Ryszard Miszczyński, Roman Murawski

[rec.] Roman Murawski, Filozofia matematyki i logiki w Polsce międzywojennej, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2011, ss.253

Prace Naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie. Filozofia nr 9, 239-245

2012

wynik mających miejsce w I połowie XIX wieku rozważań George'a Boole'a, Charlesa S. Peirce'a, Ernsta Schrödera, które określano terminem algebra logiki. Z drugiej strony Gottlob Frege zastanawiał się, jak w oparciu o tzw. ogólne prawa myślenia uzasadnić arytmetykę. Autorzy *Principia Mathematica* zastąpili dość skomplikowany zapis Fregego za pomocą nieco zmodyfikowanego języka symbolicznego Giuseppe Peano i w I tomie swego wielkiego dzieła (1910 rok) przedstawili system logiki, który miał stanowić podstawę matematyki. W ten sposób – jak twierdzi Jan Łukasiewicz – powstała nowa dyscyplina: logika matematyczna, która zawiera wszystkie problemy tzw. logiki filozoficznej, ale pozbawionej zagadnień psychologii, teorii poznania i filozofii[4].

Sam Murawski nie zajmuje się ani tendencjami rozwoju matematyki na przełomie XIX i XX wieku, ani problemem odradzania się instytucji naukowych w Polsce międzywojennej. Przedstawia obraz rozwoju filozofii matematyki i logiki w Polsce w sposób charakterystyczny dla klasycznego już ujęcia historii przez Władysława Tatarkiewicza. Charakteryzując wyniki Polaków, posegregował je według kryterium podmiotowego na trzy grupy: polską szkołę matematyczną obejmującą ośrodek warszawski oraz lwowski; lwowsko-warszawską szkołę filozoficzną; ośrodek krakowski. Oczywiście autor zdaje sobie sprawę z wad geograficznej kategoryzacji i z niemożliwości precyzyjnego przestrzegania ram politycznie wyodrębnionego okresu. Wyraźnie to podkreśla, np. omawia rezultaty Andrzeja Mostowskiego, który tworzył przede wszystkim w okresie powojennym (s. 10).

Zwróciwszy więc uwagę na trwałość polskiej tradycji intelektualnej, której nie zburzyły nawet wydarzenia rujnujące dla bytu polityczno-społecznego kraju, autor rozpoczyna od przypomnienia poglądów działających na przełomie XVIII i XIX wieku Jana Śniadeckiego i Józefa Marii Hoene-Wrońskiego.

Opisując poglądy filozoficzne Śniadeckiego na temat matematyki, podkreśla jego rozważania o roli języka symbolicznego, które znacząco wyprzedzają późniejsze dywagacje prowadzone np. przez Leśniewskiego i Tarskiego. W pewien sposób o twórcy systemu podstaw matematyki przypomina także filozofująca nauka Wrońskiego oraz jego dążenia do oparcia jej na jednym aksjomacie.

Do XX wieku wprowadzają nas Samuel Dickstein i Edward Stamm, którzy odegrali pewną rolę w popularyzacji logiki i filozofii matematyki w Polsce. Murawski podkreśla znaczenie pierwszego z wymienionych jako wydawcy i tłumacza ważnej literatury matematycznej (prezentował przełożone przez siebie prace Georga Riemanna, Felixa Kleina, Hermana von Helmholtza, Henri Poincarego, Richarda Dedekinda, Alfreda N. Whiteheada). Od 1897 roku aż do drugiej wojny wydawał popularne do dnia dzisiejszego „Wiadomości Matematyczne".

---

[4] Zob. J. Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1958, s. 11–17.

Cytowane przez autora efekty prac wymienionych wyżej myślicieli (szczególnie Śniadeckiego i Wrońskiego), chociaż uzasadniały możliwość mówienia o dłuższej tradycji, w rzeczywistości nie stanowiły żadnego teoretycznego źródła dla polskich międzywojennych analiz podstaw matematyki. Tę rolę odegrały przede wszystkim publikacje niemieckich uczonych Cantora, Fregego, Anglika Russella, wśród nich najgłośniejsza, napisana wspólnie z Whiteheadem.

W odradzającym się uniwersytecie w Warszawie problematyka podstaw matematyki była traktowana bardzo poważnie. Jednym z profesorów był, mający już uznane dokonania w dziedzinie teorii mnogości, Władysław Sierpiński, który już we Lwowie swe zainteresowania zaszczepił Stefanowi Mazurkiewiczowi i Zygmuntowi Janiszewskiemu, także profesorom nowo powstającego uniwersytetu. Ostatni z wymienionych wiele pracy poświęcił również propagowaniu nowej dyscypliny, logistyki, tj. tak nazywanej wówczas – logice matematycznej.

