Jerzy Łoś

Podstawy analizy metodologicznej kanonów Milla

Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska Lublin-Polonia. Sectio F 2/5 , 269-301

1947

ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN — POLONIA
VOL. II, 5. SECTIO F 1947

Z Zakładów: Filozofii Systematycznej i Logiki Matematycznej Wydziału Matematyczno-Przyrodniczego U.M.C.S.
Kierownicy: prof. dr Narcyz Łubnicki i prof. dr Jerzy Słupecki

Jerzy ŁOŚ

Podstawy analizy metodologicznej kanonów Milla

Les fondements de l'analyse méthodologique des règles de Mill

§ 1. W pracy niniejszej przedstawiam dwa systemy, będące fragmentami języka i metajęzyka fizykalnego, a mające służyć do analizy metodologicznej kanonów MILLA. Nie tylko zresztą w tym celu mogą wyniki formalne tu przedstawione być użyte; można również przy ich pomocy podać precyzyjne definicje wielu pojęć metodologii nauk empirycznych. Niektóre z nich znajdzie czytelnik w paragrafach 13, 18, 23, 24. Stworzenie jednak podstaw analizy kanonów MILLA jest głównym celem tej pracy i wszystkie zagadnienia w niej rozważane łączą się z nim.

Czy jednak analiza metodologiczna kanonów MILLA jest potrzebna? MILL podał swe kanony w połowie wieku XIX (1843) t.j. ponad sto lat temu. Od tego czasu wiele o nich mówiono, w każdym podręczniku można znaleźć o nich osobny rozdział, jednak nikt, poza nielicznymi wyjątkami (NICOD, AJDUKIEWICZ), nie powiedział o nich niczego więcej ani lepiej od MILLA. Z drugiej jednak strony wiadomo, że kanony te nie są wcale tworem idealnym, w którym nic się już poprawić nie da. Przeciwnie, że w formie swojej klasycznej nie są one stosowalne; w praktyce zaś jakoś, choć zapewne inaczej, je stosujemy. Prócz tego MILL postawił hipotezę (właściwie twierdzenie) o zależności swoich kanonów od zasady przyczynowości. Hipoteza ta nie jest dotychczas należycie rozwiązana, nie posiadamy nawet dotychczas poprawnego formalnie języka, na gruncie którego tę zależność możnaby było rozważać.

A przecież od czasów MILLA metodologia nauk, zarówno indukcyjnych jak i dedukcyjnych, postąpiła o tyle naprzód, że język taki można by było zbudować i na jego gruncie sprecyzować problemy, związane z z kanonami MILLA. To zadanie stawiam sobie w niniejszej pracy. Przy jej końcu rozważam pewne problemy, dotyczące kanonów w ich klasycznym, jak się zdaje, sformułowaniu. Wyniki tych rozważań są dla kanonów negatywne, podaję więc pewne sposoby ich ratowania.

Rozdział I

K a n o n y w u j ę c i u M i l l a

§ 2. Swoją logikę indukcyjną traktuje MILL jako ściśle związaną z doświadczeniem.

Indukcję - mówi on - można ogólnie zdefiniować jako uogólnienie doświadczenia (1) .

Tę postawę empirystyczną wziął MILL w spadku po empirykach angielskich, a bezpośrednio po swoim ojcu James'ie St. MILLU, po którym odziedziczył również zainteresowania ekonomiczne. Błędne byłoby jednak mniemanie, jakoby MILL, idąc za dawniejszymi empirystami, nie widział związku między indukcją a dedukcją. Mniemanie takie tym łatwiej mogło by się przyjąć, że z poglądu MILLA na dedukcję znamy najlepiej jego krytykę sylogizmu, to jest jedynej formy rozumowania dedukcyjnego zbadanej przez logikę ówczesną.

Każda indukcja - mówi wyraźnie MILL - może być ujęta w formę sylogizmu (2) .

To nawiązanie indukcji do dedukcji jest największym osiągnięciem MILLA. w rezultacie dało ono pogląd, który utrzymał się przez długi czas i któremu, jak się zdaje, hołdował w pewnym stopniu sam MILL, że twierdzenia uzasadnione przy pomocy kanonów są równie niezawodne jak twierdzenia logiki. W czym widział MILL gwarancję tej niezawodności ?

MILL odróżnia wyraźnie postępowanie zwane indukcją właściwą od reguł postępowania, podanych przez siebie; i to pierwsze w wielu miejscach swego głównego dzieła piętnuje jako postępowanie nieuzasadniające należycie wniosków. Z niektórych miejsc jego dzieła wynikać by nawet mogło, że nie zalicza on go wcale do indukcji. Pisze bowiem, jak zostało wyżej cytowane, że każda indukcja może być ujęta w formę sylogizmu, rozumowanie zaś według indukcji właściwej w formę sylogizmu nie da się ująć, podczas gdy rozumowania według kanonów nie tylko dają się ująć w formę sylogizmu, ale MILL wskazuje nawet przesłankę ogólną, która służy wszystkim takim rozumowaniom. Jest nią zasada przyczynowości.

Gdy to już zostanie wykonane (to zn. gdy rozumowanie indukcyjne zostanie ujęte w formę sylogizmu - przyp. mój), to zasada jednostaj - nego biegu przyrody wystąpi jako ostatnia najwyższa przesłanka wszystkich indukcji - mówi MILL (2).

Zasadzie jednostajnego biegu przyrody t.j. zasadzie przyczynowości przypisuje więc MILL zasadniczą rolę w indukcji. W sformułowaniu tej zasady MILL wikła się w przeróżne trudności, nie wyjaśnia też wcale, jak taki sylogizm winien ostatecznie wyglądać; myśl jego jest jednak prosta i wyraźna: sprowadzić indukcję do dedukcji.

§ 3. Ale nie tylko w uzasadnieniu poszczególnych praw chciałby MILL zastosować dedukcję. MILL marzy o stworzeniu systemu dedukcyjnego praw przyrody. Orientując się, że wiele praw przyrodniczych powiązanych jest między sobą związkami wynikania logicznego, uważa on, że ostateczną formą nauk przyrodniczych winien być system, w którym z niewielu praw podstawowych, uzasadnionych w jak najbardziej pewny sposób indukcyjny, wynikałyby wszystkie inne prawa drogą rozumowania dedukcyjnego (3). Prawa jednak, które mogłyby służyć jako te niejako aksjomaty sy - stemu przyrodniczego (MILL nazywa je prawami przyrody w odróżnieniu od gorzej uzasadnionych praw empirycznych) winny być specjalnie silnie uzasadnione i tu MILL podaje raz, że wystarczy uzasadnienie przy pomocy któregokolwiek z kanonów, drugi raz, że winny one być uzasadnione przy pomocy kanonu jedynej różnicy. Za tym ostatnim przemiawia następujący wyjątek :

Odpowiedzią na to (co nazwiemy prawem przyrody, a co prawem empirycznym - przyp.mój) jest, że każde uogólnienie jest tylko prawem empirycznym, jeżeli dowód został przeprowadzony jedynie przy pomocy metody zgodności; widzieliśmy bowiem, że przy pomocy tej metody nigdy nie możemy dojść do przyczyn (4).

Prawa uzasadniane innymi metodami, specjalnie indukcją właściwą, są to prawa najwyżej empiryczne. Podział ten jest przez MILLA trakto - wany jako podział jaknajbardziej względny, zależny od stanu naszej wiedzy. Za najwyższe zadanie nauki uważa MILL podnoszenie praw empirycznych przy pomocy właściwego uzasadnienia dogodności praw przyrody.

§ 4. MILL w swoim " Systemie logiki dedukcyjnej i indukcyjnej" formułuje pięć metod postępowania indukcyjnego. Są to we właściwej kolejności: 1/ metoda jedynej zgodności, 2/ metoda jedynej różnicy, 3/ metoda połączona - zgodności i różnicy, 4/ metoda zmian towarzyszących, 5/ metoda reszty. Metody te są dobrze znane i pod nazwą kanonów występują w każdym prawie podręczniku metodologii. Nie wszystkie te kanony MILL traktuje jednakowo. Największą moc uzasadnienia, jak to już wynika z rozważań poprzedniego paragrafu, ma wg. MILLA kanon jedynej różnicy. Jest to więc klasyfikacja epistemologiczna wg. wiarygodności wniosków. Ale metodologicznie najważniejsze są dwa pierwsze kanony ; trzy pozostałe dadzą się do nich sprowadzić, są tylko ich pewnymi modyfikacjami.

Przedstawimy więc tutaj tylko dwa pierwsze kanony, starając się zachować jaknajwierniej myśl MILLA. Posłuży nam to później jako materiał do dalszych rozważań.

"Reguła pierwsza :

Gdy dwa lub więcej przypadków badanego zjawiska mają tylko jedną jedyną okoliczność wspólną, to ta okoliczność, co do której wszystkie wypadki się zgadzają, jest przyczyną tego zjawiska" (5) .

"Reguła druga :

Gdy wypadek, w którym dane zjawisko zachodzi, i wypadek, w którym ono nie zachodzi, mają wszystkie okoliczności wspólne z wyjątkiem jednej jedynej, i ta okoliczność, o którą się oba wypadki różnią, jest przyczyną lub konieczną częścią przyczyny zjawiska " (6) .

W ten sposób formułuje MILL swoje kanony. Zauważmy różnicę we wnioskach. Kanon pierwszy, jedynej zgodności wykrywa " przyczynę zjawiska"; kanon drugi wykrywa zaś "przyczynę lub konieczną część przyczyny zjawiska" . Zestawiając regułę pierwszą z zacytowanym w poprzednim paragrafie wyjątkiem, natrafimy na trudność w zgodnej interpretacji. Trudność ta wynika z wieloznaczności terminu "przyczyna" u MILLA(7). MILL przyczyną radby nazwać warunek wystarczający i konieczny zjawiska; dążąc do takiego sformułowania gubi się jednak w analizie warunków koniecznych, wystarczających i przeszkadzających, wpadając w ten sposób w chaos, powodujący wieloznaczność. Wydaje się, że w regule pierwszej MILL używa terminu "przyczyna" na określenie warunku wystarczającego, nie zaś koniecznego zjawiska. Orientuje się on, że kanon jedynej zgodności daje nam nie mniej niż przyczynę, kanon jedynej różnicy - nie więcej niż przyczynę. Takie mniemanie wydaje się potwierdzać sformułowanie reguły drugiej i następujący wyjątek, mówiący o tem, co może a co nie może być wyeliminowane.

Metoda zgodności polega na tem, że wszystko, co daje się wyeliminować, nie jest związane ze zjawiskiem żadnym prawem; podstawą zaś metody różnicy jest : wszystko, co nie daje się wyeliminować, jest związane ze zjawiskiem jakimś prawem (8) .

MILL swoje kanony ilustruje wieloma przykładami. Przytacza je jako dowód, że nie jest ich twórcą, lecz odkrywcą. Bardziej jednak od przykładów są pouczające schematy; którymi posługuje się MILL, aby unaocznić myśl zawartą w kanonach. Schematy te również są dobrze znane, przeszły bowiem do literatury podręcznikowej wraz z kanonami jako ich najlepsze wyjaśnienie. Są to niejako zbiegi okoliczności, z których wg. kanonów można wnioskować o związku przyczynowym. I tak dla kanonu jedynej zgodności schemat jest następujący :

1/

	t	t+n
I	xyz	a
II	xyw	a
III	xwz	a

Wiersze oznaczone literami rzymskimi odpowiadają obserwacjom; litery x,y,z oznaczają wszystkie zjawiska występujące w chwili t , odpowiadającej obserwacji pierwszej; odpowiednio litery x,y,w i litery x,w,z .Litera a oznacza nam zjawisko badane, występujące każdorazowo w chwili o n późniejszej od t (n jest tu wartością stałą). Jak łatwo widzieć, wniosek z takich trzech obserwacji wg. reguły pierwszej jest, że x jest przyczyną a .

