Ryszard Miszczyński

O definicjach twórczych: między poglądami Jana Łukasiewicza i Stanisława Leśniewskiego

Prace Naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie. Filozofia nr 9, 209-223

2012

we kryteria poprawności definicji autor wymienił eliminowalność i konserwatyzm. Pierwsze żąda, aby „[…] definiowany termin był eliminowalny na rzecz wcześniej rozumianych terminów”[6]. Drugi warunek ściśle jest z nim związany. Skoro ma istnieć stała możliwość rezygnacji z wprowadzonego znaku, to nie może on wprowadzać zmian, które bez niego nie mogłyby się pojawić. To wymaga, aby określenie nowego terminu „[…] nie tylko nie prowadziło do niesprzeczności, ale nie prowadziło do czegokolwiek – nie zawartego w definiowanym terminie – co nie było osiągalne wcześniej”[7].

Określony powyżej konserwatyzm definicji przeciwstawiany jest tzw. twórczości. Możemy mówić o niej wtedy, gdy za pomocą wyrażenia wprowadzającego nowy termin „[…] daje się wywieść z tez danego języka, wedle reguł w nim obowiązujących, takie zdanie, którego nie można byłoby wywieść bez pomocy danej definicji”[8]. Ma więc być konserwatywna (a nie twórcza) w tym sensie, że nie może wprowadzać do teorii nic istotnie nowego poza tym, co w niej się znajdowało: *explicite* lub *implicite* tkwiło w jej aksjomatach i regułach wnioskowania. Np. nie powinno się móc za jej pomocą przypisywać obiektom cech, których wcześniej nie posiadały. Na przypisywaniu tych nowych niczym nieuzasadnionych treści polegałaby owa niepożądana twórczość. Z tego punktu widzenia definicje powinny więc być zbędne. Tak rozumiał je Frege, podkreślając ich rolę skracania i upraszczania rozumowań: bez nich w zasadzie także mogłyby być przeprowadzone. Z wspomnianymi wymaganiami standardowa teoria wiąże pewne reguły, których spełnienie jest gwarancją obu własności.

Zakwalifikowanie polskiego uczonego jako zwolennika przedstawionej koncepcji standardowej zdecydowanie odrzucają autorzy artykułu *Busting a Myth about Leśniewski and Definitions*, uznając za mit przypisywane Leśniewskiemu żądania konserwatywności definicji[9]. W przedstawionym artykule potwierdzam bezzasadność przyjętej przez Belnapa charakterystyki stanowiska naszego twórcy i staram się przedstawić je w nieco szerszym kontekście dyskusji nad twórczością definicji.

Spojrzenie uczonych na definicję w przedwojennej Polsce było nie tylko wynikiem bezpośredniego oddziaływania poglądów cieszącego się olbrzymim autorytetem Fregego, ale także konsekwencją sięgania po ważne dla logiki i matematyki XX wieku dzieło Alfreda N. Whiteheada i Bertranda A.W. Russella *Principia Mathematica.* Obaj autorzy w podobny sposób jak twórca logiki formalnej bagatelizowali logiczne znaczenie definicji: widzieli głównie jej praktyczną rolę jako skrótu i w konsekwencji twierdzili: definicja jest deklaracją, że

---

[6] Tamże.

[7] Tamże.

[8] W. Marciszewski, *Definicja twórcza*, [w:] *Mała encyklopedia logiki*, red. naukowy W. Marciszewski, Zakład Narodowy im. Ossolińskich – Wydawnictwo, Wrocław 1988, s. 45.

[9] Zob. R. Urbaniak, K. Severi Hämäri, *Busting a Myth about Lesniewski and Definitions*, „History and Philosophy of Logic” 2012, vol. 33, nr 2, s. 159–189.

pewien nowo wprowadzany symbol znaczy to samo co pewna inna zrozumiała już kombinacja znaków. W oparciu o nią będzie można wyeliminować go z wypowiedzi, w której pojawia się, zastępując wcześniej zrozumiałą kombinacją i odwrotnie. Jak podkreślali, to zastąpienie nie zmieni znaczenia wypowiedzi. Według nich definicję wyraża się za pomocą formuły „A = B Df.”, w której A umieszczone z lewej strony znaku „=” określa wyrażenie definiowane – *definiendum*, a B z prawej określa wyrażenie definiujące – *definiens*. Oba znaki „=” i „Df.” traktowali łącznie jako jeden symbol. Komentując rolę wyrażeń charakteryzujących znaczenie nowego symbolu, pisali:

> […] definicja nie jest, ściśle mówiąc, częścią tematu, w którym się pojawia. Definicja całkowicie dotyczy symboli, a nie tego, co one symbolizują. Ponadto, nie jest ani prawdziwa, ani fałszywa, będąc wyrażeniem woli, nie jest twierdzeniem […]. Teoretycznie, niekonieczne jest nawet formułowanie definicji: my zawsze możemy użyć definiensa […] i w ten sposób całkowicie obyć się bez *definiendum*. Więc chociaż my używamy definicji i nie definiujemy „definicji”, to jednak „definicja” nie pojawia się między naszymi pierwotnymi pojęciami, ponieważ definicje nie są częścią naszego tematu, ale są, ściśle mówiąc, zwykłymi typograficznymi konwencjami. Praktycznie, oczywiście, jeśli my nie wprowadzimy definicji, nasze formuły mogą bardzo szybko stać się tak długie, że aż nie będzie sobie można z nimi poradzić; ale, teoretycznie, wszystkie definicje są niepotrzebne[10].

