Anatol Bodanko

Czy teoria chaosu będzie wykorzystana w pedagogice?

Nauczyciel i Szkoła 1 (53), 43-54

2013

Anatol BODANKO
Wodzisław Śląski

Czy teoria chaosu będzie wykorzystana w pedagogice?

Słowa kluczowe
Chaos, teoria chaosu, chaos deterministyczny, efekt motyla, atraktory, ergotyczność, scenariusz Feigenbauma, soliton, bifurkacja, fraktale.

Streszczenie
Czy teoria chaosu będzie wykorzystana w pedagogice?
Autor opracowania nadmienia, że w rozpoczynającym się drugim dziesięcioleciu XXI stulecia podejmowane są istotne problemy nad przyszłością pedagogiki, rozumianej jako wychowanie w zglobalizowanym, dążącym do zrównoważonego rozwoju bardziej sieciowym świecie. Jednym z problemów są próby wykorzystania teorii chaosu, która stosując metody i pojęcia matematyczne może wyjaśnić i uporządkować wiele istniejących niespójności.
Zdefiniowano wszystkie słowa kluczowe. Zamieszczono kilka rysunków (schematów) w celu lepszego zrozumienia teorii chaosu oraz bogatą bibliografię, która wychodzi osobom zainteresowanym z pomocą.

Key words
Chaos, Chaos Theory, deterministic chaos, butterfly effect, attraction, ergodicity, Feigenbaum scenario, soliton, bifurcation, fractals.

Summary
Will the Chaos Theory be used in pedagogy?
The author of the paper points out that in the commencing 2010s focus will be placed on important issues regarding the future of pedagogy understood as education in a globalized and more networked world oriented to sustainable development. One of the issues is the repeated attempt to make use of the Chaos Theory, which with the use of mathematical methods and notions can explain and sort out a great number of prevailing inconsistencies.
All key words are defined. A few diagrams are included to enable a better understanding of chaos theory and a rich list of references was given to offer useful resources to all who are interested.

Coraz to częściej w rozpoczynającym się drugim dziesięcioleciu XXI wieku podejmowane są doniosłe problemy w dyskusji nad przyszłością pedagogiki, najszerzej rozumianej jako wychowanie w zglobalizowanym, dążącym do zrównoważonego rozwoju, bardziej sieciowym świecie. Jednym z takich problemów są próby wykorzystania *teorii chaosu,* która stosując metody i pojęcia matematyczne może wyjaśnić i uporządkować wiele nieprawidłowości. Samo pojęcie terminu chaos niewyjaśnione dogłębnie może utrudnić zrozumienie problemu przez pedagogów. Obecnie dominuje pogląd, że teoria chaosu stanowi nie tylko nowy paradygmat w nauce, ale także inspiracje do badań filozoficznych nad rzeczywistością[1]. Pierwsi teorią chaosu zainteresowali się filozofowie, którzy uznali jej wpływ na niektóre stanowiska ontologiczne, takie jak monizm, indeterminizm, ewolucjonizm. Dotychczas środowiska pedagogów w niewielkim stopniu podejmują dyskusję nad zastosowaniem teorii chaosu, rozumianej jako model matematyczny, który można z pożytkiem stosować w swoich badaniach. Dyskusja nad pedagogiką stosującą szeroko teorię chaosu może przybrać szczególny charakter, gdyż włączona zostaje terminologia z zakresu fizyki i matematyki oraz nowe pojęcia filozoficzne. Te nowe dla pedagogiki pojęcia to: chaos i teoria chaosu, chaos deterministyczny, efekt motyla, scenariusz Feigenbauma, atraktory, ergotyczność, solion, bifurkacja i fraktale.

