Ryszard Miszczyński

Stanisława Leśniewskiego trzecia analiza antynomii Russella

Prace Naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie. Filozofia nr 10, 163-181

2013

PRACE NAUKOWE Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie
Filozofia 2013, z. X

Ryszard MISZCZYŃSKI

Stanisława Leśniewskiego trzecia analiza antynomii Russella

Wstęp

W 1976 roku amerykański uczony Vito F. Sinisi przedstawił w „Notre Dame Journal of Formal Logic" artykuł prezentujący badania Leśniewskiego nad antynomią Russella[1]. Odróżnił trzy analizy: pierwszą, przedstawioną w 1914 roku, drugą, umieszczoną w II rozdziale[2] pracy prezentowanej w cyklu artykułów *O podstawach matematyki* (1927–1931), i trzecią, umieszczoną w tekście Bolesława Sobocińskiego. Śladem tego autora starałem się omówić dwie analizy, nazywając je „pierwszym i drugim rozwiązaniem antynomii Russella"[3]. Oba wyniki opierały się na wykorzystaniu kolektywnej koncepcji zbioru: pierwszy, prowadzony w języku naturalnym, można zaliczyć do przedaksjomatycznego intuicyjnego stadium rozwoju mereologii, drugi, częściowo sformalizowany, należy do stadium aksjomatycznego intuicyjnego. Zapewnienie obrony przed antynomią uzasadniało użycie terminu „rozwiązanie". Tytuł aktualnego tekstu ma nieco osłabić kategoryczność powyższego sformułowania. Omawiam raczej rozumowania oparte na zespole wyników Leśniewskiego dotyczących sprzeczności Russella. W latach 1949–1950, czyli już po śmierci Leśniewskiego, zebrał je

[1] V.F. Sinisi, *Leśniewski's Analysis of Russell's Antinomy*, „Notre Dame Journal of Formal Logic" 1976, vol. 17, no. 1 (January), s. 16–34.

[2] S. Leśniewski, *O podstawach matematyki*, „Przegląd Filozoficzny" 1927, nr 30, s. 182–189.

[3] R. Miszczyński, *Stanisława Leśniewskiego pierwsze rozwiązanie antynomii Russella*, „Prace Naukowe Akademii im. Jana Długosza Częstochowie. Seria: Filozofia", z. 7, red. R. Miszczyński, Wydawnictwo Akademii im. Jana Długosza Częstochowie, Częstochowa 2010, s. 5–17; tegoż, *Stanisława Leśniewskiego drugie rozwiązanie antynomii Russella*, „Prace Naukowe Akademii im. Jana Długosza Częstochowie. Seria: Filozofia", z. 8, red. R. Miszczyński, Wydawnictwo Akademii im. Jana Długosza Częstochowie, Częstochowa 2011, s. 163–172.

i zaprezentował jego uczeń, a jednocześnie współpracownik – Bolesław Sobociński[4]. Artykułowi nadał adekwatny do treści tytuł *Leśniewskiego analiza antynomii Russella*[5]. Przedstawiane rezultaty badań nie są konsekwencją dalszego udoskonalania mereologii, a zostały uzyskane przede wszystkim za pomocą narzędzi specyficznych dla logicznej teorii nazw, zwanej ontologią. Ponieważ część opublikowanych rezultatów pochodzi z lat 1914–1917, więc – można powiedzieć – Sobociński odtworzył fragment rozważań Stanisława Leśniewskiego nad sprzecznością Russella, prowadzonych podczas prawie dwudziestopięcioletniego okresu jego twórczości. Sama teoria wykorzystywana tutaj jako podstawa została zaprezentowana przez Leśniewskiego w latach 1919–1921. Sobociński, przedstawiając ją, włączył do niej wcześniej otrzymane wyniki. Precyzyjnie mówiąc, nie należały one do ontologii Leśniewskiego[6]. Były rezultatami opartymi na intuicyjnych przesłankach. Zostały do niej dołączone przez Sobocińskiego, ponieważ były z nią zgodne, a nawet stanowiły „[…] punkt wyjścia do konstrukcji Leśniewskiego systemu podstaw matematyki”[7]. Niestety, w tekście Sobocińskiego wielokrotnie można zauważyć brak precyzji, z jakiej słynął Leśniewski. Często nawet prezentowane rozumowania nie pretendują do ścisłości. To sprawia, że trudno uznać artykuł Sobocińskiego za wierne i satysfakcjonujące przedstawienie poglądów nauczyciela. Prawdopodobnie zapamiętane fragmentaryczne wyniki autor zebrał i, wykorzystując specyficzną definicję paradoksu, poddał porządkowi własnej argumentacji o braku podstaw do wykorzystywania tej nazwy w stosunku do konstrukcji Russella. O tym istotnym niedostatku precyzji świadczą m.in. wątpliwości pojawiające się przy wprowadzaniu kategorii klasy dystrybutywnej w ontologii. Dlatego swój tekst kończę przywołaniem poglądów Rafała Urbaniaka, który jako pierwszy zwrócił na to uwagę i jednocześnie podał powody odrzucenia pewnych zapisanych przez Sobocińskiego wniosków. Nie koncentruję się na technicznych szczegółach rozważań, a raczej staram się przybliżyć ogólną ideę negacji określania nazwą „paradoks” antynomii Russella[8].

