Philli, Christine

La classification des sciences mathematiques et le concept du mot "porisme" chez Hoene-Wroński

Organon 31, 123-127

2002

ORGANON 31:2002

Christine Philli (Grèce)

LA CLASSIFICATION DES SCIENCES MATHEMATIQUES ET LE CONCEPT DU MOT *PORISME* CHEZ HŒNE–WROŃSKI

Hoene–Wroński[1] a écrit un essai ayant pour titre *Introduction à la philosophie des Mathématiques et Technique de l'Algorithmie* (Paris 1811). Le but principal de cet essai est, suivant l'affirmation de l'auteur dans sa préface, d'établir une branche nouvelle de mathématiques. Dans cet ouvrage le mystique polonais s'occupe en particulier de la signification du mot *porisme*. Vu la terminologie spéciale que l'auteur utilise, nous sommes obligés d'en parler afin de mieux comprendre sa doctrine.

L'auteur explique au début que le monde physique présente deux objets distincts: la forme (la manière d'être) et le contenu (l'essence même de l'action physique). La deduction de cette dualité de la nature appartient à la philosophie. Or la conception de la forme est l'objet général des mathématiques et la conception du contenu est l'objet général de la physique. La forme du monde physique, remarque Wroński, qui résulte de l'application des lois transcendantales de la sensibilité aux phénomènes donnés *a posteriori*, est le temps pour tous les objets physiques en général, et l'espace pour les objets physiques extérieurs. L'ensemble de ses lois (c'est–à–dire du temps et de l'espace) font le véritable objet des Mathématiques. Cependant Wroński affirme qu'il considère ces lois de façon objective. La philosophie des Mathématiques, ayant comme but l'application des lois pures du savoir transcendantales et logiques à l'objet des sciences doit déduire par le moyen d'une voie subjective, les lois premières des mathématiques ou leurs principes philosophiques.

Wroński explique que cette philosophie des mathématiques a deux points

---

[1] Joseph–Marie Hœne–Wroński, mystique et mathématicien polonais, né à Poznań en 1778 et mort à Neuilly en 1853. Partisant de la méthode de Leibniz sur les différentielles et de la philosophie de Kant, il a fait de brèves études de philosophie et de mathématiques en Allemagne. En 1810 il s'est installé à Paris où il a vécu jusqu'à la fin de sa vie. A Paris Wroński donne des cours de philosophie, pistonné par Desrenaudes, conseiller titulaire de l'Université: *cours utile et curieux ne fût–ce que pour faire connaître la philosophie de Kant et les autres philosophies de l'Allemagne* (Archives Nationales F. 7600 Dossier Wroński). Cf. aussi J.–M. Hœne–Wroński, *Une philosophie de la création*, Paris 1970 et J. Braun, *Aperçu de la philosophie de Wroński* (1967). Durant toute sa vie Wroński utilise un langage excentrique où plusieurs termes apparaissent dans un mélange d'idées philosophico–mathématiques. Il distingue deux classes de méthodes ou de formules, *l'une qu'il appelle théorie et l'autre à laquelle il donne le nom de technique. Il semble que la première est constituée par les quantités faisant partie de la matière tandis que la seconde est faite de quantités arbitraires.* J.–M. Hœne–Wroński, *Procés Verbaux*, t. 4, séance du 15 octobre 1810, p. 385. Wroński a substitué le terme *Analyse* au terme *Algorithmie.*

de vue: subjectif (qui porte sur le savoir) et objectif (qui porte sur la science). Sous le premier aspect apparaissent des lois qui suivent le savoir humain appliqué à l'objet général des Mathématiques et sous le second celles qui suivent l'objet général dans l'application du savoir humain. Nous avons donc: les lois subjectives (lois qui reçoivent notre cognition par l'objet des mathématiques) et les lois objectives (lois qui reçoivent l'objet des mathématiques par la cognition humaine). Par cette classification de lois, nous avons d'une part les lois subjectives qui embrassent le contenu et la forme de notre savoir mathématique, et de l'autre les lois objectives qui constituent la métaphysique des mathématiques. De plus le contenu cognitif constitue l'architectonique des mathématiques car il présente les différentes parties essentielles de nos connaissances mathématiques et la forme cognitive constitue la méthodologie des mathématiques (car elle présente les différentes manières d'envisager les objets particuliers).

