Dąmbska, Izydora

Les idées kantiennes dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein

Organon 12 13, 249-260

1976 1977

Izydora Dąmbska (Pologne)

LES IDÉES KANTIENNES DANS LA PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES DE WITTGENSTEIN

La philosophie des mathématiques de Wittgenstein de même que sa philosophie générale font l'objet de diverses interprétations parfois incompatibles. On voyait en Wittgenstein un représentant du néopositivisme, un champion de la philosophie linguistique, un logicien doublé de mystique. Quelqu'un s'est même trouvé qui, contre toute évidence, a caractérisé Wittgenstein comme un métaphysicien dogmatique [1]. Ces différences sont dues dans une certaine mesure au style de l'écrivain luimême: aphoristique et laconique dans le *Traité* et autodestructeur diraiton dans les oeuvres postérieures. Car dans sa "seconde" philosophie Wittgenstein — pareil au parfait sceptique — met sans cesse en doute ses propres assertions pour chercher une nouvelle explication des problèmes qui l'inquiètent; pour poser à la place d'une réponse à la question donnée une nouvelle question — conformément d'ailleurs à une de ses règles de méthode philosophique [2].

Fidèle à son idée des fonctions thérapeutiques de la philosophie, consistant à analyser la signification des problèmes que l'esprit humain cherche en vain à résoudre et des opérations cognitives qu'il entreprend, Wittgenstein tout en se défendant contre l'acceptation d'un point de vue déterminé (contre le choix d'un "isme" quelconque) ne cesse pas d'analyser les formes du langage dans lesquelles s'exprime l'activité cognitive et axiologique de la conscience humaine. Il est vrai

[1] J. Bouveresse dans son essai *Wittgenstein et la philosophie* ("Bulletin de la Société Française de Philosophie" 67, 1973, 3) se penche sur différents malentendus causés par les essais d'enfermer dans un système la pensée de Wittgenstein. C'est dans le même numéro du "Bulletin" que M. Matschiński parle de *Wittgenstein dogmatique et métaphysicien*", p. 138.

[2] "In der Philosophie ist es immer gut, statt einer Beantwortung einer Frage, eine Frage zu setzen" (*Bemerkungen* II, 5, p. 68).

qu'on peut envisager la langue en tant qu'un ensemble de propositions reproduisant l'ensemble des états de choses possibles. C'est ainsi que la langue est envisagée dans le *Traité,* dans maints passages des *Notebooks 1914—1916* et des *Blue and Brown Books.* Selon le *Traité,* la langue décrit l'univers, conçu en tant que son modèle sémantique. Les limites de cet univers sont déterminées par le sujet. "Das Subjekt [...] ist die Grenze der Welt" (*Tractatus* 5.632). L'accent est posé ici sur l'aspect sémantique de la langue. Wittgenstein distingue ce que la langue décrit de ce qu'elle dévoile ou indique. La proposition indique la structure logique d'un état de choses qu'elle décrit. La langue peut décrire des états de choses, car elle contient des symboles représentant les choses, et les relations qui décident des configurations de ces symboles. Ces configurations linguistiques sont isomorphes aux configurations constituant des états de choses représentées par les symboles. La forme logique de la proposition et celle de l'état de choses que cette proposition décrit coïncident l'une avec l'autre. Toutes les configurations possibles constituent ce que Wittgenstein désigne par le terme "espace logique". Les configurations qui se réalisent sont des faits. Les faits autant positifs que négatifs constituent l'univers conçu par le sujet. Cet univers (l'ensemble de faits) qui est "mon univers", l'univers du sujet, a des limites déterminées par des limites du langage: "Die Grenzen meiner Sprache bedeuten die Grenzen meiner Welt" (*Tractatus* 5.6). Le sujet transcendantal — autrement que l'homme envisagé comme un être psychosomatique — n'est pas un élément de l'univers. Il apparaît, puisque l'univers est "mon univers". "Mon univers", c'est-à-dire l'ensemble des faits accessibles à la conaissance qui peut être articulée dans des propositions signifiantes, constituant les éléments de la langue. Tout ce qui n'est pas configuration ou n'est pas configuré peut apparaître, mais reste inarticulé "donc indescriptible". "Es gibt allerdings Unaussprächliches. Dies z e i g t sich, es ist das Mystische." (*Op.c.* 6.522). Tous les essais de décrire ce qui n'est pas configuré se traduisent par des systèmes de pseudopropositions.