Mimo podkreślanej logicznej zbędności zauważali inne praktyczne korzyści wynikające z jej stosowania, np. sama możliwość skorzystania z definicji często pozwala uświadomić sobie zawarte w twierdzeniach ważne informacje, które są praktycznie niedostrzegane przy powierzchownej lekturze.

Podawane przez autorów *Principiów* wyjaśnienia, jak rozumieć symbol definicyjny, wyraźnie podkreślały jego metodologicznie „nadzwyczajny status” i dlatego powodowały pewne kontrowersje. Z jednaj strony odpowiadał równoważności, z drugiej ostrzegał przed takim rozumieniem wypowiedzi zawierającej go: nie jest przecież w ogóle zdaniem. Logiczny status tego sformułowania ze znakiem definicyjnym był w sformalizowanej teorii dedukcyjnej zbyt nieokreślony i, dlatego, metodologicznie niedopuszczalny. Bardzo przewrotnie wiedzę o tej niejasności wyraził Czesław Lejewski: „[…] jedno przynajmniej jest pewne, a mianowicie, że nie jest to jeden z funktorów logiki zdań”[11].

Wśród polskich logików toczyły się bardzo żywe dyskusje nad zastąpieniem omawianego symbolu definicyjnego. Problem ten rozważany był na tle akceptowanej ogólniejszej normy minimalizacji ilości aksjomatów i symboli pierwotnych w teorii. Dlatego starano się m.in. wyeliminować specyficzny dla definicji symbol i zastąpić go jakimś terminem pierwotnym. Podejmowano próby zastąpienia go innymi spójnikami: implikacją, funktorem Henry M. Sheffera, w opar-

---

[10] A.N. Whitehead, B. Russell, *Principia Mathematica to *56*, Cambridge University Press 1997, s. 11.

[11] C. Lejewski, *Stanisław Leśniewski* (*1886–1939*), „Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego Seria II: Wiadomości Matematyczne” 1990, t. 28, s. 171.

ciu o który Jean G.P. Nicod odtworzył cały system dedukcji wykorzystywany w *Principia Mathematica*. Mimo logicznej poprawności efektów tych badań ze względów estetycznych i utylitarnych nie uzyskały one powszechnej aprobaty. Ważnym i dość naturalnym wyzwaniem było wykorzystanie narzucającego się do tej roli funktora równoważności. Jego dużą rolę podkreśliły także wyniki Alfreda Tarskiego, który pokazał, jak za pomocą tego spójnika można odtworzyć pozostałe klasyczne wyrażenia: negację[12], koniunkcję, itd.

Dominowały więc dwa ujęcia definicji: pierwsze, metajęzykowe – proponowane przez autorów *Principia Mathematica* – w rzeczywistości określające regułę transformowania wyrażeń poprzez zastępowanie niektórych starych znaków nowymi i odwrotnie; drugie – wyrażone w języku przedmiotowym i wykorzystujące symbol równoważności. Oba sposoby definiowania miały spełniać to samo zadanie. Warto jednak zwrócić uwagę na istotną różnicę między nimi. Pierwszy jedynie określał sposób przekształcania wyrażeń. Drugi wcale nie służył samej transformacji już istniejących formuł, a w rzeczywistości pozwalał bez dowodu wprowadzać zupełnie nowe. Jan Łukasiewicz dzięki lekturze sławnego dzieła Russella i Whiteheada zaakceptował pierwszy sposób definiowania. W istocie ograniczał się on tylko do zmiany zewnętrznej formy i istotnie nie ingerował w treść przeprowadzanych rozumowań: był więc naturalnym, czysto technicznym uproszczeniem dowodu. Jednocześnie wyraźnie opowiedział się przeciwko drugiej metodzie, tj. traktowaniu definicji jako normalnych zdań, które można uznać za tezy systemu. Tym samym przestrzegał przed drugim sposobem definiowania, za pomocą którego można do tez wyprowadzanych z aksjomatów na drodze podstawiania i odrywania wprowadzić nowe, zupełnie od nich niezależne. W rzeczywistości – jak podkreślał – te pozornie treściowo neutralne określenia mogą stać się „zamaskowanymi aksjomatami". Mówiąc inaczej, uczony przestrzegał przed twórczą rolą definicji drugiego typu. Powoływał się przy tym na ciekawe konsekwencje pewnego odkrycia Mordechaja Wajsberga, który zbudował zdanie w zasadzie wystarczające do oparcia na nim teorii dedukcji. Ale aby mogło ono spełniać tę funkcję, trzeba było najpierw wprowadzić do teorii pewną definicję sformułowaną jako teza systemu. Dopiero wtedy można było z owego pierwotnego zdania wywnioskować wszystkie tezy teorii dedukcji.

Konsekwencją sygnalizowanego odkrycia było zakwestionowanie przekonania o teoretycznej zbędności definicji. Utrzymując je, musielibyśmy uznać, że wszystkie aksjomaty *implicite* tkwiły w tym pierwotnym zdaniu. Dopiero tajemnicza siła zawarta w pustej definicji pozwoliła eksplodować utajonej treści. Absurdalnej konsekwencji przedstawionego rozumowania łatwo zapobiec, kwestionując założenie o merytorycznej pustce definicji. Dopiero wtedy możemy dostrzec tkwiącą w niej istotną treść, której znaczenie manifestowało się w jej

[12] Np. negacja definiowana jest za pomocą następującej równoważności: $(\sim p) \equiv [p \equiv \forall q\ (q)]$. Sposób obliczania wartości logicznych rachunku zdań z kwantyfikatorami nad zmiennymi zdaniowymi podaję w przypisie 17.

twórczych następstwach. Ta konstatacja była dla Łukasiewicza bardzo ważnym argumentem do opowiedzenia się przeciw traktowaniu definicji jako zwykłych tez systemu i za uznawaniem ich jedynie jako specyficznych dyrektyw zastępowania[13].

