Ryszard Miszczyński

Stanisława Leśniewskiego drugie rozwiązanie antynomii Russella

Prace Naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie. Filozofia nr 8, 163-172

2011

PRACE NAUKOWE Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie
Seria: Filozofia 2011, z. VIII

Ryszard MISZCZYŃSKI

Stanisława Leśniewskiego drugie rozwiązanie antynomii Russella

Omawiając tzw. drugie rozwiązanie antynomii Russella przez Stanisława Leśniewskiego, należy wspomnieć także o pierwszej próbie podjętej przez polskiego uczonego[1]. Istota pomysłu przedstawionego w artykule opublikowanym w 1914 roku polega na pokazaniu niemożliwości odtworzenia za pomocą zbiorów kolektywnych antynomialnej konstrukcji zaproponowanej przez angielskiego myśliciela. Artykuł został napisany przez Leśniewskiego w języku naturalnym, w sposób charakterystyczny dla jego wczesnych prac. Gdy później ich autor stał się zdecydowanym zwolennikiem metod naukowych matematyki, skrytykował wczesne prace, deklarował zawstydzenie ich poziomem. Z wyraźną pogardą – określił ich styl jako „«filozoficzno»-gramatyczny" i „uroczyście «wyrzekł się»" tych publikacji[2]. Trwają dyskusje, czy „anatema" dotyczyła także wspominanego artykułu. Wszak jego rezultaty stanowią istotną przesłankę kolejnej analizy.

Zręby drugiego rozwiązania zarysowane zostały krótko po powstaniu pierwszego. W 1916 roku w Moskwie uczony opublikował *Podstawy ogólnej teorii mnogości. I*[3]. W artykule przedstawił zaksjomatyzowaną teorię mereologii, niepoddającą się już wcześniej zasygnalizowanej krytyce. Vito S. Sinisi, pisząc o drugim rozwiązaniu, wskazuje jednak nie na ten artykuł, ale na fundamentalną

[1] Omawiam ją w artykule: *Stanisława Leśniewskiego pierwsze rozwiązanie antynomii Russella*, „Prace Naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie. Seria: Filozofia", z. 7, Częstochowa 2010, s. 5–17.
[2] S. Leśniewski, *O podstawach matematyki*, „Przegląd Filozoficzny" 1927, nr 30, s. 182–183.
[3] Tenże, *Podstawy ogólnej teoryi mnogości. I*, „Prace Polskiego Koła Naukowego w Moskwie. Sekcja matematyczno-przyrodnicza" 1916, nr 2, s. 5–42.

dla późniejszej twórczości Leśniewskiego pracę *O podstawach matematyki*[4]. Nie różnią się one bardzo istotnie, jeśli skoncentujemy się tylko na metodzie obrony przed konstrukcją Russella. Różnica między nimi stanie się wyraźniejsza, gdy dokładniej scharakteryzujemy wykorzystywane przez Leśniewskiego rozumienie paradoksu i wymagań, jakie powinno spełniać jego rozwiązanie. Jeden z uczniów Leśniewskiego – Bolesław Sobociński[5], komentując prowadzone analizy omawianej trudności, podkreślał, że nastawienie badawcze nauczyciela było inspirowane rozważaniami prowadzonymi w kręgu osób skupionych wokół Leonarda Nelsona. Młody filozof z Getyngi nie traktował paradoksu jako zwykłej sprzeczności. Na miano to zasługiwała tylko kolizja tez wydedukowanych z prawdziwych założeń metodami uznawanymi za poprawne. Nieakceptowalny wynik połączony z wiarą w niezawodność obu wymienionych elementów stanowi ważny psychologiczny składnik opisywanej sytuacji problemowej. Przecież nie nazwiemy paradoksem sprzeczności, do której dojdziemy, analizując np. kwadratowe koło. Tak zdefiniowany obiekt jest niemożliwy i zupełnie nie dziwi nas oczywista kolizja zdań opisujących go („jest okrągły" i „jest kwadratowy"). Z tego m.in. powodu nigdy nie będziemy nazywali paradoksem fałszu analitycznego generowanego przez opis sprzecznych obiektów[6].