La langue dans son aspect sémantique joue dans la philosophie première de Wittgenstein un rôle important. En elle s'objectivisent les formes cognitives propres au sujet transcendantal. La manière dont Wittgenstein les conçoit dans son *Traité* fait penser à l'idée copernicienne de Kant. C'est aussi dans l'esprit kantien qu'il faut comprendre les vues de Wittgenstein sur le caractère intraduisible de tout ce qui n'est pas configuration, c'est-à-dire état de choses. Kant dans la *Dialectique transcendantale* cherche à prouver que les idées aprioriques de la raison pure, si nous en faisons un usage transcendantal, deviennent une source de paralogismes et d'antinomies; Wittgenstein — dans le même esprit —

trouve que tout emploi sémantique des formes limitées de notre langue qui voudrait dépasser la description des configurations déterminées par sa syntaxe, engendre des pseudoproblèmes philosophiques. Les formes de notre langue correspondent chez Wittgenstein à la nature de l'esprit, et ce sont elles qui, comme chez Kant les formes aprioriques de la raison pure, déterminent les limites de la connaissance des phénomènes. Mais pareil à Kant, qui rejetant la métaphysique en tant que science de la raison théorique concernant la nature des choses en soi, considère les idées de la raison pure comme des postulats de la raison pratique, Wittgenstein en jugeant vaines toutes les tentatives de connaître la nature des choses en soi souligne l'importance de l'inquiétude métaphysique et le rôle thérapeutique de la philosophie, qui nous permet de mener une "lutte contre l'ensorcellement de notre entendement par les moyens de notre langage" [3].

Au cours de ses recherches philosophiques Wittgenstein s'éloigna du point de vue purement sémantique d'envisager les expressions linguistiques, qui lui était familier dans le *Traité,* où il opposait d'une manière radicale les propositions descriptives représentant des états de choses et les propositions purement formelles de la logique et des mathématiques dépourvues de dénotation. Il caractérisait celles-ci en tant que formes de démonstration, déterminées par des règles de la syntaxe logique de la langue [4]. "En logique — écrit Wittgenstein — l'opération et le résultat ont un sens unique" (6.1261). Et en mathématiques il voyait uniquement "une méthode logique" (6.2). Dans sa seconde philosophie, Wittgenstein a étendu cette manière opérationnelle d'envisager les propositions logiques et mathématiques à toutes les expressions linguistiques, en traitant le langage comme une forme spécifique de comportement humain, comme un élément de sa situation vitale. Cette idée du rôle de langage est à l'origine du terme "jeu de langage" — terme-clef de la sémiotique des investigations. "Le mot: «jeu de langage» doit faire ressortir ici que le parler du langage fait partie d'une activité ou d'une forme de vie". "Il est d'innombrables et diverses sortes d'utilisation de tout ce que nous nommons «signes» — «mots» — «phrases». Et cette diversité, cette multiplicité n'est rien de stable, ni de donné une fois pour toutes; mais de nouveaux types de langage, de nouveaux jeux de

---

[3] "Die Philosophie ist ein Kampf gegen die Verhexung unseres Verstandes durch die Mittel unserer Sprache" (*Untersuchungen,* Oxford 1958, I, 109). Je cite les passages des *Untersuchungen* dans la traduction de P. Klossowski (*Tractatus logico-philosophicus suivi des Investigations philosophiques,* Paris 1961). Dans un bref essai *Kant und Wittgenstein* ("Kant-Studien" 60, 1969, pp. 131—134) J. Hartneck souligne aussi la ressemblance entre la *Critique* et les *Investigations* par rapport aux idées concernant la fonction thérapeutique de la philosophie.

[4] Comp. *Traité* 6.124 et 6.1264.

langage naissent, pourrions-nous dire, tandis que d'autres vieillissent et tombent en oubli. (Nous trouverions une image approximative de ceci dans les changements des mathématiques)" [5]. Quel est le sens et quelle est la fonction des propositions des mathématiques pures — cette question inquiétait Wittgenstein pendant de longues années [6]. Dans ses investigations concernant la connaissance mathématique, il rejette autant le formalisme de Hilbert que le platonisme radical de Frege et parvient à des solutions proches sous certains rapports de la philosophie des mathématiques de Kant.