Ważne dla powyższych wniosków rozumowanie swego seminarzysty Łukasiewicz przedstawił 18 lutego 1928 roku podczas posiedzenia Sekcji Logiki Warszawskiego Towarzystwa Filozoficznego[14]. W 1939 roku zaprezentował własną analogiczną konstrukcję[15], która także spełniać może rolę logicznej przesłanki do odrzucenia tezy o pustce definicji i jej logicznej zbędności. Ów przykład dotyczy dwuwartościowej równoważnościowej logiki zdań. Teoria ta stanowi badany przez Polaków jeden z najprostszych fragmentarycznych systemów rachunku zdań, w którym poza zmiennymi zdaniowymi występuje jedynie funktor równoważności. Skoncentrowanie się Łukasiewicza na analizie takiego nietradycyjnego systemu nie powinno budzić większego zdumienia. Z jednej strony – jak wspominałem – funktor ten stanowił ważny obiekt badań polskich logików. Był niezbędny, aby nie korzystając z dodatkowych spójników, móc sformułować definicję. Ponadto, jak dowodziły wyniki Tarskiego, wystarczał do zrekonstruowania teorii dedukcji, tj. rachunku zdań stanowiącego podstawę systemu *Principia Mathematica.* Kosztem powodzenia tej operacji było jednak wprowadzenie kwantyfikatora nad zmiennymi zdaniowymi.

Omawianą teorię można scharakteryzować, budując tradycyjną matrycę[16]. Jeśli obowiązują reguły odrywania i podstawiania, można ją zaksjomatyzować. Taki system zbudowany przez Leśniewskiego był ważnym krokiem w realizacji marzenia Polaków o teorii zbudowanej w oparciu o najkrótszy aksjomat i posiadającej najmniejszą liczbę terminów pierwotnych.

Jako twierdzenie pierwotne swej teorii Łukasiewicz proponuje zapisaną w jego notacji następującą tezę rachunku:

(*) $$EEsEppEEsEppEEpqEErqEpr.$$

Chociaż w proponowanym systemie mają obowiązywać reguły podstawiania i odrywania (zupełnie podobna do tej, opartej na implikacji), to jednak z tezy (*) w rzeczywistości nie można oderwać żadnego wyrażenia: gdybyśmy bowiem

---

13 Zob. J. Łukasiewicz, *O definicjach w teorii dedukcji* [*Odczyt wygłoszony 18 lutego 1928 roku na I posiedzeniu naukowym Sekcji Logiki WTF w Warszawie*], [w:] tegoż, *Logika i metafizyka. Miscellanea*, red. J.J. Jadacki, Wydział Filozofii i Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1998, s. 131.

14 Zob. tamże.

15 Zob. tenże, *Równoważnościowy rachunek zdań*, przeł. E. Vielrose, [w:] tegoż, *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane*, wyboru dokonał, wstępem i przypisami opatrzył J. Słupecki, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1961, s. 228–249.

16 Wartości logiczne rachunku, w którym kwantyfikowane są zdania, oblicza się, wykorzystując dwuwartościowe matryce dla tradycyjnych spójników: jeśli F jest dowolnym funktorem prawdziwościowym, to wartość logiczna zdania $\forall p(Fp)$ równa się wartości koniunkcji F0 i F1.

chcieli w ten sposób otrzymać jakąś tezę, to najpierw dzięki odpowiednim podstawieniom powinniśmy otrzymać dwa wyrażenia postaci „Eαβ” i „α”

(a) $$E\alpha\beta \approx EE\gamma E\delta\delta EE\gamma E\delta\delta EE\delta\varepsilon EE\zeta\varepsilon E\delta\zeta$$

(b) $$\alpha \approx EE\rho E\sigma\sigma EE\rho E\sigma\sigma EE\sigma\tau EE\nu\tau E\sigma\nu$$

gdzie znak „≈” ma wskazywać na równokształtność wyrażeń.

Z (a) otrzymujemy, że α oznacza wyrażenie kształtu $E\gamma E\delta\delta$. Dołączając równokształtność (b), możemy zapisać:

(c) $$\alpha \approx E\gamma E\delta\delta \approx EE\rho E\sigma\sigma EE\rho E\sigma\sigma EE\sigma\tau EE\nu\tau E\sigma\nu.$$

Z równokształtności drugiego i trzeciego wyrażenia w (c) wynikają następujące zależności:

(d) $\gamma \approx E\rho E\sigma\sigma$, (e) $\delta \approx E\rho E\sigma\sigma$, (f) $\delta \approx EE\sigma\tau EE\nu\tau E\sigma\nu$.

Równokształtności (e), (f) prowadzą do dalszych wyników:

(g) $\rho \approx E\sigma\tau$, (h) $\sigma \approx E\nu\tau$, (i) $\sigma \approx E\sigma\nu$.

Konieczność zachodzenia ostatniego związku jest jednak absurdalna: σ musiałaby być równokształtna ze swą częścią właściwą, tj. musiałaby być wyrażeniem nieskończonym. Otrzymana sprzeczność dowodzi fałszu przypuszczenia, że z (*) dzięki odpowiednim podstawieniom można otrzymać tezy pozwalające na wykorzystywanie reguły odrywania. Z powyższego wynika też, że nie można oderwać od (*) wyrażenia *EEpqEErqEpr*, które – jak Łukasiewicz wcześniej dowiódł – stanowić może aksjomatyczną podstawę pełnego dwuwartościowego systemu równoważnościowego[17].

