Więsław, Witold

Nieznany rękopis Jana Śniadeckiego

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 49/3-4, 167-196

2004

Witold Więsław
Instytut Matematyczny
Uniwersytetu Wrocławskiego

NIEZNANY RĘKOPIS JANA ŚNIADECKIEGO

WSTĘP

Rękopis *Teorya Teleskopów Akromatycznych* Jana Śniadeckiego, którego pełną treść przytaczam poniżej, odnalazłem w roku 2001 w Archiwum Historycznym Wilna. Początkowo nie doceniłem wagi tego odkrycia. Sądziłem, że tak jak inne rękopisy Śniadeckiego znajdujące się w tym zbiorze, na pewno został wcześniej opublikowany, a przynajmniej został gdzieś odnotowany. Jakież było moje zdziwienie, gdy okazało się, że informacji o tym tekście nie odnalazłem w żadnej ze znanych mi publikacji o Janie Śniadeckim, w tym także książkowych. Nie ma o nim wzmianki w publikacjach z XIX wieku. Nie wspomina o nim ani Michał Baliński [2–3], znany historyk, zięć Jędrzeja Śniadeckiego, ani Józef Bieliński [4], czy też Maurycy Straszewski [30]. W publikacjach z XX wieku też nie ma informacji o istnieniu tego rękopisu. Nie odnalazłem takiej informacji w monografiach [6]–[9], [21] i [24]. Artykuły omawiające twórczość matematyczną Śniadeckiego też milczą na ten temat (vide: [11], [13], [14], [23], [35]). Najlepiej udokumentowane źródło informacji o publikacjach i rękopisach Jana Śniadeckiego, pierwszy tom jego korespondencji [25] opracowany przez Kamykowskiego, także nie odnotowuje istnienia takiego rękopisu. Postanowiłem więc opublikować ten tekst z krótkimi komentarzami. Po zastanowieniu się doszedłem do wniosku, dlaczego ten tekst umknął uwadze badaczy. Rozprawa

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki R. 49: 2004 nr 3–4 s. 167–196

została napisana wkrótce po przyjeździe Jana Śniadeckiego do Krakowa z podróży do Europy Zachodniej, przed jego następną podróżą zagraniczną. W lipcu 1787 roku Śniadecki był w Londynie. Zachował się list rektora Feliksa Oraczewskiego do Śniadeckiego datowany 12 lipca 1787 roku do Londynu (por. [43], str. 38) Natomiast w październiku tego roku Śniadecki był już w Krakowie ([6], str. 27–28). Trzeciego października 1787 roku Śniadecki otworzył publiczną sesję Szkoły Głównej mową *O zamiarach powołania akademickiego*. Na sesji tej Feliks Oraczewski objął rządy w uniwersytecie. Większość ważniejszych tekstów Śniadeckiego, np. przemówienia, korespondencja urzędowa, część listów prywatnych, związanych z Akademią Krakowską lub z nauką, została opublikowana jeszcze za jego życia. Podobna sytuacja miała miejsce w Wilnie. Jego artykuły z zakresu filozofii, języka polskiego, historii, matematyki i astronomii, jak też wystąpienia okolicznościowe, były systematycznie publikowane w „Dzienniku Wileńskim", a później w czterech tomach jego dzieł [32], wydanych w latach dwudziestych XIX stulecia i wznawianych w XIX wieku. Teksty te były cenzurowane nawet wtedy, gdy był on rektorem Cesarskiego Uniwersytetu Wileńskiego. Nie odnalazłem jednak śladów tej cenzury w jego tekstach, w przeciwieństwie do tekstów innych profesorów wileńskich, np. Tomasza Życkiego. Drukowane wersje tych tekstów różnią się istotnie od ich rękopisów.

Najprawdopodobniej to sam Śniadecki zapomniał o rękopisie poświęconym teleskopom. Śniadeckiego zafascynowały teleskopy w Londynie, w czasie jego wizyty w 1787 roku. Pisze o tym szczegółowo Baliński [2–3]. To Śniadecki poinformował listownie Paryską Akademię Nauk o badaniach astronomicznych w Londynie, w szczególności o badaniach Williama Herschela. Śniadecki korespondował przez lata z Marcinem Poczobutem z Wilna. Tematyka teleskopów pojawia się w listach często. Budowę teleskopu Herschela opisał Śniadecki szczegółowo w liście do Poczobuta datowanym z Krakowa 18 lutego 1788 i w liście do Joachima Chreptowicza z 10 marca 1788 (por. [26]). Zapewne też wtedy pracował nad tekstem o teleskopach. Tekst ten powstał w Krakowie. Później Śniadecki zajęty był innymi sprawami, wiele podróżował. W trudnym okresie naszej historii był rektorem Uniwersytetu Wileńskiego. Pod koniec życia budował dom w Jaszunach, urządzał w nim małe obserwatorium astronomiczne, przygotowywał drugie rozszerzone wydanie *Rachunku algebraicznego teoryi* [38], które niestety, nie wyszło drukiem, choć częściowo zachowało się w rękopisie i odpisach. Książka miała być rozszerzona o wykład rachunku różniczkowego. Brakło mu już na to sił.

Po wybuchu postania listopadowego rodzina Balińskich (siostrzenica Zofia, córka Jędrzeja i jej mąż Michał), obawiając się zniszczenia spuścizny Jana Śniadeckiego, przewiozła jej część do Krakowa. Rękopisy te znajdują się do dziś w Bibliotece Jagiellońskiej. W dworku w Jaszunach pozostała część pamiątek po Janie, w tym globusy i rękopisy. Przetrwały one tam do roku 1939 (vide [1]).

Słownik bibliograficzny [21] wydany przez Janowskiego nie wymienia zbioru prac naukowych Śniadeckiego [28].

Po wybuchu wojny w 1939 roku, zaraz po wkroczeniu Armii Czerwonej do Wilna, dawna posiadłość Jana Śniadeckiego, wówczas znajdująca się jeszcze w rękach Heleny z Wagnerów Dowgiałłowej, ostatniej spadkobierczyni dworku w Jaszunach, została splądrowana przez starowierców, mieszkańców sąsiedniej wsi Gaj [1].

Okazuje się, że po zamknięciu Uniwersytetu Wileńskiego w roku 1832, rękopisy Jana Śniadeckiego, znajdujące się w obserwatorium astronomicznym, dołączono do dokumentów nowo powstałej Akademii Medyko-Chirurgicznej, a po jej likwidacji w roku 1842, trafiły do któregoś z rosyjskich archiwów. W roku 1940 miejscem przechowywania dokumentów byłej Akademii Medyko-Chirurgicznej był Centralnyj Gosudarstwiennyj Archiw Wnutriennej Politiki, Kultury i Byta. Być może dokumenty te były tam już w roku 1927, sądząc z niejasnych adnotacji archiwalnych. W roku 1986 zauważono, że dokumenty te (sześć oprawionych tomów) nie mają związku z Akademią Medyko-Chirurgiczną. Wydzielono je więc z tego zbioru i przekazano do Archiwum Historycznego w Wilnie.

Informacje powyższe uzyskałem od kustosza Archiwum Historycznego w Wilnie we wrześniu 2004 roku.

Rękopis o teleskopach przeleżał więc dziesiątki lat za czasów radzieckich, kiedy nie było do niego dostępu. Dopiero zmiany polityczne w Europie w latach dziewięćdziesiątych XX wieku spowodowały, że archiwa i biblioteki w Europie Wschodniej stanęły otworem dla badaczy.

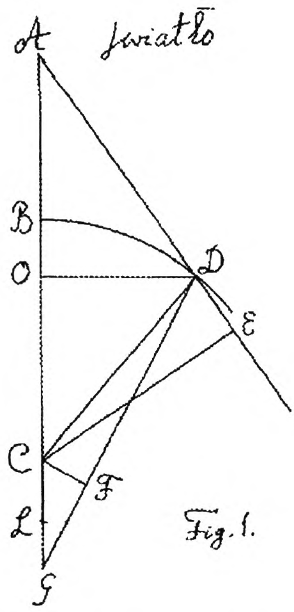
Tekst ([28], F1511–23, str.311–328) liczy 18 numerowanych stron formatu B4, z szerokimi marginesami, napisany na ogół czytelnym pismem koloru brązowego, z nielicznymi poprawkami i skreśleniami. Tekst, oprawiony razem z innymi tekstami, w tym także Jana Śniadeckiego, ma niewłaściwą numerację stron. W cytowanym poniżej tekście zachowana została oryginalna pisownia i interpunkcja. Tekst ten jest w pełni oryginalną pracą naukową Śniadeckiego. Jest to jedno z nielicznych osiągnięć naukowych z nauk ścisłych w naszym kraju, w drugiej połowie XVIII stulecia. Szczegółowe uzasadnienie tej opinii podane zostanie po przytoczeniu tekstu rękopisu, na końcu tej pracy. Co prawda oryginalne rozprawy z matematyki pisał Simon Lhuillier, przebywający wtedy w Polsce jako bibliotekarz księcia Adama Czartoryskiego i członek KEN, ale trudno go uważać za polskiego matematyka (por. [38]).

[str.1]
[Jan Śniadecki]

Napisane R^{u} $1788^{\underline{go}}$

Teorya Teleskopów Akromatycznych i wszystkich Optycznych Instrumentów ze szkieł samych, lub ze szkieł i zwierściadeł złożonych.

[str.2] Fig.1



<u>Wynalezienie Ogniska w Szkłach.</u>

§ **I**. Niech będzie BD powierzchnia kulista, BC oś, C srzodek kuli, A punk[t] swiecący na osi, promień wpadaiący AD, dosyć blisko osi AC, tak że kąty BAD, BCD są barzo małe: promień złamany DFG przecinaiący oś w punkcie G: CE wstawa kąta wpadaiacego, CF wstawa kąta złamanego promienia. Nazwijmy: $AB = \delta$, $CB = r$, $BD = x'$, $BCD = x$: $\dfrac{wst.CDE}{wst.CDF} = \dfrac{1}{m}$; $wst.CDF = m.wst.CDE$, $wst.CE$ na Promień $r = u$, $CF = mu$, $OD = rwst.x$, $CO = \sqrt{r^2(1 - wst.x^2)} =$

$r[1 - \frac{1}{2}wstx^2 - \frac{1}{8}wstx^4 - \frac{1}{16}wstx^6 + \&c]$: opuściwszy wyższe potęgi $wstx$ od $2^{\underline{giey}}$

$BO = r - CO = \frac{r}{2}wstx^2, \ldots AD = \sqrt{(\delta + \frac{rwstx^2}{2})^2 + r^2wstx^2}$;

$\dfrac{CE}{AC} = \dfrac{OD}{AD} \;\ldots\; \dfrac{u}{\delta + r} = \dfrac{rwstx}{\sqrt{[(\delta + \frac{wstx^2}{2})^2 + r^2wstx^2]}}$; nazwawszy $\delta + r = \omega$ [skreślone] i rozebrawszy

tę funkcją na szereg (23. k. 107 Algebry) opuściwszy wyższe potęgi $wstx$ nad $2^{\underline{ga}}$

otrzymamy $u = \dfrac{\omega r wstx}{\delta + \frac{rwstx}{2}} - \dfrac{\omega r^3 wstx^3}{2(\delta + \frac{rwstx}{2})^3}$, $\dfrac{wrwstx}{\delta + \frac{rwstx}{2}} = \dfrac{wrwstx}{\delta} - \dfrac{wr^2wstx^2}{2\delta} + \&c.$, ...

$\dfrac{\omega r^3 wstx^3}{2(\delta + \frac{rwstx}{2})^3} = \dfrac{wr^3wstx^3}{2\delta^3} + \&c.$ [koniec skreślenia] $u = \dfrac{wrwstx}{\sqrt{[\delta^2 + \delta rwstx^2 + \frac{r^2wstx^4}{4} + r^2wstx^2]}} =$

$\dfrac{wrwstx}{\sqrt{[\delta^2 + wrwstx^2]}}$ opuściwszy termin $\dfrac{r^2wstx^4}{4}$ iako barzo mały;

$u = \dfrac{wrwstx}{\delta\sqrt{1 + \frac{wrwstx^2}{\delta^2}}} = \dfrac{wrwstx}{\delta} - \dfrac{r^2w^2wstx^3}{2\delta^3}$, $mu = \dfrac{mwr\,wstx}{\delta} - \dfrac{mr^2w^2wstx^3}{2\delta^3} = CF$

$\dfrac{CF}{CG} = wst.CGF = wst.[BCD - CDF] = wst.BCD.Dost.CDF - Dost.BCD.wst.CDF$;

$wst.BCD = wstx$, $dost.CDF = \sqrt{1 - \dfrac{CF^2}{r^2}} = 1 - \dfrac{CF^2}{2r^2} = 1 - \dfrac{m^2w^2wstx^2}{2\delta^2}$, dalsze potęgi *wstx* opu-

ściw-

szy:$wst.CDF = \dfrac{mu}{r} = \dfrac{CF}{r} = \dfrac{mwwstx}{\delta} - \dfrac{mrw^2wstx^3}{2\delta^3}$;$Dost.BCD = \sqrt{1 - wstx^2} = 1 - \dfrac{wstx^2}{2}$, te

wszystkie wartości pokładszy w $\dfrac{CF}{CG}$ otrzymamy

$$\frac{mu}{CG} = Wstx - \frac{m^2u^2Wstx^3}{2\delta^2} - \frac{mwWst.x}{\delta} + \frac{mrw^2Wstx^3}{2\delta^3} + \frac{mwWstx^3}{2\delta} - \frac{mrw^2Wstx^5}{4\delta^3} =$$

$$= Wstx - \frac{m^2w^2Wstx^3}{2\delta^2} - \frac{mu}{r} + \frac{muWstx^2}{2r} \text{ więc } CG = \frac{mu}{Wstx - \frac{m^2w^2Wstx^3}{2\delta^2} - \frac{mu}{r} + \frac{muWstx^2}{2r}};$$

$BG = r + CG$, przywiodłszy wszystko do iednego mianownika, za *mu* wartość włożywszy, i odrzuciwszy piątą potęgę *Wstx*; wypadnie

$$BG = \frac{r + \frac{mwrWstx^2}{2\delta} - \frac{m^2rw^2Wstx^2}{2\delta^2}}{1 - \frac{mw}{\delta} + \left[\frac{mrw^2}{2\delta^3} - \frac{mw}{2\delta} - \frac{m^2w^2r}{2\delta^2}\right]Wst.x^2};$$

$$BG = 1 : \frac{1 - \frac{m(\delta + r)}{\delta} + \left[\frac{mr(\delta + r)^2}{2\delta^3} - \frac{m(\delta + r)}{2\delta} - \frac{m^2(\delta + r)^2 r}{2\delta^2}\right]Wst.x^2}{r + \frac{mrWstx^2(\delta + r)}{2\delta} - \frac{m^2r^2Wstx^2(\delta + r)^2}{2\delta^2}} = 1 : \Pi.$$

Rozebrawszy frakcją *II* stanowiącą mianownika ułamku $\frac{1}{II}$, rozebrawszy ią mowię na szereg ułożony podług potęg *w* czyli $\delta + r$, przez reguły w Algebrze podane; opuściwszy terminy mało znaczące; otrzymamy:

$$BG = 1 : \left[\frac{1 - m}{r} - \frac{m}{\delta} + \left(\frac{m(\delta + r)^2}{2\delta^3} + \frac{m^2(r + \delta)^2}{2\delta^2 r} - \frac{m^3(r + \delta)^3}{2\delta^3 r}\right)Wstx^2\right];$$

[przypis pionowo] w *BG* położywszy $m = -1$ wypadnie $BG = \dfrac{1}{\frac{2}{r} + \frac{1}{\delta} + \frac{1}{r}\left(1 + \frac{r}{\delta}\right)^2 wstx^2}$ na zwiercia-

dła kuliste. [koniec przypisu]

Nazwijmy $OD = \beta = rWstx$, $Wstx = \frac{\beta}{r}$, przez co

$$BG = 1:\left[\frac{1-m}{r} - \frac{m}{\delta} + \frac{m\beta^2(\delta+r)^2}{2\delta^3 r^2} + \frac{m^2\beta^2(r+\delta)^2}{2\delta^2 r^3} - \frac{m^3\beta^2(r+\delta)^3}{2\delta^3 r^3}\right];$$

w tey ostatniey Ekwacyi nie znayduie się *Wstx*, ale tylko połowa otwartości szkła czyli promień tego otworu β.