W cyklu publikacji *O podstawach matematyki* Leśniewski w zasadzie po raz pierwszy dokładniej scharakteryzował i zaczął poważnie wykorzystywać własne, intuicjonistyczne stanowisko filozoficzne. W pewnym stopniu uzasadnia ono przyjęte rozwiązanie. Według uczonego nauki matematyczne dostarczają teorii dedukcyjnych „[…] służących do ujęcia w prawa możliwie ścisłe różnorodnej rzeczywistości świata […]"[7]. Tak określony związek teorii z rzeczywistością nakazuje poszukiwanie „walorów intuicyjno-naukowych" matematyki. Stanowi też podstawę do kwestionowania znaczenia różnych „czystych" (bo nieskalanych praktycznymi zadaniami poznawczymi), formalnie i logicznie poprawnych systemów dedukcyjnych. Z tego powodu dla Leśniewskiego wspomniane analizy tzw. przedmiotów sprzecznych zupełnie nie mają matematycznego cha-

4 Praca ukazała się w kilku częściach: tenże, *O podstawach matematyki*, „Przegląd Filozoficzny" 1927, nr 30, s. 164–206; 1928, nr 31, z. 3, s. 261–291; 1928, nr 32, z. 1–2, s. 60–101; 1930, nr 33, s. 77–105; 1931, nr 34, s. 142–170.

5 Korzystam z przekładu: B. Sobociński, *Leśniewski's Analysis of Russell's Paradox*, przekł. R.E. Clay, [w:] *Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology*, ed. by J.T.J. Srzednicki, V.F. Rickey, Ossolineum, Wrocław 1984, s. 12–13.

6 Z przedstawianym rozumieniem paradoksu bardzo dobrze koresponduje schemat retoryczny zwany *parádokson* (gr.), *sustentatio* (łac.) – napięcie: „Jest to figura, za pomocą której trzyma się przez dłuższy czas słuchaczy w niepewności, a następnie dorzuca się coś nieoczekiwanego" (M. Korolko, *Sztuka retoryki. Przewodnik encyklopedyczny*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1990, s. 120). L. Nelson nie chce nazwać paradoksem rozumowania opartego na przesłankach, w które nie wierzymy. Nie jest bowiem żadnym zaskoczeniem pojawienie się sprzeczności, na którą w zasadzie wyraziliśmy zgodę, przyjmując ułomne założenia fundujące rozumowanie.

7 S. Leśniewski, *O podstawach…*, 1927, nr 30, s. 166.

rakteru. Dotyczą sztucznych, wymyślonych tworów bez związku z rzeczywistością, czyli obiektów wprowadzonych bez intuicyjnego uzasadnienia. Jako takie są matematycznie nieinteresujące. Deklarowane pojmowanie matematyki prowadzi Polaka do dość podobnego do Nelsonowskiego określenia paradoksu, w którym odwołuje się do „stanów zwróconej ku rzeczywistości udręki intelektualnej, płynących z nieodpartej intuicyjnej konieczności wierzenia w «prawdziwość» pewnych założeń oraz «poprawność» pewnych rozumowań, prowadzących do sprzeczności w połączeniu z temi założeniami”[8]. Rozwiązaniem nie mogło więc być formalne zapobieżenie sprzeczności przez arbitralną modyfikację któregoś z wymienionych składników systemu: skuteczne, chociaż sztuczne i racjonalnie trudne do akceptacji, bo w sposób niezrozumiały (a więc i w pewnym sensie dowolny) eliminujące elementy uważane za wartościowe. W ten np. sposób Leśniewski oceniał metodę zapobiegania antynomiom w teorii Zermela. Jak uważał, mechaniczne, *ad hoc* wprowadzane zmiany nie mogą zapobiec pojawianiu się kolejnych sprzeczności. Poprawne rozwiązanie wymaga dostrzeżenia fałszu założeń lub wad wykorzystywanych metod i dokonania odpowiednich zmian. Dopiero tak uzasadnione modyfikacje dają nadzieję na trwałą eliminację paradoksów, nie prowokując oskarżeń o arbitralność[9], tj. konieczność likwidowania kolizji współwystępujących wartościowych składników przez dowolne odrzucenie któregoś z nich. „Z tego punktu widzenia jedyną metodą rzeczywistego «rozwiązania» «antynomii» jest metoda intuicyjnego podważania składających się na sprzeczność rozumowań lub założeń. Matematyka pozaintuicyjna nie zawiera w sobie skutecznych remedjów na niedomagania intuicji”[10].