Po tych rozważaniach Łukasiewicz zastanawiał się nad dołączeniem do systemu intuicyjnie poprawnej definicji wyrażenia „Vp” („verum od p”). Można to zrobić w zasadzie na dwa sposoby: 1) wykorzystać metajęzykową definicję wyrażoną za pomocą prezentowanej wcześniej formuły z *Principiów* „Vp = Epp Df.” Zgodnie z jej dyrektywalnym rozumieniem pozwala ona wszędzie zastąpić „Vp” wyrażeniem „Epp” i odwrotnie; 2) zamiast jednak tak zbudowanej definicji można sformułować ją w języku przedmiotowym. W efekcie otrzymamy tezę, która w przedstawianej logice równoważnościowej i przyjętej notacji będzie miała postać następującą:

(**) $$EVpEpp.$$

Po dodaniu definicji drugiego typu z wyrażeń (*) i (**) można wyprowadzić formułę, która będzie wspominanym już aksjomatem pełnego systemu równoważnościowego rachunku zdań. Mianowicie, podstawiając w (*) za *s* wyrażenie *Vp*, które powyżej definiowaliśmy, otrzymamy *EEVpEppEEVpEppEEpqE-*

[17] Por. tamże, s. 233.

ErqEpr. Aby łatwiej przedstawić kolejne operacje, ostatnią formułę zapiszę, stosując dodatkowe oznaczenia: *EE(**){E(**)[EEpqEErqEpr]}*. Z niej, wykorzystując definicyjną tezę (**), dzięki podwójnemu odrywaniu możemy otrzymać poszukiwany aksjomat: najpierw oderwiemy tezę *{...}*, a następnie od niej ów aksjomat *[...]*.

Otrzymany aksjomat był wynikiem użycia definicji (**) określającej termin „V", który jednak sam nie występuje w końcowym wyrażeniu: jest ono zbudowane wyłącznie ze zmiennych oraz terminu pierwotnego „E". Przyjęta definicja, prowadząc do tez, które nie dają się wyprowadzić z samej (*), jest twórcza. Definicja dyrektywalna – jak wspominałem – inaczej spełnia swe zadania i – jak widać – nie umożliwiłaby przeprowadzenia wspomnianego wnioskowania. Pojawiające się w tym miejscu podejrzenie, jakoby wyłącznym źródłem twórczości było sformułowanie definicji w języku przedmiotowym zamiast w metajęzyku, nie jest uzasadnione. Jak przekonuje Henryk Stonert – istnieją sytuacje, w których w stosunku do określonych aksjomatów definicja metajęzykowa także będzie działać twórczo[18]. Przeprowadzone rozumowanie Łukasiewicz zakończył następującym ostrzeżeniem:

> […] definicje nie powinny nadawać nowych własności terminom pierwotnym systemu. Terminy pierwotne powinny być charakteryzowane wyłącznie przez aksjomaty. Jeśli stoimy na takim stanowisku, to należałoby w miarę możliwości unikać stosowania definicji twórczych[19].

Powszechne, dość literalne odczytanie końcowej uwagi Łukasiewicza podkreśla nieakceptowaną przezeń możliwość spełniania przez definicję funkcji aksjomatu. Podobnie – jak sądzę – zrozumiał ją Jan Woleński, kiedy pisał, że „[…] «przemyca» do systemu wyrażenie nie będące pojęciem pierwotnym, a więc nie charakteryzowane przez aksjomaty"[20]. Wprowadzony do teorii termin uzupełnił strukturę zależności scharakteryzowanych aksjomatycznie terminów pierwotnych o pewne nowe związki, których efektem była możliwość oderwania oczekiwanego aksjomatu.

Zanim przejdę do nieco innej interpretacji sformułowanego wyżej ostrzeżenia, chcę zauważyć rysujący się pewien dość oczywisty warunek przeprowadzenia opisywanego odrywania: gdyby zamiast podstawienia w miejsce *s* zamiast definiowanego przez (**) wyrażenia *Vp* podstawić definiującą je identycznościową tautologię *Epp*, to – jak łatwo sprawdzić – możliwe byłoby przeprowadzenie obu operacji odrywania, o ile spełniony byłby warunek, że *Epp* należy do tez budowanego systemu. Wtedy poprzednikiem odrywanych tez zamiast (**)

---

[18] Zob. H. Stonert, *Definicje w naukach dedukcyjnych*, Zakład Naukowy im. Ossolińskich we Wrocławiu, Łódź 1959, s. 108.

[19] J. Łukasiewicz, *Równoważnościowy rachunek zdań*…, s. 249.

[20] J. Woleński, *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1985, s. 104.

byłoby *EEppEpp*. Uwaga ta przypomina twierdzenie Adolfa Lindenbauma[21], który za warunek braku definicji twórczych w podobnych systemach opartych na implikacji uznał dowodliwość tezy *Cpp*.

Przytoczona uwaga wskazuje możliwość nieco innego odczytania ostrzeżenia sformułowanego przez Łukasiewicza. Interpretację taką przyjął Lejewski, według którego „[…] zastrzeżenia Łukasiewicza dotyczą właściwie aksjomatów […]”[22], na których opiera się system. Wymieniony autor – jak sądzę – skierował się więc ku zagadnieniu zupełności systemu. Twórczość nie jest dlań absolutną własnością definicji. Jest wyraźnie związana z układem aksjomatów teorii, w której występuje. Jego zupełność eliminuje możliwość występowania wymienionych definicji. Do podnoszonego zagadnienia – jak można więc sądzić – warto także podchodzić jako do pewnego rewersu problemu siły dedukcyjnej teorii.