Analogiczny schemat dla kanonu jedynej różnicy jest następujący:

2/

	t	t+n
I	xyz	a
II	yz	

wniosek wg. reguły drugiej : x jest przyczyną a .

Schematy te są ogromnie pouczające. Widać z nich przede wszystkim wyraźnie, co MILL nazywa "okolicznościami towarzyszącymi zjawisku". Nie chodzi tu o żadne okoliczności równoczesne, lecz o zjawiska poprzedzające. Zgadza się to z poglądem MILLA na stosunek przyczyny do skutku, wg. którego przyczyna winna poprzedzać skutek przynajmniej w tym sensie, że początek przyczyny winien wyprzedzać początek skutku. Widać z nich również, że pierwotną intencją MILLA jest szukanie przyczyn zjawisk. Lecz nie tylko dwa powyższe schematy podaje MILL; w innych miejscach swego dzieła podaje schematy, które nie wykazują już tak wyraźnie tendencji szukania przyczyn (9) . Są to schematy następujące :

dla kanonu zgodności:

3/

t	t+n
xyz	abc
xyw	abd
xwz	adc

dla kanonu różnicy:

4/

t	t+n
xyz	abc
yz	bc

MILL zdaje się nie widzieć różnicy między pierwszym a drugim typem schematu. Czemu tak wnikliwy badacz jak MILL różnicę tę zaniedbał? Powodem tego, jak się wydaje, jest stałe lekceważenie przez MILLA przeciwdziedziny relacji przyczynowości - skutku. Zarówno przy analizowaniu przyczynowości, jak też przy formułowaniu zasady przyczynowości, MILL zajmuje się stale przyczyną, nigdy skutkiem; w rezultacie widzimy przeoczenie różnicy w schematach ilustrujących kanony.

W dalszym ciągu rozważań, przy formułowaniu ścisłym kanonów posługiwać się będziemy schematami 3/ i 4/, mimo to, że oryginalny tekst

MILLA wskazywałby raczej na schematy 1/ i 2/ jako na te, które właściwiej oddają tendencję autora. Usprawiedliwieniem niech tu będzie , że schematy 3/ i 4/ wydają się znacznie ogólniejsze od poprzednich.

Rozdział II

B u d o w a j ę z y k a f i z y k a l n e g o

§ 5. Punktem wyjścia dla naszych rozważań nad językiem fizykalnym będzie uczynione przez prof. K.AJDUKIEWICZA (lo) rozróżnienie 3.ch rodzajów dyrektyw, jakie winny obowiązywać w takim języku. Są to dyrektywy aksjomatyczne, dedukcyjne i empiryczne. Pomijając dwie pierwsze jako znane z metodologii nauk dedukcyjnych, zajmiemy się szczegółowiej trzecią. Dyrektywy te charakterystyczne dla języka fizykalnego tym wyróżniają się od poprzednich, że opierają się na stosunku pomiędzy danymi doświadczenia a zdaniami (dyrektywy dedukcyjne opierają się na stosunkach między zdaniami), pozwalając uznać pewne zdanie w przypadku uzyskania odpowiednich danych doświadczenia. Fakt posługiwania się przez nas takimi dyrektywami wydaje się niewątpliwy. Większość zdań, którymi się posługujemy w życiu codziennym, ma ten charakter, że bądź bezpośrednio, bądź pośrednio legitymują swą prawdziwość użyciem takiej dyrektywy.

Wprowadzenie jednak dyrektywy empirycznej utrudnia ogromnie badania własności języka. Nie sposób bowiem dyrektywy tej sprecyzować o tyle, aby możliwy był dowód niesprzeczności języka lub inny jakiś dowód analogiczny do przeprowadzanych w metodologii języków sformalizowanych (a więc takich, w których dyrektywy empiryczne nie obowiązują) Rzecz zaś się ma dlatego w ten sposób, ponieważ przy dyrektywach dedukcyjnych posługujemy się stosunkiem między zdaniami, resp. między klasami wyrażeń a zdaniami, którego dziedzina i przeciwdziedzina zostały scharakteryzowane strukturalnie. Podanie takiej charakterystyki dla stosunku, na którym opiera się dyrektywa empiryczna, jest niemożliwe, ponieważ dziedziną tego stosunku nie są wyrażenia, lecz dane doświadczenia. Aby sobie jednak choć częściowo umożliwić badanie języka, w którym występuje dyrektywa empiryczna, musimy scharakteryzować klasę zdań, będącą przeciwdziedziną stosunku, na którym opiera się taka dyrektywa. Zdania należące do tej klasy, to jest zdania, które mają szanse, aby je uzasadnić bezpośrednio przy pomocy dyrektywy empirycznej, nazywane bywają różnie. CARNAP i NEURATH nazywają je zdaniami protokólarnymi (Protokollsätze), POPPER - zdaniami podstawowymi (Basissätze); w Polsce przyjęła się nazwa zdań spostrzeżeniowych lub empirycznych. Zostańmy przy tej terminologii.

Koncepcja zdań spostrzeżeniowych, która powstała w tak zwanym Kole Wiedeńskim, zrodziła odrazu szereg nieporozumień i sporów między czołowymi przedstawicielami tego Koła. Czy zdania spostrzeżeniowe mówią o stosunkach między rzeczami, czy też opisują tylko pewne treści spostrzeżeń? Czy zdania spostrzeżeniowe należą do języka fizykalnego, czy też nie? Czy w zdaniach spostrzeżeniowych występują współrzędne czasowo-przestrzenne i jaką grają w nich rolę? Oto niektóre z nich (11).

Nie wdając się w analizę tych wszystkich kwestii, która mogłaby nas zbyt daleko zaprowadzić, podamy pewną koncepcję zdań spostrzeżeniowych, która, jak się zdaje, stoi najbliżej stanowiska POPPERA, do którego przechyla się w ostatnich czasach również CARNAP.

§ 6. Według tej koncepcji zdania spostrzeżeniowe są zdaniami o rzeczach, należą do języka fizykalnego i występuje w nich współrzędna czasowo-przestrzenna dotycząca faktu, który zdanie to opisuje. POPPER podaje takie przykłady zdań spostrzeżeniowych :

1. " Grzmi w Wiedniu, w 13 okręgu, w dniu lo czerwoa 1933 roku, o godzinie 17 minut 15 "

2. " W miejscu k czaso-przestrzeni znajduje się kruk "

lub ogólnie:

3. " W miejscu k realizuje się takie to a takie zjawisko" (12)

Przyjrzyjmy się tym przykładom. Każdy z nich stanowi zdanie, w którym zawarta jest determinacja czasowo-przestrzenna i pewna wypowiedź :

1' " grzmi "

2' " znajduje się kruk "

3' " realizuje się takie to a takie zjawisko " .

Wypowiedzi te nie są w normalnym znaczeniu zdaniami. Zdaniami staną się dopiero po dodaniu determinacji czasowo-przestrzennej. Są to funkcje okazjonalne. Prawdziwośćich bądź fałszywość, a więc wartość logiczna, zależy od czasu i miejsca, w którym je wypowiadamy, resp. od determinacji czasowo przestrzennej, przez dodanie której utworzymy z nich zdanie. Są to więc wyrażenia niezupełne; uzupełnić je możemy bądź sytuacją (13), bądź też dodawszy do nich argumenty determinująoe czas i miejsce.

Takie niezupełne wyrażenia były już przedmiotem rozważań filozofów. Zajmował się nimi MEINONG (14), rozpatrując niezupełne nazwy; prowadziło to do niezupełnych zdań, dla których nie miała obowiązywać zasada sprzeczności. TWARDOWSKI (15) poświęcił im krótką rozprawkę odmawiając im oharakteru zdań. Wreszcie SMOLKA w odczycie, wygłoszonym w roku 192o we Lwowie (16), zaproponował aby przy ich pomocy interpretować pośrednie wartości między prawdą i fałszem w logikach wielowartościowych. Jest rzeczą ciekawą, że rozwijana przez nas koncepcja prowadzi rzeczywiście do pewnego typu logik wielowartościowych, czym niestety nie będziemy mogli zająć się obszerniej w tej pracy.

Umówmy się teraz nazywć zdarzeniem to, co się stało gdzieś i kiedyś; zjawiskiem zaś - pewien typ zdarzeń. Przechodząc do przykładu powiemy, że zdarzeniem jest to, że w dniu 1.I.1947 r. o godz.lo przepaliła się stopka w moim mieszkaniu; zaś zjawiskiem jest klasa takich zdarzeń, że przepaliła się stopka; klasa wszystkich przepaleń się stopki.

Każdemu zdarzeniu mogę przyporządkować zdanie je opisujące; będzie to zdanie spostrzeżeniowe, dotyczące tego zdarzenia. Każdemu zaś zjawisku mogę również przyporządkować pewną wypowiedź, nie będącą w sensie ścisłym zdaniem. I tak zdarzeniu z poprzedniego przykładu przyporządkowuję zdanie opisujące :

4. " W dniu 1.I.1947 r. o godz. lo w moim mieszkaniu przepaliła się stopka ";

zaś zjawisku - wyrażenie :

4' " przepaliła się stopka " .

Zdania 1., 2., 3. i 4. stwierdzają, że w odpowiednich punktach czasoprzestrzeni zrealizowały się zjawiska, którym odpowiadają zdania 1', 2', 3' i 4' . Wyrażenia 1', 2', 3' i 4' nazwijmy funkcjami okazjonalnymi, pamiętając jednak, że nie chodzi tu o takie wypowiedzi,w których występują wyrażenia okazjonalne jak np. " Ja jem ", lecz o zdania, w których jakgdyby brakuje determinacji czasowo-przestrzennej.

§ 7. Z pośród funkcji okazjonalnych wyróżnijmy te, których wartość logiczna nie zależy od czasu i miejsca, lecz tylko od czasu. Te nazwiemy funkcjami temporalnymi. Powiemy więc, że wyrażenie 4' jest funkcją okazjonalną w szerszym znaczeniu; zaś wyrażenie 4" w moim mieszkaniu przepaliła się stopka " jest funkcją temporalną.

Funkcje temporalne opisują nam też pewne zjawiska, lepiej trochę zdeterminowane niż te, które opisują nam funkcje okazjonalne w szerszym znaczeniu. Jeżeli wprowadzamy pojęcie funkcji temporalnej, to tylko po to, aby ograniczyć dalsze rozważania, dotyczące kanonów MILLA, tylko do nich, a przez to je uprościć.

Niech teraz "p" będzie dowolną funkcją temporalną, zaś "t" nazwą dowolnej chwili. Posługiwać się będziemy w dalszym ciągu zwotem:"p zachodzi w chwili t" lub "p realizuje się w chwili t". Zakładać będziemy, że "p" jest kategorii semantycznej zdania oraz że wszystkie zdania spostrzeżeniowe mają kształt " p zachodzi w chwili t ". Nie należy zapominać, że nie jest to dla zdań spostrzeżeniowych warunek dostateczny, a jedynie konieczny (17). Dalej będziemy zakładać, że jeżeli w zdaniu omawianego kształtu wystąpi w miejsce "p" zdanie prawdziwe (np. tautologia "jeżeli p, to p"), to całość będzie prawdziwa bez względu na podstawienie za "t".

Jeżeli "p" jest funkcją temporalną, to przez T_1 oznaczmy zbiór chwil, w których "p" zachodzi (zbiór T_1 będziemy nazywali zakresem realizacji funkcji "p"). "nie-p" jest wtedy nową funkcją, która zachodzi we wszystkich tych i tylko tych chwilach, w których nie zachodzi "p". Oznaczmy jej zakres realizacji przez T'_1. Jeżeli teraz "q" jest funkcją temporalną o zakresie realizacji T_2, to "p lub q" jest nową funkcją temporalną o zakresie realizacji $T_1 + T_2$; "Jeżeli p, to q" jest nową funkcją temporalną o zakresie realizacji $T'_1 + T_2$. Funkcja temporalna "p lub nie-p" ma zakres realizacji $T'_1 + T_1$, a więc realizuje się w każdej chwili. Funkcja temporalna, która realizuje się w każdej chwili, jest zdaniem prawdziwym; funkcja temporalna, która nie realizuje się w żadnej chwili, jest zdaniem fałszywym. Łatwo udowodnić, że każde podstawienie funkcji temporalnych w tezie dwuwartościowego rachunku zdań jest zdaniem prawdziwym.