Przedstawione poglądy na antynomie i matematykę nie pozwalały Leśniewskiemu na pełną akceptację publikacji *Podstaw ogólnej teorii mnogości. I.* Chociaż góruje nad pierwszym rozwiązaniem korzystaniem z metod aksjomatycznych, w dalszym ciągu brakowało w niej głębszych intuicyjnych analiz niezbędnych dla rzeczywistego rozwiązania. Próby takich badań znaleźć można już w pierwszym artykule na temat sprzeczności Russella (*Czy klasa klas podporządkowanych sobie jest podporządkowana sobie*). Można do nich zaliczyć np. analizę rozumowania, które z przesłanki: „zbiór zbudowany jest z przedmiotów posiadających pewną cechę” prowadzi do wniosku: „cechę tę musi też posiadać każda część tego zbioru”.

Zasadniczą ideą tzw. pierwszego rozwiązania jest nowa kolektywna interpretacja kategorii klasy. W publikacji tej była ona wprowadzona bez żadnego intuicyjnego uzasadnienia, a nawet wbrew powszechnym oczekiwaniom, które były związane z rozpowszechnionym dystrybutywnym rozumieniem zasadniczej kategorii. W *Podstawach ogólnej teorii mnogości. I* uzyskała wyższy metodolo-

[8] Tamże, s. 167.
[9] Korzystając z „patetycznej” terminologii Leśniewskiego, moglibyśmy mówić o „sytuacji tragicznej”.
[10] Tamże, s. 167.

gicznie status: została inkorporowana w skład aksjomatycznej teorii dedukcyjnej. W *O podstawach matematyki* dołączone ponadto zostały niezbędne analizy intuicyjne, obie kategorie (dystrybutywna i kolektywna) są porównywane. Leśniewski podkreśla intuicyjną przewagę swego mereologicznego rozumienia, zarzucając jednocześnie alternatywnym poglądom wyspekulowaną nienaturalność: „Wyznaję chętnie, że niektóre moje twierdzenia […] mogą urazić «intuicje matematyczne» różnych mniej lub więcej subtelnych myślicieli, kontemplujących wytworność pewnych konstrukcji teoretycznych niezależnie od tego, czy konstrukcje owe przyczyniają się w jakimkolwiek stopniu do ujęcia naukowego rzeczywistości, czy też służą tylko do usprawiedliwienia panujących w naszej epoce, a odznaczających się dużym stopniem bezwładności, matematycznych przyzwyczajeń. Nie mogę jednak odmówić przyjemności skonstatowania faktu, że starałem się pisać pracę moją tak, by dotyczyła nie tylko wszelkiego rodzaju «wolnych tworów», rozmaitych mniej lub bardziej dedekindujących duchów twórczych; wypada stąd, iż bardziej się troszczyłem o to, aby twierdzenia moje, posiadające postać możliwie ścisłą, harmonizowały ze «zdrowym rozsądkiem» zajmujących się badaniem nie przez nich samych «tworzonej» rzeczywistości przedstawicieli «*esprit laique*», aniżeli o to, aby to, co mówię, zgodne było z tymi «intuicjami» fachowych teoretyków mnogości, które wyszły z zaopatrzonej w aparat «wolnej twórczości» centryfugi matematycznych umysłów, zdemoralizowanych przez «oderwane od rzeczywistości» spekulacyjne konstrukcje”[11].

Sformułowanie paradoksu analizowanego w *O podstawach matematyki* pochodzi z książki Łukasiewicza. Przedmioty należące do danej klasy[12] określane są jako jej podporządkowane. Sprzeczność otrzymujemy, gdy staramy się odpowiedzieć, czy klasa klas, które nie są sobie podporządkowane (nazwana klasą K) jest sobie podporządkowana, czy nie? Jeśli przyjmiemy, że jest, to, należąc do K, z definicji nie jest sobie podporządkowana. Przyjmując odpowiedź przeciwną, na podstawie określenia K dochodzimy do wniosku o jej podporządkowaniu sobie.