Pour le montrer clairement rappelons les principales idées métamathématiques de Kant. Elles se formaient — en opposition envers l'empirisme de Locke et de Hume, de même qu'en opposition envers le logicisme de Leibniz — à partir de 1747, année, où dans la dissertation *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte*, Kant analysait le rapport des mathématiques et de la physique et les problèmes de la géométrie abstraite (théorie de tous les espaces possibles), jusqu'au 1787, quand dans les *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, il résumait les résultats de ses longues années d'investigations. Kant définit les mathématiques comme "un savoir rationnel [...] qui trouve le fondement de sa connaissance uniquement dans la construction des concepts par l'intermédiaire de la représentation de l'objet dans une intuition apriorique" [7]. Connaître quelque chose à priori c'est, selon Kant, connaître le principe même de la possibilité de l'objet. Mais pour admettre la possibilité d'un objet mathématique, il ne suffit pas de le concevoir comme non-contradictoire, il faut en plus trouver la règle de sa construction fondée sur l'intuition apriorique de sa forme. Dans la *Rezension von Eberhards Magazin* (texte publié d'après le manuscrit dans le volume XX de l'édition de l'Académie des oeuvres de Kant), Kant écrit: "Pour prouver la possibilité d'une chose, il ne suffit pas de ne trouver aucune contradiction dans son concept, mais il est nécessaire de pouvoir produire dans l'entendement l'objet de ce concept" (*Um die Möglichkeit eines Dinges zu beweisen es damit nicht genug sei in seinem Begriffe keinen Widerspruch zu finden, sondern man müsse den Gegenstand des Begriffs im Verstande machen können*, p. 411). Et ce "pouvoir produire", Kant le définit pour les objets mathématiques

---

[5] *Untersuchungen* I, 23, Trad. de P. Klossowski.

[6] Dans l'introduction aux *Philosophische Untersuchungen*, achevées en 1945 et publiées seulement après la mort du philosophe, nous lisons que ce livre présente les résultats de recherches des seize dernières années, qui concernaient entre autres les problèmes de fondements des mathématiques ("die Grundlagen der Mathematik", p. IX).

[7] "Reine Vernunfterkenntnis [...] welche nur auf der Konstruktion der Begriffe vermittelst Darstellung des Gegenstandes in einer Anschauung a priori ihr Erkenntnis gründet" (*Gesammelte Schriften*, Bd IV, p. 469).

comme une possibilité de construction consistant à formuler une règle de formation du concept de cet objet, fondé sur l'intuition apriorique de sa forme. Cette construction se réalise dans une synthèse transcendantale, oeuvre de spontanéité pure de la raison — désignée aussi dans la *Critique de la raison pure* par le terme "produktive Einbildungskraft". Dans le texte que nous venons de mentionner, Kant ajoute que la description qui se produit à priori selon une certaine règle, grâce à l'imagination créatrice, et qui s'appelle "construction", est par elle-même une preuve de la possibilité de l'objet" (*die Beschreibung, welche a priori durch die Einbildungskraft nach einer Regel geschieht und Konstruktion heisst, ist selbst der Beweis von der Möglichkeit des Objekts*", p. 411). Et ailleurs, en réfléchissant sur la manière de présenter le nombre imaginaire en arithmétique, il dit: "Il est de mon avis qu'on ne peut déduire aucun prédicat synthétique d'une définition, qui ne contiendrait pas une construction du concept" (Ed. de l'Académie 14, p. 33).

Ces différents modes de formuler le principe du constructivisme ("créer des concepts par voie de synthèse", "description selon une règle apriorique", "définition comprenant une construction", "possibilité de former l'objet du concept dans l'entendement", etc.), et les exemples de constructions arithmétiques et géométriques proposés par Kant, confirment l'interprétation que la construction mathématique consiste selon lui à donner une règle d'opérations mathématiques; cette règle sera fondée sur l'intuition apriorique de la possibilité d'aboutir par ces opérations à construire un objet non seulement libre de contradiction, mais qui répond aux conditions présupposées par cette règle.

Cette possibilité d'être construit ainsi caractérisée est le critère de l'existence de l'objet mathématique. La construction du nombre est selon Kant (à l'époque des *Critiques*) fondée par l'intuition pure de la forme du temps (il envisageait autrement ce problème dans sa dissertation latine *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis* publiée en 1770). Nous avons — dit Kant — deux manières d'obtenir des concepts: par synthèse dans laquelle nous combinons d'autres concepts ou par analyse d'un concept déjà donné dont nous précisons le contenu. Les mathématiques parviennent à leurs concepts par la première voie. Les mathématiques sont une science apriorique et axiomatique mais en même temps synthétique en quoi elles diffèrent de la logique conçue par Kant d'une manière traditionnelle, comme logique des prédicats, discipline analytique complètement fondée sur le principe de non-contradiction.