Rozdział III

S f o r m u ł o w a n i e ś c i s ł e k a n o n ó w M i l l a

§ 8. Podając swoje kanony, MILL nie znał naturalnie wymogów nowoczesnej metodologii i dlatego nie wskazał, jakie miejsce w języku winny one zajmować, t.j. czy są one twierdzeniami języka, czy dyrektywami postępowania, czy też stanowią one luźne reguły, wskazujące na postępowanie dogodne w badaniu doświadczalnym, a stworzone na podstawie uogólnienia przy analizie konkretnych przypadków takiego badania. Historycznie ta ostatnia ewentualność wydaje się najbardziej prawdopodobna. Świadczą o tym liczne przykłady, które MILL podaje na uzasadnienie swoich kanonów; świadczą o tym również liczne wyjątki, w których stara się on niejako zachęcić czytelnika do ich stosowania. Jednak my będziemy traktowali kanony jako dyrektywy postępowania. Zmusza nas do tego ambicja MILLA do uznania niezawodności tych reguł w oparciu o zasadę przyczynowości. Kanony MILLA będą więc dla nas dyrektywami postępowania języka fizykalnego.

§ 9. Dyrektywę znaną jako kanon jedynej zgodności można sformułować następująco :

α) Jeżeli dowolne klasy Z_1, Z_2, A_1, A_2 spełniają następujące warunki:

1) Każdy element klasy Z_1 lub Z_2 jest chwilą ;
2) każdy element klasy A_1 lub A_2 jest funkcją temporalną ;
3) klasa Z_2 jest klasą chwil następujących w okresie czasu o po odpowiednich chwilach klasy Z_1 ;
4) klasa A_1 jest klasą tych wszystkich funkcji temporalnych i tylko tych, które zachodzą we wszystkich chwilach klasy Z_1 ;
5) klasa A_2 jest klasą tych wszystkich funkcji temporalnych i tylko tych, które zachodzą we wszystkich chwilach klasy Z_2 ,

to dla dowolnych klas Z_3 , Z_4 , jeżeli :

6) każdy element klasy Z_3 lub Z_4 jest chwilą ;
7) klasa Z_4 jest klasą chwil następujących w okresie czasu o po odpowiednich chwilach klasy Z_3 ;
8) Każda funkcja temporalna klasy A_1 zachodzi we wszystkich chwilach klasy Z_3 ,

to :

9) każda funkcja temporalna klasy A_2 zachodzi we wszystkich chwilach klasy Z_4 .

Przypomnijmy sobie teraz schemat 3/ z paragrafu 4, Trzy wiersze pierwszej kolumny odpowiadają trzem obserwacjom w trzech chwilach,należących do klasy Z_1 , zaś wiersze kolumny drugiej odpowiadają obserwacjom w chwilach należących do klasy Z_2 , późniejszych od chwil, należących do klasy Z_1 o o (w schemacie występuje litera n). Klasą A_1 w naszym schemacie jest zjawisko "x" (wzgl. klasa, której "x" jest jedynym elementem), rzeczywiście tylko "x" występuje w każdym wierszu pierwszej kolumny. Z analogicznych względów "a" jest odpowiednikiem klasy A_2 .

Widzimy w ten sposób, że nasza dyrektywa obejmuje schemat 3/ z paragrafu 4. Jest ona o tyle ogólniejsza od tego schematu, że

I. dopuszcza dowolną ilość obserwacji, gdyż nie zawiera żadnych ograniczeń, dotyczących mocy klas Z_1 i Z_2. Schemat 3/ ograniczenie takie zawiera ze względów technicznych. Zauważmy, że słowne sformułowanie kanonu jedynej zgodności nie przewiduje takich ograniczeń ;

II. klasy A_1 i A_2 również nie są ograniczone co do mocy. Konieczność tego rodzaju postępowania wynika z poprzednich rozważań, a mianowicie z faktu, że jeżeli "p" należy do A_i , to dla dowolnego "q"- "p lub q" należy również do A_i (i = 1 , 2).

§ 1o. O ile w kanonie jedynej zgodności klasy Z_1 i Z_2 mogły być dowolnymi klasami co do mocy, to odpowiadające im klasy w kanonie jedynej różnicy muszą z konieczności składać się tylko z dwóch elementów.

β) Jeśli dowolne z_1, z_2, z_3, z_4, A_1, A_2 spełniają następujące warunki :

1) z_1, z_2, z_3, z_4 są chwilami ;

2) A_1 i A_2 są klasami, których elementami są funkcje temporalne ;

3) z_2 i z_4 są chwilami następującymi odpowiednio po z_1 i z_3 w okresie czasu o ;

4) A_1 jest klasą tych wszystkich funkcji temporalnych, które zachodzą w chwili z_1, a nie zachodzą w chwili z_3 ;

5) A_2 jest klasą tych wszystkich funkcji temporalnych, które zachodzą w chwili z_2, a nie zachodzą w chwili z_4 ;

to dla dowolnych klas Z_1, Z_2, jeżeli :

6) każdy element klasy Z_1 lub Z_2 jest chwilą ;

7) klasa Z_2 jest klasą chwil następujących w okresie czasu o po chwilach klasy Z_1 ;

8) każda funkcja temporalna klasy A_1 zachodzi we wszystkich chwilach klasy Z_1,

to :

9) każda funkcja temporalna klasy A_2 zachodzi we wszystkich chwilach klasy Z_2.

Rozdział IV

Aksjomatyzacja fragmentu języka fizykalnego

§ 11. Przystąpimy obecnie do sformułowania aksjomatyki fragmentu języka fizykalnego, a to celem umożliwienia w tym języku operowania wyrażeniem " p zachodzi w chwili t ". W teorii znaczeń prof. AJDUKIEWICZA aksjomaty tu podane mogłyby grać rolę reguł aksjomatycznych, ustalających sens wyrażenia " zachodzi w chwili ", które skracać będziemy w dalszym ciągu przez U .

Umówmy się w tym celu oznaczać :

1. zmienne kategorii semantycznej zdań przez p_1, p_2, p_3 ...
2. zmienne kategorii semantycznej chwil przez t_1, t_2, t_3 ...
3. zmienne kategorii semantycznej okresów czasu przez n_1, n_2, n_3 ...

Wyrażenie

I Ut_1p_1

czytać będziemy : " p_1 zachodzi w chwili t_1 " , wyrażenie zaś

II $U\delta\ t_1n_1p_1$

czytać będziemy : " p_1 zachodzi w chwili o n_1 późniejszej od t_1 " .

Przy budowie naszej aksjomatyki posługiwać się będziemy znakowaniem prof. J. ŁUKASIEWICZA (18), umieszczając funktory podobnie jak w wyrażeniu I i II przed argumentami. Pierwotnym dla naszego systemu będzie pełny dwuwartościowy rachunek zdań z kwantyfikatorami i system rachunku funkcyjnego bez kwantyfikatorów dla zmiennych funkcyjnych(19).

§ 12. Obecnie podamy listę aksjomatów .

A_1 $E\ Ut_1Np_1\ NUt_1p_1$

Aksjomat ten nam mówi : powiedzieć, że w chwili t_1 zachodzi zaprzeczenie p_1 , to tyle co powiedzieć : nieprawda, że w chwili t_1 zachodzi p_1.

Jest to dosyć swobodne tłumaczenie na język potoczny naszego aksjomatu. W dalszym ciągu, formalizując możliwie precyzyjnie nasz system, będziemy podawali takie swobodne tłumaczenia jego tez, aby ułatwić ich zrozumienie.

A_2 $C\ Ut_1Cp_1p_2\ C\ Ut_1p_1\ Ut_1p_2$

Jeżeli w chwili t_1 zachodzi implikacja : jeżeli p_1 , to p_2 , to z tego, że w chwili t_1 zachodzi p_1 , wynika, że w chwili t_1 zachodzi p_2 .

A_3 $Ut_1CCp_1p_2CCp_2p_3Cp_1p_3$

A_4 $Ut_1Cp_1CNp_1p_2$

A_5 $Ut_1CCNp_1p_1p_1$

Trzy wyrażenia, stojące w aksjomatach A_3 - A_5 po literach "Ut_1" stanowią, jak wykazał ŁUKASIEWICZ (20), aksjomatykę zupełną i niezależną dwuwartościowego rachunku zdań. Aksjomaty A_3 - A_5 orzekają, że te wyrażenia są prawdziwe w każdej chwili. Przy pomocy A_1 - A_5 i dyrektyw możemy w systemie udowodnić każde zdanie kształtu " $Ut_1\alpha$ " , gdzie α jest dowolną tezą rachunku zdań.

A_6 $C\Pi t_1Ut_1p_1\ p_1$ (21).

Jeżeli p_1 zachodzi w każdej chwili, to p_1 możemy uznać jako tezę systemu.

Trzy następujące aksjomaty wyjaśnimy po podaniu definicji :

A_7 $\Pi t_1\ \Pi n_1\ \Sigma t_2\ \Pi p_1\ \ E\ U\delta\ t_1n_1p_1\ \ Ut_2p_1$

A_8 $\Pi t_1\ \Pi n_1\ \Sigma t_2\ \Pi p_1\ \ E\ U\delta\ t_2n_1p_1\ \ Ut_1p_1$

A_9 $\Pi t_1\ \Sigma p_1\ \Pi t_2\ \ E\ Ut_2p_1\ \ \Pi p_2\ E\ Ut_1p_2\ Ut_2p_2$

§ 13. Obecnie podamy szereg definicji .

$D_1 \quad Ip_1p_2 \overset{def.}{=} \Pi t_1 \; E\, Ut_1p_1 \; Ut_1p_2$

Jest to definicja ekstensjonalnej identyczności funkcji temporalnych . Konsekwencją tej definicji jest, że aby wykazać nieidentyczność dwóch funkcji temporalnych (a więc dwóch zjawisk), należy wskazać takie dwie chwile, w których jedna z nich zachodzi, druga zaś nie.

$D_2 \quad \varrho t_1 t_2 \overset{def}{=} \Pi p_1 \; E\, Ut_1p_1 \; Ut_2p_1$

Jest to definicja identyczności dwóch chwil.

$D_3 \quad \pi t_1 t_2 \overset{def}{=} \Sigma n_1 \; \varrho \delta t_1 n_1 t_2$

Jest to definicja następstwa dwóch chwil. Chwila t_2 następuje po chwili t_1 wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje odstęp czasu, który je dzieli.

$D_4 \quad \nu n_1 t_1 t_2 \overset{def}{=} \varrho \delta t_1 n_1 t_2$

Jest to definicja relacji trójczłonowej : t_2 następuje po t_1 w odstępie czasu n_1 .

Przez wprowadzenie tych definicji aksjomaty A_7 - A_9 możemy znacznie uprościć :

$A'_7 \quad \Pi t_1 \; \Pi n_1 \; \Sigma t_2 \; \varrho \delta t_1 n_1 t_2$

$A'_8 \quad \Pi t_1 \; \Pi n_1 \; \Sigma t_2 \; \varrho t_1 \delta t_2 n_1$

Aksjomat A_7 żąda, aby działanie " δ" było wykonalne w zbiorze chwil, A_8 żąda, aby wykonalne było również działanie odwrotne. Oba te aksjomaty łącznie wymagają, aby ilość wartości stałych, które możemy podstawiać pod zmienne kategorii semantycznej chwil, była nieskończona; stąd zaś łącznie z definicjami wynika, że ilość funkcji temporalnych musi być nieskończona. Głębsze wchodzenie w tę sprawę zbyt daleko by nas zaprowadziło. Aby ją jednak możliwie krótko i przystępnie wyjaśnić, zauważmy, że tezą systemu jest wyrażenie :

$T_1 \quad C\, K \;\; \nu n_1 t_1 t_2 \;\; \nu n_1 t_1 t_3 \; \varrho t_2 t_3 \qquad /D_1 , D_4/$

które stwierdza, że działanie " δ" jest jednoznacznie wykonalne w zbiorze chwil .