Leśniewski nie kwestionuje możliwości zbudowania formalnej sprzeczności w teorii mnogości zbiorów dystrybutywnych. Jednak ona go nie interesuje, bo nie powstała w teorii, która zasługuje na naukowe zainteresowanie. Za źródło sprzeczności uznaje podstawową dla rozważań Russella kategorię klasy. Traktuje ją jako nieintuicyjną, charakterystyczną dla „zdemoralizowanych przez «oderwane od rzeczywistości» spekulacyjnych konstrukcji”. Jego interesuje „koncepcja klasy (*respective* zbioru) pozwalająca twierdzić o każdej w ogóle klasie (*respective* o każdym zbiorze) tych lub innych przedmiotów, że się «składa» niekoniecznie w sposób rozłączny z tych właśnie przedmiotów…”[13]. Tę intuicję

[11] S. Leśniewski, *Podstawy…*, s. 6.
[12] Leśniewski używa terminu „klasa przedmiotów a”, gdy mówi o wszystkich „a”, mówiąc jedynie o niektórych, wykorzystuje nazwę „zbiór”. (*O podstawach…*., 1927, nr 30, s. 186).
[13] S. Leśniewski, *O podstawach…* 1927, nr 30, s. 190.

miał przybliżać geometryczny przykład odcinka pojmowanego jako klasa jego pododcinków.

A C D B

Odcinek AB jest klasą odcinków AD lub DB.

M. Potter, podkreślając ten sposób złożenia klasy z jej części, używa wyrazu „fuzja" i przeciwstawia go kolekcji, charakteryzującej współcześnie rozpowszechnione rozumienie zbioru. „[…] Fuzja jest niczym więcej niż sumą swoich części, podczas gdy kolekcja jest czymś więcej"[14]. Owo „coś więcej" to specyficzny brak jakichkolwiek relacji między elementami zbioru, brak narzucony definicyjną strukturą kolekcji. Wszystkie obiekty są od siebie zupełnie oddzielone, sztucznie wyabstrahowane. Na przykład w kolekcji zbudowanej z człowieka i jego ręki oba elementy nie mają ze sobą nic wspólnego. „Zdrowy rozsądek" ma prawo buntować się przeciwko takiemu rozstrzygnięciu. I tak czyni Leśniewski, zdecydowanie odrzucając pojęcie klasy wykorzystywane w konstrukcji Russella. Nie ma wątpliwości co do przewagi własnej kategorii. „Koncepcja moja jest pod tym względem z jednej strony, o ile zdołałem zaobserwować, najzupełniej zgodna ze sposobem używania wyrazów «klasa» i «zbiór», utartym w języku potocznym ludzi, którzy nigdy nie zajmowali się żadną «teorią klas» ani też «teorią mnogości», z drugiej zaś strony oparta o mocną tradycję naukową, reprezentowaną mniej lub bardziej konsekwentnie przez licznych uczonych dawniejszych i współczesnych, a w szczególności przez Jerzego Cantora"[15]. Chociaż sformułowanie naszego uczonego o wiernym kontynuowaniu idei twórcy teorii mnogości może budzić oczywiste wątpliwości, zagadnienia tego nie rozważam. Sam problem tej pomyłki – jak sądzę – może stanowić interesujące zagadnienie historyczne.

Leśniewski wskazuje przewagę swojego mereologicznego pojęcia klasy nad dystrybutywnym. Przede wszystkim podkreśla jego naturalność i, w konsekwencji, intuicyjność. Porównując obie kategorie, analizuje problem rekonstrukcji klas pustych. Konstatuje intuicyjną niemożliwość zbudowania zbioru pustego w ramach kategorii mereologii. Dopuszczenie ich w teorii dystrybutywnej – uważa Polak – powoduje intuicyjne kłopoty, tzn. jest błędem. Ważną rolę w porównaniu obu kategorii odgrywają badania przeprowadzane nad klasą jednostkową. Wyraźnie podkreślaną zaletą kategorii Leśniewskiego jest identyczność obiektu z klasą, której on jest jedynym elementem. To rozwiązanie nie wymaga zastanawiania się nad dość „mitologicznym" statusem klasy dystybutywnej.

Ogólną charakterystykę zbiorów kolektywnych Leśniewski precyzuje w wyraźnie sformułowanych przesłankach określających mereologiczne rozumienie klasy, przedmiotu, ich wzajemnych relacji.

[14] M. Potter, *Set Theory and its Philosophy.* Oxford University Press 2004, s. 21.