Uczeni zaliczani przez autora do tzw. ośrodka lwowskiego nie byli związani z wydziałem filozofii, ale należeli do grupy uniwersyteckich matematyków. Interesowali się przede wszystkim tworzoną przez Stefana Banacha analizą funkcjonalną, zaawansowaną dyscypliną matematyczną, bardzo odległą od problematyki podstaw. Mimo ich osobistego zainteresowania zagadnieniem fundamentów (np. Banach aktywnie uczestniczył w działalności Polskiego Towarzystwa Filozoficznego) nie uprawiali tej refleksji w sposób systematyczny. Dominujące w tym środowisku stanowisko wypowiadał w swych publikacjach popularyzatorskich Hugo Steinhaus. Mówił o matematyce jako o nauce mającej cele praktyczne i logice jako jej narzędziu. W tej grupie najbliższym problematyce podstaw był Leon Chwistek, który kierował katedrą logiki matematycznej. Murawski zwraca uwagę na jego prowadzone w duchu nominalistycznym ważne analizy, które upraszczały teorię typów wykorzystywaną przez autorów *Principia Mathematica* dla uniknięcia antynomii. Podkreśla jego tzw. metamatematykę racjonalną, metodę konstrukcyjną w teorii poznania, przypomina teorię wielości rzeczywistości i inne. Pomysły filozoficzne myśliciela i malarza nie były jednak systematycznie rozwijane i nie znalazły swoich kontynuatorów.

Najważniejszą i chyba najbardziej znaną grupę uczonych opisywanych w książce stanowią ci, którzy tworzą tzw. lwowsko-warszawską szkołę filozoficzną. Jako datę jej powstania przyjmuje się „[…] 15 listopada 1895 roku, kiedy to Kazimierz Twardowski przyjechał do Lwowa i objął, jako profesor nadzwyczajny, katedrę filozofii w uniwersytecie […]”[5]. Składa się ona z kilku pokoleń, jej przedstawiciele zajmowali się bardzo różnymi dyscyplinami, dochodzili do odmiennych rozwiązań. Chociaż osoby opisywane przez Murawskiego zajmowały się tylko matematyką, logiką (i ewentualnie filozofią), podkreślany wyżej pluralizm widoczny jest także wśród nich: do różnych pokoleń należą Łukasie-

[5] J. Woleński, *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1985, s. 10.

wicz, Alfred Tarski i Andrzej Mostowski, zupełnie odmienne stanowiska ontologiczne przyjmują platonizujący Łukasiewicz i reista Tadeusz Kotarbiński, jedni rozpoczynają karierę we Lwowie, a kończą w Warszawie, inni przenoszą się do Krakowa czy Poznania, bardzo dużo wybitnych postaci pracuje daleko od Polski, można wśród nich znaleźć ministrów, rektorów oraz tych, których wojna oderwała na zawsze od matematyki.

Nie sposób krótko streścić przedstawianych przez Murawskiego poglądów członków szkoły. Akcentowany wyżej pluralizm autor uczynił osią fundującą prezentację. Chociaż nauki formalne nie stanowiły najważniejszego obiektu zainteresowań Twardowskiego, jednak już od 1898 roku prowadził wykłady na temat nowych kierunków w logice, m.in. mówił o algebrach Boole`a i Schrödera[6]. Bardzo ważne dla jej propagowania w tym środowisku były wykłady Łukasiewicza, które rozpoczął w 1907 roku. Duże znaczenie miały jego publikacje. Z nich Stanisław Leśniewski dowiedział się o aktualnych problemach tego tradycyjnego działu filozofii i o możliwości uprawiania jej w sposób formalny. Wspominał to następująco:

> W roku 1911 (za moich lat studenckich) wpadła mi w ręce książka p. Jana Łukasiewicza o zasadzie sprzeczności u Arystotelesa. Z książki tej, która wywarła w swoim czasie znaczny wpływ na rozwój intelektualny szeregu polskich „filozofów" i „filozofujących" uczonych mojego pokolenia, a dla mnie osobiście stanowiła rewelację pod niejednym względem, dowiedziałem się po raz pierwszy o istnieniu na świecie „logiki symbolicznej" p. Bertranda Russella oraz jego „antynomji", dotyczącej „klasy klas, nie będących własnemi elementami"[7].