Wreszcie aksjomat A_9 przyjmie postać :

$A'_9 \quad \Pi t_1 \; \Sigma p_1 \; \Pi t_2 \; E\, Ut_2p_1 \; \varrho t_1 t_2$

Aksjomat ten, który nazywamy aksjomatem zegara, mówi nam, że każdej chwili można przyporządkować taką funkcję temporalną, która zachodzi tylko w tej chwili. Zauważmy, że gdyby tak nie było, nie moglibyśmy się posługiwać zegarem. Przypuśćmy, ograniczając się tylko do dwunastu godzin, że mierzymy czas zegarem, którego wskazówka godzinowa przyjmuje 12 położeń, zaś wskazówka minutowa 6o. Godzina 3 minut 45 charakteryzuje się dwoma funkcjami temporalnymi; jedną : " wskazówka godzinowa zajęła pozycję 3 " i drugą : " wskazówka minutowa zajęła pozycję 45 ". Funkcją temporalną , spełniającą aksjomat A_9 przy podstawieniu za "t_1" - "3h 45'", jest koniunkcja obu tych funkcji temporalnych.

Bezpośrednią konsekwencją aksjomatów A_1 i A_9 jest teza :

T_2 $\Pi t_1\ \Sigma p_1\ \Pi t_2\ E\ Ut_2p_1\ N\varrho t_1t_2$

Zanotujmy jeszcze kilka ciekawszych konsekwencji naszych aksjomatów i definicji :

T_3	$C\ Ut_1p_1Ut_1Ap_1p_2$	/ A_1 - A_5 /
T_4	$E\ Ut_1Kp_1p_2\ K\ Ut_1p_1\ Ut_1p_2$	/ A_1 - A_5 /
T_5	$C\ K\ \varrho t_1t_2\ \nu n_1t_1t_3\ \nu n_1t_2t_3$	/ D_2 , D_5 /.
T_6	ϱt_1t_1	/ D_2 /
T_7	$E\ \varrho t_1t_2\ \varrho t_2t_1$	/ D_2 /
T_8	$C\ \varrho t_1t_2\ C\ \varrho t_2t_3\ \varrho t_1t_3$	/ D_2 /

§ 14. Dla dowodu niesprzeczności naszej aksjomatyki wystarczy zauważyć, że z wyrażenia :

(N) $E\ Ut_1p_1\ p_1$

przy zachowaniu kategorii semantycznych zmiennych, na gruncie rachunku zdań z kwantyfikatorami i rachunku funkcyjnego (węższego), wynikają wszystkie aksjomaty A_1 - A_9 omawianego systemu. Nie możemy otrzymać w nim dwóch zdań sprzecznych, gdyż wyrażenie " Ut_1p_1 " możemy interpretować na podstawie wyrażenia (N) jako asercję wyrażenia "p_1" .

Zauważmy dalej, że konsekwencją wyrażenia (N) jest wyrażenie :

FA_6 $C\ p_1\ \Pi t_1Ut_1p_1$

będące odwróceniem aksjomatu A_6. Wynika z tego odrazu, że system nasz, wzmocniony przez zaliczenie wyrażenia FA_6 do aksjomatów , pozostanie niesprzeczny.

Przypuśćmy teraz, że do tak wzmocnionego systemu przyłączyliśmy jakąkolwiek funkcję temporalną właściwą, np. " grzmi " (zaniedbujemy w tej chwili sprawę determinacji przestrzennej). Ponieważ jest to funkcja temporalna właściwa, więc prawdą jest, że :

G_1 $K\ \Sigma t_1\ Ut_1(\text{grzmi})\ \Sigma t_2\ Ut_2N(\text{grzmi})$.

Z drugiej strony konsekwencją FA_6 po podstawieniu za "p_1" wyrażenia " grzmi " jest

G_2 $C\ \Sigma t_1\ NUt_1(\text{grzmi})\ N(\text{grzmi})$

Na podstawie G_1 i G_2, stosując dyrektywę odrywania, otrzymujemy :

G_3 N(grzmi) .

Jest jasre, że postępując analogicznie możemy otrzymać wyrażenie :

G_4 (grzmi)

i sprzeczność w systemie .

Sprzeczność powyższa powstała przez dołączenie do systemu wyrażenia G_1, które stwierdza, że " grzmi " jest funkcją temporalną właściwą (t.j. zakres realizacji funkcji " grzmi " nie obejmuje wszystkich chwil i nie jest pusty). Odrzucamy więc wyrażenie FA_6, dla pozostałych zaś aksjomatów musimy zbadać, czy nie można z nich w podobny sposób otrzymać sprzeczności. Zagadnienie to będziemy nazywać zagadnieniem stosowalności. Wyrażenie FA_6 jest niestosowalne, gdyż dołączenie do systemu dowolnej funkcji temporalnej właściwej pozwala otrzymać w konsekwencji sprzeczność.

Niech będzie dana linia prosta, którą oznaczmy przez $\underline{1}$, i $\underline{P}$ - rodzina podzbiorów punktów prostej $\underline{1}$. Dalej niech $\underline{N}$ będzie zbiorem odcinków domkniętych prostej $\underline{1}$. Niech zakresem zmienności zmiennych zdaniowych naszego systemu będzie zbiór $\underline{P}$, zakresem zmienności zmiennych kategorii semantycznej chwil - zbiór punktów $\underline{1}$, zakresem zaś zmienności dla kategorii semantycznej odstępów czasu - zbiór $\underline{N}$.

Niech teraz $\underline{0}$ oznacza zbiór pusty, p_1+p_2 sumę zbiorów p_1 i p_2, p_1' dopełnienie zbioru p_1 do zbioru $\underline{1}$, $t_1 \in p_1$ relację przynależenia punktu t_1 do zbioru p_1 . Wyrażeniom naszego systemu przyporządkujemy pewne operacje na zbiorach $\underline{1}$, $\underline{P}$ i $\underline{N}$.

(i) $Np_1 = p_1'$

(ii) $Cp_1p_2 = p_1' + p_2$

(iii) $Ut_1p_1 = \underline{1}$, jeżeli $t_1 \in p_1$

$Ut_1p_1 = \underline{0}$, jeżeli nieprawda, że $t_1 \in p_1$

(iv) $\delta t_1 n_1$ jest punktem prostej $\underline{1}$ koincydującym z prawym punktem końcowym odcinka n_1, gdy lewy punkt końcowy tego odcinka koincyduje z punktem t_1 .

(v) $\Pi p_1 \varphi(p_1) = \underline{1}$, jeżeli dla każdego zbioru $x \in \underline{P}$, $\varphi(x) = \underline{1}$

$\Pi p_1 \varphi(p_1) = \underline{0}$, jeżeli istnieje taki zbiór $x \in \underline{P}$, że $\varphi(x) = \underline{0}$

(vi) $\Pi t_1 \varphi(t_1) = \underline{1}$, jeżeli dla każdego punktu $x \in \underline{1}$, $\varphi(x) = \underline{1}$

$\Pi t_1 \varphi(t_1) = \underline{0}$, jeżeli istnieje taki punkt $x \in \underline{1}$, że $\varphi(x) = \underline{0}$

(vii) $\Pi n\, \varphi(n) = \underline{1}$, jeżeli dla każdego odcinka $x \in \underline{N}$, $\varphi(x) = \underline{1}$

$\Pi n\, \varphi(n) = \underline{0}$, jeżeli istnieje taki odcin. $x \in \underline{N}$, że $\varphi(x) = \underline{0}$

Łatwo wykazać, że przy takiej interpretacji każdy z aksjomatów naszego systemu będzie funkcją klasową tożsamościowo równą zbiorowi 1. Cecha ta jest dziedziczna, t.zn., że jeżeli przysługuje jakimś wyrażeniom, to przysługuje również ich konsekwencjom. Z powyższego i z punktu (i) naszej umowy wynika, że system nasz jest niesprzeczny.

Dowód następującego twierdzenia o stosowalności systemu już nie sprawi większych trudności.

Twierdzenie o stosowalności.

Niech A będzie klasą zdań kształtu " Utp " przyczem $\bar{A} \leqslant 2X$ i jeżeli $x \in A$, to x jest zbudowane tylko przy pomocy znaków stałych. Jeżeli tylko nieprawdą jest, że elementami A są dwa zdania " Ut_1p_1 " i " Ut_2p_2 ", takie że konsekwencjami systemu są dwa zdania:

(a) $\varrho t_1 t_2$

(aa) Ip_1Np_2

to przez dołączenie klasy zdań A do aksjomatów naszego systemu uzyskujemy system niesprzeczny.

Twierdzenie to nam mówi, że w naszym języku fizykalnym sprzeczność możemy otrzymać przez stosowanie dyrektywy empirycznej tylko w jeden jedyny sposób.

Rozdział V

Metasystem języka fizykalnego

§ 15. Dla sformułowania kanonów MILLA musimy, jak widzieliśmy w paragrafach 9 i 10, operować klasami zdań i pewnymi pojęciami natury semantycznej. Wiadomo, że w tym celu, aby uniknąć sprzeczności, należy przejść na teren metajęzyka. Sposobów badań metajęzykowych mamy dwa, szczegółowo opisane w literaturze. Pierwszy z nich to arytmetyzacja systemu, drugi to metoda aksjomatyczna (22). Dla naszych celów wybierzemy metodę aksjomatyczną, przy czym aksjomatyka nasza będzie się zasadniczo różnić od aksjomatyk, zestawianych dotychczas dla celów składniowych i semantycznych, ma bowiem służyć celom metodologicznym.

W metajęzyku TARSKIEGO, służącym do zdefiniowania pojęcia prawdy (23), występują nazwy wyrażeń języka i odpowiedniki wyrażeń języka jako wyrażenia tej samej kategorii semantycznej co w języku; w rezultacie każde wyrażenie języka posiada swój " przekład " na metajęzyk. Konsekwencją tego, mówiąc swobodnie, jest, że możemy w ten sposób w metajęzyku mówić równocześnie o wyrażeniach języka i przedmiotach, których te wyrażenia dotyczą. Przy pomocy tego aparatu dochodzi TARSKI do definicji pojęć semantycznych, między innymi do definicji klasy wyrażeń prawdziwych.

Dla naszych celów metodę TARSKIEGO odwrócimy, klasę wyrażeń prawdziwych i pewne inne pojęcia natury składniowej wprowadzimy jako pojęcia pierwotne, będą one występowały w aksjomatyce. Przy ich pomocy będziemy w metasystemie poprzez nazwy wyrażeń języka mówili o przedmiotach, których te wyrażenia dotyczą, a więc o chwilach, zdarzeniach odpowiadających zdaniom elementarnym systemu i zjawiskach odpowiadających funkcjom temporalnym.

Przekładalne, w sensie TARSKIEGO, na metajęzyk będą tylko wyrażenia rachunku zdań i to bez kwantyfikatorów. Inne wyrażenia języka będą posiadały w metajęzyku tylko swoje transpozycje, t.j. zdania, które stwierdzają, że odpowiednie wyrażenie języka jest prawdą. Natykamy się przy tym na pewną trudność, nie możemy bowiem wykluczyć występowania w języku wyrażeń synonimicznych, a więc np: dwóch różnokształtnych nazw tej samej chwili, lub dwóch różnie zapisanych lecz identycznych w sensie D_1 funkcji temporalnych. Niech np. "t_1" i "t_2" będą dwoma różnokształtnymi nazwami chwil, przy czym niech ani w "t_1" ani w "t_2" nie występuje funktor "δ". Może się zdarzyć, że "$\delta t_1 n_1$" będzie nazwą tej samej chwili co "t_2", więc "$\varrho \delta t_1 n_1 t_2$" będzie prawdą; fałszywe jednak będzie twierdzenie metasystemu "$\delta t_1 n_1$" = "t_2".