De cette façon l'architectonique des mathématiques a pour but de déduire les différents objets distincts et nécessaires des sciences et la méthodologie des mathématiques a pour objet la détermination des différentes méthodes qu'on doit suivre et qu'on suit nécessairement dans les différentes branches de ces sciences. En revanche la métaphysique des mathématiques est la partie principale de la philosophie des sciences. Par le moyen de l'Architectonique, la métaphysique arrive à la détermination ultérieure de l'objet des mathématiques et à la déduction des lois fondamentales.

Ensuite l'auteur classe les lois du temps et de l'espace – lois qui constituent le véritable objet de mathématiques – en deux catégories: in concreto et in abstracto. Suivant cette classification l'auteur considère que les lois du temps et de l'espace in concreto constituent l'objet des mathématiques appliquées tandis que les même lois in abstracto constituent l'objet de mathématiques pures. Pour Wroński l'application du temps – considéré objectivement d'après les lois d'entendement, c'est–à–dire la quantité – naturellement sous sa conception générale, donne la conception de la succession des instants, et par là de façon complètement abstraite résulte le concept ou plutôt le schéma du nombre. De même, en appliquant la même loi transcendantale à l'intérieur de l'espace – considéré également objectivement – il en résulte la conception de la conjonction des points et parallèlement de manière totalement abstraite la conception ou plutôt la schéma de l'étendue. Ainsi, par ces deux déterminations, nous avons deux branches des Mathématiques: l'Algorithmie ayant comme objet les nombres et la Géométrie ayant pour objet l'étendue.

Les nombres comme tous les objets intellectuels peuvent être considérés – continue Wroński – de façon générale, d'où nous avons les lois des nombres, ainsi que de façon particulière (d'où nous avons les faits des nombres). Pour rendre explicite cette distinction l'auteur présente dans une note inframarginale l'exemple suivant: *3 + 4 = 7 est un fait de nombres; la proposition «la moitié de la somme plus la moitié de la différence de deux nombres égalent le plus grand de ces nombres» est une loi de nombres.* Donc, en considérant cette distinction, les lois des nombres forment l'Algèbre (branche de l'Algorithmie) et les faits des nombres forment l'Arithmétique (autre branche de l'Algorithmie). Exactement de la même façon les lois de l'étendue forment la

Géométrie générale et les faits de l'étendue forment la Géométrie particulière.

L'Auteur considère que la quantité mathématique peut être envisagée par deux points de vue totalement différents. Le premier permet de découvrir la naure de cette quantité, le second présente la mesure de cette quantité. Wroński élucide ses refléxions par l'exemple suivant: l'expression $log(x, y, z, ...) = logx + logy + logz ...$ appartient au premier point de vue (la nature), tandis que l'expression $logx = (x - 1) - 1/2\ (x - 1)^2 + 1/3\ (x - 1)^3 - ...$ appartient au second (la mesure).

Ces deux aspects fondés sur la nature même du savoir humain sont indispensables car avec le premier basé sur la spéculation nous découvrons ce qui est dans l'essence de ces quantités et avec le second basé sur une espèce d'action nous découvrons ce qu'il faut faire pour arriver à l'évaluation de ces quantités. De plus l'auteur souligne que dans le premier nous sommes sous la dominance de l'entendement (faculté de la spéculation) et dans le second c'est la volonté qui domine (faculté de l'action). *Alors* – affirme–t–il – *la nature et la mesure des quantités mathématiques sont deux objets distincts et nécessaires des Mathematiques en général et spécialement de l'Algorithmie et de la Géométrie*[1].

Wroński nomme théorèmes les propositions qui ont pour objet la nature des quantités mathématiques et méthodes les propositions qui ont pour objet la mesure des quantités mathématiques. Ainsi le système des théories forme en général la théorie mathématique et spécialement la théorie algorithmique tandis que le système des méthodes forme la théorie générale de la Technique mathématique et spécialement la Technique algorithmique et la Technique géométrique. La Technique algorithmique – explique le mystique polonais – implique la conception d'une fin ou d'un but visant la faculté de volonté et se trouve requise pour compléter la partie élémentaire de la théorie de l'Algorithme.