Rozważania nad tą antynomią – jak można przyjąć – w znacznym stopniu stały się punktem wyjścia do budowy jego trzech oryginalnych teorii (prototetyki, ontologii i mereologii), które miały stanowić system podstaw matematyki konkurencyjny w stosunku do *Principia Mathematica.* Murawski w swym opracowaniu nie analizuje dokładniej tego fragmentu dojrzałej twórczości Leśniewskiego. Koncentruje się przede wszystkim na jego pracach z okresu wcześniejszego. Szkoda tego pominięcia, bo – jak można sądzić – właśnie te treści zapewniły omawianemu uczonemu niepoślednie miejsce nie tylko w historii szkoły, ale i w dziejach podstaw matematyki w ogóle.

Cytowana powyżej wypowiedź o znaczeniu publikacji Łukasiewicza wskazuje na brak odpowiednich źródeł wiedzy i związaną z tym dość ograniczoną znajomość logiki formalnej wśród studentów lwowskiego uniwersytetu. Z tego powodu znaczenie działalności popularyzatorskiej było bardzo duże. Łukasiewicz nie ograniczał się tylko do niej. Murawski akcentuje jego zasługi w badaniach nad rachunkiem zdań (m.in. opracowanie własnego języka symbolicznego), logikami wielowartościowymi, modalnymi oraz nad historią logiki.

---

[6] Zob. tamże, s. 78.

[7] S. Leśniewski, *O podstawach matematyki*, „Przegląd Filozoficzny" 1927, nr 30, s. 169.

Bardzo dużą rolę przypisuje autor podejściu Łukasiewicza do uprawianej nauki: eliminacja treści i metod charakterystycznych dla filozofii umożliwiła emancypację pewnej grupy rozważań i uzyskanie dla nich statusu samodzielnej dyscypliny matematycznej. Tę oczyszczającą rolę spełniały np. podejmowane przez niego krytyki psychologizmu. Akcentowanie autonomii logiki matematycznej – jak podkreśla Murawski, zestawiając otrzymywane wyniki z rezultatami ośrodka krakowskiego – szybko doprowadziło analizy prowadzone w szkole do kręgu najważniejszych osiągnięć nauki światowej.

Z wyraźną sympatią przedstawiana jest „mała filozofia" Kotarbińskiego, omawiane są jego analizy definicji prawdy, jej związek z deklarowanym przez uczonego stanowiskiem reistycznym, podkreśla się logiczne implikacje tego stanowiska ontologicznego.

Istotne znaczenie w twórczości uczestników szkoły odgrywał temat metodologii nauk dedukcyjnych. Początek tych zainteresowań autor znajduje w rozprawie habilitacyjnej Kazimierza Ajdukiewicza *Z metodologii nauk dedukcyjnych.* Jak podkreśla za jej autorem, była ona „[…] pierwszą polską pracą z metodologii nauk dedukcyjnych, pozostającą pod wpływem logiki matematycznej"[8]. Widoczny jest wpływ Dawida Hilberta na jej treść, np. symbole rozumiane są za pomocą ich funkcji określonej w aksjomatach. Ważnym zagadnieniem pracy jest rozumienie istnienia w naukach dedukcyjnych, które jest zawsze relatywizowane do danego systemu sformalizowanego. Za konieczne warunki istnienia przyjmuje zawieranie się w zakresie teorii i niesprzeczność.

Ważną rolę w innych analizach przeprowadzanych w szkole odegrały rozważania Ajdukiewicza dotyczące charakteru metod logiki. W okresie utożsamiania się z konwencjonalizmem radykalnym traktował on prawa logiki jak zdania uznane w oparciu o przyjęte reguły sensu. Twierdzenia logiki stanowiły więc zdania analityczne przyjęte w danym języku. Mogły więc ulec zmianie przy przejściu do innego systemu. Po wojnie, zbliżając się do empiryzmu, skłonny był wiązać prawa logiki z opartymi na doświadczeniu hipotezami, dostrzegając takie nastawienie wśród twórców teorii kwantowych. Ostatecznie – według Murawskiego – Ajdukiewicz nie odrzuca żadnego z wymienionych stanowisk, odwołując się do kategorii programów badawczych lub widząc możliwość konstrukcji języków bez aksjomatycznych reguł sensu. Nieco miejsca poświęca autor na omówienie sposobu uzasadniania aksjomatów i reguł dedukcyjnych matematyki.

Jedną z najbardziej głośnych postaci szkoły jest Alfred Tarski, jedyny doktorant Leśniewskiego. Podobnie do Kotarbińskiego był zwolennikiem „małej filozofii". W tym nurcie można usytuować jego najgłośniejsze osiągnięcie, tj. semantyczną interpretację klasycznej definicji prawdy. Murawski nie omawia dokładniej powszechnie znanego wyniku. Raczej zastanawia się nad istotnym dla

[8] Cyt. za: R. Murawski, *Filozofia matematyki i logiki…*, s. 120.