Pojęcie *chaosu* wywodzi się z mitologii i filozofii greckiej, gdzie określano go jako stan bezładu, który był początkiem uporządkowanego świata. W języku polskim oznaczał on ziejącą pustkę, niezapełnioną przestrzeń przed stworzeniem świata, bezwładną materię, z której został dopiero uformowany Kosmos[2]. Współcześnie pojęcie chaosu, zaliczane do grona wyrazów obcych, oznacza bezwład, zamieszanie, zamęt, rozgardiasz, mętlik, bałagan. Wywodzi się z języka greckiego „chaos", w którym oznacza zionąca, rozwartą otchłań, pustkę. W mitologii oznaczał bezkształtną nieuporządkowaną pramaterię, z której powstał świat[3]. W językach europejskich „chaos" ma takie samo znaczenie i tak samo się pisze. Grecka postać tego wyrazu stała się strukturą modelową dla neologizmu „gas", utworzonego przez flamandzkiego lekarza van Helmonta na początku XVII wieku. Starożytni grecy pojęciu temu przyznawali wielką moc, twierdząc, że z „chaosu" wyłonił się uporządkowany świat i wypełnił się twórczymi siłami i boskimi pierwiastkami. Powstała z niego Noc/ Nyks/ i Ciemność /Erebos/, a także pierwsze bóstwa Niebo /Uranos/ i Ziemia /Gaja/.

Historia teorii chaosu rozpoczyna się od 1812 roku gdy Pierre Simon de Laplace (1749-1827), matematyk, fizyk i astronom francuski, jeden z twórców współczesnego rachunku prawdopodobieństwa publikuje esej o deterministycznym wszechświecie. Twórca ten pisze, że jeżeli w określonym momencie znane są położenia i prędkości wszystkich obiektów wszechświata wraz z siłami, które na nie oddziałują, to dla każdego momentu w przyszłości

[1] M. Waszczyk, *Wpływ teorii chaosu na niektóre stanowiska ontologiczne oraz na spór o redukcjonizm,* Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2002, nr 589, s. 39.

[2] *Wielka ilustrowana encyklopedia powszechna*, t. III, Wydawnictwo Gutenberga, Kraków 1926, s. 39.

[3] W. Kopaliński. *Słownik wyrazów obcych*, Warszawa 1983, s. 73.

można wszystkie te dane dokładnie obliczyć. Wszechświat wraz ze wszystkimi znajdującymi się w nim obiektami jest w pełni zdeterminowany. W roku 1889 francuski matematyk Jules Henri Poincare (1854-1912), jeden z twórców kombinatorycznej topologii o chaosie, pisał w pracy o problemie trzech ciał, za którą dostał nagrodę króla Szwecji Oskara. Były to skromne początki tworzenia podstaw teorii chaosu. W okresie powstawania teorii zakładano, że *„chaos”* jest początkowym stanem bezładu, z którego wyłania się stan, gdy między elementami określonej całości nie ma porządku i funkcjonowanie tej całości, zamiast przejawiać prawidłowość i regularność, jest przypadkowe i bardzo trudne do przewidzenia. W fizyce i we współczesnej filozofii zaczyna funkcjonować pojęcie „chaosu deterministycznego”, rozumiane jako „nieprzewidywalne, nieuporządkowane zachowanie się deterministycznych układów fizycznych, które choć dają się opisać równaniami matematycznymi, są tak skomplikowane, że każda niewielka zmiana początkowa może prowadzić do najzupełniej odmiennych skutków ich przebiegu”[4]. Współcześnie wielu uczonych zakłada, że „chaos deterministyczny” jest zjawiskiem powszechnie występującym w zjawiskach przyrodniczych, takich jak klimat, wzrost populacji zwierząt, zachowanie się strumienia płynącego wody. Pojęcie to występuje także w twórczości artystycznej. W „Wikipedii” symboliczny kształt chaosu ma postać:

Rys. 1. Symbol chaosu

Definicja teorii chaosu jest bardzo prosta i przedstawia się ją jako teorię dynamicznych układów, które wydają się losowe, ale głębiej wykazują regularność[5]. Matematycy układem dynamicznym nazywają matematyczny model służący do opisu ewolucji czasowej fizycznej, biologicznych i innych istniejących struktur[6]. Teoria chaosu ma także inne zastosowanie, m.in. w wyjaśnieniu zachowań losowych, ruchu wahadła prostego i podwójnego oraz w matematycznej teorii leżącej u podstaw prognozy pogody.

