciem polskiej myśli dydaktycznej w matematyce omawianego okresu było wprowadzenie w wyższych klasach szkoły średniej (w liceach typu matematyczno-fizycznego) podstawowych pojęć matematyki wyższej (geometrii analitycznej i elementów rachunku różniczkowego i całkowego). Powstały wartościowe podręczniki szkolne S. Straszewicza i S. Kulczyckiego, S. Steckela, A. Łomnickiego i J. Miłulowicza, uwzględniające pojęcia matematyki wyższej.

Niezwykłe metodycznie ujęcie zagadnień matematyki wyższej podał R. Wilkowski – nauczyciel matematyki w Gimnazjum i Liceum im. Sułkowskich w Rydzynie. W oparciu o przeprowadzony w tej szkole w latach 1930–1936 eksperyment opracował sposób ujęcia zagadnień rachunku różniczkowego i całkowego dla potrzeb szkoły średniej. Koncepcja ta została przez autora spopularyzowana na zebraniu Ogniska Metodycznego w Poznaniu, a następnie opublikowana na łamach czasopisma „Matematyka i Szkoła”<sup>34</sup>.

Doświadczenia pedagogiczne Wilkowskiego doprowadziły go do sformułowania pewnych uogólnień natury psychologicznej i metodycznej. Można je traktować jako przyczynek do teorii nauczania matematyki. A oto one: 1) zbyt trudne dla ucznia pojęcia należy najpierw ujmować w sposób intuicyjno-poglądowy, ale rzetelny, 2) ujęcie intuicyjno-poglądowe powinno stanowić punkt wyjścia do ujęcia bardziej abstrakcyjnego, 3) najlepszym sposobem studiowania przedmiotów ścisłych jest zbliżanie się etapami do pełnej ścisłości, 4) przejście ucznia przez „szkolny kurs” matematyki powinno mu (jako absolwentowi) ułatwić przyszłe studiowanie matematyki lub przedmiotów pokrewnych, lepiej wniknąć w cel i treść wykładu w wyższej uczelni.

Powyższe poglądy miały w ówczesnej Polsce wielu zwolenników, tym bardziej, że były one zbieżne z zapatrywaniami na te kwestie w innych krajach, takich jak Francja i Niemcy.

O żywotności i rozwoju polskiej myśli dydaktycznej w zakresie matematyki w omawianym okresie świadczyły też pojawiające się propozycje, dotyczące ujmowania niektórych prawd geometrycznych. Postawiono pierwszy krok w kierunku zmiany struktury geometrii, widać to m.in. w podręczniku W. Wójtowicza: *Zarys geometrii elementarnej do użytku szkół średnich* (1926). Do geometrii po roku 1932 „wkroczyła” liczba rzeczywista, wprowadzono układ współrzędnych.

W podręcznikach szkolnych matematyki S. Straszewicza, S. Kulczyckiego i B. Iwaszkiewicza znalazły miejsce przekształcenia geometryczne. Wszystko to zmierzało do zerwania z tradycyjnym wykładem geometrii opartym na *Elementach* Euklidesa. W ostatnich latach międzywojennych zaczął torować sobie drogę pogląd, że przekształcenia geometryczne powinny należeć do centralnych zagadnień geometrii szkolnej.

Bilansując polski wkład w teorię nauczania matematyki w dwudziestoleciu międzywojennym należy podkreślić, że jest on znaczący. Można go różnie odczytywać. Dostrzegać zarówno kontynuację najlepszych tradycji polskiej myśli pedagogicznej, jak też rozwinięcie nowych idei i koncepcji na miarę tamtych czasów.

Dalszy rozwój myśli pedagogicznej już w pierwszych latach okupacji hitlerowskiej został zahamowany na 6 lat. Dopiero gdy skończyła się druga wojna światowa przystąpiono do odbudowy warsztatów naukowych i prac nad nową organizacją szkolnictwa i programami nauczania. Opracowanie nowych programów wymagało pewnego czasu, bowiem ich twórcy zgrupowani w powołanych przez Ministerstwo Oświaty komisjach przedmiotowych musieli pokonać liczne trudności, dostosowując programy do zaistniałych w Polsce nowych koncepcji organizacji szkolnictwa. Nie łatwo było znaleźć wypróbowane gdzie indziej wzory. Dlatego w pierwszych latach po wojnie szkoły pracowały w oparciu o programy przedwojenne, częściowo zmieniane i modyfikowane w kolejnych latach.