Tarskiego problemem odróżniania języków naturalnych i sztucznych. Mimo zauważalnych zalet języka formalnego i swoich osiągnięć w badaniu go wybitny uczony przestrzegał przed zbytnimi próbami zbliżania do siebie obu języków. Dlatego krytykował próby podejmowane w celu formalnego rozwiązywania tradycyjnych problemów filozoficznych. Chociaż skutkiem może być precyzyjniejsze wyrażenie ich, ale, niestety, może to także prowadzić do spłycenia i zgubienia ich istoty. W tym kontekście autor omawia rozumienie zdania przez Tarskiego. Z problemem relacji między obu językami wiąże się pytanie o różnice między prawdami logicznymi a faktycznymi. Odpowiedź akcentuje raczej pozorną głębię deklarowanej różnicy. Ważnym staje się pytanie, czym są same pojęcia logiczne i – dalej – czym różnią się od matematycznych?

Dużo miejsca poświęca autor wynikom Mostowskiego, którego twórczość – jak wspomniałem – wiąże się raczej z okresem powojennym, ale – jak podkreśla Murawski – źródła poglądów „[…] które nas tu interesują, kształtowały się w okresie przedwojennym”[9]. Od Tarskiego przejął sympatię do nominalizmu, od Kotarbińskiego – do reizmu, za Leśniewskim i Tarskim skłaniał się do intuicyjnego formalizmu. Mimo takiego nastawienia i akcentowania znaczenia filozoficznej składowej w podstawach matematyki nie dopuszczał żadnych powodowanych nimi ograniczeń dotyczących wykorzystywanych metod. W tekstach logicznych i matematycznych starał się także świadomie rezygnować z wyraźnych deklaracji filozoficznych. Gdyby jednak pomijanie tych treści miało prowadzić do osłabienia matematycznych analiz, za konieczne uznawał ujawnienie ich: m.in. dlatego odpowiednio oznaczał twierdzenia korzystające w dowodzie z aksjomatu wyboru. Za bardzo ważną uważał kwestię doboru aksjomatów teorii mnogości, które według jego intuicyjnego formalizmu miały nadawać matematycznym formułom treść w pewien sposób określającą ową rzeczywistość. W ten sposób teoria mnogości stała się ważnym narzędziem nauki. Problem z poznaniem własności zbiorów w zasadzie uniemożliwia jednoznaczne scharakteryzowanie podstaw teorii, a więc i uznanie tylko jednego systemu, który mógłby zająć centralne miejsce w matematyce. Ciągłe badanie podstawowych pojęć będzie prowadzić do wielu różnych systemów aksjomatów, wśród których, ze względu na brak jakichś pozaformalnych kryteriów, nie można wybrać jednego ostatecznego.

Budowanie wielu równoprawnych systemów i jednoczesny coraz większy pluralizm w podstawach matematyki pozwala Murawskiemu na przejście do stanowiska Henryka Mehlberga, które zamyka i puentuje omawiane poglądy szkoły. Autor w zasadzie koncentruje się na jego jednej powojennej publikacji, w której przedstawiony został tzw. logicyzm pluralistyczny. Stanowisko polega na osłabieniu postulatów pierwotnego logicyzmu, a więc uznaniu pierwotności logiki względem matematyki, ale bez deklarowanej redukcji twierdzeń i pojęć. Nie można zbudować systemu logiki bez wykorzystywania teorii mnogości. Ze

[9] Tamże, s. 155.

względu na brak jednej, uznanej wersji aksjomatycznej teorii mnogości, Mehlberg proponuje swój logicyzm pluralistyczny. On ma umożliwić zbliżenie między najgłośniejszymi trendami filozofii matematyki XX wieku: logicyzmem, intuicjonizmem i formalizmem.

Oprócz wspominanych wyżej postaci autor omawia twórczość Zygmunta Zawirskiego dotyczącą pogranicza fizyki, matematyki, logiki i filozofii, koncentrując się na wynikach dotyczących logiki.

