Korcik, Antoni

Robert Grassmann's Division of Logical Judgements

Organon 6, 257-260

1969

Antoni Korcik (Poland)

ROBERT GRASSMANN'S DIVISION OF LOGICAL JUDGEMENTS

According to the German mathematician and logician Robert Grassmann (1815—1901), a judgement can be symbolically expressed thus: $a = xu$. In this equation, which he calls a judgement (*krísis, judicium, Urtheil*), and in its linguistic form—a proposition (*lógos, propositio*), a is called the subject (*hypóstasis, subjectum, Ding*) and xu the predicate (*kategórema, praedicatum, That*); x being the symbol of the indeterminate and indesignate membership of a class. But not all propositions are judgements since there are indefinite propositions (*propositio indesignata, indeterminata, indefinita*) which contain no definite utterances, and therefore he disregards them. Thus, a judgement in the form of the equality $a = xu$ means: a is an u.[1]

Grassmann divides all judgements into three groups:

1. by the quantity of the subject (*nach dem Umfange des Dinges, quantitas subjecti*),

2. by the quality of the subject (*nach dem Zeichen des Dinges, qualitas subjecti*),

3. by the quality of the predicate (*nach dem Zeichen der That, qualitas praedicati*).

1. Judgements by the quantity of the subject are:

— either general judgements (*Urtheile vom vollen Dinge oder Subjecte, allgemeine Urtheile, krísis kathólou, judicium universalis sc.*

[1] Cf. Robert Grassmann, *Die Wissenschaftslehre oder Philosophie. Zweiter Ergänzungstheil. Die Formenlehre. Die Begriffslehre oder Logik. Zweites Buch der Formenlehre oder Mathematik*, Stettin 1872 (2nd edition: Hildesheim 1966, pp. 24—27). Cf. also I. P. Hughlings, *The Logic of Names. Introduction to Boole's Laws of Thought*, London 1869; V. V. Bobynin, *Opyty matematitcheskogo izlosheniya logiki. Vypusk I, Raboty Bula. Sotchineniye Roberta Grassmanna*, Moskva 1886. Grassmann's book is an elaboration, independent from and better than Boole's, of the same principal problem which was dealt with by Boole, that is the problem of the symbolic expression of logical operations.

subjecti), that is judgements about the whole subject; formula: $a<u$; the symbols $<$ or $\leqslant$ mean "equal to" or "subordinate to", and $a<u$ means that the subject is equal or subordinate to the predicate;

— or particular judgements (*Urtheile vom Theile des Dinges oder Subjectes, besondere Urtheile, krísis en mérei, judicium particularis sc. subjecti*), that is judgements about a part of the subject; formula: $xa<u$.

2. Judgements by the quality of the subject are:

— either judgements about the subject itself (*vom Dinge selbst, krísis tinós, jud. positi sc. subjecti*); formula: $a<u$;

— or judgements about the negated subject (*vom Nichtdinge, krísis oudenós, jud. negati sc. subjecti*); formula: $\bar{a}<u$.

By the subject in general (*nach dem Dinge oder Subjecte überhaupt*) judgements are:

— either judgements about the whole subject (*Vollurtheile vom ganzen Dinge selbst, kathólou tinós*); formula: $a<u$;

— or judgements about the whole negated subject (*Nichturtheile vom ganzen Nichtdinge, kathólou oudenós*); formula: $\bar{a}<u$;

— or judgements about a part of the subject (*Theilurtheile vom Stücke des Dinges, en mérei tinós*); formula: $xa<u$;

— or judgements about a part of the negated subject (*Trennurtheile vom Stücke des Nichtdinges, en mérei oudenós*); formula: $x\bar{a}<u$.

3. Judgements by the quality of the predicate are:

— either affirmative judgements, that is affirmations (*Behauptungen, katáphasis, affirmatio*), in which the predicate is affirmed; formula: $a<u$,

— or negative judgements, that is negations (*Leugnungen, apóphasis stéresis, abjudicatio, privatio*), in which the predicate is negated; formula: $a<\bar{u}$.

Now, by joining all groups of judgements we get in effect eight kinds of judgements: four general and four particular.

The general (*allgemeine*) are:

1. full affirmations or affirmations of the whole subject (*Vollbehauptung oder Behauptung vom ganzen Dinge selbst, katáphasis kathólou tinós*); formula: $a<u$; example: "Jeder Mensch ist ein vernünftiges Wesen";

2. full negations or negations of the whole subject (*Vollleugnung oder Leugnung vom ganzen Dinge selbst, stéresis kathólou tinós*); formula: $a<\bar{u}$; example: "Jedes Thier ist ein unvernünftiges Wesen";

3. non-affirmations or affirmations of the whole negated subject (*Nichtbehauptung oder Behauptung vom ganzen Nichtdinge, katáphasis kathólou oudenós*); formula: $\bar{a}<u$; example: "Jedes unvernünftige Wesen ist ein körperliches Ding";

4. non-negations or negations of the whole negated subject (*Nichtleugnung oder Leugnung vom ganzen Nichtdinge, stéresis kathólou oude-*

nós); formula: $\bar{a}<\bar{u}$; example: "Jedes unorganische Wesen ist ein Nichtthier".