Powyższe podejście wskazuje dość prosty sposób zapobieżenia twórczości definicji: sformułować na tyle silny system aksjomatów, aby definicje wyrażone w języku teorii nie mogły przejmować ich funkcji[23].

Zastanawiając się nad znaczeniem sformułowanego przez Łukasiewicza zalecenia, warto przyjrzeć się bliżej przeprowadzonemu przezeń rozumowaniu. Uczony rozpoczął je od teorii z jednym aksjomatem (*) oraz regułami podstawiania i odrywania. Po dodaniu definicji (**) jej baza w rzeczywistości została rozszerzona do dwu aksjomatów z dwoma terminami pierwotnymi. Nowe wyrażenie potraktowane jako aksjomat było niezależne od pierwszego i przez to istotnemu rozszerzeniu uległ zbiór konsekwencji tez pierwotnych, tj. w zasadzie powstała zupełnie nowa teoria. Różnica w liczbie pojęć pierwotnych nie powinna być traktowana jako istotna, ponieważ równościowy charakter definicyjnego aksjomatu[24] (*) zapewnia możliwość eliminacji nowego terminu. Jeśli jedynym efektem dołączenia definicji byłoby poszerzenie teorii jedynie o dodatkowe tezy zawierające nowy termin, to, biorąc pod uwagę możliwość jego eliminacji, mielibyśmy do czynienia z rozszerzeniem konserwatywnym. Tutaj jednak – jak łatwo zauważyć – dołączenie definicji istotnie zmieniło pierwotną teorię.

Powyższy sposób patrzenia na dołączanie nowej twórczej definicji do konstruowanej teorii w rzeczywistości nie kłóci się z realizacją cytowanego zalecenia Łukasiewicza. Wprowadzoną twórczą definicję można nazywać i traktować jako aksjomat. Nie przeczy to także wymaganiom polskiego logika, który żądał, aby aksjomaty były przyjmowane z góry, ponieważ dołączenie takiej definicji w zasadzie rozpoczyna konstruowanie nowej teorii opartej już na dodatkowym

---

[21] Zob. F. Rickey, *Creative Definitions in Propositional Calculi*, „Notre Dame Journal of Formal Logic”1975, vol. 16, nr 2, s. 282.

[22] C. Lejewski, *Stanisław Leśniewski* (*1886–1939*)..., s. 173.

[23] Zob. H. Stonert, *Definicje w naukach dedukcyjnych*…, s. 108–109.

[24] *Definitional axiom* – takiego sformułowania używa Peter Simons, określając omawiane wyrażenia, zob. tegoż, *Stanisław Leśniewski*, źródło: http://plato.stanford.edu/entries/lesniewski/#Def [stan z 15.09.2012].

aksjomacie. Obecność pewnych tez wtórnych uzasadnionych na podstawie aksjomatów wcześniejszej teorii jest logicznie nieistotna. Jest to wynik czysto empirycznego faktu wcześniejszego wywnioskowania ich. Logiczny purysta mógłby rozumowanie to bez żadnych zmian powtórzyć w nowej poszerzonej teorii.

Zarysowany wyżej ewolucyjny obraz – jak można zauważyć – dość trudno pogodzić z tradycyjnym platońskim ujęciem teorii dedukcyjnej. Dokonujące się zmiany można opisywać jako szereg następujących po sobie teorii, z których każda może być badana z pomocą tradycyjnych metod (np. metamatematycznych). Z drugiej jednak strony – co jest bardziej naturalne i zgodne z dynamiczną wizją nauki – można w nich widzieć jedną rozwijającą się teorię stale wzbogacaną przez dołączane aksjomaty. Odchodzenie od klasycznej platońskiej wizji matematyki utrudnia wykorzystywanie tradycyjnej aparatury metodologicznej. Stare pytania i odpowiedzi na nie są obce nowemu paradygmatowi, a próby wykorzystywania nieaktualnej aparatury wymagają abstrahowania od nowych własności badanego systemu twierdzeń. Przykładem może być sytuacja, w której wyniki dotyczące siły dedukcyjnej teorii, problemów rozstrzygalności i innych mogą na kolejnych etapach rozwoju teorii ulegać dezaktualizacji.

Podkreślenie faktu istotnej zmiany teorii sugeruje niemożliwość akceptacji platonizmu jako podstawy jej ontologii: istotną rolę zaczyna odgrywać czas, tj. momenty wprowadzania twórczych definicji. Z podobnych względów należy odrzucić wszelakie platonizujące interpretacje. Wymieniane wyżej trudności z wprowadzaniem twórczych definicji nie dotyczyły jednak Leśniewskiego, którego nominalistyczne nastawienie nie tylko nie przeczyło, ale bardzo dobrze harmonizowało z wyżej podkreślanymi konsekwencjami. Zanim przejdę do omówienia stosunku tego polskiego badacza podstaw matematyki do omawianych definicji, krótko omówię – deklarowany przezeń i istotny dla dynamicznej wizji nauki – nominalizm.