Przy tworzeniu nowych programów nauczania matematyki, zwłaszcza dla starszych klas szkoły podstawowej, w komisji programowej zaznaczyły się różnice w poglądach na cele wprowadzania niektórych pojęć matematycznych, a szczególnie na sposób ujęcia metodycznego tematyki z zakresu geometrii. Trudności te zostały jednak pokonane i powstał program dla szkoły podstawowej, który został ogłoszony w roku 1947, jako tymczasowy. Różnił się on w znacznym stopniu od realizowanego przedwojennego programu dla szkół III-go stopnia.

Program matematyki dla klas licealnych (przed wojną zróżnicowany w zależności od typu liceum) jako jednolity w klasach VIII–XI ukazał się przy końcu sierpnia 1949 roku. Nowy program obowiązywał od roku szkolnego 1950/1951 (w roku szkolnym 1949/50 – realizowany był w końcowych klasach program przedwojenny oraz w innych program przejściowy, który był pomostem ułatwiającym przejście do nowego) i obejmował tematykę znacznie skromniejszą od tej, którą zawierał program przedwojenny. Usunięto: rozdział o indukcji matematycznej oraz elementy teorii granic i rachunku różniczkowego (pojęcie granicy ciągu należało powiązać z pojęciem granicy funkcji i w oparciu o przykłady), zaś pojęcie pochodnej miało służyć do określenia pojęć dotyczących ruchu zmiennego oraz pojęcia stycznej do krzywej płaskiej.

Program nie zakładał rozwijania teorii rachunku różniczkowego, należało ograniczyć się tylko do obliczania pochodnych prostych funkcji w oparciu o definicję pochodnej. Stało się to oczywiście na skutek skrócenia o jeden rok okresu nauczania w szkole ogólnokształcącej. W programie zwrócono natomiast większą



uwagę, niż dawniej, na pojęcie funkcji, na pogładowe przedstawianie funkcji w postaci wykresu, co miało prowadzić do dobrych efektów dydaktycznych.

Nauczanie geometrii na poziomie licealnym utrzymało dawniejszy charakter dedukcyjny. Materiał naukowy został jednak nieco zredukowany w porównaniu z przedwojennym. Zostały usunięte dowody wymagające pojęcia granicy ciągu (np. dowód wzoru na objętość ostrosłupa). Stało to się za sprawą skromniejszego potraktowania pojęcia granicy w kursie algebry.

W latach 1949 i 1950 nauczyciele matematyki nie otrzymali dostatecznej pomocy metodycznej, gdyż w tych latach nie ukazały się żadne wydawnictwa z tego zakresu. Musieli zadowolić się tymi, które pozostały z okresu międzywojennego, które zawierały niewątpliwie wiele wartościowego materiału, ale były w większości nie dostosowane do nowych potrzeb, a ponadto trudne do znalezienia, praktycznie nieosiągalne. Nic więc dziwnego, że w pierwszych latach odbudowy szkolnictwa (na nowych podstawach ustrojowych i programowych) należało sięgać do literatury metodycznej radzieckiej i wybierać z niej to, co odpowiadało naszym rodzimym potrzebom.

Z polskich książek metodycznych, przedwojennych, najdłużej była wykorzystywana w praktyce książka S. Neapolitańskiego: *Zarys dydaktyki matematyki* z roku 1929. O wartości tej książki świadczyło jej wznowienie w roku 1958.

Momentem przełomowym dla rozwoju polskiej myśli dydaktycznej w matematyce było ukazanie się w roku 1948 czasopisma przedmiotowego „Matematyka” – redagowanego przez B. Iwaszkiewicza – autora cennych podręczników szkolnych z matematyki. W czasopiśmie tym zamieszczano artykuły traktujące o wybranych zagadnieniach matematyki szkolnej.