Istotnie trudność ta w dalszym ciągu rozważań dotyczy tylko kategorii semantycznej chwil. Aby jej uniknąć, zbudujemy cały szereg definicji pojęć analogicznych do zwykłych relacji między klasami a dotyczącymi tylko klas nazw chwil.

Jako podstawę metasystemu języka fizykalnego przyjmiemy język zwykłej teorii mnogości, a więc będziemy się posługiwali wyrażeniami jak "ϵ" symbol przynależności do klasy, "$\subset$" symbol zawierania się klas, "=" symbol równości dwóch klas. Ponadto będziemy używali terminów stałych rachunku zdań, pisząc je w symbolice PEANO-RUSSELLA między argumentami. Symbol przynależności do klasy "ϵ" pisać będziemy dla każdego typu logicznego ten sam. Może to nastręczyć pewne trudności przy odczytywaniu wzorów, nie większe jednak od tych, które nastręczają się przy wprowadzeniu różnego znakowania dla każdego typu. Aby jednak ułatwić odczytywanie wzorów, wprowadzimy kwantyfikatory zrelatywizowane, to znaczy wyrażenia :

(b) $\quad \Pi x \quad x \epsilon Y . \supset . \varphi(x) \qquad$ i $\qquad \Pi X \quad X \subset Y . \supset . \varphi(X)$

(bb) $\quad \Sigma x \quad x \epsilon Y . \varphi(x) \qquad$ i $\qquad \Sigma X \quad X \subset Y . \varphi(X)$

zapisywać będziemy w postaci :

(b') $\overset{\Pi}{\text{Y}}\ x\ \varphi(x)$ i $\overset{\Pi}{\text{Y}}\ X\ \varphi(X)$

(b'b') $\overset{\Sigma}{\text{Y}}\ x\ \varphi(x)$ i $\overset{\Sigma}{\text{Y}}\ X\ \varphi(X)$ (24)

Przy czym jeżeli będziemy relatywizowali do wyrażeń kategorii semantycznej zdań, to zmiennej związanej nadamy kształt a, a_1, a_2... dla indywiduów, zaś dla A, A_1, A_2 ... dla klas. Analogicznie z, z_1 z_2 ... i Z, Z_1, Z_2 ... dla kategorii semantycznej chwil i o dla indywiduów kategorii semantycznej okresów czasu. Nie należy zapominać, że np. a, z, o są tej samej kategorii semantycznej metajęzyka, mianowicie indywiduów. Różnicę w kształcie robimy tylko dla wygody odczytywania wzorów.

§ 16. Następujące terminy przyjmiemy jako pierwotne :

V - klasa wyrażeń prawdziwych

Sz - klasa sensownych wyrażeń kat.sem. zdań

St - klasa sensownych wyrażeń kat.sem. chwil

Sn - klasa sensownych wyrażeń kat.sem. okresów czasu

Prócz tego przyjmiemy następującą listę nazw wyrażeń języka :

Wyrażenie języka :	Nazwa wyrażenia języka w metasystemie :
C, N, E, K, I	$\underline{C}$, $\underline{N}$, $\underline{E}$, $\underline{K}$, $\underline{I}$
U	$\underline{U}$
t_1, t_2, t_3, ...	t', t'', t''', ...
p_1, p_2, p_3, ...	p', p'', p''', ...
n_1, n_2, n_3, ...	n', n'', n''', ...
Π, Σ	$\cap$, $\subset$
δ, ϱ, ν	d, r, v

Korzystając z jednoznacznego liniowego uporządkowania wyrażeń języka, z nazw tych budujemy nazwy strukturalno-opisowe wyrażeń języka przy pomocy zwykłego następstwa. Nie przyjmujemy tu, jak w cytowanej już pracy TARSKIEGO (Tarski_1), specjalnego funktora nazwotwórczego, odpowiadającego następstwu dwóch symboli, lecz w nazwach strukturalno -opisowych zachowujemy to samo następstwo co w odpowiadających im wyrażeniach. Tak np. :

$\cap$t'$\underline{U}$p'd jest nazwą wyrażenia języka $\Pi t_1 U p_1 \delta$

wyrażenie to, jak odrazu widać, nie jest wyrażeniem sensownym; zaś

$\cap$t'$\subset$p'$\cap$t'' $\underline{E}$ $\underline{U}$t''p' rt't'' jest nazwą wyrażenia

$\Pi t_1\ \Sigma p_1\ \Pi t_2\ \ E\ Ut_2 p_1\ \ \varrho t_1 t_2$ w którym poznajemy aksjomat A_9 w formie uproszczonej przez definicję .

Do aksjomatów metasystemu zaliczymy przede wszystkim reguły, dotyczące tworzenia wyrażeń sensownych wszystkich kategorii semantycznych, występujących w języku. Znajdziemy więc aksjomat taki :

I $\quad \underset{St}{\Pi z}\ \underset{Sn}{\Pi o}\ \ \dot{d}zo \in St$

Aksjomat ten podaję nam regułę tworzenia wyrażeń sensownych kategorii semantycznej chwil przy pomocy funktora " δ ".

Ponadto przyjmiemy jako aksjomat wyrażenie :

II $\quad V \subset Sz$

które nam mówi, że prawdziwe mogą być tylko sensowne zdania.

Dalej przyjmiemy jako aksjomaty wszystkie wyrażenia orzekające, że aksjomaty i definicje języka są prawdą. Tak np przyjmiemy aksjomat

III $\quad \cap t' C p' \cap t'' \ \underline{E}\ \underline{U}t''p' \ \ rt't'' \ \in V$

który orzeka, że A_9 jest prawdą.

Następnie do aksjomatów metasystemu zaliczymy wszystkie dyrektywy języka, wyrażone w metajęzyku. Tak np. wyrażenie :

IV $\quad \underline{C}a_1a_2 \in V \ .\ a_1 \in V \ :\supset .\ a_2 \in V$

przyjmiemy jako aksjomat, gdyż wyraża nam ono dyrektywę odrywania.

Przy pomocy dotychczas przyjętych aksjomatów możemy, rzecz jasna, uzyskać w metasystemie dowolną tezę orzekającą, że teza naszego fragmentu języka fizykalnego jest prawdą. Np. jeżeli α jest nazwą konkretnego wyrażenia stałego kategorii semantycznej chwil, to tezą metasystemu jest wyrażenie :

P $\quad C p' \cap t'' \ \underline{E}\ \underline{U}t''p' \ r\alpha t'' \ \in V$

Przy pomocy więc tych aksjomatów i zwykłych dyrektyw potrafimy udowodnić każde wyrażenie typu P , nie potrafimy jednak udowodnić zdania ogólnego :

$TM_1 \quad \underset{St}{\Pi z}\ C p' \cap t'' \ \underline{E}\ \underline{U}t''p' \ rst'' \ \in V$

ani tym bardziej jeszcze ogólniejszej tezy :

$TM_2 \quad \underset{St}{\Pi z_1}\ \underset{Sz}{\Sigma a}\ \underset{St}{\Pi z_2}\ \underline{E}\ \underline{U}z_2 a \ rz_1z_2 \ \in V$

których prawdziwość wynika z poprzednich rozważań (25) .

Aby uzyskać w metasystemie również tego rodzaju tezy, musimy przyjąć dodatkową dyrektywę, dozwalającą zastępować nazwę zmiennej przez zmienną nazwową, nazwy kwantyfikatora przez kwantyfikator, przy czym kwantyfikator ten musi być zrelatywizowany do klasy wyrażeń odpowiedniej kategorii semantycznej.

Po przyjęciu takiej dyrektywy u o g ó l n i a j ą c e j wyrażenia TM_1 i TM_2 staną się tezami metasystemu .

§ 17. Jest rzeczą znaną, że aby zaksjomatyzować pewną dziedzinę wiedzy należy zacząć od podania definicji wyrażeń sensownych, występujących w tym języku i dyrektyw w nim obowiązujących. Między dyrektywami języka znajdować się muszą dyrektywy aksjomatyczne, t.j. dyrektywy nakazujące pewne wyrażenia uznać bez dowodu. Definicje wyrażeń sensownych i dyrektywy wyrażamy zwykle w języku potocznym. Ściśle jednak rzecz biorąc, należą one do języka, w którym mówimy o języku budowanym, a więc do metajęzyka. Chcąc więc zbudować nowy język, musimy już być w posiadaniu pewnego innego języka, który jest metajęzykiem dla nowo budowanego. Jest rzeczą charakterystyczną (i wydaje się, że tylko dzięki temu takie postępowanie ma jakiś sens), że język, od którego zaczynamy, nazwijmy go metajęzykiem k o n s t y t u c y j n y m lub krótko metajęzykiem K, nie musi być bogatszy od języka budowanego ani pod względem ilości kategorii semantycznych, ani co do ilości typów logicznych. Metajęzyk K nawet dla języka o pozaskończonej liczbie typów logicznych może być językiem o skończonej ilości typów logicznych.

Metajęzyk, zbudowany w poprzednim paragrafie, jest właśnie takim metajęzykiem K dla fragmentu języka fizykalnego podanego w poprzednim rozdziale. Widzimy, że istotnie brak w nim pewnych kategorii semantycznych występujących w języku, np. kategorii semantycznej, odpowiadającej funktorowi "U" .

Zastanówmy się obecnie, w jaki sposób moglibyśmy wzbogacić nasz metajęzyk tak, aby od metajęzyka K przejść do bogatszego metajęzyka . Wiadomą jest rzeczą, że pewne języki są niezupełne. Znaczy to, że istnieją takie wyrażenia sensowne zdaniowe w tym języku, nie posiadające zmiennych wolnych, że ani one, ani ich zaprzeczenia nie są tezami języka. Fragment języka fizykalnego, podany w poprzednim rozdziale również posiada tę własność. Np. wyrażenie :

(n) $\Sigma p_1\ \Sigma t_1\ \Sigma t_2\ \ K\ Ut_1p_1\ \ Ut_2Np_1$

nie spełnia interpretacji pierwszego dowodu niesprzeczności, podanego w paragrafie 14 , zaś jego zaprzeczenie nie spełnia interpretacji drugiego dowodu niesprzeczności, podanego w tym paragrafie. Jest to więc wyrażenie niezależne.

Gdybyśmy teraz prócz aksjomatów metajęzyka, opisanych w poprzednim paragrafie, przyjęli jako aksjomat :

(nn) $\mathsf{C}\, p'\, \mathsf{C}\, t'\, \mathsf{C}\, t''\ \ \underline{K}\ \underline{U}t'p'\ \underline{U}t''\underline{N}p'\ \ \epsilon V$

to taki metasystem nie byłby już metasystemem K dla fragmentu języka fizykalnego, podanego w poprzednim rozdziale. W szczególności straciłby tę własność, że wyrażenie "V", występujące w jego aksjomatach, nie dałoby się interpretować jako klasa tez (tezą nazywamy tu wyrażenie będące konsekwencją aksjomatów w myśl dyrektyw).

Dyrektywą nazywać będziemy każde wyrażenie α metajęzyka, spełniające jeden z dwóch następujących warunków :

1. α ma postać okresu warunkowego, zaś jego następnik postać.

(d) $x \in V$

przy czym zmienna "x" jest objęta kwantyfikatorem dużym, występującym na początku wyrażenia α i zrelatywizowanym co najwyżej do klasy Sz ;

2. α jest równoważne β , spełniającemu warunek 1.;

lub każde wyrażenie inferencyjnie równoważne takiemu. Widzimy, że np. wyrażenie IV z paragrafu 16 jest dyrektywą.