[str.3]
Wartość na *BG* dla dwoch tylko ilości w zrównaniu zamkniętych odmieniać się może to iest Naprzod dla *m* czyli stósunku wstawy kąta łamania do wstawy kąta spadku, ktory to stosunek na każdy gatunek światła iest inszy. Powtóre dla β czyli promienia otworu szkła. To iest dwie są przyczyny dla których światło padłszy na szkło nie zbierze się razem w *G*. Aberracya dla roznie łamiącego się światła, i aberracya dla figury kulistéy. Odłóżmy na potém tę drugą przeszkodę, a zastanówmy się nad 1$^{\underline{sza}}$.
Nim zaś przystąpiemy do ogólniéyszego użycia zrownania na *BG*, uważaymy nasamprzod promienie barzo blisko osi szkła padaiące abyśmy wynaleźli ognisko po tylokrotnych złamaniu się ile nam się podoba. Niech *L* będzie ogniskiem ná takowe promienie nieskończenie blisko osi padaiące, $BL = \delta\,''$,

ponieważ w tym przypadku $wstx = 0$, więc *BL* albo: $\delta\,' = \dfrac{1}{\frac{1-m}{r} - \frac{m}{\delta}}$ (α)

Ponieważ w odbiianiu się światła kąt odbicia równy kątowi spadku więc $m = -1$, gdyż odbicie idzie w stronę przeciwną; tę wartość wprowadziwszy w $\delta\,'$, będzie na ognisko zwierciadła kulistego:

$$\delta\,' = \frac{1}{\frac{1+1}{r} + \frac{1}{\delta}} = \frac{1}{\frac{2}{r} + \frac{1}{\delta}} = \frac{r\delta}{2\delta + r}:$$

to zrównanie iak wiemy iest początkiem Katoptryki i zawiera w sobie wszystkie własności zwierciadeł.

Ale wróćmy się do światła łamiącego się na promienie równoległe $\delta\,' = \dfrac{1}{\frac{1-m}{r}}$, gdyż $\delta = \infty$.

Gdy zaś obiekt nie iest niezmiernie odległy, ale szkło wklęsłę promienie zaś roschodząc się padaią, więc promień *r* iest odiemny a ognisko $\delta\,' = \dfrac{1}{\frac{m-1}{r} - \frac{m}{\delta}}$; na promienie równoległe $\delta\,' = \dfrac{1}{\frac{m-1}{r}}$. Na promienie schodzące się to iest: gdy objekt z *A* przeniesie się na stronę szkła przeciwną, δ stanie się odiemnym i w tym przypadku $\delta\,' = \dfrac{1}{\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta}}$ na szkło wypukłe albo $\delta\,' = \dfrac{1}{\frac{m-1}{r} + \frac{m}{\delta}}$ na szkło wklęsłe.

[na lewym marginesie] **wynayduie się Ognisko gdy światło przechodzi przez kilka szkieł**

§ **II**. Wystawmy sobie drugą powierzchnią szklaną promienia *r'*; któréyby podobnie wypukłość obrócona była do *A*, tak iak szkło *BD* i maiącą tę samą oś *BC*. Niech *L* będzie nowy punkt światło rzucaiący, do którego promienie bliskie osi schodząc się przez złamanie na *BD*, znowu powtórnie na tey drugiéy złamią się tak iż stósunek między kątem spadku i kątem złamania
wychodząc z powierzchni pierwszey na drugą, stósunek mowię ten $= \frac{1}{m'}$: nazwawszy znowu $\delta\,''$ odległość nowego ogniska od punktu *B*, będzie $\delta\,'' = \dfrac{1}{\frac{1-m'}{r'} - \frac{m'}{-\delta\,'}} = \dfrac{1}{\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{\delta\,'}}$, tu $\delta\,'$ położylismy odiemnie,

bo położenie punktu *L* czyli $\delta\,'$ względem δ iest przeciwne a na drugą powierzchnią padaiące promienie wpadaią tak iak gdyby z punktu *L* wychodziły. Tu nie mamy ieszcze względu na grubość szkła: za $\delta\,'$ iego wartość włożywszy: wypada

$$\delta\,'' = \frac{1}{\frac{1-m'}{r'} + m'\left(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{\delta}\right)}.$$

Niech będzie trzecia powierzchnia promienia r', stósunek wstawy kąta spadku do wstawy kąta złamania w przechodzie z drugiéy powierzchni przez $3^{\underline{cia}}$ niech będzie $\frac{1}{m''}$, δ'' punkt światło rzucaiący δ''' odległość nowego ogniska od punktu *B*, na promienie światła blisko [str.4] osi wszystkim powierzchniom spólnéy padaiące, otrzymamy:

$$\delta''' = \frac{1}{\frac{1-m''}{r''}+\frac{m''}{\delta''}} = \frac{1}{\frac{1-m''}{r''}+m''\left[\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}-\frac{mm'}{\delta}\right]};$$

Gdyby swiatło przechodziło kilka miéysc przezroczystych *A, B, C, D* roznéy gęstości i roznéy wypukłości takich aby stósunek wstawy kąta padania do wstawy kąta łamania był w przechodzie z drugiego mieysca na $3^{\underline{cie}} = \frac{1}{m'}$, z $3^{\underline{ciego}}$ na $4^{\underline{te}} = \frac{1}{m''}$, z $4^{\underline{tego}}$ na piąte $= \frac{1}{m'''}$, a promienie wypukłości r, r', r'', r''' &c otrzymamy na promienie nieskończenie bliskie osi, odległość ostatniego ogniska od punktu *B* $= \delta^{IV}$.

$$\delta^{IV} = \frac{1}{\frac{1-m'''}{r'''}+\frac{m'''}{\delta'''}} = \frac{1}{\frac{1-m'''}{r'''}+m'''\left[\frac{1-m''}{r''}+\frac{m''-m'm''}{r'}+\frac{m''m'-mm'm''}{r}-\frac{mm'm''}{\delta}\right]};$$

Nazywać odtąd będziemy <u>Ogniskiém prawdziwém</u> albo tylko <u>Ogniskiem</u> szkła iakiegokolwiek punkt ten, w którym zgromadzaią się Promienie światła po ostatniem złamaniu się, promienie zaś rozumiemy barzo bliskie osi wychodzące z Objektu. Nazywać zaś będziemy <u>odległością Ogniskową</u> /Distantia focalis/ odległość pierwszego szkła od tego punktu w ktorym się zgromadzaią promienie padaiące rownolegle do osi na pierwszą powierzchnią szkła.*

[na prawym marginesie] **Prawa refrakcyi na rożne ciała przezroczyste iakie należy stósownie do Dowiadczeń wprowadzić**

§ III. Praw refrakcyi czyli stósunki wstaw kątów spadku do wstaw kątów łamania wyraziliśmy na rożne Powierzchnie przez $\frac{1}{m}$; $\frac{1}{m'}$; $\frac{1}{m''}$; $\frac{1}{m'''}$;*&c.* pierwszy służy na promienie s powietrza na pierwszą powierzchnią padaiące: $\frac{1}{m'}$ na promienie padaiące z pierwszey powierzchni na drugą: z drugiéy na trzecią $\frac{1}{m''}$; z trzeciéy na 4tą $\frac{1}{m'''}$; itd. Doświadczenie atoli którego takowe prawa wyciągamy daie nam nayczęściéy prawa refrakcyi z powietrza na każde w szczególności ciało przezroczyste. Maiąc zatem Prawo refrakcyi na promienie swiatła przechodzące z powietrza przez powierzchnią każdą z osobna ciał przezroczystych *A, B, C, D* itd. iakże stąd wyciągnąc prawa refrakcyi na przechod swiatła z iednéy powierzchni czyli z iednego ciała przezroczystego na drugie. Newton rozwiązuie to zadanie in Lectionibus Opticis pag. 47. dowodząc następuiącey prawdy: Niech będą trzy ciała przezroczyste *C, A, B,* wiedząc z doświadczenia że swiatło przechodząc z *C* przez *A* wstawa kąta wpadania do wstawy kąta łamania ma się iako J:*R*; i, znowu że swiatło przechodząc z *C* przez *B*, wiemy przez doswiadczenie że wstawa kąta wpadania do wstawy kąta refrakcyi ma się iako *j:r*, więc gdy swiatło przechodzi z *B* przez *A*: będzie się miała wstawa kąta wpadania do wstawy refrakcyi iako *Jr:jR*. I tak gdy swiatło przechodzi z powietrza przez Szkło maią się te wstawy wspomnianych kątów $=\frac{17}{11}$; gdy przechodzi z powietrza przez wodę maią się wstawy $=\frac{4}{3}$, więc gdy przechodzi z wody przez szkło $\frac{17\cdot 3}{4\cdot 11}=\frac{51}{44}=\frac{\textit{wstawa wpadania}}{\textit{wstaw: refrakcyi}}$: Dowod atoli tey [str.5] prawdy wyciągnąć się może z Natury Proporcyi.

* .<u>N3</u>. wartości na $\delta'', \delta''', \delta^{IV}$ są na szkła których ostatnia powierzchnia iest wklęsła czyli ta, ktora iest nayblizey Ogniska: są to więc szkła wypukło wklęsłe.

Niech będzie tyle ciał przezroczystych A, B, C, D itd. ile nam się podoba: z doświadzenia wiemy że swiatło przechodząc s powietrza przez A, $\frac{wst.Spadku}{wst.Refr}=\frac{1}{m}$, s powietrza przechodząc przez B, $\frac{wst.Spad.}{wst.Refr}=\frac{1}{M}$, s powietrza przechodząc przez C .... $\frac{wst.Spad.}{wst.Refr}=\frac{1}{M'}$, s powietrza przechodząc przez D .... $\frac{wst.Spad.}{wst.Refr}=\frac{1}{M''}$; dla krotkości wyrazu i stósownie do ięzyka rachunkowego wyrażać będziemy $\frac{Powietr.}{A}$, $\frac{B}{Powie.}$, $\frac{Powiet.}{C}$; stósunek $\frac{wst.kataspad.}{wst.ref}$ z powietrza przez A; z B przez Powietrze, z Powietrza przez C, itd. $\frac{A}{Powiet}=1{:}\frac{1}{m}$; rozmnożywszy iednę ekwacyą przez drugą: $\frac{Powiet}{B}=1:M$; $\frac{A}{B}=1:\frac{M}{m}=stosun.\frac{wst.\ Spad}{wstR}$ z ciała A przez B, co będąc rowne $\frac{1}{m'}$, wypada że $m'=\frac{M}{m}$. $\frac{B}{powietr}=1:\frac{1}{M'}$, więc $\frac{B}{C}=1:\frac{M'}{M}=\frac{1}{m''}$; $m''=\frac{M'}{M}$; $\frac{Powietr}{C}=1:M'$, $\frac{C}{Powietr}=1{:}\frac{1}{M'}$ więc $\frac{C}{D}=1:\frac{M''}{M'}=\frac{1}{m'''}$; $m'''=\frac{M''}{M'}$, $\frac{Powietr.}{D}=1{:}\ M''$.

Jeżeli swiatło przeszedłszy z powietrza przez kilka ciał przezroczystych znowu wychodzi na Powietrze, więc ostatniego ciała przezroczystego sktorego na Powietrze wychodzi, Prawo refrakcyi iest spaczne tego stosunku ktory ma mieysce gdy swiatło z powietrza przez nie przechodzi.

Niech będą ciała przezroczyste A, B, C, D itd. Prawo refrakcyi na promienie przechodzące z Powietrza przez każde z osobna $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{M}$, $\frac{1}{M'}$, $\frac{1}{M''}$. Prawo zaś refrakcyi gdy swiatło przechodzi z iednego przez drugie $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{m'}$, $\frac{1}{m''}$, $\frac{1}{m'''}$, gdyby światło przeszedłszy przez dwa ciała A, B wyszło znowu na powietrze mamy $m'=\frac{M}{m}$, $m''=\frac{1}{M}$, skąd $m\cdot m'\cdot m''=1$.

Gdyby przeszlo przez trzy ciała A, B, C, a potem przeszło na Powietrze, mamy $m'=\frac{M}{m}$, $m''=\frac{M'}{M}$, $m'''=\frac{1}{M'}$, $m\cdot m'\cdot m''\cdot m'''=1$.

Gdyby przeszło przez cztery ciała przezroczyste A, B, C, D a potem wyszło na powietrze, mamy

$$m'=\frac{M}{m},\quad m''=\frac{M'}{M},\quad m'''=\frac{M''}{M'},\quad m^{IV}=\frac{1}{M''},\quad m^{IV}\cdot m'''\cdot m''\cdot m'\cdot m=1.$$

Ta prawda wielkiego będzie niżey użycia. Pamiętaymy tylko że ona nie ma miéysca tylko w ten czas gdy światło s powietrza przeszedłszy przez tyle szkieł rożnego rodzaiu lub innych ciał przezroczystych ile nam się podoba, znowu potem wychodzi na Powietrze.

§ **IV.** Powprowadzaymy dopiero wynalezione wartości na m', m'', m''' etc. w odległości ognisk. A nayprzod gdy swiatło przechodzi przez dwa ciała przezroczyste A, B, a potém z B wychodzi na powietrze mamy $m'=\frac{M}{m}$, $m''=\frac{1}{M}$, te wartości włożywszy w δ', δ'', δ''' wypadnie [str. 6]

[przypis na lewym marginesie pionowo]; (*) Uwaga. Niech będą dwa szkła A, B, prawo refrakcyi z powietrza przez każde z osobna $\frac{1}{m'}$, $\frac{1}{M'}$, gdyby światło z powietrza przeszło przez B,

$\delta'=1:\left[\frac{1-M}{\rho}-\frac{M}{\delta}\right]$, gdyby s powietrza naprzód przeszło przez A, a potym przez B.