Dużym osiągnięciem w dziedzinie wydawnictw metodycznych dla nauczycieli matematyki w szkołach średnich było opublikowanie dwóch oryginalnych prac metodycznych. Pierwsza z nich dotyczyła nauczania trygonometrii, wyszła spod pióra S. Kartasińskiego i nosiła tytuł: *Nauczanie trygonometrii w szkole ogólnokształcącej* (1953), druga – poświęcona została nauczaniu geometrii w klasach licealnych – i otrzymała tytuł: *Nauczanie geometrii w klasach licealnych* (1954). Autorami tej książki byli: Z. Krygowska, S. Kulczycki i S. Straszewicz (red.). W roku 1958 ukazała się książka D. Gierulanki *O przyswajaniu sobie pojęć geometrycznych*, a dwa lata później książka Fr. Urbańczyka – *Zasady nauczania matematyki*. Mimo wydania powyższych prac nadal odczuwano brak pełnej metodyki nauczania matematyki.

Pisząc o książkach metodycznych dla nauczycieli nie sposób nie wspomnieć o książce R. Wilkowskiego – *Elementy matematyki wyższej dla początkujących i samouków*, wydanej w roku 1947. Została ona przygotowana do druku przez S. Gołąba na podstawie maszynopisu pozostawionego przez Wilkowskiego.

W rozwoju myśli dydaktycznej matematyki, w pierwszych latach po wojnie, coraz silniej narastają pewne idee, które można ująć następująco: matematykę traktować należy jako naukę wyrosłą z praktyki, z doświadczenia zmysłowego

i pracy umysłu człowieka, z jego praktycznej i poznawczej działalności. Następną ideą, która coraz wyraźniej przenikała do nauczania matematyki można tak scharakteryzować: matematyka powinna być traktowana jako uniwersalna nauka, dostarczająca nie tylko metod badania szeroko rozumianej rzeczywistości, ale także nieodzownych narzędzi do rozwiązywania wszelkich problemów praktycznych (technicznych, gospodarczych i społecznych).

Toczyły się więc spory o cele i metody nauczania matematyki. Dominował pogląd, że cele ogólne nauczania matematyki powinny pokrywać się z ogólnymi celami i zadaniami szkoły. Wśród celów specyficznych nauczania matematyki wyróżniano: cele formalne i materialne (dzisiaj powiemy kształcące i poznawcze) oraz cele wychowawcze. Żądano – i to jest następna, aktualna wówczas idea – oparcia metod nauczania matematyki na dialektycznej teorii poznania. Organizowano także eksperymenty w oparciu o psychologię Piageta. W dydaktyce próbowano korzystać z osiągnięć nauki Pawłowa o odruchach warunkowych<sup>35</sup>.

Zwracano uwagę na konieczność kształtowania u uczniów takich pojęć jak: operacja i prawo matematyczne, co wiązało się z przenikaniem do nauczania matematyki idei „struktur matematycznych”. Stwarzało to pokusę do wczesnego wdrażania ucznia do myślenia w terminach: „zbiór” i „operacja”, do używania języka algebry i teorii mnogości<sup>36</sup>.

Coraz silniej wysuwano postulat „łączenia teorii z praktyką”. Pod wpływem prądów pedagogicznych i kierunku zastosowań matematyki żądano, aby nauczanie matematyki wiązać z życiem i działalnością aktualną młodzieży.

Krytykowano tradycyjne zadania tekstowe, przeciwstawiając im otwarte problemy matematyczne. Zagadnienia te stały się m.in. przedmiotem rozważań artykułu Z. Krygowskiej<sup>37</sup>.

Ciągle żywym pozostawał postulat aktywizacji ucznia, a więc kształtowania jego aktywnej, samodzielnej i twórczej postawy. Były to problemy wymagające dużego wysiłku badawczego i wykorzystania rezultatów psychologii genetycznej i psychologii myślenia.

Z powyższych rozważań, które nie mogą być wyczerpujące, wynika, że w pierwszym 15-leciu Polski Ludowej podejmowano próby zmiany orientacji dydaktycznej przedmiotu. Zaznaczyły się, podobnie jak w innych krajach Europy i Ameryki, dążenia do zreformowania nauczania matematyki w kierunku modernizacji materiału i metod nauczania. Źródłem tego co raz bardziej przybierającego na sile, ruchu był rozwój matematyki i przenikanie jej pojęć i metod do innych nauk oraz do wielu dziedzin praktycznej działalności człowieka.