[15] S. Leśniewski, *O podstawach*… 1927, nr 30, s. 190.

1) Jeżeli jakiś przedmiot jest klasą przedmiotów a, to pewien przedmiot jest a.

Leśniewski zgodnie z tendencją analiz z pierwszego rozwiązania wyraźnie stara się wyeliminować tzw. klasy puste. Pomysł wprowadzenia ich określa mianem „mitologicznego”, przypisuje on bowiem matematykowi zdolności stwórcze: swą arbitralną wolą buduje pewien przedmiot z niczego. Nasz uczony kwestionuje ten zabieg, jako niezgodny z *esprit laique* nauki.

2) Zdarza się, iż ten a ten przedmiot jest klasą przedmiotów takich a takich i zarazem przedmiotów całkiem innych, np. kula jest klasą swoich połów oraz klasą swoich ćwierci.

3) Jeżeli jeden i tylko jeden przedmiot jest P, to P jest klasą przedmiotów P.

Przesłanka ta pozwala utożsamić klasę zbudowaną z jednego przedmiotu z tym przedmiotem.

4) P jest podporządkowane klasie K wtedy i tylko wtedy, gdy przy pewnym znaczeniu wyrazu „a” są spełnione warunki: α) K jest klasą przedmiotów a, β) P jest a.

Jak można zauważyć, zwrot „przy pewnym znaczeniu wyrazu «a»” zastępuje kwantyfikator szczegółowy. Mówił bowiem: „P jest podporządkowane klasie K ≡ (∃a) (K jest klasą przedmiotów a i P jest a)”. Leśniewski tłumaczy ten dość specyficzny język przytoczonego określenia swoją ówczesną nieumiejętnością operowania kwantyfikatorami. Sformułował bowiem definicję w języku naturalnym, wykładając pierwsze rozwiązanie[16].

Przyjmując za a nazwy ogólne języka naturalnego, możemy sądzić, że definiowanej relacji przysługuje naturalność, jaka np. charakteryzuje podporządkowanie jednego człowieka klasie ludzi. Nie jest to jednak słuszna supozycja, Leśniewski często bardzo sztucznie definiuje a.

Ważną grupę przesłanek drugiego rozwiązania stanowią te, które określają sposób rozumienia zdań jednostkowych o postaci „A jest b”. Leśniewski wprowadza w ten sposób zasady wykorzystywanej przez niego logiki nazw, tzw. ontologii.

5) Jeżeli P jest a, to jeden i tylko jeden przedmiot jest P.

6) Jeżeli P jest a, to P jest P.

Następnikiem w powyższej tezie nie jest pusta tautologia: zgodnie z (5) wyrażenie głosi, że P jest przedmiotem i jest tylko jedno.

7) Jeśli P jest klasą, to P jest klasą przedmiotów P.

[16] Tamże, s. 187.

Zgodnie z (5) P jest jednym przedmiotem, więc na podstawie (3) P jest klasą przedmiotów P.

8) Jeśli P jest klasą, to: a) P jest klasą przedmiotów P (na podstawie (7)), b) P jest P (na podstawie (6)).

9) Jeśli P jest klasą, to przy pewnym znaczeniu wyrazu „a" są spełnione warunki: α) P jest klasą przedmiotów a, β) P jest a.

Jeśli przez a będziemy rozumieli P, to przytoczony tutaj warunek „bycia podporządkowanym" (zob. (4)) pozwala dostrzec w (8) uzasadnienie dla następującej tezy:

10) Jeśli P jest klasą, to P jest podporządkowane klasie P.

11) Żaden przedmiot nie jest klasą niepodporządkowaną sobie. (Wniosek z (10)).

12) Żaden przedmiot nie jest klasą klas niepodporządkowanych sobie.

Gdyby istniała klasa klas niepodporządkowanych sobie, to na podstawie (1) pewien przedmiot byłby klasą niepodporządkowaną sobie, co jest sprzeczne z (11).