---

[4] Bolesław Sobociński (1906–1980) – logik, profesor University of Notre Dame. Doktorant Jana Łukasiewicza, później asystent i w latach 30. bliski współpracownik Leśniewskiego. Bardzo mocno zaangażowany w propagowanie jego idei oraz odtwarzanie wyników z prac zniszczonych podczas wojny. Uczniowie Sobocińskiego to m.in. John Canty, V. Frederick Rickey, autorzy ważnych prac na temat Leśniewskiego.

[5] B. Sobociński, *L'analyse de l'antinomie russeliene par Leśniewski*, „Methodos” 1949, no. 1, s. 94–107, 220–228, 306–316; 1950, no. 2, s. 237–257. (Korzystam z artykułu: tenże, *Leśniewski's Analysis of Russell's Paradox*, przeł. R.E. Clay, [w:] *Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology*, red. J.T.J. Srzednicki, V.F. Rickey, Ossolineum, Wrocław 1984, s. 11–44).

[6] Zgodnie z nominalistycznym stanowiskiem Leśniewskiego dwa różne zapisy tez stanowiły dwie różne teorie.

[7] B. Sobociński, *Leśniewski's…*, s. 11.

[8] Dokładne dowody znaleźć można w artykule Sobocińskiego i w publikacjach R. Urbaniaka, np. tenże, *Leśniewski and Russell's Paradox: Some Problems*, „History and Philosophy of Logic” 2008 May, no. 29, s. 115–146.

Ciekawym fragmentem tekstu Sobocińskiego jest analiza dotycząca traktowania antynomii jako konsekwencji zdefiniowania obiektu sprzecznego. Ponieważ rozważania te wykorzystują tezę krytykowaną przez Urbaniaka, rezygnuję z omawiania ich.

Antynomia Russella a ontologia Leśniewskiego

Najbardziej znane są dwie pierwsze analizy antynomii Russella. W ich wyniku Leśniewski zbudował koncepcję klasy, która uniemożliwia antynomialną konstrukcję. Wszystkie prowadzone przez Leśniewskiego badania nad antynomią Russella nie były prowadzone w rzeczywistym środowisku ich powstania bądź zbliżonym do niego, tj. w teoriach opartych na dystrybutywnym rozumieniu zbioru, lecz w systemach Leśniewskiego, które tylko w pewny stopniu odpowiadają tradycyjnej logice i teorii mnogości. Mereologiczne analizy nie wynikają z samej troski o naprawę oryginalnej teorii. Propozycje naszego myśliciela są zwrócone ku przyszłości: stanowią bezpośrednią odpowiedź na pytanie, jak zmienić tradycyjną teorię mnogości i dlaczego w tym nowym teoretycznym środowisku niemożliwe jest odtworzenie konstrukcji Russella. W ten sposób rzucają światło na problemy tradycyjnej teorii. Zupełnie podobny charakter mają wyniki trzeciej analizy.

Swój całościowy system podstaw matematyki Leśniewski zaproponował jako alternatywę dla logicystycznego programu wykorzystującego coraz bardziej popularną teorię mnogości Georga Cantora. Sprzeczności, jakie pojawiały się w rozważaniach związanych z pojęciem klasy, a szczególnie konstrukcja Russella, wywołały dyskusję nad podstawami nauk dedukcyjnych i koniecznością ich rekonstrukcji. Wielu uczonych starało się wprowadzać pewne poprawki do teorii Cantora, aby uniknąć niepożądanych konsekwencji. Według polskiego uczonego, proponowane remedia usuwały wprawdzie pojawiające się trudności, nie zabezpieczały jednak trwale teorii. Ten brak wyznaczył cel jego badań: opracowanie koncepcji zupełnie nowych fundamentów dla matematyki, które – jak Leśniewski był przekonany – wystarczająco ochronią opartą na nich teorię przed antynomiami. Przewidywaną trwałość uwolnienia się od kłopotów uzasadniał intuicyjnością swoich propozycji: pod tym względem miały one zdecydowanie przewyższać aktualnie wykorzystywane rozwiązania. W skład proponowanego systemu podstaw matematyki wchodzą trzy teorie: 1) prototetyka – odpowiadająca wykorzystywanej w *Principia Mathematica* „teorii dedukcji", jest to pewien uogólniony rachunek zdań z kwantyfikatorami; 2) ontologia, na którą można patrzeć jak na rachunek nazw i do której również należy rachunek klas i relacji; 3) mereologia, teoria klas kolektywnych. Kolejność wyliczonych składników określa ich logiczną pierwotność: każdy z nich zakłada wcześniejsze, poprzedzające go w tym wyliczeniu.