Dyrektywą wtórną języka J ze względu na dyrektywy i aksjomaty w tym języku obowiązujące nazywamy każdą tezę metajęzyka K dla języka J, będącą dyrektywą (26) .

Udowodnimy w dalszym ciągu, że kanony MILLA są dyrektywami wtórnymi ze względu na aksjomaty i dyrektywy podanego w poprzednim rozdziale fragmentu języka fizykalnego .

§ 18. Podamy obecnie szereg definicji, które nam posłużą do ostatecznego sformułowania zagadnienia. Nie wszystkie one są dla naszego problemu istotne, mają jednak ponadto służyć do lepszego zorientowania czytelnika w charakterze systemu i metasystemu.

DM_1 $a \in D \overset{def}{=} \bigcap t' \underline{U}t'a \in V$

Czytamy : a jest deskryptem wtedy i tylko wtedy, gdy prawdą jest, że a zachodzi w każdej chwili. Gdybyśmy cały nasz język fizykalny zrelatywizowali do jakiegoś układu izolowanego, powiedzielibyśmy, że klasa D jest klasą zdań, opisujących nam układ. To, że a musi być nazwą wyrażenia kategorii semantycznej zdań, wynika z aksjomatu metasystemu II i z aksjomatów, będących regułami tworzenia wyrażeń sensownych.

DM_2 $a \in W \overset{def}{=} \subset t' \underline{U}t' a \in V . \subset t' \underline{U}t' \underline{N}a \in V$

a jest wariantem wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje taka chwila, w której a zachodzi i istnieje taka chwila, w której a nie zachodzi. W jest więc klasą funkcji temporalnych właściwych, t. j. nierównych tożsamościowo prawdzie lub fałszowi. (Por. przykład z paragrafu 14).

DM_3 $a \in \Delta z \overset{def}{=} a \in W . \underline{U}za \in V$

Δz jest klasą funkcji temporalnych właściwych (a więc niejako klasą zjawisk), które zachodzą w chwili z. Relatywizując znowu nasz język do jakiegoś układu izolowanego, możemy powiedzieć, że elementy Δz opisują nam bez reszty stan układu w chwili z .

DM_4 $z_1 \approx z_2 \overset{def}{=} rz_1z_2 \in V$

Jest to definicja specyficznej identyczności dwóch nazw chwil. Stosu -

nek tu zdefiniowany jest naturalnie różny od stosunku zdefiniowanego w definicji D_2 z paragrafu 13. Ze względu jednak na kształt definicji DM_4 widzimy od razu, że zachodzić będą daleko idące analogie pomiędzy tymi dwoma stosunkami, i tak tezami metasystemu będą tezy analogiczne do tez systemu T_6 - T_8.

TM_3 $\quad \underset{St}{\Pi z} \quad z \approx z$

TM_4 $\quad z_1 \approx z_2 \equiv z_2 \approx z_1$

TM_5 $\quad z_1 \approx z_2 \,.\, z_2 \approx z_3 :\supset.\, z_1 \approx z_3$

DM_5 $\quad Z_1 \Subset Z_2 \overset{def}{=} \Pi z_1 \; z_1 \in Z_1 \,.\supset:\, \Sigma z_2 \;\; z_2 \in Z_2 \,.\, z_1 \approx z_2$

Jest to definicja specyficznego zawierania się dwóch klas nazw chwil.

DM_6 $\quad Z_1 \sim Z_2 \overset{def}{=} Z_1 \Subset Z_2 \,.\, Z_2 \Subset Z_1$

Jest to definicja specyficznej identyczności dwóch klas nazw chwil. Konsekwencją jej są znowu analogiczne tezy do tez TM_3 - TM_5.

TM_6 $\quad \underset{St}{\Pi Z} \quad Z \sim Z$

TM_7 $\quad Z_1 \sim Z_2 \equiv Z_2 \sim Z_1$

TM_8 $\quad Z_1 \sim Z_2 \,.\, Z_2 \sim Z_3 :\supset.\, Z_1 \sim Z_3$

DM_7 $\quad z_1 \xrightarrow{o} z_2 \overset{def}{=} voz_1z_2 \in V$

DM_8 $\quad Z_1 \twoheadrightarrow^{o} Z_2 \overset{def}{=} \Pi z_1 \;\; z_1 \in Z_1 \,.\supset:\, \Sigma z_2 \;\; z_2 \in Z_2 \,.\, z_1 \xrightarrow{o} z_2 :.$

$\qquad :.\, \Pi z_2 \;\; z_2 \in Z_2 \,.\supset:\, \Sigma z_1 \;\; z_1 \in Z_1 \,.\, z_1 \xrightarrow{o} z_2$

Są to definicje relacyj, odpowiadających następstwu dwóch chwil; definicja pierwsza jest analogiczna do definicji systemu D_4; konsekwencją definicji drugiej jest teza:

TM_9 $\quad Z_1 \twoheadrightarrow^{o} Z_2 \,.\, Z_3 \twoheadrightarrow^{o} Z_4 :\supset.\, Z_1 + Z_3 \twoheadrightarrow^{o} Z_2 + Z_4$

Zauważmy, że ze względu na dyrektywy, aksjomaty i definicje DM_4 i DM_7 będziemy mieli w metasystemie tezę analogiczną do tezy systemu T_1.

TM_{10} $\quad z_1 \xrightarrow{o} z_2 \,.\, z_1 \xrightarrow{o} z_3 :\supset.\, z_2 \approx z_3$

Z tezy TM_{10}, z definicji DM_6 i DM_8 łatwo wyprowadzić następujące ważne dla nas tezy:

TM_{11} $\quad Z_1 \twoheadrightarrow^{o} Z_2 \,.\, Z_1 \twoheadrightarrow^{o} Z_3 :\supset.\, Z_2 \sim Z_3$

TM_{12} $\quad Z_1 \twoheadrightarrow^{o} Z_2 \,.\, Z_1 \sim Z_3 :\supset.\, Z_3 \twoheadrightarrow^{o} Z_2$

Podamy jeszcze jedną definicję:

DM_9 $\quad a \in \Theta Z \overset{def}{=} \Pi z \;\; z \in Z .\supset. a \in \Delta z$

Definicja ta, ze względu na definicję DM_3, ma sens intuicyjny całkiem prosty. Z jest klasą chwil, ΘZ jest klasą funkcji temporalnych właściwych (a więc jakby klasą zjawisk), zachodzących w każdej chwili nalełącej do klasy Z.

Rozdział VI

Analiza formalna kanonów Milla

§ 19. Przy pomocy dotychczas zdefiniowanych pojęć łatwo już sformułować w metajęzyku kanon jedynej zgodności MILLA.

$$KM_1 \qquad Z_1 \overset{o}{\Vert\!\!\!\longrightarrow} Z_2 \,.\, \Theta Z_1 = A_1 \,.\, \Theta Z_2 = A_2 : \supset : \Pi Z_3\, \Pi Z_4 \quad Z_3 \overset{o}{\Vert\!\!\!\longrightarrow} Z_4 \,.\, . \, A_1 \subset \Theta Z_3 \,.\supset.\, A_2 \subset \Theta Z_4$$

Wyrażenie KM_1 jest naturalnie równoważne wyrażeniu

$$KM_2 \qquad Z_1 \overset{o}{\Vert\!\!\!\longrightarrow} Z_2 \,.\supset:\, \Pi Z_3\, \Pi Z_4 \quad Z_3 \overset{o}{\Vert\!\!\!\longrightarrow} Z_4 \,.\, \Theta Z_1 \subset \Theta Z_3 \,.\supset.\, \Theta Z_2 \subset \Theta Z_4$$

Porównajmy wyrażenie KM_1 z dyrektywą α podaną w paragrafie 9. Pierwszy człon koniunkcji poprzednika gwarantuje nam spełnienie warunków 1) i 3) ze względu na definicję DM_8 ; człony drugi i trzeci ze względu na DM_9 gwarantują nam spełnienie warunków 2), 4) i 5) . Pierwszy człon koniunkcji następnika dużego gwarantuje nam spełnienie warunku 6) i 7), drugi - spełnienie warunku 8). Wreszcie mały następnik jest wnioskiem, odpowiadającym punktowi 9). Kanon jedynej różnicy możemy zapisać następująco :

$$KM_3 \qquad z_1 \overset{o}{\longrightarrow} z_2 \,.\, z_3 \overset{o}{\longrightarrow} z_4 \,.\, \Delta z_1 - \Delta z_1 \Delta z_3 = A_1 \,.\, \Delta z_2 - \Delta z_2 \Delta z_4 = A_2 : \supset : \Pi Z_1\, \Pi Z_2 \quad Z_1 \overset{o}{\Vert\!\!\!\longrightarrow} Z_2 \,.\, A_1 \subset \Theta Z_1 \,.\supset.\, A_2 \subset \Theta Z_2$$

Porównanie wyrażenia KM_3 z dyrektywą β (paragraf lo) nie powinno nastręczyć czytelnikowi żadnych trudności.

§ 2o. Dla dowodu tezy KM_1 względnie KM_2 musimy udowodnić kilka tez pomocniczych. Dowody tych tez będą dużo bardziej skomplikowane niż tez dotychczas podanych. Będziemy je podawać w postaci nie sformalizowanej, gdyż sformalizowane stałyby się najzupełniej nieintuicyjne. Formalnie jednak dowody te są zupełnie proste i formalizacja ich jest natychmiastowa.

$$TM_{13} \qquad Z_2 \subset\!: Z_1 \,.\supset.\, \Theta Z_1 \subset \Theta Z_2$$

Tezy tej dowiedziemy apagogicznie. Przypuśćmy, że poprzednik jej jest prawdziwy, a następnik fałszywy, t.zn. że istnieje taka funkcja temporalna a , że $\underline{U} z_1 a \in V$ dla wszystkich $z_1 \in Z_1$ i istnieje takie $z_2 \in Z_2$, że $\underline{U} z_2 a \in V$ nie zachodzi. Robimy tu użytek z DM_3 i DM_9 . Ponieważ $z_2 \in Z_2$ i $Z_2 \subset\!: Z_1$, więc na podstawie DM_5 musi istnieć takie

$z_3 \in Z_1$, że $z_2 \not\approx z_3$. Jest to jednak niemożliwe ze względu na funkcję temporalną a której istnienie dowodzi, że $z_2 \approx z_3$ nie zachodzi dla żadnego $z_3 \in Z_1$ (korzystamy tu z DM_4 i odpowiednich aksjomatów metasystemu). Ponieważ doszliśmy do zaprzeczenia poprzednika, więc dowód nasz został przeprowadzony.

TM_{14} $\quad \Theta Z_1 \subset \Theta Z_2 \,.\supset.\, Z_2 \propto Z_1$

Dla dowodu tej tezy zauważmy, że prostą konsekwencją aksjomatów, definicji metasystemu i dyrektywy uogólniającej są następujące dwa wyrażenia:

TM_{15} $\quad \underset{St}{\Pi z_1} \underset{Sz}{\Sigma a} \underset{St}{\Pi z_2} \; \underline{E}\; \underline{U} z_2 a \; \underline{N} r z_1 z_2 \in V$

TM_{16} $\quad \underset{St}{\Pi z_1} \underset{Sz}{\Sigma a} \underset{St}{\Pi z_2} \; a \in \Delta z_2 . \equiv . \sim(z_1 \approx z_2)$

Pierwsza teza jest analogiczna do tezy systemu T_2, druga zaś jest natychmiastową konsekwencją pierwszej z uwagi na definicje DM_3 i DM_4.