$\delta''=1:\left[\frac{m-M}{mr'}+\frac{M}{rm}-\frac{M}{r}-\frac{M}{\delta}\right]$; żeby δ' było = δ''; potrzeba, aby

$\frac{1-M}{\rho}=\frac{1}{r'}-\frac{M}{r}+\frac{M}{rm}-\frac{M}{mr'}$; co będzie prawda kiedy $\rho=r$, [a] więc kiedy $\rho=r=r'$ ognisko będzie to samo, czyli światło przeydzie przez samo *B*, czyli też naprzód przez *A* a potem przez *B*, byleby grubość szkła *A* była bardzo mała. [koniec przypisu]

Ognisko szkła Objektowego z dwoch gatunków szkła i 3 powierzchni złożonego.

$$\delta' = \frac{1}{\frac{1-m}{r} - \frac{m}{\delta}}; \quad \delta'' = \frac{1}{\frac{m-M}{mr'} + \frac{M}{mr} - \frac{M}{r} - \frac{M}{\delta}};$$

$$\delta''' = \frac{1}{-\frac{M}{r''} + \frac{1}{Mr'} - \frac{1}{mr'} + \frac{1}{mr} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}} \text{ (*)}.$$ Położywszy $\frac{1}{m} = P$, $\frac{1}{M} = P'$, będzie

$$\delta''' = \frac{1}{-\frac{P'}{r''} + \frac{P'}{r'} - \frac{P}{r'} + \frac{P}{r} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}} = \frac{1}{(P-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + (P'-1)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) - \frac{1}{\delta}} \quad (\gamma)$$

na promienie światła rownoległe do osi, δ iest ilością nieskończenie wielką, więc δ''' będzie tém cośmy nazwali Odległością ogniskową, iego wartość

$$\delta''' = \frac{1}{(P-1)\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right] + (P'-1)\left[\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right]},$$

ieżeli szkło objektowe z dwóch gatunków szkła złożone i strzech powierzchni ktorych promienie są *r*, *r'*, *r''*, ieżeli mowię takie szkło przewrocimy, aby ta strona ktora była do ogniska obrocona, obrociła się do objektu, a przeciwnie strona objektowa obrociła się do ogniska, gdy objekt zostanie się na tym samym iak przedtym miéyscu; tedy *P* stanie się *P'*, *P'* stanie się *P*, $-\frac{1}{r'}$ stanie się $+\frac{1}{r'}$, $-\frac{1}{r}$ stanie się $+\frac{1}{r''}$; $-\frac{1}{r''}$ stanie się $+\frac{1}{r}$, powprowadzawszy takie odmiany w δ''', iego wartość w niczym się nie odmieni, więc przewrociwszy szkło, w obrazie objektu żadna nie nastąpi odmiana.

[na prawym marginesie] **Kondycye; zrównanie na zniesienie aberracyi Kolorów**.
[na lewym marginesie] **Refr. Fiole: P+dP   Refr. Czerw: P–dP**

§ V. Ponieważ każdego koloru światło ma inne prawo refrakcyi, przez *P* wyrażamy refrakcyą promieni srzednich czyli zielonych w szkle pierwszego gatunku to iest w pierwszym od Objektu, przez *P'* refrakcyą także promieni srzednich w szkle drugiego gatunku czyli czyli pierwszém od ogniska: ze zaś roznica refrakcyi w promieniach naymniéy się łamiących czyli czerwonych od refrakcyi promieni srzednich, tudzież roznica promieni naybardziéy się łamiących to iest fioletowych od promieni srzednich iest barzo mała, wyrażać będziemy przez *P+dP* refrakcyą promieni fioletowych, przez *P-dP* refrakcyą promieni czerwonych w szkle pierwszego gatunku: podobnie *P'+dP'* znaczyć będzie refrakcyą promieni Fioletowych; *P'-dP'* refrakcyą promieni czerwonych w szkle drugiego gatunku. Żeby tak rożnie łamiące się swiatła zebraly się zupelnie w ieden punkt ogniska, trzeba żeby odległość ogniska δ''' wypadła ta sama położywszy w niéy za *P*, *P+dP* i *P-dP;* i ieszcze położywszy za *P'*, *P'+dP'* i *P'-dP'*, więc trzeba żeby miało miéysce następuiące zrównanie:

$$-\frac{P'}{r''} + \frac{P'}{r'} - \frac{P}{r'} + \frac{P}{r} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta} = -\frac{P'-dP'}{r''} + \frac{P'+dP'}{r'} - \frac{P-dP}{r'} + \frac{P+dP}{r} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}.$$

Zmazawszy terminy te ktore się znoszą, wypada zrównanie

$$d\left(-\frac{P'}{r''}+\frac{P'}{r'}-\frac{P}{r'}+\frac{P}{r}\right)=0 \text{ albo } \frac{dP'}{dP}=\frac{\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}}{\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'}} \ldots(\Pi).$$

To samo zrównanie daie Teorya Minimi ieżeli temu ostatneimu zrównaniu przez dobrane gatunki szkła i ich wyrobienie uczyni się, zadosyć, zniesiemy pierwszą i nayszczególnieyszą wadę teleskopów, która wypada z różnego łamania się światła i która się nazywa aberracyą dla kolorów. W zniesieniu tey wady odległość objektu od szkła bynaymniéy nie wpływa, bo δ nie znayduie się w zrównaniu (Π). Z zrowniania (Π) wyciągnąwszy $\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}=-\frac{dP}{dP'}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)$ i włożywszy w zrównanie (γ) wypadnie

$$\delta'''=\frac{1}{\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)(P-1)\left(1-\frac{dP.\overline{P'-1}}{dP'.\overline{P-1}}\right)-\frac{1}{\delta}};\ \text{albo}\ \delta'''=\frac{1}{\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)(P'-1)\left(1-\frac{dP'.(P-1)}{dP.(P'-1)}\right)-\frac{1}{\delta}};$$

albo zmazawszy $\frac{1}{\delta}$, ieżeli chcemy mieć wartość δ''' na Promienie Rownoległe osi:

$$\delta'''=1:\left[\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)(P-1)\left(1-\frac{dP.(P'-1)}{dP'.(P-1)}\right)\right]\ldots\delta'''=1:\left[\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)(P'-1)\left(1-\frac{dP'.(P-1)}{dP.(P'-1)}\right)\right]=$$

$$=1:\left[\left(\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'}\right)(P-1)\left(\frac{dP'}{dP}-\frac{P'-1}{P-1}\right)\right];$$

[str.7] Przypatrzywszy się zrównaniu ostatniemu, widzemy oczywiście że Aberracyi Kolorów znieść nie można położywszy $\frac{dP}{dP'}=\frac{P-1}{P'-1}$, byłoby bowiem $\frac{dP.\overline{P'-1}}{dP'.\overline{P-1}}=1$, a zatem na promienie światła równoległe $\delta'''=\frac{1}{0}$ to iest promienie światła nigdzie by się nie zeszły: na promienie zaś objcktow bliskich $\delta'''=-\delta$, to iest ognisko promieni złamanych było by w tym samym mieyscu gdzie objekt.

[na lewym marginesie] **Zrównania i warunki na zrobienie z dwoch materyi różnie światło łamiących, szkła nie podlegaiącego Aberracyi, maiącego odległość ogniskową daną.**

§ VI. Znalazlszy dopiero zrównania na promienie światła przechodzącego przez szkło z dwoch materyi złożone i wolne od Aberracyi kolorów, a maiąc znane wartości na *P*, *P'* z doświadczenia, tudzież stósunek $\frac{dP'}{dP}$, gdybyśmy chcieli zrobić szkło Objektowe nie podlegaiące Aberracyi Kolorów, którego by odległość ogniskowa była równa podobney odległości innego iakiego szkła znanego wyrobionego z iednego gatunku Materyi tak dalece, żeby w tym szkle danym obydwie strony były rowney wypukłości którey promień *R*, żeby prawo refrakcyi w Materyi tego szkła czyli $\frac{wst.\,spad.}{wst.\,refr}=\frac{\varpi}{1}$, a zatem odległość ogniskowa $=\frac{R}{2\varpi-2}$; [(a)] ta odległość iest na promienie równoległe, ktora być powinna równa

(a) Uwaga. Zrównanie to wypadá s pospolitych Formuł Dioptryki na szkła z iedney Materyi wyrobione, ktore to Formuły z δ'' pod § II wyciągnąć się mogą położywszy $m'=\frac{1}{m}$, a zatem $\frac{1}{m'}=\frac{m}{1}$, gdyz ieżeli prawo refrakcyi z powietrza przez szkło $=\frac{1}{m}$, wychodząc znowu s tego samego szkła na powietrze, Prawo refrakcyi $\frac{1}{m'}=\frac{m}{1}$ spaczne: włożywszy w δ'' za m', $\frac{1}{m}$ wypada Ekwacya Pospolita Dioptryki: $\delta''=\frac{1}{\frac{m-1}{mr'}+\frac{1}{m}\left(\frac{1-m}{r}-\frac{m}{\delta}\right)}$

podług kondycyi zadania wartościom obydwom na δ''' w §.V. także na promienie rownoległe, zawierającym kondycye na zniesienie Aberracyi dla kolorów, więc

$$\frac{2\varpi-2}{R}=\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)(P-1)\left(1-\frac{dP.\overline{P'-1}}{dP'.\overline{P-1}}\right)=\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)(P'-1)\left(\frac{P-1}{P'-1}-\frac{dP}{dP'}\right);$$

$$\frac{2\varpi-2}{R}=\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)(P'-1)\left(1-\frac{dP'.\overline{P-1}}{dP.\overline{P'-1}}\right)=\left(\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'}\right)(P-1)\left(\frac{dP'}{dP}-\frac{P'-1}{P-1}\right);$$

skąd wypadną dwa zrównania

$$\frac{1}{R}\left[\frac{2\varpi-2}{(P-1)(1-\frac{dP.(P'-1)}{dP'.(P-1)})}\right]+\frac{1}{r'}=\frac{1}{r};\qquad \frac{1}{R}\left[\frac{2\varpi-2}{(P-1)(\frac{dP'}{dP}-\frac{P'-1}{P-1})}\right]+\frac{1}{r'}=\frac{1}{r''};$$

albo zamiast tych ostatnich można wziąć następuiące:

$$\frac{1}{R}\left[\frac{2\varpi-2}{(P'-1)(\frac{P-1}{P'-1}-\frac{dP}{dP'})}\right]+\frac{1}{r'}=\frac{1}{r};\quad \frac{1}{R}\left[\frac{2\varpi-2}{(P'-1)(\frac{dP'.(P-1)}{dP.(P'-1)}-1)}\right]+\frac{1}{r'}=\frac{1}{r''};$$

dla wynoszenia tych zrównań weźmy szkło Porownania, którego ognisko iest [str. 8] $=\frac{R}{2\varpi-2}$ stego samego gatunku Szkła wyrobione, iak iest w naszym złożonym szkle objektowym, strona obrócona do Objektu, to iest ta którey promień = r, w tym przypuszczeniu $\varpi=P$, tedy zrównania ostatnie zamienią się na następuiące

$$\frac{2}{R(1-\frac{dP.(P'-1)}{dP'.(P-1)})}+\frac{1}{r'}=\frac{1}{r};\quad \frac{2}{R(\frac{dP'}{dP}-\frac{P'-1}{P-1})}+\frac{1}{r'}=\frac{1}{r''};$$

ieżeli Szkło Porównania będzie s téy samey materyi, iak złożonego objektowego szkła strona druga to iest ta ktora iest obrocona ku ognisku, będzie $\varpi=P'$, a zatem zrównania następuiące

$$\frac{2}{R(\frac{P-1}{P'-1}-\frac{dP}{dP'})}+\frac{1}{r'}=\frac{1}{r};\ \frac{2}{R(\frac{dP'.(P-1)}{dP.(P'-1)}-1)}+\frac{1}{r'}=\frac{1}{r''}$$

którąkolwiek parę tych s tych zrównań wezwiemy; w każdéy mamy trzy ilości r, r', r'' nieznane, a dwa tylko zrównania, więc wartość na iednę z nich wziąć muszemy podług upodobania, inaczey niepodobna iest przywieśdź tych zrownań do dwoch tylko ilości nieznanych. Nayprościéysze w tey mierze przypuszczenie iest wziąc iednę powierzchnią płaską, czyli iéy promień nieskończenie wielki: a chcąc ieszcze przez to przypuszczenie ułatwić praktyczne szkieł wyrabienie, weźmy tę powierzchnią gdzie się spaiaią dwa gatunki szkła za płaską więc dwie będą powierzchnie Płaskie, obydwoch promień $r'=\frac{1}{0}$, a zatym w szlufowaniu szkieł dwie tylko powierzchnie kuliste wyrabiać trzeba, kiedy w innėm iakimkolwiek przypuszczeniu trzeba by ich wyrabiać trzy, położywszy zatem $r'=\frac{1}{0}$, mamy dwa zrównania.

Kiedy $\varpi=P$

$$\frac{2}{R(1-\frac{dP(P'-1)}{dP'(P-1)})}=\frac{1}{r};\ \ldots\ \frac{2}{R(\frac{dP'}{dP}-\frac{P'-1}{p-1})}=\frac{1}{r''},$$

$=\dfrac{1}{(P-1)(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'})-\frac{1}{\delta}}$ położywszy $\frac{1}{m}=P$: na promienie rownoległe $\delta''=\dfrac{1}{(P-1)(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'})}$; a że δ'' iest na szkło wypukło-wklęsłe więc ieżeli szkło iest z obydwoch stron wypukłe trzeba za r' położyć $-r'$; a ieżeli obydwie wypukłości równe więc $-r'=r$, włożywszy te wartości na r' w δ'' wypada $\delta''=\frac{r}{2P-2}$ to iest zrównanie (a) $=\frac{R}{2\varpi-2}$ w szkle pospolitym gdzie $P=\frac{31}{20}$, to iest blisko $\frac{3}{2}$, $\delta''=r$. Przypatrzywszy się wartości pierwszey na δ'' widzimy oczywiście że iakąkolwiek wartość weźmiemy za r, r', P odmieniaiąc się dla różnie łamiącego się światła, δ' także czyli odległość ogniska musi się odmieniać, ani nie można położyć $(P-1)(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'})=(P\pm dP-1)(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'})$, boby była $+dP=0$, co iest przeciwko naturze światła, więc używaiąc tylko iednego gatunku szkła, niepodobna iest wadę aberracyi kolorów ani poprawić ani zniszczyć. Potrzeba więc do tego użyć różnie łamiących światło kilku materyi.

kiedy zaś $\varpi = P'$, to iest gdy szkło Porownania iest tego samego gatunku co Powierzchnia ku Ogniskowi obrocona, dwa te:

$$\frac{2}{R(\frac{P-1}{P'-1}-\frac{dP}{dP'})}=\frac{1}{r}\ \ldots\ \frac{2}{R(\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)}-1)}=\frac{1}{r''};$$

przy patrzywszy z uwagą pierwszym dwom zrównaniom, zobaczemy oczywiście iż gdy $1 > \frac{dP.(P'-1)}{dP'.(P-1)}$ musi bydz także $\frac{dP'}{dP} > \frac{P'-1}{P-1}$, a gdy $1 < \frac{dP.(P'-1)}{dP'.(P-1)}$ musi bydz także $\frac{dP'}{dP} < \frac{P'-1}{P-1}$; więc kiedy r iest dodatne r'' będzie takze dodatne, gdy zaś r iest odiemne, r'' takimże bydz musi, podobnąż uwagę wyciągniemy z ostatnich zrównań że iakiego znaku iest r, takiego samego r'' bydź musi, a zatem szkło Objektowe z dwoch materyi złożone musi bydz wypukło wklęsłe to iest strona objektowa iest wypukła, strona ogniskowa musi bydź wklęsła, gdy zaś pierwsza iest wklęsła druga bydz musi wypukła.