Uczony po wcześniejszym odrzuceniu tezy o istnieniu uniwersaliów, jako sprzecznej, postanowił oczyścić z jej śladów swoje widzenie świata. W matematyce także stanął na stanowisku nominalistycznym i – biorąc pod uwagę ograniczone możliwości zapisywania przez człowieka znaków na kartce – finitystycznym. Na pytanie o istnienie systemu prototetyki odpowiadał, że nie ma czegoś takiego jak jeden określony system. Jest tyle teorii, ile jest różnych jej zapisów[25]. Jako inne należałoby potraktować teorie nieposiadające identycznej liczby formuł. W takiej sytuacji nie tylko nie ma sensu mówienie o nieudowodnionych twierdzeniach, ale nieuzasadnione są również tak modne pytania o zupełność systemu. W konsekwencji każda skończona kolekcja odpowiednio nakreślonych i czasoprzestrzennie rozłożonych napisów stanowi jakiś system. Z tego powodu należy mówić o wielości logik. Zwykle, aby zapobiec konsekwencjom filozo-

[25] Z tego powodu P. Simons określa powyższe stanowisko mianem „inskrypcjonalizmu”, zob. tegoż, *Stanisław Leśniewski*…

ficznego radykalizmu sprzecznego ze zdrowym rozsądkiem uczonego, systemy równokształtne uznaje się za izomorficzne. Osobna analiza każdego z nich jest logicznie nieciekawa. Ciekawym jest przypadek (a sam Leśniewski był autorem takich realizacji) dwu różnych chociaż równoważnych teorii opartych na innych aksjomatach i na innych terminach pierwotnych. Można je zbudować w ten sposób, aby różniły się jedynie w pewnym początkowym segmencie, a zasób pozostałych konsekwencji był identyczny. Podobne pytanie o logicznie interesujące różnice między teoriami powstaje, gdy zastanowimy się nad dwoma ich realizacjami równokształtnymi do pewnego momentu, a następnie rozwijającymi się w zupełnie innych kierunkach. Jak można sądzić, utrzymanie racjonalności prezentowanego stanowiska dopuszcza różne rozwiązania. W naukowej praktyce zbyt mocno nie podkreślano owych różnic, wykorzystując tezy, które praktycznie miano do dyspozycji. Stosując wiedzę o równoważności pewnych formuł, pomijano praktycznie nieistotne odróżnienia wynikające z konsekwentnego nominalizmu.

Nominalizm matematyki Leśniewskiego był sprzeczny z tradycyjnym platonizmem dominującym w filozoficznej refleksji nad „królową nauk". Stały finityzm i jednoczesne otwarcie nauki na nowe zagadnienia i problemy wywoływały potrzebę podobnego języka: nie zamkniętego, ale otwartego i zdolnego do opisu nowych sytuacji. Krótkie wyjaśnienie na temat sposobu jego konstrukcji przedstawił H. Stonert[26]. Jak zauważył, język nauk dedukcyjnych można budować na dwa sposoby: 1) najpopularniejsza metoda polega na określeniu z góry zbioru używanych wyrażeń i jednocześnie ustaleniu, do jakich semantycznych kategorii należą; zwykle ta przynależność ujawniana jest za pomocą ich kształtu. To jest najpopularniejszy sposób charakteryzowania języka teorii dedukcyjnej. Zwykle wykorzystuje się go także do prezentacji konstruowanych przez Leśniewskiego teorii. Nasz twórca stosował jednak zupełnie inną metodę. 2) Z góry nie przesądza się kształtu dopuszczalnych wyrażeń. Na początku przyjmuje się jakiś aksjomat, a rolę syntaktyczną wyrażeń określa się ze względu na ich relację do kształtu symboli występujących w aksjomacie. Pierwsze stanowisko opisuje język gotowy, dlatego łatwo poddaje się strukturalnym badaniom metamatematycznym. Drugie opisuje język rozwijający się: zbiór wyrażeń nie jest zamknięty, chociaż każde nowo wprowadzane jest charakteryzowane przez relacje między nim a już istniejącymi. Ogólnie mówiąc, w tym ujęciu każda charakterystyka jest zawsze zrelatywizowana do ostatniego wyrażenia, a przez nie – do innych poprzedzających je.

Tarski, jeden z pionierów badań metamatematycznych, dostrzegał opisywane już niebezpieczeństwo nieadekwatności metod wypracowanych przez tradycyjną logikę do analizy teorii posługujących się takimi nowymi językami. Według niego, przedstawiają

[26] Zob. H. Stonert, *Definicje w naukach dedukcyjnych…*, s. 72–73.

> […] nader niewdzięczny obiekt do badań metodologicznych i semantycznych. Język tego systemu nie jest pomyślany jako coś potencjalnie „gotowego", lecz jako coś „narastającego": nie są przewidziane z góry wszelkie znaki i formy językowe, które mogą zjawić się w tezach systemu, natomiast opracowane są dokładne reguły, które umożliwiają – w miarę rozbudowy systemu – kolejne wzbogacanie jego języka w nowe wyrazy i formy; w związku z tym w odniesieniu do omawianego systemu terminy takie jak „zdanie", „konsekwencja", „teza", „zdanie prawdziwe" nie posiadają znaczenia bezwzględnego i muszą być relatywizowane do aktualnego stanu systemu[27].

W przytoczonym cytacie Tarski podkreślił podporządkowanie rozwijającego się systemu prawom wyznaczonym przez jego twórcę. Wśród nich nie dziwią oczywiste dla matematyki reguły podstawiania, odrywania, operowania kwantyfikatorami. Istotną nowość stanowią jednak reguły definiowania, które określają dopuszczalne sposoby wprowadzania nowych wyrażeń. Muszą one – co oczywiste – zapobiegać wprowadzaniu symboli, które mogą powodować sprzeczności, np. powinny eliminować definicyjne źródła znanych antynomii. Biorąc pod uwagę możliwości rozszerzania na tej drodze systemu o nowe definicje-aksjomaty, łatwo zauważyć ich inną istotną rolę, jaką jest możliwość wyznaczania dalszego kierunku ewolucji danego systemu: dotyczy to zarówno prototetyki, ontologii, jak i mereologii.