Tezy TM_{14} dowiedziemy teraz apagogicznie. Jeżeli nieprawdą jest, że $Z_2 \propto Z_1$, to na podstawie DM_5 istnieje takie $z_2 \in Z_2$, że $z_2 \approx z_1$ jest fałszem dla wszystkich $z_1 \in Z_1$. Weźmy teraz pod uwagę takie a, które zachodzi we wszystkich i tylko tych chwilach z_3, które nie spełniają związku $z_3 \approx z_2$. Na podstawie TM_{16} takie a istnieje. Ponieważ $z_3 \approx z_2$ nie zachodzi dla wszystkich $z_3 \in Z_1$, więc dla wszystkich takich z_3 zachodzić będzie $\underline{U} z_3 a \in V$, a więc na podstawie DM_3 i DM_9: $a \in \Theta Z_1$. Widzimy jednak, że równocześnie nieprawdą jest, jakoby $\underline{U} z_2 a \in V$ i $z_2 \in Z_2$; zatem nieprawdą jest $a \in \Theta Z_2$. $\Theta Z_1 \subset \Theta Z_2$ jest więc fałszem c.b.d.o.

TM_{17} $\quad Z_1 \propto Z_2 \,.\equiv.\, Z_1 + Z_2 \sim Z_2$

Rzeczywiście, jeżeli nieprawda, że $Z_1 \propto Z_2$, to na podstawie DM_5 istnieje taki $z_1 \in Z_1$, że dla każdego $z_2 \in Z_2$ nie zachodzi $z_1 \approx z_2$. Ponieważ jednak z $z_1 \in Z_1$ wynika natychmiast $z_1 \in Z_1 + Z_2$, więc nie zachodzi również $Z_1 + Z_2 \sim Z_2$, czyli prawa strona TM_{17} c.b.d.o.
Przypuśćmy teraz, że nie zachodzi $Z_1 + Z_2 \sim Z_2$. $Z_2 \propto Z_1 + Z_2$ jest natychmiastową konsekwencją DM_5 dla każdego Z_1, $Z_2 \subset St$. Należy więc przypuścić, że nie zachodzi $Z_1 + Z_2 \propto Z_2$. Na podstawie DM_5 istnieje takie $z_1 \in Z_1 + Z_2$, że dla każdego $z_2 \in Z_2$ nie zachodzi $z_1 \approx z_2$. Gdyby $z_1 \in Z_2$, to mielibyśmy natychmiast, że nie zachodzi $z_1 \approx z_1$, co ze względu na tezę TM_3 jest niemożliwe. Mamy więc $z_1 \in Z_1$ i dla każdego $z_2 \in Z_2$ nie zachodzi $z_1 \approx z_2$. Nie zachodzi więc również $Z_1 \propto Z_2$ c.b.d.o.

TM_{18} $\quad Z_1 \overset{o}{\longleftrightarrow} Z_2 \,.\supset:\, \Pi Z_3 \, \Pi Z_4 \;\; Z_3 \overset{o}{\longleftrightarrow} Z_4 \,.\, Z_3 \propto Z_1 \,.\supset.\, Z_4 \propto Z_2$

Prosty dowód tej bardzo ważnej dla nas tezy podamy założeniowo.

1.	$Z_1 \overset{o}{\longmapsto} Z_2$	
2.	$Z_3 \overset{o}{\longmapsto} Z_4$	
3.	$Z_3 \mathrel{\subset\!:} Z_1 \quad \supset$	
4.	$Z_3 + Z_1 \sim Z_1$	/ 3, TM_{17} /
5.	$Z_3 + Z_1 \overset{o}{\longmapsto} Z_4 + Z_2$	/ 2,1,TM_9 /
6.	$Z_1 \overset{o}{\longmapsto} Z_4 + Z_2$	/ 4,5,TM_{12} /
7.	$Z_4 + Z_2 \sim Z_2$	/ 6,1,TM_{11} /
8.	$Z_4 \mathrel{\subset\!:} Z_2$	/ 7, TM_{17} / c.b.d.o.

Z tezy TM_{18} przy pomocy tez TM_{13} i TM_{14} natychmiast otrzymujemy tezę KM_2 równoważną tezie KM_1, która nam wyraża kanon jedynej zgodności (patrz paragraf 19).

§ 21. Wynik otrzymany w poprzednim paragrafie jest jednak banalny, widzimy bowiem z tezy TM_{13} , TM_{14} i TM_{18} , że ilekroć przez obserwacje w chwilach należących do klas Z_1 i Z_2 dojdziemy przy pomocy kanonu jedynej zgodności do połączenia pewnym prawem klasy zjawisk A_1 i A_2 , to klasa A_1 będzie miała tę własność, że zjawiska do niej należące będą się wszystkie równocześnie realizować tylko w chwilach należących do klasy Z_1 i ten sam stosunek będzie łączył klasy A_2 i Z_2 .

Aby to lepiej unaocznić, przypatrzmy się kanonowi jedynej różnicy:

$$KM_3 \qquad z_1 \xrightarrow{o} z_2 \cdot z_3 \xrightarrow{o} z_4 \cdot \Delta z_1 - \Delta z_1 \Delta z_3 = A_1 \cdot \Delta z_2 - \Delta z_2 \Delta z_4 = A_2 : \supset : \Pi Z_1 \, \Pi Z_2 \; Z_1 \overset{o}{\longmapsto} Z_2 \cdot A_1 \subset \Theta Z_1 . \supset . A_2 \subset \Theta Z_2$$

Udowodnimy, że wyrażenie KM_3 jest spełnione tylko wtedy, gdy Z_1 jest klasą posiadającą jako swój jedyny element chwilę z_1 (należałoby właściwie powiedzieć : każde $z_5 \in Z_1$ spełnia równość $z_1 \approx z_5$; tego rodzaju błędy w interpretacji wyrażeń, które popełniliśmy nie tylko na tym miejscu, nie wpływają na poprawność rozumowań) , zaś Z_2 posiada jako swój jedyny element chwilę z_2 . Rzeczywiście, wg aksjomatu zegara (resp. jego transpozycji do metasystemu) istnieje taka funkcja temporalna , nazwijmy ją a_1 , że a_1 zachodzi tylko w chwili z_1 , i taka funkcja temporalna a_2, że a_2 zachodzi tylko w chwili z_2 . Widzimy dalej , że $a_1 \in A_1$ i $a_2 \in A_2$, a co za tym idzie $a_1 \in \Theta Z_1$ i $a_2 \in \Theta Z_2$. Gdyby do Z_1 należała choć jedna chwila różna od z_1 , to $a_1 \in \Theta Z_1$ nie mogłoby być spełnione ; analogiczne rozumowanie stosuje się do Z_2 .

§ 22. Rozumowanie powyżej przeprowadzone jest dowodem wyrażenia KM_3 w metasystemie. Zarówno ten dowód jak i poprzedni dowód KM_1 stwierdzają, że kanony MILLA są dyrektywami wtórnymi ze względu na aksjomaty i dyrektywy fragmentu języka fizykalnego, przy czym nie jest konieczne zakładanie dodatkowo zasady przyczynowości. Jednak stwierdzają również, że prawa, jakie przy ich pomocy możemy uzyskiwać, są tylko opisem tego, co się już stało w czasie naszych obserwacji, przy czym nigdy się już nie może powtórzyć sytuacja, do której ten opis mógłby się stosować. Jest to konsekwencją aksjomatu zegara.

Wydaje się jednak faktem, że kanony MILLA stosujemy i to nie tylko w postępowaniu naukowym, ale również w życiu codziennym, a używanie zegarów wcale nam w tym nie przeszkadza. Obserwujemy w tym celu pewne zjawiska i zakładamy, że zachodzenie zjawisk nie obserwowanych nie wpływa na zachodzenie zjawisk obserwowanych. Inaczej mówiąc ograniczamy się do pewnego układu izolowanego.

Spróbujmy teraz interpretować nasz fragment języka fizykalnego jako odnoszący się do takiego izolowanego układu, przy czym niech to będzie układ periodyczny względem czasu mierzonego zegarem, znajdującym się poza układem. Wiadomo z fizyki, że takie układy nie istnieją, wiadomo jednak również, że takimi fikcyjnymi układami posługujemy się bardzo często w fizyce dla przeprowadzenia różnych rozumowań. Niech więc naprzykład naszym układem (mówić będziemy o układzie U) będzie wahadło w czasie ruchu, zawieszone w pustym pokoju, nie podlegające żadnym wpływom zewnętrznym. Wyrażenie :

I $\quad Ut_1p_1$

czytać teraz będziemy : " p_1 zachodzi w chwili t_1 w układzie U " przy czym " p_1 "jest funkcją temporalną, odpowiadającą zjawisku, zachodzącemu w układzie U , wartość zaś na "t_1" odczytujemy na zegarze, znajdującym się poza układem .

Łatwo sprawdzić, że nasza aksjomatyka będzie spełniona przy takiej interpretacji. Jednak sens pewnych wyrażeń zdefiniowanych, specjalnie relacji między chwilami, tak w języku jak i w metajęzyku, ulegnie zmianie. Niech bowiem okres wahań naszego wahadła wynosi n_1 . Czyniąc obserwacje w dowolnej chwili t_1 i w chwili o n_1 późniejszej dochodzimy do wniosku, że

(i) $\quad \varrho t_1 \delta t_1 n_1$

równocześnie na podstawie definicji D_3 - do wniosku

(ii) $\quad \pi t_1 \delta t_1 n_1$

Widzimy więc, że nasze definicje relacji między chwilami straciły sens pierwotny. Zgodnie z przyjętymi intuicjami musimy zatem interpretować wyrażenie

(iii) $\quad \varrho t_1 t_2$

jako wypowiedź : " t_1 jest chwilą analogiczną w okresie układu U z chwilą t_2 " , zaś wyrażenie

(iv) $vn_1t_1t_2$

" chwila t_2 jest analogiczna w okresie układu U z chwilą o n_1 późniejszą od t_1 " .

Korzystając z tych intuicji, kanon jedynej zgodności przeczytać będziemy mogli analogicznie do tego jak brzmi dyrektywa α (paragraf 1o), modyfikując tylko odpowiednie punkty 3) i 7) , np. punkt 3) następująco :

3') klasa Z_2 jest klasą chwil analogicznych w okresie układu U z klasą chwil, następujących w odstępie czasu o po chwilach klasy Z_1

W tej interpretacji kanony MILLA pozwolą nam uzyskiwać pewne prawa stosowalne, odnoszące się do układu U. Te same jednak prawa moglibyśmy uzyskać bez nich, co jest naturalne ze względu na dowiedziony przez nas tautologiczny charakter kanonów.

§ 23. Przedstawiona w poprzednim paragrafie próba uratowania kanonów MILLA wydaje się jednak niedostateczna. Zakres stosowalności w ten sposób pojętych kanonów byłby tak mały, że straciłyby one zupełnie swój dotychczasowy charakter. Możnaby próbować uratować je na innej jeszcze drodze, odrzucając aksjomat zegara, a wzmacniając fragment języka fizykalnego o aksjomat, odpowiadający zasadzie przyczynowości. Ta droga, najbliżej zapewne stojąca koncepcji MILLA, jest jednak trudna do przyjęcia ze względu na to, że aksjomat zegara stanowi naszą jedyną broń przed metafizyczną i pozazmysłową koncepcją czasu. W razie gdybyśmy jednak zdecydowali na odrzucenie go, to znalezienie nowego aksjomatu, odpowiadającego warunkom, nie przedstawiałoby dużych trudności.

Łatwo wykazać, że dla dowodu kanonu jedynej różnicy w odpowiednim metasystemie K wystarczy przyjąć aksjomat

A_{10} $\Pi p_1 \, \Pi n_1 \, \Pi t_1 \;\; C \; U \;\; \delta t_1 n_1 p_1 \;\; \Sigma p_2 \; K \; Ut_1 p_2 \; \Pi t_2 \; C \; Ut_2 p_2 \;\; U \;\; \delta t_2 n_1 p_1$,

który nazwiemy zasadą przyczynowości wieloznacznej. Dla udowodnienia zaś obu kanonów zgodności i różnicy należy przyjąć aksjomat

A_{11} $\Pi p_1 \, \Pi n_1 \, \Pi t_1 \, \Sigma p_2 \; E \; U \;\; \delta t_1 n_1 p_1 \;\; Ut_1 p_2$

który nazwiemy zasadą przyczynowości jednoznacznej (27) .