Przedstawione powyżej rozumowanie pokazuje pustkę skrywaną za proponowaną przez Russella konstrukcją. Problem możliwych sprzeczności jest czysto fikcyjny: klasa klas niepodporządkowanych sobie nie istnieje (określając to w języku Leśniewskiego: „nie ma takiego przedmiotu"). Na podobnej podstawie opierało się pierwsze rozwiązanie. Inny był jednak dowód odpowiednika tezy (11). Jak wyjaśnia to sam autor, przebiegał on „[…] na drodze odmiennej od tej, która została wyżej uwidoczniona, a którą znałem już wtedy. W omawianej pracy z roku 1914 obrałem formę rozumowania bardziej skomplikowaną, która mi się wydawała bardziej «interesującą»"[17]. We wcześniejszej publikacji w badaniach mereologicznej klasy wykorzystywany był aparat logiki klasycznej. W powyżej prezentowanym rozumowaniu istotną rolę odgrywają metody ontologii, które istotnie upraszczają i skracają wcześniejsze analizy.

Leśniewski podaje także inne powody do odrzucenia proponowanej konstrukcji. Przy mereologicznym pojmowaniu zbioru fałszywe są przesłanki, na których opiera się rozumowanie Russella. W swojej analizie, chcąc unaocznić wykorzystywane własności nowego modelu, odwołuje się do geometrycznych intuicji traktowania odcinka jako klasy pewnych pododcinków (zob. rys. s. 167).

13) AB jest klasą odcinków, będących odcinkiem AC lub CB.

14) AB jest także klasą odcinków, będących odcinkiem AD lub DB.

[17] Tamże, s. 188, przypis 1.

15) AC jest odcinkiem, będącym AC lub CB, więc z (13) i (15) wynika:

16) przy pewnym znaczeniu wyrazu „a" (bycie odcinkiem AC lub CB) spełnione są warunki: α) AB jest klasą przedmiotów a, β) AC jest a. Biorąc więc pod uwagę definicję „bycia podporządkowanym" (4), z (16) otrzymujemy:

17) AC jest podporządkowane klasie AB.

18) AC nie jest jednak odcinkiem, będącym AD lub odcinkiem DB.

Zestawiając tezy (14), (17), (18), dochodzimy do zanegowania istotnej przesłanki konstrukcji Russella: Jeśli K jest klasą przedmiotów a, oraz P jest podporządkowane klasie K, to P jest a.

Następnie Leśniewski pokazał, jak w oparciu o tę fałszywą tezę można dojść do sprzeczności Russella. Najpierw należy w niej dokonać następujących podstawień: K \ klasa klas, niepodporządkowanych sobie; a \ klasa, niepodporządkowana sobie; P \ klasa klas, niepodporządkowanych sobie, to otrzymamy odpowiednik paradoksalnego wnioskowania Russella: (*) jeśli klasa klas, niepodporządkowanych sobie, jest klasą klas, niepodporządkowanych sobie, oraz klasa klas, niepodporządkowanych sobie, jest podporządkowana klasie klas, niepodporządkowanych sobie, to klasa klas, niepodporządkowanych sobie, jest klasą niepodporządkowaną sobie.

Jeśli w tezie 6 (P jest a, to P jest P) dokonamy następujących podstawień: P \ klasa klas, niepodporządkowanych sobie, i a \ [klasa] podporządkowana klasie klas, niepodporządkowanych sobie[18] i wykorzystamy tautologiczną równoważność $[(p\wedge q)\wedge(p\Rightarrow q)]\Leftrightarrow p$, to z poprzednika implikacji (*) możemy usunąć pierwszy człon koniunkcji a całość uzyska postać następującą: jeśli klasa klas, niepodporządkowanych sobie, jest podporządkowana klasie klas, niepodporządkowanych sobie, to klasa klas, niepodporządkowanych sobie, jest klasą niepodporządkowaną sobie. Uzyskujemy więc sprzeczność: jeśli klasa klas, niepodporządkowanych sobie, jest podporządkowana sobie, to nie jest podporządkowana sobie.

Leśniewski próbował zrekonstruować w swojej mereologii ważny fragment paradoksalnego rozumowania Russella, które prowadzić ma do sprzeczności, gdy przyjmiemy, że klasa klas, niepodporządkowanych sobie, jest podporządkowana klasie klas, niepodporządkowanych sobie[19]. Schemat wnioskowania był jednak zawodny. Opierał się na nieobowiązujących w dziedzinie mereologicznej prawach opisujących zbiory dystrybutywne. W konkluzji uczony mógł stwier-

[18] Uzupełnienie „[klasa]" wprowadziłem jedynie ze względów językowych. W ostatecznie skonstruowanym zdaniu może zostać pominięte.