Ensuite Wroński attribue la dénomination des théorèmes à celles de propositions mathématiques – algorithmiques ou géomètriques – qui ont pour objet la nature ou la construction des quantités, c'est–à–dire aux propositions qui appartiennenent aux différentes branches formant la théorie des mathématiques, et il attribue la dénomination des méthodes à celles des propositions mathématiques algorithmiques ou géométriques qui ont pour objet la mesure ou l'évaluation des quantités, c'est–à–dire aux propositions qui appartiennent aux différentes branches formant la Technique des mathématiques.

La différence constitutive qui existe entre la théorie et la technique des mathématiques impose que les propositions respectives de ces branches soient distinguées par des noms différents. Ainsi Wroński pense que le nom théorème convient aux propositions appartenant à la théorie des mathématiques – vu leurs racines communes ou leurs étymologies – alors que le nom de méthodes est bon à désigner les propositions concernant la Technique des mathématiques car il correspond à la conception d'une fin ou d'un but. Les propositions aux aires qui dans l'une ou l'autre de ces deux branches conduisent

[1] J.–M. Hœne–Wroński, *Procés Verbaux*, t. 4, séance du 15 octobre 1810.

aux propositions définitives sont distinguées par le nom des procédés et plus précisement elles sont divisées par Wroński en: procédés théoriques et procédés techniques.

En ce qui concerne les propositions de la Technique des Mathématiques, Wroński se sent forcé de trouver une dénomination nouvelle. Il propose alors le nom de *porisme* (dénomination), dont nous avons perdu la signification exacte. Euclide distinguait trois espèces de propositions principales: les théorèmes, les problèmes et les porismes. La signification des deux premières est connue, mais nous ignorons quelle est la véritable signification que les anciens attribuaient au mot *porisme*[1], car le traité des porismes d'Euclide ne nous est connu que par deux sources. La première c'est la notice qu'en donne Pappus dans le VII^e Livre des ses collections mathématiques qui se composent de livres dont les deux premiers nous manquent. La seconde est une très courte mention de Proclus dans son V^e commentaire sur le I^er Livre d'Euclide.

Le rapport linguistique du mot *porisme*, πόρισμα, avec πείρω, avec *pore*, avec *parare*, avec le mot sanscrit *pri ý*, nous permet de connaître le concept principal de ce mot[2]. De plus nous ne savons pas si l'usage du terme porisme était antérieur à Euclide[3]. La notice de Pappus renferme deux définitions du mot *porisme*, mais ce qu'il en dit, apparaît insuffisant pour bien déterminer la signification de ce mot, d'autant plus que la figure géométrique qui s'y rapporte manque d'après ce qu'en dit expréssement Halley[4].

Le célèbre astronome Halley qui, ayant une connaissance approfondie de la géométrie grecque, a traduit de l'arabe le traité sur la section de la raison et a rétabli celui de la section de l'espace ainsi que le VIII^e Livre de Coniques d'Apollonios, fut, naturellement, attiré par l'enigme du mot *porisme*. On lui doit de découvrir le texte grec qui s'y rapporte[5]. Halley a joint à ce texte inséré dans son édition de la section de la raison et de la section de l'espace, une traduction latine sans commentaire et sans aucun éclaircissement, rendu inintelligible, tant pour la perte d'une figure, à laquelle Pappus renvoie, que par quelques omissions ou autres altérations qui affectent la proposition générale. Elle est d'autant plus incompréhensible que le style de l'auteur outre ses défauts est, de plus, beaucoup trop serré pour un sujet aussi difficile[6].

Les définitions de Pappus respectivement pour les trois espèces de propositions sont les suivantes et il les attribue aux anciens: ἔφασαν γὰρ θεώρημα μὲν εἶναι τὸ προτεινόμενον εἰς ἀποδείξιν αὐτοῦ τοῦ προτεινομένου πρόβλημα δὲ τὸ προβαλλόμενον εἰς κατασκευήν αὐτοῦ τοῦ προτεινομένου. Πόρισμα δὲ τὸ προτεινόμενον εἰς πορισ-

---

[1] Pour plus de détails cf. T. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Oxford 1921.