4 A. Markowski, R. Pawelec, *Wielki słownik wyrazów obcych i trudnych*. Warszawa 2001, s. 114.

5 T. Crilly, *50 teorii matematyki, które powinieneś znać*, Warszawa 2009, s. 262.

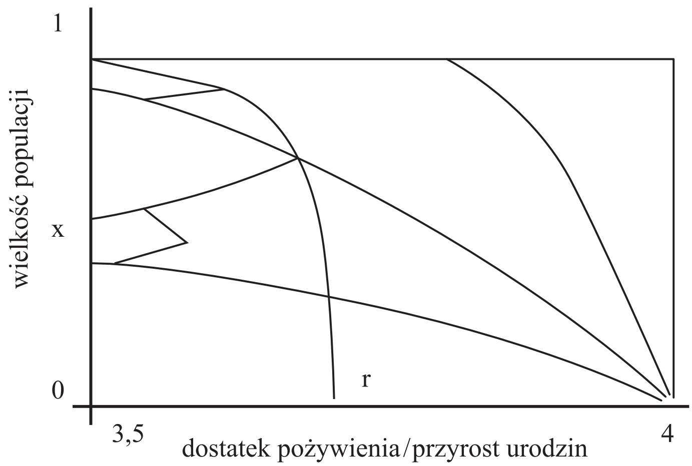
6 I.N. Bronsztejn, K.A. Siemiendiajew, G. Musiol, H.Mühling, *Nowoczesne kompendium matematyki*, Warszawa 2004.

W roku 1961 meteorolog Edward Lorenz pracując w Instytucie Technologicznym Massachusetts przypadkowo, gdy starał się odtworzyć na komputerze niektóre ciekawe wykresy pogodowe otrzymywał różny ich obraz. Różnica polegała na wprowadzaniu danych początkowych z różną dokładnością miejsc po przecinku. Okazało się, że mała różnica w warunkach początkowych wywołuje efekt daleki od oczekiwań. Zjawisko to Lorenz nazwał „efektem motyla", gdyż najmniejsza zmiana stanu początkowego może spowodować wielkie zmiany w ich dalszej ewaluacji. Jako przykład podaje się sytuację przewidywania prognozy pogody w Europie. Gdy motyl zamacha skrzydłami w Ameryce Południowej to zjawisko takie w konsekwencji może wywołać sztorm na drugiej półkuli. Zjawisko „efektu motyla" jest ściśle związane z teorią chaosu, zajmującej się nieprzewidywalnymi zachowaniami układów, które podlegają prawom deterministycznym. W określonych warunkach układy dynamicznie mogą przejść w stan „chaotyczny", w których z przyczyn zasadniczych, a nie tylko z powodu naszej ograniczonej wiedzy, nie da się przewidzieć zachowań owych układów[7].

W roku 2004 pojęcie *teorii chaosu trafiło do powszechnej świadomości* dzięki filmowi *Efekt motyla*.

Warto też zapoznać się z, tzw. „scenariuszem Feigenbauma", który jako model matematyczny pokazuje przejście od porządku do chaosu. Model ten zakłada, że przy wzrastającej wartości parametru „r", wielkość „x" oscyluje między dwoma wartościami, potem czterema itd., aż w końcu zachowuje się bezładnie. W powstałym obszarze chaosu zawsze znajdzie się jakaś „wyspa porządku". Na przykład: dynamika wielkości populacji zwierząt w zależności od pożywienia. Jeżeli ilość pożywienia wzrośnie ponad określoną liczbę, to wielkość populacji zmienia się periodycznie między określonymi wartościami, ale przy dalszym wzroście staje się ostatecznie nieprzewidywalna.

[7] P. Kunzmann, P. Burkard, F. Wiedmann F., *Atlas filozofii*, Warszawa 1999, s. 187.



Rys. 2. „Scenariusz Feigenbauma".

Źródło: P. Kunzmann, F.P. Burkard, F. Wiedmann, *Atlas filozofii*. Warszawa 1999, s. 186.