Revenons maintenant à la philosophie des mathématiques chez Wittgenstein. De même que ses idées philosophiques générales, elle devient l'objet de différentes interprétations. Certains auteurs (p.ex. Dummett) la caractérisent comme un conventionalisme radical, d'autres (par exemple Bernays) comme une forme de behaviorisme, d'autres encore (p.ex. Kreisel et Kielkopf) désignent son point de vue comme "finitisme strict". La pluralité de ces interprétations est due non seulement aux propriétés déjà mentionnées du style de l'écrivain, mais aussi au fait que Wittgenstein n'a laissé aucun traité achevé sur les fondements des mathématiques, seulement un grand nombre de remarques et de notes provenant de différentes années de sa vie et parfois difficiles à concilier.

Très caractéristique pour la manière dont Wittgenstein conçoit l'objectif de ses recherches métamathématiques semble être la remarque placée à la fin de ses *Investigations philosophiques,* ouvrage consacré à l'analyse des "jeux de langage", concernant des situations où nous parlons des états de notre conscience, de la signification, compréhension, etc. Ayant désigné ces recherches comme recherches sur la psychologie, Wittgenstein dans les derniers propos de son livre ajoute: "Il existe une investigation possible pour les mathématiques, entièrement analogue à notre investigation de la psychologie. C'en est une aussi peu mathématique que l'autre en est une psychologique. Elle ne suppose pas de calculs, ainsi, par exemple, elle n'est pas logistique. Elle pourrait mériter le nom d'investigation des »fondements des mathématiques«" (Trad. de Klossowski). Ajoutons que le terme "fondements des mathématiques" est employé ici avec une signification différente de celle qui permet (comme le font les formalistes) d'envisager les fondements des mathématiques comme une partie de cette science elle-même, ce qui a permis à certains critiques de Wittgenstein de refuser à ses considérations toute portée pour l'investigation des fondements des mathématiques ou même le caractère d'un travail métamathématique [8]. En parlant des fondements des mathématiques Wittgenstein envisage surtout le problème: quel est le sens des "jeux du langage" dans ce domaine et quel est le caractère de la connaissance mathématique? Comme Brouwer, Wittgenstein se concentre sur l'analyse des processus et des actes de connaissance mathématique: *Warum willst du die Mathematik unter den Aspekt des Findens und nicht des Tuns betrachten?*" [9].

Dans ma tentative d'exposer les idées métamathématiques de Witt-

---

[8] Comp. p.ex. G. Kreisel, *Wittgenstein's Remarks on the Foundations of Mathematics.* British Journal for the Philosophy of Science", IX, 1958, p. 144 s.; Ch. F. Kielkopf, *Strict Finitism,* The Hague 1970, p. 3. Au contraire R. L. Goodstein dans l'article *Wittgenstein's Philosophy of Mathematic* apprécie beaucoup l'apport de Wittgenstein dans ce domaine. Ainsi au sujet des idées wittgensteiniennes sur l'induction en mathématique il écrit: "Wittgenstein's Analysis [...] was in my opinion one of his profoundest contributions to the philosophy of Mathematics" [In:] *Ludwig Wittgenstein. Philosophy and Language,* ed. by A. Ambrose and M. Lazarowitz, London 1972, p. 280.

[9] *Bemerkungen* V, 4, p. 163.

genstein, je me pencherai en premier lieu sur ces aspects de ses investigations qui semblent être une continuation de la pensée de Kant. Les éléments kantiens apparaissent autant dans la partie négative que positive des considérations de Wittgenstein. Par partie négative, je comprends sa critique du logicisme et sa critique du réalisme platonicien dans la théorie des fondements des mathématiques.

La critique du logicisme est contenue dans les remarques de Wittgenstein provenant des années 1939—1940, et concerne le programme de B. Russell de fonder l'arithmétique par réduction de ces principes aux principes de la logique. Wittgenstein s'oppose à ce programme en soulignant avec Kant la spécificité et le caractère synthétique et en même temps apriorique des éléments de connaissance mathématique. Ces remarques ont été réunies par les éditeurs dans la seconde partie des *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik.*

Le nerf de cette polémique consiste à exposer le caractère créateur de la démonstration mathématique et la pluralité de ses techniques. La démonstration ainsi conçue est irréductible par rapport aux principes et règles des calculs logiques, car c'est elle-même qui constitue une règle de construction d'un nouveau concept [10].