Twórczość definicji stanowi bardzo ważną cechę nauki projektowanej przez Leśniewskiego. Możliwość dołączania definicji-aksjomatów nadaje dynamizmu jego systemom. Wybitny polski uczony możliwość tę szeroko wykorzystywał. Twórcze definicje stanowiły bardzo ważny element podkreślanego już dynamizmu jego teorii. Nigdy jednak nie wypowiadał się pisemnie na temat roli takich tez. Omawiał je jednak – jak podaje Rickey[28] – na swoich wykładach.

Analiza twórczej roli każdej definicji wymaga relatywizacji do tez poprzedzających ją, skomplikowanych badań formalnych zdecydowanie wykraczających poza założone cele artykułu. Wyraźne wskazanie ich wymagałoby przejrzenia wielu sytuacji dołączania kolejnych nowych definicji do systemu i przeanalizowania ich twórczej roli. Byłaby to praca specyficznego „historyka ewolucji teorii", który bada jej rozwój wydarzenia w czasie wyznaczonym przez kolejne pojawienia się definicji.

Jako wyraźny i kontrowersyjny przykład takiej twórczej definicji w ontologii (zgodnej z odpowiednimi regułami definiowania nazw) można podać wprowadzenie stałej nazwy „Λ". Poprzedzę je jednak krótkim wyjaśnieniem znaczenia zasadniczej kategorii ε. Leśniewski wprowadza ją za pomocą aksjomatu charakteryzującego znaczenie wyrażenia „AεB" („A jest B" stanowi najlepszy intuicyjny odpowiednik użytej formuły albo – mówiąc dokładniej – wyrażenie

---

[27] A. Tarski, *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych* (*1933*), [w:] tegoż, *Pisma logiczno-filozoficzne*, t. 1: *Prawda*, wybrał, przeł., red. nauk. dokonał, wstępem i przypisami opatrzył J. Zygmunt, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995, przyp. 60, s. 86–87.

[28] F. Rickey, *Creative Definitions…*, s. 274.

„AεB" ma być formalnym odpowiednikiem funkcji zdaniowej „A jest B"). Wyjaśnienie sprowadza się do koniunkcji trzech zdań: A jest niepuste; A jest jedno; cokolwiek jest A, jest też B. Po scharakteryzowaniu pierwotnego terminu przystąpię do definicji wyrażeń „Λ" oraz „ex" i przeprowadzę proste intuicyjne rozumowanie. Zapowiadane definicje są następujące:

(*) $\forall A((A\varepsilon\Lambda) \equiv ((A\varepsilon A) \& \sim(A\varepsilon A)))$[29] („rzecz, która nie istnieje"),

(**) $\forall A(ex(A) \equiv \exists B(B\varepsilon A))$ („istnieje A")

Ponieważ prawa strona definicji (*) jest sprzeczna, można otrzymać wyrażenie $\sim\exists A(A\varepsilon\Lambda)$, które mówi, że nic nie jest Λ. Dzięki egzystencjalnej generalizacji przechodzę do tezy $\exists B\sim\exists A(A\varepsilon B)$. Wykorzystując definicję (**), mogę sformułować dość „absurdalną" tezę $\exists B\sim ex(B)$, która w tradycyjnym języku mówi o istnieniu takiego B, które nie istnieje. To „formalnie" poprawne rozumowanie, wykorzystując twórczą definicję (*), doprowadziło do wniosku – jak można „na pierwszy rzut oka" sądzić – wewnętrznie sprzecznego. Broni go J.T. Kearns, który, biorąc pod uwagę brak egzystencjalnych zobowiązań twierdzeń ontologii, następująco wyjaśnia sens przedstawionej tezy: „Tak jest, ponieważ egzystencjalnie skwantyfikowane twierdzenie nie mówi, że pewien obiekt istnieje, ale tylko tyle, że może być znalezione wyrażenie, którego użycie spełnia pewne warunki"[30]. Kłopoty z ustaleniem i jasnym wyrażeniem intuicji związanych z wyrażeniem „ε"[31] uniemożliwiają ostateczną interpretację (zgodną z kanonami ontologii Leśniewskiego) otrzymanej tezy.

Jak wspominałem, Łukasiewicz w zasadzie krytykował używanie definicji twórczych. Czasem – jak można domniemywać – ataki kierował przeciwko Leśniewskiemu, który w swoich systemach wykorzystywał omawianą własność definicji. W teoriach budowanych przez młodszego uczonego ta rola może mieć także zupełnie inny charakter: potrzebne są twórcze definicje, bo bez nich dowiedzenie różnych twierdzeń byłoby niemożliwe. Nie spełniają jednak roli aksjomatów, a ich głównym zadaniem jest przezwyciężenie pewnych ograniczeń wynikających z warunków narzuconych rygorystyczną formalizacją jego systemów. Aby odróżnić ten typ twórczości od omawianego dotychczas, Bolesław Sobociński używał określenia „słaby". W ten sposób opisywał sytuację wprowadzania nowego terminu w zasadzie spełniającą definicyjne warunki twórczości. Nie polegała ona jednak na dokonaniu innowacji w strukturze relacji między

[29] *S. Leśniewski's Lecture Notes in Logic*, ed. by J.T.J. Srzednicki, V.F. Rickey and J. Czelakowski, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht – Boston – London 1988, s. 41, D6.

[30] J.T. Kearns, *The Contribution of Leśniewski*, "Notre Dame Journal of Formal Logic" 1967, vol. 8, nr, 1–2, s. 79.