Kolejnym pojęciem związanym z teorią chaosu to *atraktory*, które w układach dynamicznych, gdzie następuje rozproszenie energii, pojawiają się czasami jako wyróżnione stany ruchu, do których zmierzają wszystkie układy lub układy o stanach zbliżonych. Te stany ruchu nazywamy „atraktorami", gdyż zachowują się jakby „przyciągały" pobliskie trajektorie w przestrzeni fazowej. W termodynamice klasycznej punktowym atraktorem dla układu zamkniętego jest stan równowagi, w którym entropia ma maksymalną wielkość, niezależnie od tego, jak uporządkowany i daleki od równowagi jest początkowy stan układu, a pozostawiony sam sobie zmierzać będzie do stanu równowagi[8]. W układzie wahadła prostego atraktorem jest pojedynczy punkt w początku układu współrzędnych, do którego dąży ruch wahadła. Przypadek wahadła podwójnego jest bardziej skomplikowany, ale nawet i tu na wykresie fazowym, można zauważyć pewne regularności i zbiór punktów przyciągających inne. Matematyczne układy dynamiczne podają wiele pojęć rozpatrujących przypadki i rodzaje atraktorów. Wyróżniają się w tych układach najczęściej atraktory chaotyczne, dziwne, fraktalne, Henona, hiperboliczne i Lorenza. W ilościowym opisie atraktorów funkcjonują też takie pojęcia jak: miara skupiona na atraktorze, miara naturalna i układy ergodyczne oraz związane z nimi erodyczne miary niezmiennicze. Na razie pojęcia atraktorów nie znalazły bezpośredniego zainteresowania w naukach humanistycznych, ale należy o nich mówić, gdyż obok pojęcia ergodyczności zaliczane są do szeroko rozumianego chaosu deterministycznego. Układy ergodyczne występują w pojęciu miary niezmienniczej, w twierdzeniu ergodycznym Birkhofa, w miarach SBR

[8] M. Tempczyk, *Teoria chaosu a filozofia*, Warszawa 1998, s. 318.

(Sinaia, Bowena i Ruell'a), w funkcjach autokorelacji oraz w transformacie Fouriera nazywanym „widmem mocy".

Obecny zakres wiedzy pozwala mówić o *teorii ergodycznej*, która jest częścią teorii chaosu. Można też stwierdzić, że ruch układów ściśle deterministycznych może przybrać taką postać, że znajdzie się zastosowanie dla par statystycznych. W pedagogice podjęto też próbę odwołania się do ergotyczności podczas rozważań nad klasyfikacją pedagogiki[9].

W pedagogice eksperymentalnej i stosowanej podejmowane są próby wykorzystania funkcjonalności *solitonów*, które są pewnymi nieliniowymi równaniami różniczkowymi o ścisłych rozwiązaniach i przybierają kształty wyraźnie zarysowanych, przesuwających się ze stałą prędkością fal. Przy ich stosowaniu wymagają wyrafinowanych metod geometrii, teorii grup i analizy. Z fizycznego punktu widzenia są impulsywnymi lub schodkowymi lokalnymi zaburzeniami w nieliniowych polach. Wtedy energia takiego zaburzenia koncentruje się w określonym, wąskim wymiarze. Solitony mają własności zarówno fal i cząstek. Możemy je lokalizować przestrzennie i wtedy jako punkt jest miejscem wokół którego możemy je lokalizować. Poruszają się jak cząstka swoboda, która może też pozostawać w spoczynku. Solitony najczęściej występują:

– w ciałach stałych, w ich specyficznych postaciach, takich jak: sieci anharmoniczne, złącza Josephsona, światłowodach i przewodnikach quazi-jednowymiarowych;
– w cieczach jako fale powierzchniowe lub fale spinowe;
– w plazmach jako tzw. solitony Langmuira;
– w cząstkach liniowych;
– jako modele w klasycznej i kwantowej teorii pola[10].

Z matematycznego punktu widzenia solitony są rozwiązaniami szczególnymi pewnych nieliniowych, cząstkowych równań różniczkowych. Często pojawiają się w badaniu problemów fizycznych i technicznych oraz w matematyce stosowanej. Są bardzo pożyteczne w naukach przyrodniczych podczas obserwacji wyjątków stabilnych procesów, w czasie których zachowują swój kształt i są odporne na zakłócenia. Sądzę, że problematyka solitonów może być wykorzystana we współpracy pedagogów z matematykami przy tworzeniu modeli pedagogicznych, w których wykorzystywane są jedna zmienna przestrzenna i czas.