La manière adoptée dans les *Principia* de Russell de démontrer les théorèmes d'arithmétique n'est ni une formalisation de la pluralité des techniques de démonstration créées par les mathématiques, ni d'autant plus leur réduction à un système plus fondamental de calcul logique. Car s'il était même possible de remplacer dans un système logique chaque démonstration mathématique par une preuve formelle, la démonstration de leur équivalence n'appartiendrait pas à la logique [11]. La preuve logique possède et garde sa force uniquement à l'intérieur du système, conformément aux règles qui y sont acceptées, et qui déterminent les transformations possibles des signes d'une langue symbolique. Wittgenstein désigne ce genre de preuve purement formelle du nom "preuve géométrique", et ajoute: *Die Logik als Grundlage aller Mathematik tut's schon darum nicht, weil die Beweiskraft der logischen Beweise mit ihrer geometrischen Beweiskraft steht und fällt* [12].

Wittgenstein reprend à nouveau la critique du logicisme dans ses notes des années 1942—1943 publiées dans la quatrième partie des *Remarques,* où il fait emploi de sa théorie des "jeux de langage" pour expliquer ses idées sur la connaissance de l'existence de l'objet mathématique. A la lumière de ces considérations, il attaque avec plus de véhémence encore que dans les années 1939—1940 le point de vue du

[10] *Op. cit.* II, 41, p. 82.
[11] *Op. cit.* II, 53, p. 89.
[12] *Op. cit.* II, 43, p. 83 comp. aussi pour la signification du mot "géométrique" II, 38, p. 80.

logicisme. Il parle de la "désastreuse irruption" de la logique sur le terrain des mathématiques (*Der unheilvolle Einbruch der Logik in die Mathematik* [13]), qui consiste à transformer la fonction auxiliaire de la logique dans l'exposition des résultats des mathématiques en une fonction fondamentale qu'elle ne saurait pas assumer. *Es ist beinahe* — ajoute Wittgenstein — *als wollte man sagen, dass das Tischlern in Leimen besteht* [14]. En insistant — comme Kant et Brouwer — sur le caractère spécifique et sur l'indépendance de la connaissance mathématique par rapport à la logique, Wittgenstein soutient aussi, dans le même esprit que ces penseurs, la thèse sur son caractère apriorique et en même temps synthétique et constructiviste.

De même que Kant qui, dans les définitions synthétiques, voyait la manière spécifique de construction des concepts mathématiques, et qui caractérisait les axiomes mathématiques comme des jugements synthétiques a priori, Wittgenstein soutient que le caractère synthétique des propositions mathématiques apparaît d'une manière évidente dans la théorie des nombres premiers. Et ces propositions sont en même temps fondées a priori. Il ajoute: *Die Verteilung der Primzahlen wäre ein ideales Beispiel für das was man synthetisch a priori nennen könnte, denn man kann sagen, dass sie jedenfals durch eine Analyse des Begriffs der Primzahl nicht zu finden ist* [15]. Comme le fait Kant, Wittgenstein souligne aussi le caractère de nécessité propre à la connaissance mathématique. En quoi consiste cette nécessité? Wittgenstein répond comme de coutume par une tournure au premier abord un peu énigmatique. *Das mathematische Muss ist nur ein anderer Ausdruck dafür, dass die Mathematik Begriffe bildet* [16]. Les mathématiques ne découvrent pas un univers de nombres existant d'une manière autonome, indépendamment du sujet de la connaissance. Par conséquent l'effort de Frege d'aboutir à la connaissance de différents genres de nombres par spécification d'un concept universel du nombre en soi, connu d'avance, est nécessairement voué à l'échec. Il n'est même pas possible — selon Wittgenstein — de recourir en mathématique pure aux significations des symboles numériques, car ce n'est qu'elle qui leurs impose leur sens, en déterminant par cela même les objets mathématiques [17]. Des nombres en général, il est tout au plus censé de dire que ce sont là certaines formes (*Gestalten*), auxquelles l'arithmétique assigne leurs propriétés, mais toute difficulté consiste en ce que ces propriétés ne sont au fond

[13] *Op. cit.* IV, 24, p. 145.
[14] *Op. cit.* IV, 25, p. 146.
[15] *Op. cit.* III, 42, p. 126.
[16] *Op. cit.* V, 46, p. 194.
[17] *Op. cit.* IV, 16, p. 142.

que "des possibilités structurelles (*Gestaltenmöglichkeiten*) et non des propriétés de choses d'une forme particulière. [...] Ce sont des possibilités de certaines opérations" [18]. Le mathématicien ne découvre pas mais crée des nombres et leurs suites; *Der Mathematiker ist ein Erfinder, kein Entdecker* [19].