Przystępując do trzeciej analizy, warto – jak sądzę – zwrócić uwagę na zupełnie nową i interesującą perspektywę rozważań nad antynomią. Propozycja Russella była wynikiem krytycznej lektury prac Fregego, który próbował oprzeć arytmetykę na czysto logicznych przesłankach. Ontologiczne rozważania Leśniewskiego stanowią spojrzenie z pewnego teoretycznego dystansu na to bardzo ważne odkrycie logiki przełomu XIX i XX wieku. Dają pewne podstawy do nowego ujęcia konstrukcji Russella, odkrycia, które stanowiło ważną cezurę między tzw. naiwną teorią mnogości a jej pogłębioną i zracjonalizowaną późniejszą postacią. Mimo że – jak twierdzi Sobociński – przedstawiane analizy można odtworzyć w dowolnym wystarczająco bogatym systemie[9], to jednak nowa perspektywa badawcza, różna od tradycyjnej, może budzić zainteresowanie.

W zwykle używanym języku teorii mnogości relację między zbiorem a jego elementami opisuje się za pomocą funktora „bycia elementem" („$\in$"). Wyrażenie „$A \in B$" rozumie się jako sformułowanie o obiekcie A, który należy do zbioru B. Wielu logików bardzo mocno podkreśla różnicę między znaczeniami obu wyrażeń: poprzedzającego i następującego po „$\in$":

> […] każda klasa ma jako swoje elementy tylko takie, które należą do typu logicznie bezpośrednio od niej niższego. Więc elementami takiej czy innej klasy indywiduów mogą być tylko indywidua, a nie żadne klasy […][10].

Zastanawiając się, czy projektowana przez Russella klasa jest swoim własnym elementem, czy nie, przechodzi się do analizy bezsensownych wypowiedzi typu „$A \in A$". W teoriach wykorzystujących scharakteryzowane „$\in$" w zasadzie takie badania antynomii Russella są niemożliwe.

Leśniewski jako wyrażenie pierwotne przyjął nieco inny łącznik „ε". Odpowiadać ma on polskiemu słowu „jest" w zdaniach jednostkowych postaci „A jest b"[11] („$A \varepsilon b$"). Scharakteryzowane jest aksjomatycznie. Przywoływany w tekstach Leśniewskiego Tadeusz Kotarbiński określa je w języku naturalnym następująco:

> „Dla wszelkich A i b, A jest b zawsze i tylko, jeżeli: 1) dla wszelkiego X, jeśli X jest A, to X jest b, 2) dla pewnego X, X jest A, 3) dla wszelkich X i Y, jeśli X jest A i Y jest A, to X jest Y". Innymi słowy: Jakiekolwiek by się dobrało nazwy za A i b, zdanie „A jest b" jest równoważne koniunkcji następujących zdań: 1) „Jakąkolwiek by się dobrało nazwę za X, prawdą jest, że jest jeśli jej desygnat podpada pod A, to podpada pod b", 2) „Można dobrać taką nazwę za X, że jej desygnat podpada pod A", 3) „Jakiekolwiek by się dobrało nazwy za X i Y, prawdą jest, że jeśli desygnat pierwszej podpada pod A i desygnat drugiej podpada pod A, to desygnat pierwszej jest desygnatem drugiej". […] Przykład: „Jan III Sobieski jest wybawicielem Wiednia" – jest równoważne temu: „1) O którymkolwiek przedmiocie jest prawdą, że jest Janem III Sobieskim, o tym jest również praw-

---

[9] B. Sobociński, *Leśniewski's…*, s. 16.

[10] T. Kotarbiński, *Wykłady z dziejów logiki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1985, s. 163.

[11] W wykorzystywanej notacji duże litery zastępują zwykle nazwy jednostkowe, małe – ogólne. Dlatego w zdaniach jednostkowych duża litera występuje na miejscu podmiotu, mała zastępuje nazwę występującą w dopełnieniu.

dą, że jest wybawicielem Wiednia, 2) ktoś jest Janem III Sobieskim, 3) jeśli ten a ten jest Janem III Sobieskim, i ów jest Janem III Sobieskim, to ten jest owym (a więc, zważmy, to ten sam osobnik)”[12].