Przystósowanie Poprzedzaiących Zrównań do Teleskopow Akromatycznych Dollonda o dwóch Szkłach.

§ VII. Dwa są Gatunki Szkła w Anglii, iedno Szkło zielone nazwane po Angielsku Crown-glass, drugie szkło białe [str.9] nazwane Flint-glass po Angielsku, a które pospolicie w Europie znane iest pod imieniem Kryształu Angielskiego. Sławny Dollond Optyk Angielski znalazłszy przez doswiadczenie że każde s tych szkieł inaczey łamie swiatło, na fundamencie Teoryi skazaney naprzod przez Eulera /Memoires de Berlin 1747/ potém przez Szwedzkiego Geometrę Klingensterna /Akta Szwedzkie 17/ nakoniec ułożoney przez samego siebie /Philosophical Transactions for the Year 1758/ na fundamencie mowię Teoryi złożywszy zdwoch tych materyi szkła, do teleskopow Szkło Objektowe, naypierwszy uczynił wielką Astronomii i Fizyce przysługę przez zrobienie Lunetu albo Teleskopow Akromatycznych. Nim przeydziemy przez wszystkie stopnie tak wielkiego wynalazku, przystosoymy tym czasem doswiadczenie Dollonda do ostatnich naszych zrównań wprowadziwszy Crown-glass i flint-glass, s których chcemy uformować szkło Objektowe maiące ognisko tak dalekie iak ma szkło Porównania $= \frac{R}{2\varpi-2}$ które będziemy brać z pierwszego lub drugiego gatunku szkła wyrobione.

Dollond przez Doświadczenia znalazł że Flint-glass barziéy łamie swiatło, iak Crown-glass, tak dalece: że się ma [skreślone:odlewa] w roszczepionym przez Prizma świetle, odległość światła czerwonego od fioletowego w Flintglass; do teyże samey odległości w Crown-glass = 3:2. Przepuszczaiąc promień światła ze szkła Crown-glass na Powietrze wstawa spadku na promienie białe do wstawy refrakcyi miała się na Promienie czerwone $\frac{50}{76,5}$, na Promienie zaś fioletowe $\frac{50}{77,5}$. Przepuszczaiąc zaś Światła ze szkła Flint-glass na powietrze $\frac{wst.spad.}{wst.ref} = \frac{791,5}{500}$ na promienie czerwone, więc na Crown-glass $m = \frac{50}{76,5}$; $\frac{1}{m} = \frac{76,5}{50}$ na Promienie czerwone, $m = \frac{50}{77,5}$; $\frac{1}{m} = \frac{77,5}{50}$ na Promienie Fioletowe: $\frac{77,5}{50} - \frac{76,5}{50} = \frac{1}{50}$ mieysce rozczepienia czyli odległość Promieni czerwonych od fioletowych, a zatem $\frac{1}{2.50} = \frac{1}{100}$ = odległości promieni srzednich czyli zielonych od czerwonych: to iest $\frac{1}{100} = dP$, $P + dP = \frac{77,5}{50}$ **§.V.** więc $P = \frac{77,5}{50} - dP = 1,54$ na promienie zielone; .... $P - dP = \frac{76,5}{50} = 1,53$ na Promienie czerwone.

Na Flint-glass.

$dP = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{100} = 0,015$: Doswiadczenie uczy że Prawo refrakcyi na Promienie czerwone iest $\frac{794,5}{500} = \frac{15830}{10000} = 1,583$ więc $P - dP = 1,583$, $P = 1,598$: Na Promienie fioletowe $P+dP=1,598+0,015=1,613$. Odległość Promieni czerwonych od fioletowych czyli mieysce rozpierzchnienia iest $P + dP - (P - dP) = 2dP = 0,03\ldots$ $\frac{Flint.Glass\,dP}{Crown\,dP} = \frac{0,015}{0,010} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$. Z tych doswiadczeń potrzeba nam wyrachować dwa ostatnie zrównania **§.VI** na dwa przypadki kiedy szkła złożonego strona zewnętrzna iest z Crown glass, a wewnętrzna z Flint.Glass: Powtóre kiedy strona zewnętrzna czyli obrócona do Objektu, iest z Flint-glassu, a wewnętrzna czyli obrócona do ogniska iest z Crown-glass. W każdym zaś przypadku szkło zrównania w którym $\delta'' = \frac{R}{2\varpi-2}$; brać się może zrobione z Crown-glass. lub z Flint-glass: to iest albo kiedy $\varpi = P$, albo $\varpi = P'$: Pamiętaymy tylko, że przez P wyrażać będziemy prawo refrakcyi na Promienie srzednie w szkle zewnętrznym, przez P' zaś Prawo refrakcyi na [str. 10] podobne promienie w szkle wewnętrznym.

[na prawym marginesie] **Światło**

I. ***Przypadek.*** Szkło zewnętrzne z Crown-Glass, wewnętrzne z Flint-Glass.

Szkło Równania Crown Glass $\varpi = P$.

$P = 1,54 = \varpi \ldots\ P' = 1,598 \ldots\ \frac{dP}{dP'} = \frac{2}{3};$

$$2r = R[1 - \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{598}{540}] = \tfrac{424}{1620} R \ldots\ r = \tfrac{212}{1620} R.$$
$$2r'' = R[\tfrac{3}{2} \cdot \tfrac{540}{598} - 1] = \tfrac{424}{1080} R \ldots\ r'' = \tfrac{212}{1080} R.$$

[na prawym marginesie] Jeżeli n.p. $\delta' = \frac{R}{2\varpi - 2}$ = 24 calów, będzie R = 26 calów, r = 3,4 calów, $\frac{dP}{dP'} = \frac{34}{51} = 0,66 = \frac{2}{3}$, $r'' = 5,1$ calów.

Szkło Równania z Flint-Glass. $\varpi = P' = 1,598$

$$2r = R[\tfrac{540}{598} - \tfrac{2}{3}] = \tfrac{424}{1794} R \ldots\ r = \tfrac{212}{1794} R$$
$$2r'' = R[\tfrac{3}{2} \cdot \tfrac{540}{598} - 1] = \tfrac{424}{1196} \ldots\ r'' = \tfrac{212}{1190}$$

II. ***Przypadek.*** Szkło zewnętrzne z Flint-Glass, wewnętrzne z Crown Glass.

Szkło Równania z Flint Glass $\varpi = P$.

$P = 1,598 \ldots P' = 1,54 \ldots\ \frac{dP}{dP'} = \frac{3}{2}:$

$$2r = R[1 - \tfrac{3}{2} \cdot \tfrac{540}{598}] = -\tfrac{424}{1196} R \ldots\ r = -\tfrac{212}{1196} R.$$
$$2r'' = R[\tfrac{2}{3} - \tfrac{540}{598}] = -\tfrac{424}{1794} R \ldots\ r'' = -\tfrac{212}{1794} R.$$

Szkło Równania Crown Glass $\varpi = P'$

$$2r = R[\tfrac{598}{540} - \tfrac{3}{2}] = -\tfrac{424}{1080} R \ldots\ r = -\tfrac{212}{1080} R.$$
$$2r'' = R[\tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{598}{540} - 1] = -\tfrac{424}{1620} R \ldots\ r'' = -\tfrac{212}{1620} R.$$

Widzimy oczywiście w tym przykładzie: że gdzie zachodzi szkło równania to samo, $-r'' = r$, $-r = r''$, to iest maiąc szkło objektowe złożone z Crown-Glass i Flintglasss spoione przez powierzchnią płaską, ponieważ to szkło musi bydź wypukło wklęsłę, można stronę wypukłą obrocić do objektu, a wklęsła do ogniska, lub spacznie wklęsłą do objektu a wypukłą do ogniska, zawsze iednak wymiar szkieł, i od niego zawisłe położenie ogniska będzie nieodmiennie, i aberracya dla kolorów równie zniszczona. Cośmy iuż w ogolności pod §.IV. dowiedli. Powtóre Przywiedziony przykład pokazuie nam ieszcze że kiedy szkło zewnętrzne iest z Crown-Glass wartości na r, r'' są dodatne; kiedy zaś toż szkło zewnętrzne iest z Flint-flass wszystkie wartości na r, r'' są odiemne: co pokazuie że powierzchnia wyrobiona z Crownglass zawsze powinna bydź wypukła, powierzchnia zaś wyrobiona z Flintglass zawsze bydź powinna wklęsła, żeby aberracya dla kolorów była zniszczona: dwie te prawdy wielkiéy są wagi w konstrukcyi Teleskopów. Pamiętaymy iednak że we wszystkich tych uwagach grubość szkła uważamy iak zero, i nie mamy względu na żadną inną przeszkodę procz téy która od rożnie łamiącego się światła pochodzi. [str.11]
[na lewym marginesie] **Zmniéyszyć aberracyą kolorową w pewnym stósunku danym**

§. VIII. Gdybyśmy zamiast zupełnie zniszczyć, chcieli tylko zmniéyszyć aberracyą kolorową w szkłach Objektowych Teleskopicznych, iakież do tego potrzebne warunki i zrównania? Ponieważ $\delta'' = \frac{R}{2\varpi-2}$ w szkle równania $\frac{1}{\delta''} = \frac{2\varpi-2}{R}$: $d.\frac{1}{\delta''} = \frac{2d\varpi}{R}$; $\frac{2d\varpi}{R}$ wyraża małą odmianę w odległości ogniskowéy, a zatem aberracyą. Gdybyśmy ią chcieli zmnieyszyć do $\pm\frac{2d\varpi}{R}\theta$, θ wyraża frakcyą czyli stósunek w którym chcemy aby Aberracya zmalała. Z **§.IV**. mamy następuiące zrównanie, w którym aberracya niepoprawiona

$$\frac{2\varpi-2}{R} = (P-1)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right) + (P'-1)\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)$$
$$\frac{2\theta d\varpi}{R} = dP\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right) + dP'\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right);$$

za pomocą Eliminacyi z dwoch tych zrównań wyciągniemy

$$\frac{1}{r}-\frac{1}{r'} = \frac{(2\varpi-2)dP'-2\theta d\varpi(P'-1)}{R[(P-1)dP'-(P'-1)dP]};$$
$$\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''} = \frac{(2\varpi-2)dP-2\theta d\varpi(P-1)}{R[(P'-1)dP-(P-1)dP']};$$

położywszy $\varpi = P$, $d\varpi = dP$, będzie

$$\frac{1}{r}-\frac{1}{r'} = \frac{2}{R}\left(1-\frac{\theta dP.\overline{P'-1}}{dP'.(P-1)}\right) : \left(1-\frac{dP.\overline{P'-1}}{dP'.(P-1)}\right);$$
$$\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''} = \frac{2}{R}(1-\theta) : \left[\frac{P'-1}{P-1}-\frac{dP'}{dP}\right];$$

gdy zaś $P' = \varpi$, $d\varpi = dP'$, będzie

$$\frac{1}{r}-\frac{1}{r'} = \frac{2}{R}(1-\theta) : \left[\frac{P-1}{P'-1}-\frac{dP}{dP'}\right];\ \frac{1}{r'}-\frac{1}{r''} = \frac{2}{R}\left(1-\frac{\theta dP'.(P-1)}{dP.(P'-1)}\right) : \left(1-\frac{dP'.(P-1)}{dP.(P'-1)}\right);$$

W obydwoch przypadkach widzemy oczywiście, że $\frac{1}{r''}-\frac{1}{r} = K\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)$, K iest funkcyą P', P, dP', dP, θ, *to iest gdy* $\varpi = P$, $K = \frac{dP}{dP'}(1-\theta) : \left(1-\frac{\theta dP(P'-1)}{dP'(P-1)}\right)$, gdy zaś $\varpi = P'$ iest

$$K = \frac{dP}{dP'}\left(1-\frac{\theta dP'(P-1)}{dP(P'-1)}\right) : (1-\theta).$$

Gdybyśmy zaś zamiast wyrzucić ϖ z naszych zrównań, chcieli wyrzucić P lub P' podług tego ϖ iest pierwszemu lub drugiemu równe, czego może znaydziemy potrzebę; zamiast ostatnich będą następuiące zrównania położywszy $\frac{1}{r}-\frac{1}{r'} = \frac{1}{\lambda}$, kiedy $\varpi = P$

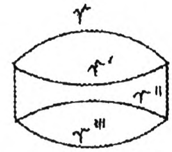
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2}{R}+\frac{2}{R}\left[\frac{(1-\theta)d\varpi(P'-1)}{(\varpi-1)dP'-d\varpi(P'-1)}\right];\ \frac{K}{\lambda} = \frac{1}{r'}-\frac{1}{r'} = \frac{2}{R}\left[\frac{(1-\theta)d\varpi(\varpi-1)}{(\varpi-1)dP'-d\varpi(P'-1)}\right];$$

Gdy zaś $\varpi = P'$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2}{R}\left[\frac{(1-\theta)d\varpi(\varpi-1)}{(P-1)d\varpi-dP(\varpi-1)}\right];\ \frac{K}{\lambda} = -\frac{2}{R}+\frac{(2-2\theta)d\varpi(P-1)}{R[(P-1)d\varpi-dP(\varpi-1)]}.$$

Z wszystkich dotąd wyłożonych zrównań pokazuie się, iż nie maiąc względu na wadę pochodzącą z figury kulistey szkieł, można w nich albo zupełnie zniszczyć, albo podług upodobania zmniéyszyć aberracyą .dla kolorów, używaiąc dwoiakiego gatunku szkła: i że składaiąc takowe objektowe szkło z dwoch można tylko dadz dwie powierzchnie kuliste a śrzodkowa bydź może zupełnie płaska.
Przystąpmy iuż do szkieł Objektowych o 4 Powierzchniach. [str. 12]