[19] Założenie przeciwne nie jest analizowane.

dzić: „Okoliczność ta była ze swej strony powodem, dla którego nie mogłem już widzieć «antynomii» w konstrukcji p. Russella”[20].

W omawianym cyklu artykułów polski uczony zbudował nie jedną, ale kilka teorii opartych na wyraźnych podstawach aksjomatycznych. Skonstruowane są w sposób, który – jak zapewniał – „harmonizuje” z omawianymi wyżej ideami[21]. Wykorzystanie ich zapewnia teoriom niemożliwość zrekonstruowania antynomii Russella.

Na zakończenie krótko scharakteryzuję owe teorie. Jako pierwszą Leśniewski zaprezentował nieco zmodyfikowaną teorię z 1915 roku, którą przedstawił wcześniej w artykule *Podstawy ogólnej teorii mnogości. I.* Terminem pierwotnym tej teorii jest „część”, pozostałe, m.in. „klasa”, „element” wprowadzone są definicyjnie. Podkreślał jej przewagi nad innymi licznym próbami eliminacji sprzeczności Russella. Wyróżniającą cechą rozwiązania był brak sztucznych ograniczeń na możliwość tworzenia klas z różnych obiektów. Przyjął tylko jeden, wspominany już wcześniej, oczywisty – według polskiego uczonego – warunek, że muszą istnieć przedmioty, z których jest tworzona.

Kolejnymi tezami upewniającymi o eliminacji sprzeczności Russella z tej teorii mogą być twierdzenia, których nie umieścił w omawianej prezentacji, a które znalazły się w pierwotnym wydaniu. Są one identyczne z przekonaniami leżącymi u podstaw pierwszego rozwiązania: „Twierdzenie XXVI. Żaden przedmiot nie jest klasą mnogości, nie będących swymi własnymi elementami. […] Twierdzenie XXVII. Twierdzenie «jeżeli P jest elementem mnogości przedmiotów m, to P jest m» jest fałszem”[22].

Kolejna równoważna teoria pochodzi z 1918 roku[23]. Opiera się na nieco innym układzie aksjomatów, jedynym terminem pierwotnym jest także „część”, definicyjnie wprowadzone są „ingrediens”[24] i „klasa”.

Inny system aksjomatów przyjmuje kolejna, równoważna wcześniejszym, teoria z 1920 roku. Jako termin pierwotny przyjęty jest w niej „ingrediens”, definicyjnie wprowadzone są „część” i „klasa”[25].

W wymienionych wyżej teoriach Leśniewski zdefiniował i analizował wiele istotnych dla mereologii terminów. Nie będę tutaj powtarzał ich definicji. Jak uważa Leśniewski, jego rozważania z 1920 roku „[…] wskazują na to, że zamiast któregokolwiek z terminów «część» i «ingrediens» mógłbym jako termin

[20] Tamże, s. 189.
[21] Tamże.
[22] S. Leśniewski, *Podstawy*..., s. 24.
[23] Tenże, *O podstawach*... 1930, nr 33, s. 77–81.
[24] Ze względu na znaczenie terminu przytoczę jego definicję: ingrediensem przedmiotu jest on sam lub jego część.
[25] Tamże, s. 82–86.

podstawowy swojej «ogólnej teorii mnogości» obrać którykolwiek z terminów – «+», «zbiór», «klasa», «zewnętrzny», «suma», «dopełnienie»”[26].

W ostatniej z opublikowanych części omawianego cyklu twórca nowych podstaw matematyki przedstawił kolejną równoważną teorię realizującą wyżej przedstawioną zapowiedź. Oparł ją na nowym układzie aksjomatów i terminie pierwotnym „zewnętrzny”. Definicyjnie zostały wprowadzone „klasa”, „ingrediens”, „część”[27].

Summary

Stanisław Leśniewski's Second Solution of Russell's Antinomy

The article discusses the project of a mereological solution of the antinomy which is more mature than the first one. It is a formalized and axiomatized theory in which Russell's structure cannot be reproduced. An important component of the solution is the analysis of the advantages of the concept of a mereological class over the concept of a distributive class.

[26] Tamże, s. 105.
[27] S. Leśniewski, *O podstawach matematyki*... 1931, nr 34, s. 142–153.