Quelles constructions créées par le mathématicien méritent d'être désignées par le nom de "nombre"? — à cette question il n'est guère facile de donner une réponse univoque. Car bien que différentes espèces du nombre (nombres réels, cardinaux, rationnels, etc.) se caractérisent par une "ressemblance de famille", c'est-à-dire font partie d'un réseau compliqué de relations de ressemblance, il n'est point possible de délimiter un ensemble unique de caractères communs à toutes ces espèces. On ne peut même pas dire que le concept de nombre soit une somme logique des espèces particulières de nombre, puisque l'extension du concept de nombre n'est jamais fermée [20]. Ce n'est qu'une convention pragmatiquement fondée par les objectifs des mathématiques et de leurs applications qui permet au fond de nommer le produit d'une construction "nombre".

En créant des concepts, nous déterminons les canaux par lesquels nous faisons passer les données de notre expérience, ce qui nous permet de les confronter d'une façon nouvelle [21]. Dans le *Traité,* Wittgenstein montrait que, du point de vue de la sémantique, les limites du langage constituent les limites de "mon" univers; de même ici, du point de vue d'une sémiotique opérationnelle, mais toujours en accord avec Kant, Wittgenstein écrit: "La constitution des concepts est la limite de l'expérience" [22]. Et dans les remarques provenant des années 1941 et 1945, dans lesquelles il souligne le caractère apriorique des conventions de mesure, et décrit les différences entre l'expérimentation et le calcul, il parle des formes de ce qu'on dit être des faits, qui sont créées par le mathématicien [23].

Ces énoncés, proches des idées de Kant par l'accent mis sur le caractère créateur et constructif de la connaissance mathématique, ne doivent tout de même pas nous faire oublier certaines différences dans les conceptions des fondements de mathématique chez les deux penseurs.

Nous allons envisager ici quelques-unes parmi celles qui apparaissent par rapport aux problèmes:

1) des conditions de l'existence de l'objet mathématique,

[18] *Op. cit.* III, 11, p. 116.
[19] *Op. cit.* I, 167, p. 47.
[20] Comp. *Untersuchungen* I, 67—68.
[21] *Bemerkungen* III, 33, p. 123.
[22] *Op. cit.* III, 28, p. 121.
[23] *Op. cit.* V, 15, p. 173.

2) de la nature du sujet,
3) du rôle de l'intuition.

Ad 1. Partageant avec Kant le point de vue constructiviste selon lequel le critère de l'existence de l'objet mathématique est déterminé par la règle de la construction du concept dénotant cet objet, Wittgenstein, qui s'écarte de Kant sur ce point, n'envisage pas la non-contradiction comme une condition apriorique nécessaire de chaque construction valable d'un concept. Ceci ne signifie pas qu'il nie la portée des preuves de consistance en mathématique. Il veut seulement changer l'attitude face à la contradiction et à la preuve de non-contradiction (et non montrer que cette preuve est sans importance) [24]. Il veut montrer que le choix des systèmes non-contradictoires résulte d'une décision créant un certain type de jeu de langage, qui tomberait du moment où tout y serait permis. Mail il y a certaines formes valables de jeux du langage et de comportement humain où la contradiction est bien à sa place. Wittgenstein en donne maints exemples et conclut: *Der Wiederspruch — warum grad dieses eine Gespenst? Das ist doch sehr verdächtig* [25]. Sa réponse est semblable à celle qui fut formulée par J. Łukasiewicz dans son livre *Sur le principe de contradiction chez Aristote*. Comme Łukasiewicz, Wittgenstein attribue au principe de non-contradiction le caractère d'une règle de comportement, valable dans certains jeux du langage — notamment dans ceux pour lesquels nous postulons un certain ordre défini. Dans la suite — comme Brouwer — il attire l'attention sur l'impossibilité d'appliquer le principe du tiers exclu aux propositions concernant les ensembles infinis non-ordonnées, ce qui le décide d'adopter le point de vue finitiste en mathématiques.