[31] Ważne rozważania nad sensem tego spójnika wiązały się m.in. z artykułem: C. Lejewski, *Logic and Existence*, [w:] *Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology*, ed. by J.T.J. Srzednicki, V.F. Rickey, J. Czelakowski, Martinus Nijhoff Publishers, Ossolineum, Hague – Boston – Lancaster – Wrocław 1984, s. 45–58.

pojęciami pierwotnymi, a raczej na umożliwieniu spełnienia pewnych formalnych warunków niezbędnych dla przeprowadzenia zamierzonego rozumowania. Jak można sądzić, w tym przypadku naturalniejszą metodą byłaby niewielka zmiana w odpowiednich regułach kierujących systemem. Zupełnie inaczej rzecz się miała przy wcześniej omawianym zadaniu umożliwienia oderwania pewnej formuły. Tu nie wystarczała metoda poprawek autora systemu w opisie reguł jego funkcjonowania. Z tego powodu zadanie tez charakteryzujących pewne wyrażenia i jednocześnie umożliwiających ową procedurę dedukcyjną przez definicje wzmacniające aksjomatykę uczeń Leśniewskiego określił mianem „silnej twórczości”[32].

Przykładem słabej twórczości było zdefiniowanie tzw. funktora wieloogniwowego. Pozwala ono na przeprowadzenie pewnej operacji, której wcześniej nie można było wykonać. Precyzyjnie sformułowana przez Leśniewskiego reguła przekształcania pozwalała odpowiednio zastępować pewne dobrze sformułowane wyrażenia, a nie tylko same ich niekompletne części. Wspominana definicja umożliwiała sprowadzenie bepośrednio niewykonalnej operację do dozwolonego przekształcania równoważnych zdań.

„Słaba twórczość” – według określenia Sobocińskiego – dotyczyła rozszerzenia zakresu wykorzystywania reguły zastępowania za pomocą odpowiedniej definicji dopuszczonej przez rygorystyczne reguły Leśniewskiego. Zaprezentowany na wstępie przykład Łukasiewicza dotyczył wersji silnej, która – jak sądzę – jest ciekawsza z punktu widzenia epistemologii matematyki. Polega na wykorzystaniu definicji do rzeczywistego wzmocnienia siły dedukcyjnej teorii, tj. na dołączeniu nowych wyrażeń odgrywających rolę aksjomatów i umożliwiających oderwanie zupełnie nowych tez.

Opieranie się na nieprecyzyjnych określeniach definicji twórczej (np. przytaczana charakterystyka Marciszewskiego), bez odróżniania obu przypadków, zrównuje je. Gubi intuicyjnie silne odróżnienie definicji spełniających rolę aksjomatów i pewnych technicznych rozwiązań umożliwiających bezpośrednie wykonanie operacji wykluczonych przez przyjęte w systemie reguły. Przedstawione wyżej przykłady jedynie wskazują pewne intuicje, nie pretendując do poprawnego podziału logicznego omawianego pojęcia.

W artykule omówiłem dwa różne podejścia do twórczych definicji: Łukasiewicza i Leśniewskiego. Dostrzeżenie możliwości wprowadzania na tej drodze nowych treści do systemu pojęć pierwotnych spotkało się z różnymi reakcjami: z jednej strony z zakazem wykorzystywania ich, z drugiej – z ich pełną akceptacją. Nauczyciel zatrzymał się przed nieznaną drogą, uczeń poszedł nią dalej. Zastanawiając się nad oceną omawianej twórczości definicji w systemach Leśniewskiego (mam na myśli ograniczone, „silne” znaczenie), nie wolno bezrefleksyjnie przyjmować werdyktu Łukasiewicza i zwolenników standardowego

[32] V.F. Rickey, *Survey of Leśniewski's Logic*, „Studia Logica” 1977, nr 4, s. 417.

ujęcia. Spełniana funkcja definicji nie powinna być negatywnie oceniana. Nie jest przypadkowym elementem teorii, a stanowi celowy i istotny czynnik kształtujący ją. Wypowiedziana przez Łukasiewicza krytyka w rzeczywistości opiera się na kryteriach ukształtowanych w tradycyjnej metodologii o proweniencji Euklidesowej. Dołączanie tajemniczych definicji, które spełniały funkcje aksjomatów, przypominało inicjatywy *ad hoc* niszczące wypracowaną przez dwa tysiąclecia klasyczną postać teorii. Leśniewskiego nie bulwersowało odejście od wypracowanego wzoru. Zainteresowany nowymi możliwościami rozwoju nauki świadomie nie podporządkowywał się utrwalonym wymaganiom. Dołączał definicje-aksjomaty, tworząc nowy wzór dynamicznej matematycznej teorii.

Streszczenie

W artykule omawiam dwa różne podejścia do problemu twórczych definicji: J. Łukasiewicza i S. Leśniewskiego. Nauczyciel, stosując się do klasycznych wzorów teorii matematycznej, zakazał stosowania ich. Uczeń świadomie nie podporządkował się zaleceniu: wprowadził je i w konsekwencji zbudował nowy wzór teorii rozwijającej się, do badania której nie nadaje się dotychczas stosowana aparatura.

Słowa kluczowe: Jan Łukasiewicz, Stanisław Leśniewski, definicja twórcza.

Summary

On the Definitions of Creativity: Between the Views of Jan Łukasiewicz and Stanislaw Leśniewski

In this paper I discuss two different approaches to the problem of creative definitions: those of J. Łukasiewicz and S. Leśniewski. The teacher, abiding by the classical models of mathematical theory, was forbidden to use them. The student has intentionally disobeyed the recommendation: he put them into practice and, as a consequence, has built a new model of the developing theory for studying of which the apparatus used so far is not a suitable one.

Key words: Jan Łukasiewicz, Stanisław Leśniewski, creative definition.

RECENZJE