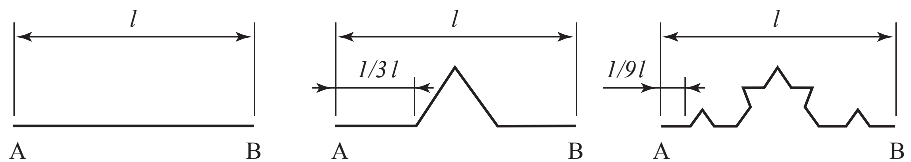
---

[9] J. Gnitecki, *Wstęp do ogólnej metodologii badań w naukach pedagogicznych*, Poznań 2006, s. 246.

[10] I. N. Bronsztejn i in. *Nowoczesne kompendium matematyki*, Warszawa 2004.

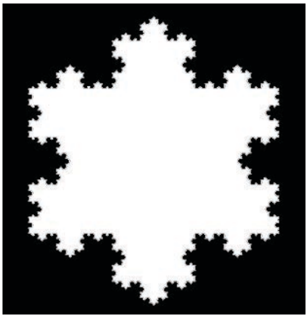
W matematycznych układach dynamicznych i w teorii chaosu obok wymienionych wyżej pojęć funkcjonuje *teoria bifurkacji* jako układ przejściowy do chaosu. Bifurkacją – używając języka matematycznego – nazywamy każdą zmianę struktury topologicznej portretu fazowego tego układu odpowiadającą małym zaburzeniom parametru. W matematyce różne rodzaje bifurkacji (np. bifurkacja w węzłach siodłowych, bifurkacje transkrytyczne, bifurkacja Hopfa, bifurkacja typu „cusp", bifurkacja Bogdanowa-Takensa i inne) mogą stać się dziwnym rodzajem atraktora. Tworzenie takiego dziwnego atraktora zachodzi w „kaskadzie podwojeń okresu". Ponieważ teoria bifurkacji jest ściśle związana z układami dynamicznymi i teorią chaosu być może w niedalekiej przyszłości będzie ją można wykorzystywać w nowopowstających kierunkach pedagogiki oraz w nowoczesnych badaniach pedagogicznych.

W drugiej połowie XIX wieku, angielski matematyk Artur Cayley (1821-189) specjalista od macierzy i wektorów zajmuje się pierwszowzorem dzisiejszych *fraktali*. W roku 1904 szwedzki matematyk Niels Fabian Helgego van Koch tworzy krzywą, która jest początkiem istoty fraktali. Pierwszy dokonał konstrukcji, którą nazwano śnieżynką Kocha. Matematycy zaliczają ją do grupy figur matematycznych zwanych „samopodobnymi". A oto najprostsze postacie krzywej Kocha przedstawione na rysunku 3.



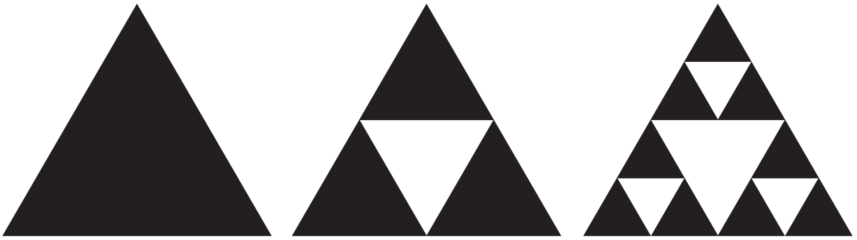
Rys. 3. Najprostsza postać krzywej Kocha

Krzywa ta powstaje z odcinka, do którego zamiast środkowej części o długości 1/3 wstawia się dwa boki trójkąta równobocznego, a w każdym następnym kroku robi się to samo z każdym odcinkiem otrzymanym w kroku poprzednim. Konstrukcja ta ma też ciekawą własność, która polega na tym, że na każdym etapie konstrukcji ogranicza ona obszar o skończonym polu. Jej długość natomiast wzrasta w kolejnych krokach i dąży do nieskończoności. W ten sposób otrzymujemy bardzo ciekawą krzywą, posiadającą nieskończoną długość ograniczającą skończone pole.