[Fig.2 na prawym marginesie]



[Fig. 2]

§. **IX**. ***Zrównania i warunki na zniszczenie Aberracyi dla Kolorów przez użycie Potroynego Szkła Objektowego, cztery powierzchnie maiącego***. [Fig.2]

Jeżeli światło z powietrza przeydzie przez pewnego gatunku szkło *A*, którego prawo refrakcyi $=\frac{1}{m}$, s tego szkła padnie na innego gatunku szkło *B* ktorego prawo refrakcyi s powietrza $=\frac{1}{M}$, a stego szkła padnie na trzecie szkło takiego samego gatunku iak pierwsze *A*, stego zaś ostatniego szkła przeydzie na Powietrze, tak dalece że prawo refrakcyi po trzecim złamaniu będzie opaczne pierwszego czyli $=\frac{m}{1}$; w takowym przypadku światło przechodzić tylko będzie dwa gatunki szkła *A*, *B*, ale *B* będzie zamknięte z obudwoch stron szkłem *A*. Szkło Teleskopiczne tym sposobem ułożone zawierać będzie cztery powierzchnie ktorych promienie *r, r', r'', r'''*. Wiedząc Prawa refrakcyi z powietrza przez każde w szczegolności takowe szkło, to iest $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{M}$; wynaydziemy podług **§.III**. prawa refrakcyi na światło przechodzące z iednego szkła przez drugie czyli $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{m'}$, $\frac{1}{m''}$ &c. będzie bowiem $m'=\frac{M}{m}$; $m''=\frac{m}{M}$; $m'''=\frac{1}{m}$, a odległość powszechnego ogniska δ^{IV} s §.II.

$$\delta^{IV}=1:\left[\frac{m-1}{mr'''}+\frac{1}{mr''}-\frac{1}{Mr''}+\frac{1}{Mr'}-\frac{1}{mr'}+\frac{1}{mr}-\frac{1}{r}-\frac{1}{\delta}\right]$$

nazwawszy $\frac{1}{m}=P$, $\frac{1}{M}=P'$, będzie

$$\delta^{IV}=1:\left[(P'-1)\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)+(P-1)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'''}\right)-\frac{1}{\delta}\right]$$

przewrociwszy szkło tak aby strona ogniskowa stała się objektową, *r* stanie się $-\frac{1}{r'''}$; $\frac{1}{r'}$ stanie się $-\frac{1}{r''}$; $-\frac{1}{r''}$ stanie się $+\frac{1}{r'}$; $-\frac{1}{r'''}$ stanie się $+\frac{1}{r}$ co wprowadziwszy w δ^{IV}, wartość iego zostanie się ta sama, a zatem ognisko nieodmienne. Żeby Aberracya dla kolorow w takim szkle zanikła, rożnicowanie w Mianownika w δ^{IV}, powinno bydź zero podług początków Maximorum et Minimorum, czyli

$$dP'\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)+dP\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'''}\right)=0 \quad \text{skąd} \quad \frac{dP'}{dP}=\frac{\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'''}}{\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}}\ (\Delta).$$

Zrównanie (Δ) iest warunkowe, ktoremu trzeba zadosyć uczynić w wyrabianiu szkieł, żeby Aberracya znikła. Ażе δ czyli odległość objektu nie znayduie się w Zrównaniu (Δ), które nie przez szczególne iakie przypuszczenie, ale przez Naturę rzeczy znikło, więc zniszczenie Aberracyi iest niezawisłe od odległości objektu, czyli szkło które będzie Akromatyczne na promienie równoległe, będzie Akromatyczne na Promienie z iakieykolwiek odległości pochodzące. Wyciągnąwszy wartość na $\frac{1}{r}-\frac{1}{r''}$, i znowu na $\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'''}$ ze zrównania (Δ), i tę włożywszy w δ^{IV}, otrzymamy

$$\delta^{IV}=1:\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)(P'-1)\left(1-\frac{(P-1)}{(P'-1)}\cdot\frac{dP'}{dP}\right);$$

$$\text{albo } \delta^{IV}=1:\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'''}\right)(P-1)\left(1-\frac{(P'-1)}{(P-1)}\cdot\frac{dP}{dP'}\right);$$

na Prómienie równoległe. A wziąwszy szkło równania którego odległość ogniskowa $\delta^{IV} = \dfrac{R}{2\varpi - 2}$ iak w §.**VI**. otrzymamy

$$\frac{2\varpi - 2}{R} = \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right)(P'-1)\left(1 - \frac{(P-1)\, dP}{(P'-1)\, dP'}\right);$$

$$\frac{2\varpi - 2}{R} = \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}\right)(P-1)\left(1 - \frac{(P'-1)}{(P-1)} \cdot \frac{dP}{dP'}\right),$$

a gdy $\varpi = P$, z ostatnich tych zrównań otrzymamy dwa następuiące [str.13]

$$\frac{2}{R\left[\dfrac{P'-1}{P-1} - \dfrac{dP'}{dP}\right]} + \frac{1}{r''} = \frac{1}{r'}; \quad \frac{2}{R\left[1 - \dfrac{(P'-1)\, dP}{(P-1)\, dP'}\right]} + \frac{1}{r'} + \frac{1}{r'''} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r''};$$

ieżeli zaś $\varpi = P'$

$$\frac{2}{R\left(\dfrac{P-1}{P'-1} - \dfrac{dP}{dP'}\right)} + \frac{1}{r'} + \frac{1}{r'''} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r''} \quad ; \quad \frac{2}{R\left(\dfrac{dP'}{dP}\dfrac{(P-1)}{(P'-1)} - 1\right)} + \frac{1}{r'} = \frac{1}{r''}$$

[Fig.2 po lewej stronie]

Mamy w dwoch tych zrównaniach którychkolwiek, cztery ilości nieznane $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{r'}$, $\frac{1}{r''}$, $\frac{1}{r'''}$; muszemy więc dwie determinować podług upodobania: Chcąc niektóre powierzchnie wziąć za płaskie, a zatem ich promienie $\frac{1}{0}$; zdawałoby się nayprzyzwoiciey wziąć powierzchnie wewnętrzne a tak $\frac{1}{r'} = 0$, $\frac{1}{r''} = 0$, atoli to przypusciwszy wypada zostatniego zrównania albo $dP' = dP$, albo że $R = \frac{1}{0}$, co bydź ani to, ani tamto nie może. Jakoż położywszy $\frac{1}{r'} = 0$, $\frac{1}{r''} = 0$, byłoby to zamknąć szkło płaskie B między dwoma tego samego gatunku A, s których każde iest z iedney strony płaskie: a zatem podług uwagi §.**IV**. było by to iedno; co wyrzucić szkło B, a dwa tego samego gatunku A do siebie przyłożyć. Dowiedliśmy zaś w Uwadze §.**VI.** że zapomocą iednego tylko gatunku szkła, aberracyi nie tylko zniszczyć ale nawet poprawić nie podobna. Nie można także położyć $\frac{1}{r} = 0$, $\frac{1}{r'''} = 0$, bobyśmy otrzymali $dP = dP'$ co bydź nie może: więc ani obydwie powierzchnie wewnętrzne ani obydwie zewnętrzne nie mogą bydź płaskie. Oprocz atoli wyliczonych przypadków, moznaby dwie inne powierzchnie iednę zewnętrzną drugą wewnętrzną wziąć za Płaską. Weźmy atoli inne wartości dwie na Promienie stósownie do Praktyki, ktora zachodzi w potroynych szkłach objektowych przez Dollonda wyrabianych.

§.X. ***Przykład na Teleskopy Akromatyczne Dollonda o trzech Szkłach to iest kiedy Szkło Objektowe składa się z dwoch zewnętrznych Crown-glass obydwoch wypukło-wypukłych, i z iednego Flintglass wklęsło wklęsłego między dwoma pierwszemi zamkniętego.***

Nie będziemy rostrząsać tylko pierwszy przypadek kiedy $\varpi = P$, dla łatwości rachunku.

Niech będzie $\dfrac{2}{R\left(\dfrac{P'-1}{P-1} - \dfrac{dP'}{dP}\right)} = D$; $\dfrac{2}{R\left(1 - \dfrac{(P'-1)\, dP}{(P-1)\, dP'}\right)} = B$.

Ponieważ $P=1,54$, $P-1=0,54$, $P'=1,598$, $P'-1=0,598$, $dP=0,010$; $dP'=0,015$, $\frac{dP'}{dP}=\frac{3}{2}$; $\frac{P'-1}{P-1}=\frac{598}{540}$, więc $D=\frac{2}{R[\frac{598}{540}-\frac{3}{2}]}=\frac{2}{R}[-\frac{1080}{424}]=-\frac{2\cdot 1080}{R\cdot 424}=-\frac{1080}{R\cdot 212}$, $B=\dfrac{2}{R[1-\frac{2}{3}\cdot\frac{598}{540}]}=\frac{2\cdot 1620}{424\cdot R}=\frac{1620}{R\cdot 212}$.

$$D+\frac{1}{r''}=\frac{1}{r'} \;\ldots.\qquad (1)$$

$$B+\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'''}=\frac{1}{r}+\frac{1}{r''} \;\ldots..\ (2).$$

[Fig.2 powtórzona po lewej stronie]

Nie bierzmy żadnéy powierzchni za płaską: ale wprowadzaymy warunki takie, aby ze czterych ilości r, r', r'', r''' dwie iakiekolwiek były innym dwom równe. Niech będzie $r = r''$, $-r' = -r'''$, to iest pierwsza powierzchnia trzeciey, a druga $4^{\underline{tey}}$. Dwa zrównania w tym przypadku będą $D+\frac{1}{r'}=\frac{1}{r}$ .... $B+\frac{2}{r'}=\frac{2}{r}$, skąd wypada że $2D = B$, więc by musiało bydź $P' = P$, $dP' = dP$, co iest przeciwko doświadczeniu. Więc to przypuszczenie nie może mieć mieysca. Ani także $r' = r''$ utrzymać się nie może boby [str.14] musiało bydź albo $R=\frac{1}{0}$; albo $dP = dP'$, co bydź także nie może.

[Fig.2 powtórzona po prawej stronie]

Przypuszczenie $2^{\underline{gie}}$. Niech będzie $r = -r'''$, $-r' = r''$; to iest pierwsza powierzchnią z czwartą, druga z trzecią niech maią ten sam promień wspacznie obrócony, to iest nie ku Ogniskowi ale ku Objektowi, co się wyraża przez znak odiemny. Więc dwa zrównania pierwsze kiedy $\varpi=P$, będą $D+\frac{1}{r''}=\frac{1}{r'}$; $B+\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'''}=\frac{1}{r}+\frac{1}{r''}$; a wprowadziwszy kondycyą na r, r', r'', r''', będą $D=-\frac{2}{r''}$, $\frac{B+D}{2}=\frac{1}{r}$, to iest $r''=-\frac{2}{D}=+\frac{R\cdot 424}{1080}$; $r=\frac{2}{B+D}=R\cdot\frac{424}{540}$; więc kiedy $R = 26$ *calów*, będzie: $r'' = 10$ *calów*; $r = 20$ *calów*; $r''' = -20$ *calów*; $r' = -10$ *calów*.

Kondycya na zniesienie Aberracyi **§.IX**. zrównanie (Δ) w teraźnieyszym przypadku będzie: $\frac{dP'}{dP}=\frac{r''+r}{r}=\frac{20+10}{20}=\frac{3}{2}$ zupełnie zgodne z doświadczeniem. A zatem to przypuszczenie iest barzo dobre do wyrabiania Szkieł Akromatycznych Objektowych.

Przypuszczenie $3^{\underline{cie}}$. Niech będzie $r = r'' = -r'''$ to iest pierwsza, $3^{\underline{cia}}$ i czwarta powierzchnia niech będą tego samego promienia. Zrównania nasze w teraźnieyszym przypadku będą: $D+\frac{1}{r}=\frac{1}{r'}$. $B+\frac{1}{r'}=\frac{3}{r}$ skąd $r=\frac{2}{B+D}$; $r'=\frac{2}{3D+B}$; w Liczbach: $r=\frac{R\cdot 424}{540}=\frac{26\cdot 424}{540}=20,414$ *calów*; $r'=-\frac{R\cdot 424}{1620}=-6,8$ *calów*

Zrównanie (Δ) w teraźnieyszym przypadku $\dfrac{dP'}{dP}=\dfrac{\frac{3}{r}-\frac{1}{r'}}{\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}}=\dfrac{3r'-r}{r'-r}=\dfrac{41}{27}=1,5=\frac{3}{2}$ także zgodne z doświadczeniem.

Gdybyśmy chcieli wszystkie cztery powierzchnie uczynić równe czyli $r = r' = r'' = r'''$; trzeba żeby $r'' = r'$; cośmy iuż dowiedli że iest niepodobne; położywszy znowu $r = -r' = r'' = -r'''$; iak na szkło wypukło wypukłe z Crown glass, zamykaiące wewnętrzne szkło wklęsło-wklęsłe z Flintglass przystoi, tedy zadanie staie się więcey iak oznaczonym, bo tylko iest iedna ilość nieznana, a dwa zrównania, przez co wypada uczynić zadosyć zrównaniu warunkowemu $2B = D$, skąd by znowu wypadało przypuszczenie że $dP = dP'$ co iest przeciwko Doswiadczeniu. Więc wyrobiwszy wszystkie powierzchnie iedney krzywizny, niepodobna iest przez takie szkło aberracyi zniszczyć.

[na prawym marginesie] **kiedy niepodobna szkła uczynic akromatycznem**

S tego wszystkiego wypadaią następujące przestrogi praktyczne do szlufowania szkieł: Że w szkle potróynym, to iest gdzie dwa wypukło wypukłe z Crown glass zamykaią wklęsło-wklęsłe z Flintglass, że mowię, w takim szkle niepodobna zniszczyć aberracyi dla kolorów.

__*Naprzod*__ kiedy albo obydwie Powierzchnie zewnętrzne, albo obydwie wewnętrzne są płaskie. $\frac{1}{r}=0$, $\frac{1}{r'''}=0$, ..., $\frac{1}{r'}=0$, $\frac{1}{r''}=0$.

__*Powtóre*__. Gdyby szkło przodkowe będąc albo wklęsło-wklęsłym, albo wklęsło wypukłym, a promień wklęsłości równy promieniowi wypukłości: $r'=r''$.