Ad 2. Déjà ces remarques, concernant le rôle du principe de non-contradiction dans l'activité créatrice, montrent que s'il s'agit de la manière de concevoir le sujet épistémologique, Wittgenstein, bien qu'il souligne dans un esprit kantien son rôle fondamental dans la constitution des phénomènes, à l'opposé de Kant ne réduit pas les conditions aprioriques de la connaissance aux formes constantes de la sensibilité et de la raison. Il insiste avec plus de force sur la spontanéité de la créativité du mathématicien et sur la pluralité des opérations qui sont à l'origine de nos jeux de langage en mathématiques.

Ad 3. Kant situe le fondement apriorique de la connaissance mathématique dans l'intuition pure qu'il identifie parfois avec les formes de l'espace et du temps, parfois avec leur saisie immédiate ou avec la conscience apriorique de la possibilité d'une construction, et parfois — plutôt dans le sens cartésien — avec une vue apriorique des relations

[24] *Op. cit.* II, 82, p. 106.
[25] *Op. cit.* III, 56, p. 130.

nécessaires entre les éléments du discours mathématique. Dans la première signification, l'intuition est un élément fondamental des opérations créatrices en mathématiques, qui fournit aux constructions mathématiques (nombres, ensembles, séries, etc.) leur légitimation. Wittgenstein, au cours de ses remarques sur le caractère formel des propositions mathématiques, pose la question, si ce que nous appelons "intuition" ne devait plutôt être nommé "une juste invention". Ceci permettrait d'apprécier d'une manière différente la valeur de l'intuition, le phénomène d'une j u s t e invention n'étant pas — à l'opposé de l'acte d'inventer — un phénomène psychique [26]. Cette juste invention n'est pas non plus une saisie immédiate d'une vérité mathématique, mais un choix de l'opération, accompagné de la certitude qu'elle produira nécessairement l'effet attendu [27].

Dans les textes métamathématiques de Wittgenstein apparaît outre le terme "intuition" le terme "Einsehen", qu'il emploie avec une signification semblable: il s'agit d'une prise immédiate de conscience dans la compréhension des significations en tant que phénomène caractéristique de l'activité humaine.

Ce qui intéresse la philosophie des mathématiques ce n'est pas de prendre conscience immédiatement de la signification d'une vérité mathématique, mais de percevoir l'équivalence des diverses techniques d'opérations mathématiques qui conduisent au même résultat défini. C'est en ce sens qu'on peut concevoir la démonstration mathématique comme un processus intuitif [28]. En enseignant les mathématiques, quand nous nous efforçons de persuader quelqu'un par un vain bavardage de la vérité d'un théorème mathématique, ce que nous faisons au fond c'est uniquement d'éveiller en lui cette intuition concernant la technique d'une opération mathématique [29]. "Car un théorème mathématique n'est au fond qu'une règle déterminant un certain mode de comportement" [30]. Ces quelques remarques de Wittgenstein à propos de l'intuition mathématique rappellent, plus que la pensée de Kant, l'idée de l'intuition dans l'interprétation opérationnelle de Poincaré.

Mais malgré ces différences et malgré les difficultés déjà signalées qu'on rencontre en essayant de préciser les pensées de Wittgenstein, l'inspiration kantienne, autant dans sa philosophie de l'homme et du langage que dans ses analyses métamathématiques semble — comme nous avons tâché de le montrer — indéniable.

---

[26] *Op. cit.* III, 22, p. 120.
[27] *Op. cit.* III, 44, p. 126.
[28] *Op. cit.* II, 42, p. 83.
[29] *Op. cit.* III, 27, p. 121.
[30] *Op. cit.* III, 8, p. 116.

LES OEUVRES DE WITTGENSTEIN CITÉES DANS LE TEXTE DE L'ARTICLE

Tractatus Logico-Philosophicus, London 1922 (cit. *Tractatus, Traité*);
Notebooks 1914—1916, Oxford 1961;
The Blue and Brown Books, Oxford 1958;
Philosophische Untersuchungen. Philosophical Investigations, Oxford 1953 (cit. *Untersuchungen, Investigations*);
Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik. Remarks on the Foundations of Mathematics, Oxford 1956 (cit. *Bemerkungen, Remarques*).