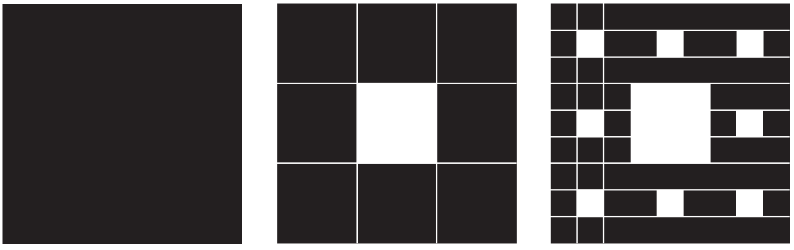
Rys. 4. Śnieżynka Kocha

Kolejny przykład fraktala to tzw. trójkąt Sierpińskiego. Twórcą jego był polski matematyk Wacław Sierpiński (1882-1969) z tzw. warszawskiej szkoły matematycznej, autor liczonych prac z dziedziny teorii mnogości, teorii liczb, teorii funkcji rzeczywistych i typologii. Tworzy się go poprzez kolejne wyjmowanie mniejszych trójkątów z trójkąta równobocznego (rys. 5).



Rys. 5. Trójkąt W. Sierpińskiego

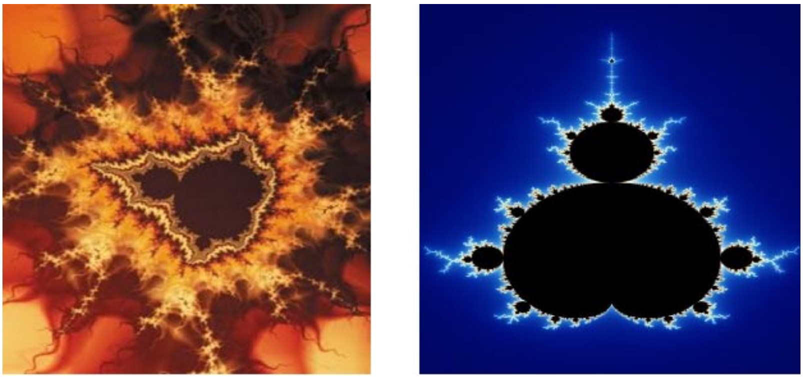
W. Sierpiński stworzył także inną konstrukcję, która też jest przykładem fraktala, zwaną dywanem Sierpińskiego (rys. 6).



Rys. 6. Dywan Sierpińskiego (kwadraty niezaciemnione usuwamy)

W roku 1919 Gaston Julia i Pierre Fatou pracowali nad podobnymi do fraktali strukturami na płaszczyźnie zespolonej. Poszukiwano wówczas bardziej normalnych „gładkich" krzywych, które można było przedstawić za pomocą metod rachunku różniczkowego. Krzywe te wówczas nie nazywano fraktalami, a ówczesna technologia nie dawała możliwości obejrzenia ich kształtów. Prace Julia i Fatom były początkiem – w dosłownym znaczeniu – matematyki doświadczalnej i umożliwiały zbliżenie się do przedmiotu badań, który od tej chwili matematycy zaczęli uprawiać. Był to okres, w którym wyzwolono się z używania suchych pojęć „definicji", „twierdzenia", „dowodu", choć nieco później matematycy wrócili do rygorów racjonalnej argumentacji.

Takie eksperymentalne podejścia wyprzedzały teoretyczne zasady obowiązujące w matematyce. W połowie lat siedemdziesiątych ubiegłego wieku Benoit Mandelbrot z ośrodka badawczego IBM w Yorktown Heights w stanie New York wprowadził termin „fraktale", nie podając ich ścisłej definicji. Mandelbrot, chciał aby pojęcie to funkcjonowało w magii doświadczenia i nie było ograniczone nieadekwatną, ostrą definicją. Graficznie przedstawiane postacie fraktali, noszących nazwę „zbioru Mandelbrota", pokazuje rysunek 7, opierący się na iteracjach, czyli na wielokrotnym zastosowaniu tego samego wzoru x^2+c.