__*Potrzecie*__. Gdyby szkło srzodkowe będąc albo wklęsło-wklęsłym, albo wklęsło wypukłym, wszystkie cztery powierzchnie były tey samey krzywizny, to iest należały do tego samego promienia $r=r'=r''=r'''$, albo kiedy $r=-r'=r''=-r'''$; [str.15]

[Fig.2 powtórzona po lewej stronie]

__*Poczwarte*__. Gdyby powierzchnia pierwsza z trzecią, a druga z czwartą były równego promienia, parzysta z parzystą, a nie parzysta z nieparzystą czyli kiedy $r=r''$, $-r'=-r'''$;

__*Popiąte*__. Gdyby powierzchnia pierwsza z drugą; a trzecia z czwartą były równego Promienia: to iest $r=\pm r'$, $r''=\pm r'''$ wypada bowiem $B=-2D$.

[na lewym marginesie] **Kiedy można szkło zrobić Akromatyczne:**

Można zaś Szkło potroyne zrobic Akromatycznêm w następuiących przypadkach.

__*Naprzod*__. Kiedy pierwsza powierzchnia dodatna z czwartą odiemną; druga odiemna, z trzecią dodatną maią równe promienie to iest $r=-r'''$; $r''=-r'$; na ten czas $r''=-\frac{2}{D}$; $r'=\frac{2}{D+B}$;

__*Powtóre*__. Kiedy pierwsza, trzecia, i czwarta maią ten sam promień, czwarta będąc odiemną to iest $r=r''=-r'''$; naten czas $r=\frac{2}{B+D}$; $r'=\frac{2}{3D+B}$;

__*Potrzecie*__. Kiedy pierwsza, druga, i czwarta powierzchnia maią ten sam promień biorąc drugą i czwartą odiemnie to iest $r=-r'=-r'''$; $r=\frac{2}{B+D}$; $r''=-\frac{2}{B+3D}$;

__*Poczwarte*__. Kiedy pierwsza i trzecia dodatne maią z drugą odiemną ten sam promień czyli $r=r''=-r'''$, $r'=\frac{2}{D}$ $r'''=-\frac{2}{2B+3D}$;

__*Popiąte*__. Kiedy druga i czwarta odiemne maią z trzecią dodatną ten sam promień, to iest $r'=-r'=-r'''$; $r''=-\frac{2}{D}$; $r=\frac{2}{2B+3D}$.

Biorąc znowu iednę powierzchnią zewnętrzną, a drugą wewnętrzną płaską wypadaią 4 kombinacye podobne do uczynienia szkła akromatycznym: to iest

$$
\begin{array}{lllll}
1^{\underline{o}} & \frac{1}{r}=0 & \frac{1}{r''}=0 & r'=\frac{1}{D} & r'''=-\frac{1}{B+D} \\
2^{\underline{do}} & \frac{1}{r}=0 & \frac{1}{r'}=0 & r''=-\frac{1}{D} & r'''=-\frac{1}{B+D} \\
3^{\underline{tio}} & \frac{1}{r'''}=0 & \frac{1}{r''}=0 & r'=\frac{1}{D} & r=\frac{1}{B+D} \\
4^{\underline{to}} & \frac{1}{r'''}=0 & \frac{1}{r'}=0 & r''=-\frac{1}{D} & r=\frac{1}{B+D}
\end{array}
$$

Biorąc iednę powierzchnią którąkolwiek za płaską, a dwie inne tego samego promienia; wypada nam 12 następuiących kombinacyi:

$$
1^{\underline{o}}\ \textit{kiedy}\ \frac{1}{r'}=0 \left\{
\begin{array}{lll}
r=-r''' & r''=-\frac{1}{D} & r'''=-\frac{2}{B+D} \\
r=r'' & r''=-\frac{1}{D} & r'''=-\frac{2}{2D+B} \\
r''=-r''' & r'''=+\frac{1}{D} & r=\frac{1}{2D+B}
\end{array}
\right.
$$

$$2^{\underline{do}}\ kiedy\ \frac{1}{r}=0\begin{cases} r''=-r' & r'=\dfrac{2}{D} \quad r'''=-\dfrac{1}{B+D} \\ r''=-r''' & r'=\dfrac{1}{2D+B} \quad r''=\dfrac{1}{B+D} \\ \pm r'=\pm r''' & r'=-\dfrac{1}{D+B} \quad r''=-\dfrac{1}{2D+B} \end{cases}$$

$$3^{\underline{tio}}\ kiedy\ \frac{1}{r''}=0\begin{cases} r=-r''' & r'=\dfrac{1}{D} \quad r'''=-\dfrac{2}{B+D} \\ r=-r' & r'=\dfrac{1}{D} \quad r'''=-\dfrac{1}{2D+B} \\ \pm r'=\pm r''' & r'=\dfrac{1}{D} \quad r=\dfrac{1}{B+2D} \end{cases}$$

$$4^{\underline{to}}\ kiedy\ \frac{1}{r'''}=0\begin{cases} r=r'' & r=\dfrac{1}{B+D} \quad r'=\dfrac{1}{2D+B} \\ r=-r' & r''=-\dfrac{1}{2D+B} \quad r'=-\dfrac{1}{D+B} \\ r''=-r' & r=\dfrac{1}{B+D} \quad r'=\dfrac{2}{D} \end{cases}$$

[str.16]
[na prawym marginesie] **Jak Aberracyą w szkle potróynym zmniéyszyć, podług pewnego stósunku**

§.XI. Zamiast zupełnie zniszczyć Aberracyą w szkle potróynym, gdybyśmy ią tylko chcieli zmniéyszyć w stósunku danym $\frac{2d\varpi.\theta}{R}$, różnicuiąc wartość znalezioną na δ^{IV} pod **§.IX**., działaiąc sposobem podobnem do tego któryśmy w §.VIII. wyłożyli; znaydziemy:

$$\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'''}=\left[\frac{(2\varpi-2)dP'-2\theta d\varpi(P'-1)}{R}\right]:[(P-1)dP'-(P'-1)dP];$$

$$\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}=\left[\frac{(2\varpi-2)dP-2\theta d\varpi(P-1)}{R}\right]:[(P'-1)dP-(P-1)dP'];$$

a kiedy $\varpi=P$

$$\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'''}=\frac{2}{R}\left(1-\frac{\theta dP.(P'-1)}{dP'.(P-1)}\right)\!\left(1-\frac{dP.(P'-1)}{dP'.(P-1)}\right)\ ;\ \frac{1}{r}-\frac{1}{r''}=\frac{2}{R}(1-\theta)\!:\!\left[\frac{P'-1}{P-1}-\frac{dP'}{dP}\right];$$

ieśli zaś $\varpi=P'$

$$\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'''}=2\left(\frac{1-\theta}{R}\right)\!:\!\left[\frac{P-1}{P'-1}-\frac{dP}{dP'}\right]\ ;\ \frac{1}{r}-\frac{1}{r''}=\frac{2}{R}\left(1-\frac{\theta dP'.(P-1)}{dP.(P'-1)}\right)\!:\!\left(1-\frac{(P-1)dP'}{dP(P'-1)}\right)$$

skąd znowu wypada że $\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'''}=K'\left(\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'}\right)$,

$$K'=\left(1-\frac{\theta dP.(P'-1)}{dP'.(P-1)}\right):\left(\frac{(1-\theta)dP}{dP'}\right)\text{kiedy } \varpi=P\text{, albo}$$

$$K'=(1-\theta):\left[\frac{dP}{dP'}\times\left(1-\frac{\theta dP'(P-1)}{dP(P'-1)}\right)\right]\text{, kiedy } \varpi=P'.$$

Zrównania i warunki na zniszczenie Aberracyi dla Kolorów, maiąc wzgląd na grubość szkła.

§.XII. W całym dotąd ciągu uwag i rachunku zaniedbaliśmy grubość szkła, iak gdyby światło przez same tylko powierzchnie szkieł przechodząc łamało się i dzieliło na kolory. Takowy sposób uważania nie sprawiłby może znaczney w wypadkach różnicy, gdyby grubość szkła w porównaniu odległości ogniskowey i promienia powierzchni, była niezmiernie mała; ale ieżeli przychodzi szkło s kilku gatunków szkła mieć złożone iak tego zniszczenie aberracyi koniecznie wyciąga; niepodobna aby iego grubość stała się niczym w porównaniu odległości ogniskowey i promienia powierzchni: przeto zastanowmy się iakie wypadną odległości ogniska nazwawszy grubość szkła pierwszego e czyli odległość między pierwszą i drugą powierzchnią; e' grubość drugiego szkła to iest odległość między powierzchnią drugą i trzecią; e'' odległość między trzecią i czwartą czyli grubość 3^{go} szkła. W takim razie w zrównaniach **§.II.** δ' stanie się $\delta'-e$, δ'' stanie się $\delta''-e'$, δ''' stanie się $\delta'''-e''$ a przeto

$$\delta''=\frac{1}{\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'}{\delta'-e}};\ \ldots\ \delta'''=\frac{1}{\frac{1-m''}{r''}+\frac{m''}{\delta''-e'}};\ \ldots\ \delta^{IV}=\frac{1}{\frac{1-m'''}{r'''}+\frac{m'''}{\delta'''-e''}};$$

aże e nie mogąc bydź tylko ilością małą w porównaniu z δ', wartość ułomku $\frac{1}{\delta'-e}=\frac{1}{\delta'}+\frac{e}{\delta'^2}$ dosyć będzie prawdy bliska, podobnie $\frac{1}{\delta''-e'}=\frac{1}{\delta''}+\frac{e'}{\delta''^2}$ &c. wartości więc poprzedzaiących zrównań będą: [str.17]

$$\delta''=\frac{1}{\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'}{\delta'}+\frac{m'e}{\delta'^2}};\ \ldots\ \delta'''=\frac{1}{\frac{1-m''}{r''}+\frac{m''}{\delta''}+\frac{m''e'}{\delta''^2}};\ \ldots\ \delta^{IV}=\frac{1}{\frac{1-m'''}{r'''}+\frac{m'''}{\delta'''}+\frac{m'''e''}{\delta'''^2}};$$

czyli
$$\delta''=\frac{1}{\frac{1-m'}{r'}+m'\left(\frac{1-m}{r}+\frac{m}{\delta}\right)+m'e\left(\frac{1-m}{r}+\frac{m}{\delta}\right)^2};$$

$$\frac{1}{\delta'''}=\frac{1-m''}{r''}+m''\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}-\frac{mm'}{\delta}\right)+m''m'e\left(\frac{1-m}{r}-\frac{m}{\delta}\right)^2+$$

$m''e'\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}-\frac{mm'}{\delta}\right)^2$; opuszcza się termin mnożony przez $e'e$.

$$\frac{1}{\delta^{IV}}=\frac{1-m'''}{r'''}+m'''\left(\frac{1-m''}{r''}\right)+m'''m''\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}-\frac{mm'}{\delta}+m'e\left(\frac{1-m}{r}-\frac{m}{\delta}\right)^2\right)$$

$$+m'''m''e'\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}-\frac{mm'}{\delta}\right)^2+m'''e''\left[\frac{1-m''}{r''}+m''\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}-\frac{mm'}{\delta}\right)\right]^2;$$

Na promienie swiatła równoległe $\frac{1}{\delta}=0$, te zrównania staną się

$$\frac{1}{\delta''}=\frac{1-m'}{r'}+m'\left(\frac{1-m}{r}\right)+m'e\left(\frac{1-m}{r}\right)^2;$$

$$\frac{1}{\delta'''}=\frac{1-m''}{r''}+m''\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}\right)+m''m'e\left(\frac{1-m}{r}\right)^2+m''e'\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}\right)^2;$$

$$\frac{1}{\delta^{IV}}=\frac{1-m'''}{r'''}+m'''\left(\frac{1-m''}{r''}\right)+m'''m''\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}\right)+m'''m''m'e\left(\frac{1-m}{r}\right)^2+$$

$$+m''m''e'\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}\right)^2+m'''e''\left(\frac{1-m''}{r''}+m''\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r}\right)\right)^2.$$

Warunki na podwóyne Szkło Objektowe z trzema powierzchniami.

§.XIII. Podług **§.IV**. w teraźnieyszym przypadku mamy $\frac{1}{m}=P$, $\frac{1}{M}=P'$; $m'=\frac{M}{m}=\frac{P}{P'}$; $m''=\frac{1}{M}=P'$; $m''.m'.m=1$, $m'.m=\frac{1}{P'}$; $m''m'=P$: przez te wprowadzone wartości w δ''' na Promienie równoległe, będzie

$$\frac{1}{\delta'''}=-\frac{P'}{r''}+\frac{P'}{r'}-\frac{P}{r'}+\frac{P}{r}+\frac{1}{r''}-\frac{1}{r}+Pe\left(\frac{1-\frac{1}{P}}{r}\right)^2+P'e'\left(\frac{1-\frac{P}{P'}}{r'}+\frac{\frac{P}{P'}-\frac{1}{P'}}{r}\right)^2;$$

porównywuiąc teraźnieyszą wartość na δ'', stą którąśmy w **§.IV.V**, podali znaydziemy że ostatnie dwa terminy przybyszowe wypadły z grubości szkła: ich przeto różnicowanie zniknąć powinno ieżeli grubość szkła żadnéy nie ma sprawić Aberracyi, to iest bydź powinno:

$$\frac{e}{r^2}\left(dP-\frac{dP}{P^2}\right)+e'd.\left[\left(\frac{1}{P'}\right)\left(\frac{P'-P}{r'}+\frac{P-1}{r}\right)^2\right]=0,$$

zrównanie zaś na zniésienie Aberracyi dla kolorów w powierzchniach iest to samo iak w **§.V**.

$$d\left(\frac{1-P'}{r''}+\frac{P'-P}{r'}+\frac{P-1}{r}\right)=0 \quad \text{skąd} \quad d\left(\frac{P'-P}{r'}+\frac{P-1}{r}\right)=\frac{dP'}{r''}, \quad \text{a przeto}$$

$$\frac{e}{e'}=\frac{dP'}{dP}\cdot\frac{P^2r^2}{P^2-1}\left[\left(\frac{1}{P'^2}\right)\left(\frac{P'-P}{r'}+\frac{P-1}{r}\right)^2-\frac{2}{P'r''}\left(\frac{P'-P}{r'}+\frac{P-1}{r}\right)\right]$$

wartości na e, e' bydź koniecznie powinny dodatne, bo grubość szkła nie może leżyć za powierzchnią pierwszą ku Objektowi, ale koniecznie ku Ogniskowi: iakoż ostatnie zrównanie pokazuie nam że $\frac{e}{e'}$ iest koniecznie dodatne. Gdybyśmy chcieli wprowadzić kondycyą **§.VI**. żeby powierzchnia dwa szkła spaiaiąca była płaska czyli $\frac{1}{r'}=0$; w tym przypadku zrównanie **§.V**. na zniesienie Aberracyi w powierzchniach staie się $\frac{dP'}{dP}=\frac{r''}{r}$, tę wartość za r'' wprowadziwszy, i $\frac{1}{r'}=0$ otrzymamy

$$\frac{e}{e'}=\frac{dP'}{dP}\cdot\frac{r^2}{1-\frac{1}{P^2}}\left[\frac{1}{P'^2}\cdot\frac{(P-1)^2}{r^2}-\frac{2dP\,(P-1)}{rdP'\quad P'r}\right];$$

$\frac{e}{e'}$ byłoby dodatne gdyby było $\frac{P-1}{P'}>\frac{2dP}{dP'}$, ieżeli zaś $\frac{P-1}{P'}<\frac{2dP}{dP'}$, $\frac{e}{e'}$ iest odiemne: Latwo się zaś [str.18] przekonać, że prawie nigdy nie może bydź $\frac{P-1}{P'}>\frac{2dP}{dP'}$, a zatem aberracya dla grubości szkła nie może zupełnie zniknąć w takim szkle iakieśmy uważali pod **§.VII.** Zaiste P, P' są większe od iedności każde z nich z osobna, są oprócz tego obydwa tego samego znaku, więc $\frac{dP}{dP'}$ iest ilością dodatną: $1-\frac{1}{P^2}$ iest także ilością dodatną, gdy $P>1$; Jeżeli przypuszczemy że $P>P'$, musi bydź także $dP>dP'$, gdyż ciało przezroczyste które barziey łamie iak inne ciało światło srzednie czyli zielone, musi także barziéy łamać światło czerwone i fioletowe: więc $\frac{2dP}{dP'}>2$; a ponieważ $P'<2$ ale $P'>1$, więc $\frac{P-1}{P'}$ iest prawdziwym ułamkiem i $\frac{P-1}{P'}<\frac{2dP}{dP'}$: Jeżeli zaś przypuszczemy że $P<P'$ różnica między niemi musi bydz barzo mała gdyż iak P tak P' iest zawsze <2 ale >1, więc rożnica między dP, dP' będzie także barzo mała, a zatem $\frac{2dP}{dP'}$ będzie barzo mało mnieysze od 2, kiedy $\frac{P-1}{P'}$ będzie zawsze ułomkiem, więc prawie nigdy nie będzie $\frac{P-1}{P'}>\frac{2dP}{dP'}$, więc w szkle podwoynym o trzech powierzchniach dawszy srzednią powierzchnią płaską, aberracyi zupełnie zniszczyć nie można.