## ZAKOŃCZENIE

Jeśli prześledzić drogę, jaką przebyła polska dydaktyka matematyki nie podobna zaprzeczyć stwierdzeniu, że w jej dziejach nie było nigdy całkowitego zastoju,



były tylko okresy mniejszego ożywienia. Zawsze poszukiwano coraz lepszych, nowych rozwiązań metodycznych zagadnień matematyki szkolnej. Te nowe rozwiązania zazwyczaj odzwierciedlały ogólne tendencje naukowe i dydaktyczne okresów, w których one powstawały, uwzględniały nowe dążenia czasów. Twórcy nowych rozwiązań korzystali z doświadczeń poczynionych w innych krajach, co oczywiście nie hamowało ich własnej inwencji i dążeń oparcia się o tradycje narodowe.

Twórczy stosunek do zagadnień nauczania matematyki pojawiał się ze szczególną ostrością w trzech okresach rozwoju polskiej szkoły, a mianowicie: u schyłku I Rzeczypospolitej w koncepcjach Komisji Edukacji Narodowej, a następnie w okresie organizacji szkolnictwa i tworzenia programów w niepodległym państwie polskim po I wojnie światowej oraz w okresie przebudowy ustroju szkolnego w Polsce Ludowej.

### Przypisy

<sup>1</sup> Cyt. za: A. Wachułka: *Zarys rozwoju nauczania matematyki*. W: W. Janowski (red.) *Wybrane zagadnienia metodyki matematyki*. Warszawa 1971 s. 18–19.

<sup>2</sup> Cyt. za: Z. Iwaszkiewiczowa: *Nauczanie arytmetyki w szkołach Komisji Edukacji Narodowej*. W: *Epoka wielkiej reformy. Studia i materiały do dziejów oświaty w Polsce XVIII wieku*. Lwów-Warszawa 1923 s. 28.

<sup>3</sup> Zob. „Muzeum” 1906 t. 1 z. 3 s. 191–214, t. 2 z. 2 s. 93–145.

<sup>4</sup> Ł. Bötcher: *Kilka uwag w sprawie reformy nauczania matematyki*. „Muzeum” 1905 z. 2 s. 165.

<sup>5</sup> Zob. „Wiadomości Matematyczne” t. 12 „Dodatek” 4, 1908 r.

<sup>6</sup> L. Zarzecki: *W sprawie nauczania matematyki w związku z ogólnowychowawczymi zagadnieniami*. „Sprawy Szkolne” 1908 nr 5 s. 339.

<sup>7</sup> Tamże s. 340.

<sup>8</sup> Zob. „Sprawy Szkolne” 1908 nr 7 s. 555.

<sup>9</sup> A. Hobborski: *O nowym projekcie reformy nauczania matematyki w szkołach średnich*. „Muzeum” 1908 z. 3 s. 338–342.

<sup>10</sup> „Wiadomości Matematyczne” 1912 t. XVI „Dodatek”.

<sup>11</sup> Por. W. Dubiel: *Polska myśl dydaktyczna w dziedzinie nauczania matematyki w 20-leciu międzywojennym (1918–1939)*. Lublin 1988.

<sup>12</sup> W. Arva: *Jak prowadzić naukę o funkcjach w naszych gimnazjach*. „Muzeum” 1911 t. 2 z. 5 s. 500–521.

<sup>13</sup> L. Horodyński: *O nauczaniu matematyki w galicyjskich szkołach realnych*. „Muzeum” 1913 s. 162–182.

<sup>14</sup> Tamże s. 163.

<sup>15</sup> Zob. K. Wuczyńska: *Wybrane problemy nauczania matematyki w szkołach średnich na początku Drugiej Rzeczypospolitej*. „Dydaktyka Matematyki” 1982 s. 89.

<sup>16</sup> S. K w i e t n i e w s k i: *Metodyka nauczania matematyki*. W: *Poradnik dla samouków*. T. 1 Warszawa 1915 s. 95–114.

<sup>17</sup> S. N e a p o l i t a ń s k i: *Zarys dydaktyki matematyki*. Warszawa 1958 s. 35.

<sup>18</sup> W. B o r e j k o: *Uwagi o nauczaniu matematyki w gimnazjum typu humanistycznego*. „Muzeum” 1927 z. 3 s. 129.

<sup>19</sup> K. C w o j d z i ń s k i: *Jak pozyskać ucznia dla matematyki*. „Muzeum” 1928 z. 2 s. 146.