§ 24. Najwłaściwszą jednak drogą dla uratowania kanonów MILLA wydaje się rozszerzenie naszego fragmentu języka fizykalnego. Zauważmy że możemy tego dokonać na dwóch drogach :

1^o wprowadzając zmienne współrzędnych przestrzennych, t.j. opierając się, jako na pierwotnym, na wyrażeniu.

I' $Ut_1x_1y_1z_1p_1$

które możemy czytać : " p_1 zachodzi w chwili t_1 w miejscu o współrzędnych x_1 , y_1 , z_1 " .

2° Wprowadzając zmienne dla kategorii semantycznej funktora "U" (zmienne te moglibyśmy oznaczać U_1 , U_2 , ...) i czytając wyrażenie

II' $U_1t_1p_1$

" p_1 zachodzi w układzie U_1 w chwili t_1 " .

Układ U_0 , spełniający nam związek

(i) $\Pi U_1 C U_1 t_1 p_1 \quad U_0 t_1 p_1$

moglibyśmy nazwać "światem" i dla tego układu przyjąć aksjomat zegara, a funktory zdefiniowane , analogicznie jak w definicjach D_2 - D_4, traktować jako równość dwóch chwil i następstwo czasowe.

Trudno jest przewidzieć który z tu podanych sposobów łatwiej pozwoli nam sformalizować intuicje, tkwiące w kanonach MILLA (być może, że konieczne się okaże rozszerzenie fragmentu języka fizykalnego na oba sposoby); ponieważ jednak sposób 2° wydaje się bliższy naszych dotychczasowych rozważań, więc na jego przykładzie postaram się naszkicować drogę dalszego postępowania .

Możemy mówić, że układ U_1 zawiera układ U_2, jeżeli jest spełniony następujący związek :

(ii) $CU_2t_1p_1 \quad U_1t_1p_1$

Widzimy, że układ U_0 zawiera wszystkie układy. Układ U_1 nazwiemy układem niezegarowym, jeżeli jest spełniony związek (relacja ϱ jest definiowana w układzie U_0) :

(iii) $\Sigma t_1 \, \Sigma t_2 \, K \, N \, \varrho t_1 t_2 \quad \Pi p_1 \, E U_1 t_1 p_1 \, U_1 t_2 p_1$;

w przeciwnym razie układ U_1 nazwiemy zegarowym .

Jest jasne, że dla układów zegarowych kanony MILLA są tautologicznie spełnione, dla układów niezegarowych rzecz ma się jednak inaczej. Należy zbadać, jakie założenia trzeba przyjąć, aby i w takich układach kanony MILLA obowiązywały, oraz jakie relacje muszą spełniać dwa układy, aby prawo, udowodnione przy pomocy kanonów MILLA dla jednego z nich, obowiązywało również w drugim. Jako warunek wystarczający nasuwa się tu ten, aby pierwszy był zawarty w drugim. Czy jest to jednak warunek konieczny ?

§ 25. Naszkicowane w ostatnim paragrafie problemy wydają się istotne dla analizy metodologicznej kanonów MILLA. Materiał formalny podany w niniejszej pracy stwarza podstawę do ich rozwiązania. Wydaje się jednak, że nie tylko te problemy mogą być przy jego użyciu rozważane. Problemy związane z tak ważnym dla metodologii nauk empirycznych zagadnieniem czasu, problemy związane ze sprawdzalnością zdań spostrzegawczych i wiele innych - mogą być rozważane przy pomocy aparatury formalnej, podanej w niniejszej pracy.

BIBLIOGRAFIA

1. A j d u k i e w i c z Kazimierz (Ajdukiewicz$_1$)
Główne zasady metodologii nauk i logiki formalnej. Skrypt autoryzowany zredagował M. P r e s b u r g e r. Wydawnictwa Koła Matematyczno-Fizycznego Słuchaczów Uniw. Warszawskiego, tom XV. Warszawa 1928 (litografowane).

2. A j d u k i e w i c z Kazimierz (Ajdukiewicz$_2$)
Sprache und Sinn. Erkenntnis, tom IV, str 100-138

3. A j d u k i e w i c z Kazimierz (Ajdukiewicz$_3$)
Naukowa perspektywa świata. Przegląd Filozoficzny, rocznik XXXVII zeszyt 4.

4. C a r n a p Rudolf (Carnap$_1$)
Die physikalische Sprache als Universalsprache der Wissenschaft. Erkenntnis, tom II, str 432- 465.

5. C a r n a p Rudolf (Carnap$_2$)
Über Protokollsätze. Erkenntnis, tom III, str 215-228

6. H i l b e r t D. und A c k e r m a n n W. (Hilbert-Ackermann)
Grundzüge der theoretischen Logik. Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, tom XXVII. Berlin 1928

7. K o k o s z y ń s k a Maria (Kokoszyńska)
O różnych rodzajach zdań. Przegląd Filozoficzny, rocznik XLIII, zeszyt 1-4.

8. Ł u k a s i e w i c z Jan (Łukasiewicz$_1$)
O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa. Kraków 1910.

9. Ł u k a s i e w i c z Jan (Łukasiewicz$_2$)
Elementy logiki matematycznej. Skrypt autoryzowany opracował M. P r e s b u r g e r. Wydawnictwa Koła Matematyczno-Fizycznego Słuchaczów Uniwersytetu Warszawskiego, tom XVIII. Warszawa 1929 (litografowane).

10. M i l l John Stuart (Mill)
System der deduktiven und induktiven Logik. Übersetz. von J. S c h i e l. Braunschweig 1868. Wydanie III

11. M o s t o w s k i Andrzej (Mostowski)
Logika matematyczna. Ukaże się jako tom XVIII wydawnictwa "Monografie Matematyczne" .

12. N e u r a t h Otto (Neurath)
Protokollsätze. Erkenntnis, Tom III, str 2o4-214

13. P o p p e r Karl
Logik der Forschung. Schriften zur wissenschaftlichen Weltauffassung, tom 9. Wiedeń 1935 .

14. S m o l k a Franciszek (Smolka)
Paradoksy logiczne a logika trójwartościowa. Autoreferat odczytu wygłoszonego we Lwowie w dn. 2.VII.192o r. Ruch Filozoficzny, tom V, str 171 .

15. S t e j n b a r g Dina (Stejnbarg)
Pojęcie prawa przyrodniczego u J.St.Milla. Przegląd Filozoficzny, rocznik XXXIV, zeszyt 1.

16. T a r s k i Alfred ($Tarski_1$)
Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych. Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, Wydział III nauk matematyczno-fizycznych. Warszawa 1933 .

17. T a r s k i Alfred ($Tarski_2$)
O ugruntowaniu naukowej semantyki. Przegląd Filozoficzny , rocznik XXXIX , zeszyt 1 .

18. T a r s k i Alfred ($Tarski_3$)
O pojęciu wynikania logicznego. Przegląd Filozoficzny, rocznik XXXIX , zeszyt 1 .

19. T w a r d o w s k i Kazimierz (Twardowski)
O tak zwanych prawdach względnych. Rozprawy i artykuły filozoficzne. Zebrali i wydali uczniowie. Lwów 1927 .

O D N O Ś N I K I

(1) (Mill) - tom 1, księga 3, rozdział 3, str. 362

(2) (Mill) - tom 1, księga 3, rozdział 3, str. 364

(3) W sprawie systemu praw przyrody u Milla, porównaj (Stejnbarg)

(4) (Mill) - tom 2, księga 5, rozdział 16, str.46

(5) (Mill) - tom 1, księga 3, rozdział 8, str. 456

(6) (Mill) - tom 1, księga 3, rozdział 8, str. 458

(7) Na wieloznaczność tę zwraca również uwagę (Stejnbarg)

(8) (Mill) - tom 1, księga 3, rozdział 8, str. 458

(9) (Mill) - tom 1, księga 3, rozdział 8, str. 460

(10) (Ajdukiewicz$_1$) paragraf 5, str. 113 nn., również (Ajdukiewicz$_2$)

(11) (Carnap$_1$) paragrafy 3 i 6, (Carnap$_2$), (Neurath), (Popper)

(12) (Popper) str. 48 i 58

(13) Jest to pogląd Ajdukiewicza, który referuje (Kokoszyńska) str. 32, specjalnie odnośnik 1) .

(14) Pogląd na tę sprawę Meinonga referuje (Łukasiewicz$_1$) str. 121 nn.

(15) (Twardowski)

(16) (Smolka)

(17) Jeżeli " p zachodzi w chwili t " jest zdaniem spostrzeżeniowym, to idąc za Popperem, zdania " nie-p zachodzi w chwili t " nie moglibyśmy uznać za spostrzeżeniowe. Porównaj (Popper) str 59

(18) Zasady tej symboliki przedstawione są w (Łukasiewicz$_2$)

(19) Rachunek zdań z kwantyfikatorami przedstawiony jest w (Łukasiewicz$_2$), rachunek funkcyjny bez kwantyfikatorów dla zmiennych funkcyjnych (t.zw. węższy rachunek funkcyjny) w (Hilbert-Ackermann)

(20) (Łukasiewicz$_2$)

(21) Z aksjomatów A_1 - A_6 przy pomocy dyrektyw obowiązujących w systemie możemy udowodnić każdą tezę rachunku zdań z kwantyfikatorami bez odwoływania się do rachunku zdań jako systemu pierwotnego. Istnieją jeszcze inne możliwości formalnego skrócenia aksjomatyki, których nie poruszamy, aby nie odbierać systemowi intuicyjności.

(22) Metodę aksjomatyczną metajęzyka szczegółowo omawia (Tarski$_1$) , porównaj również (Tarski$_2$)

(23) Porównaj (Tarski$_1$) str. 21 nn.

(24) Kwantyfikatory zrelatywizowane wprowadzamy za (Mostowskim) str. 19

(25) Z aksjomatów metasystemu wynikają w sensie Tarskiego wyrażenia TM_1 i TM_2, nie są one jednak konsekwencją tych aksjomatów ; porównaj (Tarski$_3$)

(26) W sprawie dyrektyw wtórnych porównaj (Ajdukiewicz$_1$) str. 155 nn.

(27) A_{10} i A_{11} są odpowiednikami t.zw. zasady determinizmu wielo- i jednoznacznego, porównaj (Ajdukiewicz$_1$) str 285 nn.

SPIS TREŚCI

RÉSUMÉ

Les règles de l'induction (nommées aussi canons) données par MILL dans sa fameuse oeuvre, sont bien connues dans la littérature . Dans chaque manuel on lit aussi que MILL a essayé de rapporter ces règles au principe causal.

Dans ce travail on essaye de construire un système et un métasystème de la langue physique dans lesquels il serait possible d'établir l'analyse méthodologique de ces règles d'induction, en premier lieu dans leur rapport au principe de causalité.

L'analyse initiale donne pour les deux premières règles, c'est à dire pour la règle de Concordance et la règle de Différence, un résultat négatif, à cause d'un axiome de la langue physique appelé axiome de l'horloge. Il affirme que chaque moment est caractérisé par un événement qui prend place uniquement dans ce moment et dans aucun autre.Cet axiome qui exprime le caractère physique du temps, apporte en coséquence les deux règles de MILL comme théorème de métasystème et permet de prouver qu'elles ne sont pas applicables.

Annales U. M. C. S. Lublin 1949. Zakłady Graficzne J. Pietrzykowski w Lublinie, zam. Nr 611, 10.V.1949 r. 750 egz. A-26675. Data otrzymania manuskryptu 10.V.49. Data ukończenia druku 21.V.49.