[2] Cf. P. Tannery, *La Grande Encyclopédie*, art. *porisme*.

[3] Cf. P. Tannery, *La Grande Encyclopédie*, art. *porisme*.

[4] J.–M. Hœne–Wroński, *Procés Verbaux*, t. 4, séance du 15 octobre 1810.

[5] M. Chasles, *Les trois livres de porismes d'Euclide, rétablis pour la première fois d'après la notice et les lemmes de Pappus et conformément au sentiment de R. Simpson sur la forme des énoncés et ces propositions*, Paris 1860.

[6] Apollonii Pergae, *de Sectione rationis* ... , p. xxvii.

μόν αὐτοῦ τοῦ προτεινομένου.[1] Il donne encore une autre définition de *porisme*: πόρισμα ἐστι τὸ λεῖπον ὑποθέσει τοπικοῦ θεωρήματος[2]. Toutefois il l'attribue aux géomètres moins anciens et il la déclare inexacte.

De plus David Gregorius dans la préface de son édition d'Euclide se rapporte à la définition que Proclus donne au mot *porisme*, c'est–à–dire que c'est une proposition qui n'est ni théorème ni problème, qui n'est point une simple spéculation et qui n'exige nullement la production d'une chose mais seulement une invention, p. ex. déterminer le cercle d'un centre donné[3]. Il paraît d'abord sûr à Wroński que le mot *problème* a des propositions qui contenaient la conception de quelques fins à atteindre ou quelque but à obtenir (suivant la déduction qu'il donne sur la nature de la Technique des Mathématiques), de façon que d'après ces dénominations des anciens les différentes propositions de la Technique des Mathématiques seraient ou des porismes ou des problèmes. Donc pour déterminer la signification du mot *porisme* nous n'avons qu'à distinguer parmi les différentes propositions techniques, celles qui forment des porismes et celle qui forment des problèmes – si cette distinction est possible.

En considérant le mot *problème* dans son sens philosophique[4] Wroński distingue les propositions techniques en deux catégories: celle dont les objets seraient purement possibles et celle dont les objets seraient nécessaires. Les premiers sont des problèmes et les seconds sont des porismes. Pour mieux élucider sa pensée, Wroński donne l'exemple suivant: faire passer une circonférence de cercle par trois points donnés est un problème, en considérant cette proposition avant qu'il ne soit démontré que son objet est possible, tandis que déterminer le centre d'une circonference de cercle donné est un porisme. Selon l'auteur, c'est sur cette distinction transcendantale que doit se former la double dénomination des problèmes et de porismes.

En concluant Wroński remarque que la Technique des Mathématique est aussi ancienne que le sont les mathématiques elles–mêmes et qu'elle avait été cultivée de tout temps, dans la Géomètrie et même dans l'Arithmètique, sous le nom de porismes et de problèmes, ayant des principes propres et des lois indépendantes de la Théorie des Mathématiques.

---

[1] Pappi Alex. Math., Coll. Frederico Commandino urbinatae, Ventiis 1589.

[2] *Porisma est quod hypothesi e deficit a locali theoremate ib.* La traduction de Halley porte: *Porisma est quod deest in hypothesi theorematis localis.* Ces deux traductions paraissent fautives à Wroński. Suivant lui le vrai sens du passage grec est: *Porisma et est quod deficit hypothesi theorimatis localis*, c'est–à–dire: *Porisma est propositio ubi haud opus supposere locale theorema, id est possibilitatem rei.* Cette définition quoique purement négative, Wroński la considère, comme la véritable définition du *porisme* et par conséquent, c'est à tort que Pappus la déclare inexacte.

[3] Oxonion 1703.

[4] Pour plus de détails sur J.–M. Hœne–Wroński cf. Ch. Philli, *La loi suprême de Hœne–Wroński: ma rencontre de la philosophie et des mathématiques* in: *Paradigms and Mathematics* Siglo XXI de España, E. Ausejo, M. Hormigon (ed.), Madrid 1996, pp. 289–308.