Ostatnia grupa prezentowanych poglądów pochodzi z tzw. ośrodka krakowskiego. Stanowią ją uczeni, którzy zakończyli życie przed zakończeniem II wojny światowej. Przybyły z Odessy matematyk Jan Sleszyński w 1919 objął na UJ pierwszą w świecie katedrę logiki matematycznej i aktywnie zaszczepiał w Krakowie zainteresowanie tą dziedziną oraz doprowadził do nauczania jej na matematyce. Podkreślał jej znaczenie jako teorii dowodu. Podobną rolę odegrał filozofujący matematyk Stanisław Zaremba. Zajmował się analizą oraz metodologią matematyki. Uprawiana przezeń dyscyplina stanowić miała narzędzie fizyki. W podobnie instrumentalny sposób podchodził do logiki: interesowała go jako narzędzie ścisłości i precyzji, przede wszystkim jednak była użytecznym środkiem dydaktyki matematyki. Pod wpływem Sleszyńskiego logiką zainteresował się wyraźnie młodszy od obu wymienionych matematyków Witold Wilkosz, który – co warto podkreślić – jeszcze przed objęciem funkcji profesora UJ pracował jako nauczyciel gimnazjum w Częstochowie (s. 215).

Ośrodek krakowski nie odegrał jednak roli porównywalnej ze szkołą lwowsko-warszawską. Uczeni głosili poglądy tradycyjne, nie przystające do rozwijającej się nauki. Murawski przypomina charakterystykę dokonaną przez Mikołaja N. Łuzina:

> Wydaje mi się, że życie matematyczne w Polsce toczy się dwiema całkiem różnymi drogami: jedna z nich ciąży ku klasycznym działom matematyki, druga zaś ku teorii mnogości […]. Tendencje te w Polsce wykluczają się nawzajem, są sobie bardzo wrogie i obecnie trwa między nimi zacięta walka. […] Stronę klasyczną reprezentuje obecnie tylko stary […] uniwersytet krakowski. […] Najbardziej nieugiętym zwolennikiem tej drogi jest p. profesor Zaremba. Inni zwolennicy tej drogi trzymają się blisko p. Zaremby[10].

W swej książce Murawski bardzo mocno podkreśla zainteresowanie polskich logików i matematyków okresu międzywojennego filozoficznymi podstawami ich dyscyplin. Nie wiązało się to jednak z niedostrzeganiem granic obu dziedzin. Przeciwnie, uznawali nauki (logikę, teorię mnogości) za autonomiczne względem filozofii. Techniczne badania nie były nijak ograniczane deklarowanymi poglądami filozoficznymi. Kult małej filozofii i żądanie ścisłości sprzeciwiały się budowaniu większych całościowych koncepcji filozoficznych i sprzyjały rozważaniom cząstkowym, tymczasowym. Wstrzymywano się przed ostatecznymi rozstrzygnięciami. Jeśli jednak dochodziło do nich, były „[…] sprawą

[10] Cyt. za: tamże, s. 195.

niejako prywatną i na czas pracy badawczej nad konkretnymi zagadnieniami matematycznymi czy logicznymi powinny zostać zawieszone”[11].

Jak podkreśla Murawski – przedstawiona powyżej charakterystyka nie dotyczy Chwistka i Leśniewskiego, „[…] którzy interesowali się problemami logicznymi wynikającymi z ich własnych poglądów filozoficznych dotyczących podstaw logiki i matematyki”[12].

Ograniczenie to dotyczy nie tylko prezentowanej pracy. W polskiej literaturze brakuje głębszych analiz poświęconych poglądom obu myślicieli.

Jak wspominałem, analizy Chwistka nie miały swoich bezpośrednich kontynuatorów. Zupełnie inaczej było w przypadku Leśniewskiego: mimo powodowanej używanymi formalizmami ezoteryczności jego prac liczne i rozsiane po świecie grono uczniów i współpracowników (Alfred Tarski, Jerzy Słupecki, Czesław Lejewski, Bolesław Sobociński i inni) zapewniło jego wynikom międzynarodowy rozgłos.

Powszechnie podkreśla się nie tylko filozoficzne inspiracje badań Leśniewskiego, ale także ograniczanie się przez uczonego tylko do metod wyznaczonych na tej drodze. Chociaż analizy korespondowały ze współczesnymi mu badaniami matematycznymi, to były w zasadzie określane i kontrolowane przez ów pozamatematyczny program. Można nawet uznać jego badania jako realizację czysto filozoficznego projektu, który jednak nie został nigdzie wyraźnie wypowiedziany przez twórcę. Uzasadnia to – jak sądzę – pilną potrzebę odrębnego opracowania tego tematu.

Chociaż autor książki nie poświęcił wystarczająco dużo uwagi losom poglądów wymienionych myślicieli, to – jak sądzę – książka w dużym stopniu spełni zadanie przybliżenia bardzo ważnego fragmentu historii polskiej nauki.

Na zakończenie, chwaląc staranność redakcji przedstawianej publikacji, chcę zwrócić uwagę na pewne niedociągnięcie: brakuje biogramu Stefana Banacha.

[11] Tamże, s. 202.
[12] Tamże, s. 203.