[na prawym marginesie] **kiedy można aberracyą w podwoynym szkle zniszczyć?**

Jeżeli zaś położemy $\frac{1}{r''}=0$, otrzymamy

$$\frac{e}{e'}=\frac{dP'}{dP}\cdot\frac{r^2}{1-\frac{1}{P^2}}\left[\left(\frac{1}{P'^2}\right)\left(\frac{P'-P}{r'}+\frac{P-1}{r}\right)^2\right]; \text{ które iest zawsze dodatne:}$$

wprowadziwszy tę kondycyą w zrównanie **§.V.** na Aberracyą będzie $\frac{dP'}{dP}=\frac{r-r'}{r}$ skąd $\frac{1}{r'}=\frac{\frac{1}{r}}{1-\frac{dP'}{dP}}$, a

przeto gdy $\varpi=P$ zrównania **§.VI.** będą

$$\frac{2}{R\left(\frac{dP'}{dP}-\frac{P'-1}{P-1}\right)}=\frac{1}{r}\quad;\quad\frac{2\left(\frac{dP'}{dP}-1\right)}{R\left(\frac{dP'}{dP}-\frac{P'-1}{P-1}\right)}=\frac{1}{r};$$

a gdy $\varpi=P'$

$$\frac{2}{R\left(\frac{P-1}{P'-1}-\frac{dP}{dP'}\right)}=-\frac{1}{r'}\quad;\quad\frac{2\left(1-\frac{dP'}{dP}\right)}{R\left(\frac{P-1}{P'-1}-\frac{dP}{dP'}\right)}=\frac{1}{r};$$

s tych zrównań wypada następuiąca Prawda: iż ieżeli chcemy w szkle podwóynym Objektowym Aberracyą nawet tę zniszczyć, która od grubości szkła pochodzi, potrzeba abyśmy nie srzednią ale trzecią powierzchnią uczynili płaską.
[na prawym marginesie] **zrównania na Mikroskopy.**

§.XIV. Gdyby Objekt nie był nieskończenie odległy od Szkła, a zatem promienie nie wpadały równolegle, iak się dzieie w Mikroskopach położywszy $m=\frac{1}{P}$, $m'=\frac{P}{P'}$; $m''=P'=\frac{1}{M}$; wypada z **§.XII.** zrównanie na zniesienie Aberracyi dla grubości szkła:

$$ed\left[P\left(\frac{1-m}{r}-\frac{m}{\delta}\right)^2\right]+e'd\left[P'\left(\frac{1-m'}{r'}+\frac{m'-mm'}{r'}-\frac{mm'}{\delta}\right)^2\right]=0$$

zrównanie w którym trzeba pamiętać że $dm'=d\left(\frac{P}{P'}\right)$; $dm=-\frac{dP}{P^2}$;

Z uwagi nad tém zrównaniem łatwo wniesdź można że ieżeli δ nie iest ilością nieskończoną, maiąc wzgląd na grubość szkła, niepodobna prawie Abrracyi na ten czas zniszczyć: δ bowiem będąc ilością odmienną, nie powinno wchodzić w zrównanie daiące wartość na e, e': którego atoli nie możnaby się inaczey pozbyć, tylko czyniąc [str.19] każdy termin zawieraiący $\frac{1}{\delta}$; $\frac{1}{\delta''}$ równy zero, przez co otrzymalibyśmy trzy zrównania, kiedy między trzema ilościami nieznanemi r, r', r'' iedna tylko zostaie nieznana. Uczyniwszy bowiem zadosyć zrównaniom na zniesienie Aberracyi w powierzchniach dwie ilości strzech podanych r, r', r'' iuż będą determinowane. Więc w tym przypadku maiąc więcey zrównań niż nieznanych wypasdź muszą zrównania warunkowe i zadanie staie się więcey iak oznaczone używaiąc dwóch gatunków szkła i 3 powierzchnie.

UWAGI O RĘKOPISIE ŚNIADECKIEGO

Tekst poświęcony jest optyce geometrycznej. Śniadecki analizuje zachowanie się światła przechodzącego przez soczewkę kulistą, utworzoną przez powierzchnię kuli o środku C i promieniu $BC = BD$. Przyjmuje przy tym, że światło biegnie blisko osi AC. Używając elementarnej trygonometrii wyznacza odległość, w jakiej promień padający z punktu A pod kątem x do osi AC przetnie tę oś. Wzór ten posłuży mu później do analizy bardziej złożonych sytuacji optycznych. Wszystkie rozpatrywane układy optyczne składają się z soczewek kulistych. Następnie analizuje sytuację, gdy światło przechodzi prze kilka soczewek, wyprowadzając odpowiednie wzory. Zawierają one współczynniki załamania światła dla kolejnych soczewek i wiążą aberrację chromatyczną dla dwóch gatunków szkła, z których zbudowany jest układ optyczny, utworzony przez dwie soczewki kuliste. Są to wzory w postaci równań różniczkowych. Śniadecki jednak nie rozwiązuje tych równań, a jedynie analizuje. W dalszym ciągu traktuje otrzymane równania jako równania różnicowe, ilustrując swoje rozważania przykładami liczbowymi. Ostatnie paragrafy rozprawy poświęca Śniadecki analizie sytuacji, gdy układ optyczny zbudowany jest z trzech soczewek. Zakłada, że są dwa gatunki szkła o różnych współczynnikach załamania światła. Rozważa co prawda dwie odmiany szkła znane wówczas w Anglii: Flint-Glass i Crown-Glass, jednak jego rozumowania są zupełnie ogólne i mogą być powtórzone bez dodatkowego założenia. W dalszych rozważaniach Śniadecki zastanawia się, jak zmniejszyć aberrację chromatyczną, cały czas przy założeniu, że soczewki zrobione są z dwóch różnych gatunków szkła. Na koniec przenosi otrzymane wyniki na układy optyczne złożone z trzech soczewek zbudowanych z dwóch gatunków szkła. Rezyguje z sytuacji idealnej, w której pomijał wcześniej grubość soczewek. Otrzymane wzory uwzględniają grubość poszczególnych soczewek. Rachunki i rozumowania z .I. podobne są do analogicznego rozumowania Eulera ([15], vol. I, ust.20, Problemma 1, fig.2). Jednakże zarówno rachunki, jak i oznaczenia są różne u obu autorów. Być może Śniadecki znał dzieło [15], albo którąś z wcześniejszych prac Eulera z optyki. Cytowaną w rękopisie Śniadeckiego ([28] F1511–23, .VII) pracą Eulera z optyki z 1747 roku może być tylko praca odnotowana u Fussa ([17], vol.1, str. CXV) pod numerem 714: *Sur la perfection des verres objectifs des lunettes*, Mmoires de l'Acadmie Royale des Sciences st Belles-Lettres, a Berlin, 1747, str. 274). Czterdzieści dziewięć prac Eulera z optyki, cytowanych w bibliografii Fussa (por. [17], str. CXIII–CXV, poz. 685–731) weszło w skład jego Dioptryki [15]. Rozumowanie i rysunek Śniadeckiego na początku jego rękopisu podobne są do rozważań Eulera (*loc. cit. Problemma* 1, str.13–15). Na tym jednak kończą się podobieństwa. Również wydanie pośmiertne *Dioptryki* ([16], rozdziały XII–XVII) nie zawiera rozważań o budowie teleskopów, w których soczewka zbudowana jest z trzech części i dwóch różnych gatunków szkła. Euler rozważa tam układy optyczne złożone z kilku soczewek wypukło-wypukłych, jednak nie rozpatruje soczewek klejonych ze szkła różnych gatunków.

W §.VII. rękopisu Śniadecki cytuje optyka angielskiego, Dollonda. Watt [37] podaje to nazwisko jako *Dolland*, cytując Johna Dollanda (1706–1761) i Petera Dollanda (1730–1820), jego najstarszego syna. Publikacja [12] wymieniona w tym źródle datowana jest później niż przytoczony powyżej rękopis Śniadeckiego. Według innych źródeł nie było publikacji Dollondów poświęconych soczewkom zbudowanym z kilku części z Flint-glass i Crown-glass, ani też innych publikacji przedstawiających tajniki konstrukcji słynnego teleskopu, którym posługiwał się William Herschel w Londynie, dokonując swoich odkryć astronomicznych. O odkryciach tych powiadomił później Jan Śniadecki Paryską Akademię Nauk.W źródłach [27] i [36] obaj optycy, John i jego syn Peter wymienieni są jako Dollond. W [36] cytowane są dwie prace o teleskopach (ojca i syna), obie datowane na około 1800 rok. Najpełniejszą informację podaje słownik Webstera [27]. Czytamy tam m. in.: *Dollond John* (1706–1761). *English optician. Jointed his eldest son Peter* (1730–1820) *in making optical instruments (from 1752)*; *discovered means of constructing achromatic lenses by combination of crown and flint glasses, improving telescope lenses; invented modern heliometer* (1754); *Peter invented improved triple achromatic lens* (1765). [...] Prace obu optyków miały charakter eksperymentalny w przeciwieństwie do teoretycznych rozważań Śniadeckiego. Watt [37] cytuje co prawda trzy prace Johna Dollonda, podając Philosophical Transactions jak miejsce ich publikacji, jednak żadna z nich nie jest ściśle związana z budową trzyczęściowych soczewęk. Oto tytuły tych prac: I. *Of a contrivance for measuring of small angles*; II. *Concerning a mistake in Mr. Euler's Theorem for correcting the aberrations in the Object-Glasses of Refracting Telesopes*; III. *On some Experiments concerning the different Refrangibility of Light.* Poszukiwanie w internecie nie dało pozytywnego rezultatu. Cytowane są tylko źródła znane na początku XIX wieku. Prace Herschela [18]–[20] nie dotyczą budowy i własności teleskopu Dollonda, którym się posługiwał.

Rozumowania podobne do rozumowań Śniadeckiego w .IX. przeprowadził Abel Brja [5] dziesięć lat później, niż Śniadecki. W związku z tym warto jednak odnotować, że cytowany autor rozważa prostsze układy optyczne, złożone z dwóch lub trzech pryzmatów, wyprowadzając odpowiednie wzory dla takiego układu optycznego, w którym stosowane są dwa gatunki szkła: Flint-glass i Crown-glass. Jako wniosek wyprowadza Brja odpowiednie wzory dla takiego układu optycznego, jaki rozważał Śniadecki. Rozważania Brji są w pełni elementarne, używają metod geometrii elementarnej. Przeprowadza on rachunki dla pryzmatów i układów pryzmatów, a następnie przechodzi do układów soczewek, przybliżając je pryzmatami. Przybliżenie polega na zastąpieniu soczewki pryzmatem, którego ściany są styczne w miejscu zwężenia soczewki do jej powierzchni, a więc opisanym na soczewce. Następnie Brja rozważa pryzmaty zbudowane z Flint-glass i z Crown-glass. Podaje tabelki załamania światła w takich układach optycznych. Otrzymane wyniki stosuje do soczewek zbudowanych z tych dwóch gatunków szkła, klejonych z dwóch lub z trzech części, tak jak u Śniadeckiego. Jednakże nie ma u niego analizy własności soczewek klejonych z trzech części, jak u Śniadeckiego. Możemy więc z dużym prawdopodobieństwem przyjąć, że praca Śniadeckiego jest w pełni oryginalna i w chwili jej przygotowywania zawierała nowe wyniki z zakresu optyki. Niewątpliwie znane mu były ówczesne prace z optyki, przynajmniej te najważniejsze, tzn. Dollondów i Eulera. Nie wiadomo dlaczego Śniadecki nie opublikował tej pracy. Zapewne przyczyną był brak czasu, spowodowany licznymi obowiązkami.

Można domyślać się, że tekst Śniadeckiego powstał po powrocie z Londynu jako wynik jego fascynacji teleskopem, którym posługiwał się Herschel, przy pomocy którego dokonał znanych odkryć w astronomii. Śniadecki chciał zapewne wyjaśnić, czy mając do dyspozycji ówczesne możliwości techniczne, można w konstrukcji teleskopów coś udoskonalić. Ostatnia strona rękopisu, zapisana tylko w jednej czwartej, zdaje się świadczyć, że Śniadecki przerwał nagle pracę nad tekstem, nigdy doń już nie powracając.

Mimo, że praca Śniadeckiego jest z optyki geometrycznej, można ją uznać za pracę z matematyki stosowanej. Śniadecki przeprowadza eleganckie rozumowania, wyznaczając przypadki, w których można teoretycznie wyeliminować aberrację chromatyczną, podając opis trzyczęściowych soczewek achromatycznych zbudowanych z dwóch gatunków szkła. Okazuje się, że sytuacja optymalna będzie wtedy, gdy układ optyczny (teleskop lub mikroskop) składa się z trzech soczewek, z których wewnętrzna jest wklęsło-wklęsła, a zewnętrzne są wypukło-wklęsłe, tak jak na rysunku drugim [Fig.2].