<sup>20</sup> M. H o r n o w s k i: *Nauczanie matematyki w szkole średniej* (omówienie referatu wygłoszonego na II Kongresie Pedagogicznym 1931). „Parametr” 1932 z. 8–10 s. 318.

<sup>21</sup> A. H o b o r s k i: *Uwagi o dydaktyce matematyki dla wyższych klas gimnazjów klasycznych*. W: Z. P i c h ó r, A. H o b o r s k i: *Metodyka nauczania matematyki*. 1919 s. 26, 33.

<sup>22</sup> O. N i k o d y m: *Dydaktyka matematyki czystej w zakresie gimnazjum wyższego*. T. 1 Warszawa 1930 s. 47.

<sup>23</sup> Tamże s. 49.

<sup>24</sup> S. N e a p o l i t a ń s k i: *Uczenie się pod kierunkiem*. „Parametr” 1930 z. 2 s. 72.

<sup>25</sup> K. F r y c z: *Zmodyfikowany system daltoński i jego zastosowanie w szkole średniej ogólnokształcącej i zakładach kształcenia nauczycieli*. „Parametr” 1932 z. 6–7 s. 161.

<sup>26</sup> *Program nauki w gimnazjach państwowych. Matematyka* (Projekt). Lwów 1933 s. 22.

<sup>27</sup> M. H o r n o w s k i: *Nauczanie matematyki*, s. 318.

<sup>28</sup> S. G o ł ą b, J. L e ś n i a k: *Pojęcie funkcji i równania*. Cz. I. „Matematyka i Szkoła” 1938 z. 1; *O pojęciu funkcji i równania*. Cz. II. „Matematyka i Szkoła” 1938 z. 2–3.

<sup>29</sup> S. B ó b r: *Badanie funkcji liniowej oraz trójmianu drugiego stopnia*. Warszawa 1920; R. W i t w i ń s k i: *Badanie zależności funkcjonalnej dla wyższych klas szkół średnich*. Wyd. 2. 1921.

<sup>30</sup> Zob. J. M i h u ł o w i c z: *Podręcznik arytmetyki i algebry dla VII klasy gimnazjalnej*. Wyd. 4. Lwów 1930; K. S t r u t y ń s k i: *Arytmetyka i geometria. Stopień niższy*. Cz. III. Wyd. 2. Lwów 1928.

<sup>31</sup> S. S t e c k e l: *Pojęcie granicy w szkole średniej*. „Matematyka i Szkoła” 1927 nr 7–8.

<sup>32</sup> Z. C z a r k o w s k a: *Pojęcie granicy w szkole średniej*. „Matematyka i Szkoła” 1937 z. 1.

<sup>33</sup> Tamże.

<sup>34</sup> R. W i ł k o w s k i: *Rachunek różniczkowy i całkowy w Rydzynie*. „Matematyka i Szkoła” 1939 z. 1.

<sup>35</sup> Zob. S. R a c i n o w s k i: *Lekcja matematyki*. Warszawa 1961 s. 17.

<sup>36</sup> Z. K r y g o w s k a: *Wykłady z dydaktyki matematyki*. Kraków 1967 s. 44–66.

<sup>37</sup> Z. K r y g o w s k a: *Uwagi o zadaniach matematycznych rozwiązywanych w szkole*. „Matematyka” 1959 nr 5, 6.

*Władysław Dubiel*

## HISTORY OF THE THEORY OF TEACHING MATHEMATICS IN POLISH SECONDARY SCHOOLS

The article provides an introduction to the history of Polish conceptions of teaching mathematics (from the establishment of the Commission for National Education until the Act on the Development of Schooling and Education in Poland of July 1961). The author concentrates on how ideas and conceptions of teaching mathematics at schools developed in the historical process. Special attention is given to those problems in the teaching of mathematics which aroused interest in the circles of mathematicians and teachers. These problems have been presented in the light of more wide-ranging transformations in Polish pedagogical thought and in connection with the general current of reforming the teaching of mathematics at the beginning of the 20th century. Quite a lot of space is devoted to the teaching of mathematics in the years 1918–1939, when many didactic conceptions were developed regarding some of the more difficult points in mathematics syllabuses. The last part of the article presents the development of Polish mathematics syllabuses in the years 1944–1960, and the problems that emerged in implementing them.