The particular (*theilweise*) are:

1. particular affirmations or affirmations of a part of the subject (*Theilbehauptung oder Behauptung vom Stücke des Dinges selbst, katáphasis en mérei tinós*); formula: $xa<u$; example: "Einige Menschen sind begabte Wesen";

2. particular negations or negations of a part of the subject (*Theilleugnung oder Leugnung vom Stücke des Dinges selbst, stéresis en mérei tinós*); formula: $xa<\bar{u}$; example: "Einige Thiere sind wirbellose Wesen";

3. disjunctive affirmations or affirmations of a part of the negated subject (*Trennbehauptung oder Behauptung vom Stücke des Nichtdinges, katáphasis en mérei oudenós*); formula: $x\bar{a}<u$; example: "Einige unvernünftige Wesen sind Thiere";

4. disjunctive negations or negations of a part of the negated subject (*Trennleugnung oder Leugnung vom Stücke des Nichtdinges, stéresis en mérei oudenós*); formula: $x\bar{a}<\bar{u}$; example: "Einige unorganische Wesen sind Nichtsteine".

To justify his novel approach to the division of logical judgements Grassmann criticizes the division into affirmative and negative judgements which he considers to be incomplete and illogical (*Unterscheidung des positiven und negativen Urtheils eine unlogische*). In traditional logic, a negative judgement arises when to the copulation (*copula*) a negation is added; for instance, "Man is not a slave of his passions" („Mensch ist nicht Sclave seiner Leidenschaften"). But sometimes this negation may have a double meaning: either when an entity (*Sein*) is negated, or when a non-entity (*Nichtsein*) is affirmed. In the former case the negation has the meaning: "I negate that he is a slave" ("Ich verneine, dass er ein Sclave ist"), in the latter case it has the meaning: "I affirm that he has the non-entity of a slave" ("Ich behaupte, dass er das Nichtsein des Sclavens hat"). The judgement of the first kind is linguistically expressed thus: "*a* ist nicht ein *u*", or: "*a* ist kein *u*", or: "*a* ist nicht $<u$". Thus, for instance, the proposition: "A parallelogram is not a rectangle" ("Parallelogramm ist kein Rechteck") says: "A parallelogram is not equal or subordinate to the rectangle" ("Parallelogramm dem Rechtecke nicht gleich oder untergeordnet ist"). The judgement of the second kind is linguistically expressed thus: „kein *a* ist ein *u*", or: "es giebt nicht *a*, welches ein *u* ist", or: "es giebt nicht ein Element das den Begriffen *a* und *u* gemein ist, die Begriffe sind getrennt oder disjunct ($au=0$)". The two forms differ in that the former "*a* ist kein *u*" excludes only the equality and the subordination (*Gleichheit und Unterordnung des "a" in "u"*) but not intersection and subordination (*Schneidung und Unterordnung des "u" in "a"*), while the latter form „kein *a* ist *u*" excludes intersection and subordination (*jede Schneidung und*

jede Unterordnung) and admits only of disjunction (*fordert reine Trennung oder Disjunction*). The last proposition ("kein a ist ein u") is equal to the formula: $a<\bar{u}$ ("a ist ein Nicht-u"), that is the so-called *vollsetzenden Leugnung* or the *Leugnung vom ganzen Dinge selbst,* while the first proposition is equal to the formula: $xa<\bar{u}$ ("Einige a sind nicht u"), that is to the so-called *theilsetzenden Leugnung* or the *Leugnung vom Stücke des Dinges selbst.* Now, by juxtaposing the traditional affirmative and negative judgements with the *Behauptungen* and *Leugnungen* Grassmann shows that traditional logic distinguishes four kinds of logical judgements only (a, e, i, o), that is the judgements called *vom Dinge selbst oder vom positiven Subjecte*: $a<u$, $a<\bar{u}$, $xa<u$, $xa<\bar{u}$, while excluding all judgements called *vom Nichtdinge oder von der Negation des Subjectes*: $\bar{a}<u$, $\bar{a}<\bar{u}$, $x\bar{a}<u$, $x\bar{a}<\bar{u}$.

This specific division of logical judgements is used by Grassmann in the conversion of propositions. Below some examples of this use of the division are given.

Umkehrendes (*convertens*)

1. Der Wall ist ein Säugethier ($a<u$)
2. Der Nichtsäuger ist ein Nichtwall ($\bar{a}<\bar{u}$)
3. Der Käfer ist ein wirbelloses ($a<\bar{u}$)
4. Die Nichtwelt ist das Göttliche ($\bar{a}<u$)
5. Einige Menschen sind geistvoll ($xa<u$)
6. Einige Unvernünftige sind gottlos ($x\bar{a}<\bar{u}$)
7. Einige Flosser sind Nichtfische ($xa<\bar{u}$)
8. Einige Nichtvögel sind geflügelt ($x\bar{a}<u$)

Umgekehrtes (*conversum*)

1. Der Nichtsäuger ist ein Nichtwall ($\bar{u}<\bar{a}$)
2. Der Wall ist ein Säugethier ($u<a$)
3. Das Wirbelthier ist ein Nichtkäfer ($u<\bar{a}$)
4. Das Nichtgöttliche ist die Welt ($\bar{u}<a$)
5. Einige geistvolle Wesen sind Menschen ($xu<a$)
6. Einige Gottlose sind unvernünftig ($x\bar{u}<\bar{a}$)
7. Einige Nichtfische sind Flosser ($x\bar{u}<a$)
8. Einige Geflügelte sind Nichtvögel ($xu<\bar{a}$)