Rys. 7. Zbiór Mandelbrota jako fraktala (róże postacie)

Źródło: P. Kunzmann, F. Burkard, F. Wiedmann, *Atlas filozofii*, Warszawa 1999, s. 186.

Z czasem zbiory Mandelbrota zaczęto określać jako *fraktale* będące samopodobnymi figurami, które „rozrastając się" ciągle powielają ten sam wzór w coraz to mniejszej skali. Niektórzy matematycy twierdzą, że filigranowe obramowanie tych wytworów stanowią przejścia do chaosu. Powstała geometria fraktalna, która stała się częścią ogólnej teorii chaosu.

Współczesna matematyka określa fraktale jako zbiory, niezależne od konkretnej dynamiki, które wyróżnia jedna lub więcej cech, takich jak: wystrzępienie, porowatość, złożoność i samopodobieństwo[11]. Zwykle pojęcie wymiaru, bardzo często używane w matematyce, wykorzystywane w miarach powierzchni nie daje się zastosować do fraktali. Felix Hausdorff modernizując pojęcie wymiaru, wprowadził nową skalę, tzw. „wymiar ułamkowy". Okazało się, że wymiar ten znalazł zastosowanie dla krzywej Kocha i stał się kluczową własnością fraktali.

Zastosowanie fraktali stało się dość szerokie. Jako instrument matematyczny służy w modelowaniu naturalnych procesów wzrostu roślin i procesu tworzenia się chmur. Fraktale zastosowano też do opisu wzrostu niektórych organizmów morskich, takich jak korale i gąbki. Współczesna medycyna wykorzystuje fraktale w modelach działania mózgu. Twórcy koncepcji rozwoju współczesnych miast wskazują na podobieństwa do wzrostu fraktali. Zachęca się do badań ruchów giełdowych, mających charakter fraktalny oraz międzynarodowego rynku wymiany handlowej. Pojęcie fraktali daje nam nowe perspektywy badawcze w naukach społecznych.

Niedawno podjęta i bardzo słabo kontynuowana wśród pedagogów dyskusja nad teorią chaosu i jej zaprezentowanymi wyżej składnikami jako modelami matematycznymi wynika zapewne z braku kontaktów z naukami ścisłymi. Nie tylko nieznajomość rzeczy, ale obojętny, niekiedy negatywny stosunek pedagogów do przedmiotu badań z kręgu tzw. nauk ścisłych nie pozwalał na podejmowanie w pedagogice procedur naukowo-badawczych, stosowanych w naukach matematyczno-przyrodniczych.

Pedagogika jako jedna z dyscyplin nauk humanistycznych jest merytorycznie i metodologicznie zobowiązana do ścisłej współpracy z filozofią, psychologią i socjologią. Współpracuje także z naukami tworzącymi kulturę duchową i materialną oraz z tymi, gdzie człowiek jest podmiotem oddziaływań politycznych i komunikacyjnych, a także pełni funkcję zarządzania. Od dawna, tradycyjnie pedagogika nie współpracowała z matematyką, a jedynie prowadząc badania posługiwała się najprostszymi elementami statystyki. Istniejąca dość silna bariera pomiędzy pedagogiką a naukami matematyczno-przyrodniczymi oparta jest na wizji świata funkcjonującego na wiecznych prawach i prawdach. Zatem bardzo trudno jest pedagogom podjąć problematykę teorii chaosu, jej składników oraz dyskusję o zastosowaniu fraktali. Bardzo często w wypowiedziach pedagogów przeważają poglądy i opinie dość krytyczne, świadczące o tym, że pedagogika ignoruje po prostu dorobek teorii chaosu i fraktali.

[11] I.N. Bronsztein, i in., *Nowoczesne...*, dz. cyt., s. 896.

Pedagog znający i posługujący się teorią chaosu i jej elementami znajdzie tam nie tylko to, co jest matematyczno-fizyczne, ale również to co jest mądre i piękne w przyrodzie. Poznając prawa przyrody poznajemy coraz to bardziej prawa istoty naszego człowieczeństwa.