Zastosowany aparat matematyczny to elementarna algebra, trygoometria płaska i analiza matematyczna. Ta ostatnia używana jest często w formie, którą zaproponował sto lat wcześniej Isaac Newton, a rozwinął Leonhard Euler w XVIII wieku. Mianowicie Śniadecki, wyprowadzając różne wzory, korzysta z rozwinięć funkcji w szeregi potęgowe, a następnie przybliża szereg pierwszymi składnikami tego szeregu. Warunki zadania pozwalają w konkretnych przypadkach na zaniedbanie małych reszt. Stosuje to nie tylko w przypadku funkcji trygonometrycznych, ale także do liczb wymiernych, zastępując je niekiedy odpowiednim przybliżeniem. Śniadecki korzysta *implicite* ze wzoru na postęp geometryczny, czyli z rozwinięcia funkcji

$$\frac{1}{1-x} \quad (|x| < 1)$$

w znany szereg potęgowy: $+ x + x^2 + \ldots$, zastępując w konkretnych przypadkach liczby dwoma pierwszymi składnikami tego szeregu. Upraszcza to nieco otrzymane wzory.

Wyprowadzone przez Śniadeckiego równania to równania różniczkowe, których jednak nie rozwiązuje. Stosuje je tylko do przeprowadzenia ogólnych rozumowań, zgrabnych i eleganckich.

Przytoczony wyżej rękopis jest jedynym znanym mi tekstem Jana Śniadeckiego, o którym można powiedzieć, że ma charakter pracy naukowej, jest twórczy i w pełni oryginalny. Inne jego teksty matematyczne, dwa teksty z rachunku prawdopodobieństwa i książki:

1. *Rachunek Zdarzeń i Przypadków Losu*, 1790 (Biblioteka Jagiellońska, rks 3161/6).
2. *O Rachunku Losów,* Rzecz czytana na Sessyi literackiey Uniwersytetu Wileńskiego 15 listopada 1817 roku v. s., „Dziennik Wileński" Nr 36 (1817).
3. *Rachunku algebraicznego TEORYA Przystosowana do Geometryi Linii Krzywych* [...] *TOM PIERWSZY Zawieraiący Algebrę na dwie części podzieloną. W Krakowie w Drukarni Szkoły Główny 1783. Rachunku algebraicznego TEORYA* [...] *TOM II. w którym się przez zrównani nieoznaczon tłómaczą własności LINII i POWIERZCHNI KRZYWYCH.* W Krakowie W Drukarni Szkoły Głównéy Koronny Roku 1783.
4. *JEOGRAFIA czyli Opisanie Matematyczne i Fizyczne Ziemi*, 1803. Archiwum Historyczne w Wilnie. sygn. F1511.1.24, rks. (I wyd. Warszawa 1804).
5. *Trygonometrya kulista analitycznie wyłożona.* [...] W Wilnie i Warszawie, (wyd. I) 1817. (wyd. II) 1820.

zawierają wiele interesującej matematyki, ale nie ma w nich twórczych osiągnięć z matematyki. (Szczegóły bibliograficzne tych pozycji, z wyjątkiem rękopisu 1 można znaleźć w [42]). Książka z algebry była niewątpliwie najbardziej oryginalnym akademickim podręcznikiem algebry w Europie w ostatnim ćwierćwieczu XVIII wieku. Niestety, napisana po polsku, nie była znana w Europie. Np. po raz pierwszy podana jest w niej algebraiczna klasyfikacja stożkowych, jako rozwiązań równań stopnia dwa z dwiema niewiadomymi. Śniadecki niestety nie zrealizował do końca podobnego podejścia do opisu kwadryk. Również *Trygonometrya Kulista* jest oryginalną pozycją, podobnie jak Jeografia. Jednak we wszystkich wymienionych przypadkach można raczej mówić o eleganckim i oryginalnym wykładzie przedmiotu, a nie o własnych wynikach.

Bibliografia:

[1] Roman A f t a n a z y , *Dzieje rezydencji na dawnych kresach Rzeczypospolitej. Województwo Wileńskie*, Ossolineum 1993.

[2] Michał B a l i ń s k i , *Żywot uczony i publiczny Jana Śniadeckiego* [w:] *Dzieła Jana Śniadeckiego*, tom pierwszy, część druga. Warszawa 1839.

[3] — , *Pamiętniki o Janie Śniadeckim, jego życiu prywatnm i publicznm i dziełach jego*, tomy I–II, Wilno 1865.

[4] Józef Bieliński, *Uniwersytet Wileński (1759–1831)*, tomy I–III, Kraków 1899–1900.

[5] Abel Brja, *De la route de la lumiere qui tranverse un prisme transparent, avec des applications aux prismes achromatiques & aux lunettes achromatiques, Mémoires de l'Acadmie Royale des Sciences et Belles-Lettres, a Berlin, Classe de Mathématique*, 1798 [1801], 3–35.

[6] Mirosława Chamcówna, *Uniwersytet Jagielloński w dobie Komisji Edukacji Narodowej, Szkoła Główna Koronna w latach 1786–1795*. Wrocław-Kraków 1959 Ossolineum.

[7] — , *Jan Śniadecki*, Kraków 1963 Uniwersytet Jagielloński.

[8] Mirosława Chamcówna, Kamilla Mrozowska, *Dzieje Uniwersytetu Jagiellońskiego w latach 1765–1850*, tom II, część I, Kraków 1965 Uniwersytet Jagielloński.

[9] Jadwiga Dianni, *Studium matematyki na Uniwersytecie Jagiellońskim do połowy XIX wieku*, Kraków 1963 Uniwersytet Jagielloński.

[10] Samuel Dickstein, *O korespondencji Jana Śniadeckiego z Akademią Nauk w Petersburgu*, „Wiadomości Matematyczne" VII (1903), 22–31.

[11] — , *Jan Śniadecki, jako mistrz i krzewiciel nauk matematycznych w Polsce*, tamże XXXIII (1931), 1–14.

[12] Peter Dolland, *Some account of the Discovery made by the late John Dolland, F.R.S. which led to the grand improvement of Refracting Telescopes, in order to correct some misrepresentations in foreign publications of that Discovery; with an attempt to account for the mistake in an experiment made by Sir Isaac Newton, on which Experiment the improvement of the Refracting Telescope entirely depended*, London 1789.

[13] Stefan Drobot, *Dzieło Jana Śniadeckiego w naukach matematycznych i przyrodniczych, Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria II:* „Wiadomości Matematyczne" 1 (1955–1956), 95–111.

[14] Samuel Dür, *Jan Śniadecki matematyk*, „Studia i Materiały z Dziejów Nauki Polskiej" 2 (1954), 439–469.

[15] Leonhard Euler, *Dioptricae volumen prius, Dioptricae volumen posterius*, Petropoli 1769–1771.

[16] *Leonhardi Euleri Opera Posthuma, Mathematica et Physica*, [...] *Auctoris pronepotes Paulus Henricus Fuss et Nicolaus Fuss, Tomus Alter*, Petropoli 1862.

[17] P.-H. Fuss, *Correspondance Mathmatique et Physique de Quelques Célébres Géométres du XVIIléme Siècle*, Tome I–II, St.-Ptersbourg, 1843.

[18] William H e r s c h e l , *Account of some Observations tending to investigate the Construction of the Heavens*, „Philosophical Transactions", Vol. LXXIV, for the year 1784.

[19] — , *On the construction of the Heavens*, tamże LXXV, for the year 1785.

[20] — , *Catalogue of a second Thousand of new Nebulae and Clusters of Stars; with a few introductory Remarks on the Construction of the Heavens*, tamże LXXIX, for the year 1789.

[21] Ludwik J a n o w s k i , *Słownik bio-bibliograficzny dawnego Uniwersytetu Wileńskiego*, Wilno 1939.

[22] Michał K a m i e ń s k i , *Działalność astronomiczna Jana Śniadeckiego*, „Wiadomości Matematyczne" XXXIII (1931), 15–20.

[23] Oskar K a n f e r , *Jan Śniadecki jako matematyk*, 1930 [w:] *XI Sprawozdanie Gimnazjum Państwowego im J. Korzeniowskiego w Brodach za rok szkolny 1930/31*.

[24] Gabrjel K o r b u t , *Literatura polska*, Warszawa 1918.

[25] *Korespondencja Jana Śniadeckiego. Listy z Krakowa*. Do druku przygotował Ludwik K a m y k o w s k i , tom I *(1780–1787)*, Kraków 1932.

[26] — . Tom II *(1787–1807)*. Ze spuścizny po Ludwiku K a m y k o w s k i m do druku przygotowali Mirosława C h a m c ó w n a i Stanisław T y n c , Wrocław 1954.

[27] *Merriam Webster's Biographical Dictionary*, 1983 [reprint 1995].

[28] Prace naukowe (m. in. Jana Ś n i a d e c k i e g o) Archiwum Historyczne Wilna, F.1511–23, 24, 26.

[29] Józef S o ł t y k o w i c z , *O stanie Akademii Krakowskiey od Założenia Jey w Roku 1347, aż do teraźnieyszego czasu, Krótki Wykład Historyczny*, w Krakowie 1810.

[30] Maurycy S t r a s z e w s k i , *Jan Śniadecki. Jego stanowisko w dziejach oświaty i filozofii w Polsce*, Kraków 1875.

[31] Bogdan S u c h o d o l s k i (red.), *Historia nauki polskiej*, tom VI. *Dokumentacja bio- i bibliograficzna*, Ossolineum, 1974.

[32] Jan Ś n i a d e c k i , *Pisma rozmaite*, tomy I–IV, wyd. drugie, Wilno 1818.

[33] — , *Listy Jana Śniadeckiego w sprawach publicznych od roku 1788 do 1830 pisane z autografów*. Wstęp i przypiski J. I. K r a s z e w s k i e g o , Poznań 1878.

[34] — , *Pisma filozoficzne*, tomy I–II, Kraków 1958.

[35] — , *Wybór pism naukowych* (pod. red. Stefana D r o b o t a), PWN 1954.

[36] *The Eighteenth Century Short Title Catalogue. The British Library Collection*, Editor R. C. A l s t o n , Assistant Editor, M. J. C r u m p . The British Library, 1983.

[37] Robert W a t t , *Biblioteca Britannica; or A General Index to British and Foreign Literature*, vol. I. Edinburgh, 1824. [reprint 1995 Routledge].

[38] Witold W i ę s ł a w , *Simon Lhuillier i jego podręczniki*, „Matematyka" 1 (2000), 3–11.

[39] — , *Schyłek życia Jana Śniadeckiego w świetle korespondencji*, „Wiadomości Matematyczne" 37 (2001), 47–61.

[40] — , *Matematyka wileńska za czasów Adama Mickiewicza*, „Wiadomości Matematyczne" 38 (2002), 139–177.

[41] — , *Matematyka wileńska za czasów Adama Mickiewicza. Personalia*, „Wiadomości Matematyczne" 39 (2003), 117–149.

[42] Teofil Żebrawski, *Bibliografija Piśmiennictwa Polskiego z Działu Matematyki i Fizyki oraz ich Zastósowań.* W Krakowie 1873. *Dodatki do Bibliografii Piśmiennictwa Polskiego* [...]. W Krakowie 1886. [Reprint: IHN PAN 1992].

[43] Anna Żeleńska-Chełkowska, *Feliks Radwański senator Rzeczypospolitej Krakowskiej (1756–1826)*, Kraków 1982 Wydawnictwo Literackie.

Recenzent: prof. dr ha. *Roman Duda*

Witold Więsław

UNKNOWN MANUSCRIPT BY JAN ŚNIADECKI

The author found the manuscript *Teorya Teleskopów Akromatycznych* [Theory of Achromatic Telescopes] by Jan Śniadecki in 2001, at the Historical Archives of Vilnius (Wilno).

The treatise had been written soon after Śniadecki arrival in Cracow, after his journey to Western Europe, and before his next trip abroad. The author knows of no publication that contains a list of Śniadecki's works and manuscripts (see [1–3], [6–10], [14–16], [18–24] and the works cited there) that would carry a mention of the manuscript; indeed, no publication mentions any other manuscripts of Śniadecki's works contained in the batch at the Historical Archives of Vilnius (call number F1511). As late as 1939, there was still no mention of the manuscripts in the archives (see [14]). Since Jan Śniadecki's residence at Jaszuny had been preserved intact until the war in 1939, when it was burgled and plundered by a group of villagers from the neighbouring settlement of Gaj (Roman Aftanazy: *Dzieje rezydencji na dawnych kresach Reczypospolitej. Województwo Wileńskie* [The history or residences in the former eastern borderlands of the Polish-Lithuanian Commonwealth. The province of Wilno], Wrocław 1993, Ossolineum), it may be assumed that the manuscript had been in the possession of the descendants of Śniadecki's family at Jaszuny, and had been transferred to the Wilno archives just before the war by Maria Balińska (nee Wagner), who at that time inhabited the residence.

The text of the manuscript is devoted to geometric optics, which in the 18th century formed a part of mathematics. By deriving the necessary formulae, Śniadecki analyzes the behaviour of light passing through a spherical lens or a number of lenses. The formulae contain refractive indexes for the successive lenses and link chromatic aberration for two kinds of glass from which the optical system is composed. The formulae are in the form of differential equations. Śniadecki does not solve those equations, but only analyzes them. The last paragraphs of the treatise are devoted to analyzing a situation in which the optical system consists of three lenses. He assumes that there are two kinds of glass of different refractive indexes. While he analyzes two kinds of glass that were at that time known in England, flint glass and crown glass, his reasoning is more general in nature. Further on in the treatise, Śniadecki considers the question of how to reduce chromatic aberration, assuming that the lenses are made of two different kinds of glass. Finally, Śniadecki applies the results to optical systems composed of three lenses made of two kinds of glass. He abandons an ideal situation in which he earlier ignored the thickness of the lenses. The formulae he obtains take account of the thickness of the particular lenses.

Reasoning similar to that of Śniadecki's was conducted ten years later by Abel Bürja [4]. The latter scholar considered a simpler optical system, composed of three prisms, deriving elementarily requisite formulae for such an optical system, in which two kinds of glass, flint glass and crown glass are used. Bürja derived only some formulae for the kind of optical system investigated by Śniadecki. Sniadecki's analysis is more complete, as he analyzes a less simplified model than Bürja, and considers all the possible cases. It can thus be postulated that Śniadecki's work is fully original.

In spite of the fact that Śniadecki's treatise concerns geometric optics, it can also be viewed as a study in applied mathematics. Śniadecki's reasoning is very elegant: he specifies those cases in which chromatic aberration can be theoretically eliminated by giving an account of three-part achromatic lenses made of two kinds of glass. It turns out that that an optimal situation will obtain when the optical system (telescope or microscope) consists of three lenses, of which the internal one is concavo-convex and the external lenses are convexo-concave.

The manuscript is the only work by Jan Śniadecki known to the author that can be described as a fully original study in mathematics.