Polscy pedagodzy podjęli bardzo trudną problematykę teorii chaosu. Sam termin „chaos" stwarza problemy w jego zrozumieniu niematematykowi. Pojęcie to jednak zdaje się przyjmować w niektórych obszarach pedagogiki i rozszerza się dyskusja prowadząca do aplikacji teorii chaosu w procesie nauczania i uczenia się oraz w procesie wychowawczym i opiekuńczym. Wiodącymi ośrodkami, które podjęły problematykę teorii chaosu i fraktali w pedagogice są ośrodki naukowe w Krakowie, Lublinie, Toruniu i Poznaniu. Sporo doświadczeń zdołano już uzyskać w tej dziedzinie w wyższych szkołach szczecińskich, takich jak: Uniwersytet Szczeciński, Uniwersytet Technologiczny i Wyższa Szkoła Humanistyczna TWP.

Bibliografia

Baker GL. Gollub JP., *Wstęp do dynamiki układów chaotycznych*, Warszawa 1998.

Bakuła K., Heck D. (red.), *Efekt motyla. Humaniści wobec teorii chaosu*, Wrocław 2006.

Bronsztejn I.N., Siemiendiajew K.A., Musiol G., Mühlig H., *Nowoczesne kompendium matematyki*, Warszawa 2004.

Crilly T., *50 teorii matematyki, które powinieneś znać*, Warszawa 2009.

Cohn N., *Kosmos, chaos, świat przyszły. Starożytne źródła wierzeń apokaliptycznych*, Kraków 2006.

Fromm E., *Zapomniany język. Wstęp do rozumienia snów, baśni i mitów*, wyd. III, Warszawa 1994.

Gleick J., *Chaos – tworzenie nowej nauki*, Poznań 1996.

Gnitecki J., *Wstęp do ogólnej metodologii badań w naukach pedagogicznych*, Poznań 2006.

Klus-Stańska D., *Dydaktyka wobec chaosu pojęć i zdarzeń*, Warszawa 2010.

Kotler P., Caslione J.A., *Chaos. Zarządzanie i marketing w erze turbulencji.* Warszawa 2009.

Kwietniak D., Oprocha P., *Teoria chaosu w ujęciu matematycznym*, „Matematyka Stosowana" 2008, nr 9.

Kunzmann P., Burkard F., Wiedmann F., *Atlas filozofii*, Warszawa 1999.

Mozrzymas J., *Chaos i fraktale w dynamice cząstki drgającej*, „Studium Generalne", t. IX, Wrocław 2004.

Nesterowicz P., *Organizacja na krawędzi chaosu*, Kraków 2001.

Peitgen H. O., Jurgens H., Saupe D., *Granice chaosu. Fraktale*, Warszawa 1995.

Peters E. E., *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, Warszawa 1997.

Prigogine I., Stengers H., *Z chaosu ku porządkowi*, Warszawa 1990.

Rother A. A., *Między porządkiem a chaosem*, Warszawa 2006.
Stewart I., *Czy Bóg gra w kości? Nowa matematyka chaosu*, Warszawa 2006.
Tempczyk M., *Świat harmonii i chaosu*, Warszawa 1995.
Tempczyk M., *Teoria chaosu a filozofia*, Warszawa 1998.
Tempczyk M., *Teoria chaosu dla odważnych*, Warszawa 2002.
Waszczuk M., *Wpływ teorii chaosu na niektóre tradycyjne stanowiska ontologiczne oraz na spór o redukcjonizm*, „Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej", nr 589, Gdańsk 2002.
Wenta K., *Co studenci wiedzą o teorii chaosu i fraktalii*, [w:] W. Pasterniak (red.) *Dydaktyka literatury*, Leszno 2008.
Wenta K., Perzycka E., *Edukacja informacyjna. Neomedia w społeczeństwie wiedzy*, Szczecin 2009.
Wenta K., *Teoria chaosu w dyskusji nad pedagogiką*, Radom 2011.
Wójtowicz A., *Chaos,* [w:] W. Krajewski, R. Danajski (red.), *Słownik pojęć filozoficznych*, Warszawa 1996.