Sam Leśniewski tak podsumowywał własne doświadczenia z tłumaczeniem rozumienia definiowanego łącznika:

> Gdy komuś jednemu najwięcej tu mówiła okoliczność, że używam wyrazu „ε” w takim sensie, przy którym wyraz ten czyni zadość podanemu wyżej aksjomatowi ontologii, – ktoś inny czuł się znacznie bardziej zaspokojonym, słysząc komentarz, z którym zgodnie posługuję się zdaniami typu „A ε b”, jako równoważnikami odpowiednich zdań typu „każde A jest b, i co najwyżej jeden przedmiot jest A” swego języka potocznego; gdy komuś trzeciemu była tu pomocna uwaga, że zdania typu „A jest b” są w moim języku potocznym równoważne z odpowiedniemi zdaniami typu „A jest jednym z p-tów b”, rozumianemi tak, by mogły mieć one walor i w tym przypadku, gdy A jest jedynym takim przedmiotem, który jest b, – ktoś jeszcze dalszy zaczynał się należycie wczuwać w sytuację semantyczną, gdy mu się nadmieniło, że używam znaku «ε» w zdaniach typu „A ε b” w takim samym sensie, w jakim używam wyrazu „jest” np. w zdaniach – „ten człowiek jest długowieczny”, „Rzym jest starszy od Warszawy”, „punkt przecięcia prostej P z prostą R jest środkiem koła K” należących do języka potocznego[13].

Jako „b” dopuszcza się także nazwy indywiduów: np. wyrażenie „św. Piotr, apostoł, był pierwszym papieżem” jest dobrze skonstruowanym zdaniem. Jak widać, w tak pojmowanych zdaniach na miejscach „A” i „b” mogą znajdować się wyrażenia nazwowe, które spełniają podobną rolę semantyczną, dlatego ontologia nadaje się do badania wypowiedzi, które w innych teoriach były traktowane jako bezsensowne, np. dotyczące klas samozwrotnych. Warto może w tym miejscu podkreślić dbałość Leśniewskiego o spójność między metodami mereologii a ontologii. Wyrażenie „A ε b” jest prawdziwe, jeśli pewien przedmiot nazywany „A” znajduje się między obiektami b. To żądanie w pewnym stopniu odpowiada wyeliminowaniu klas pustych z obszaru zainteresowań mereologii. Harmonię tę można także dostrzec w sposobie, w jaki kształt relacji między klasami odpowiada przynależności podmiotu i orzecznika do tego samego typu logicznego albo – mówiąc inaczej – do tej samej semantycznej kategorii. Nieodróżnianie ich jest zgodne z tradycyjną arystotelesowską logiką formalną.

Intuicja a paradoks

Silnie akcentowane przez Leśniewskiego tradycyjność i naturalność używanych pojęć połączone z precyzją uzasadniają określanie jego stanowiska mianem

---

[12] T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986, s. 187–188. W cytacie niektóre litery zostały odpowiednio zmienione, aby dostosować je do sformułowanej wyżej konwencji Sobocińskiego.

[13] S. Leśniewski, *O podstawach matematyki.* (*Ciąg dalszy*). *Rozdział X*, „Przegląd Filozoficzny” 1931, nr 34, s. 163–164.

intuicyjnego formalizmu: precyzyjny formalny język służyć ma jak najlepszemu wyrażeniu intuicji[14]. Polski uczony wielokrotnie odwołuje się do niej i traktuje ją jako podstawowe i ostateczne kryterium prawdziwości. Konwencjonalne znaki, którymi posługuje się nauka, są nośnikami istotnych treści. Z tego powodu formalne własności wydedukowanych wyrażeń nie oparte na intuicyjnych podstawach stanowią merytorycznie tylko drugorzędne kryterium oceny.

Prezentowanemu wyżej nastawieniu Leśniewskiego wyraźnie odpowiada wykorzystywana przezeń, a przejęta od Leonarda Nelsona[15], definicja paradoksu. Dla filozofa z Getyngi nie stanowiła go każda sprzeczność (określam ją także wyrażeniem „antynomia") w rozważaniach. Na to miano zasługiwała tylko kolizja tez wydedukowanych metodami uznawanymi za poprawne z założeń, o których prawdziwości jesteśmy przekonani. Nieakceptowalny wynik połączony z wiarą w niezawodność obu elementów stanowił ważny psychologiczny składnik pojawiającego się dysonansu poznawczego[16]. Rozwiązaniem paradoksu było usunięcie rozbieżności między intuicyjnie gwarantowanymi przekonaniami a ich formalnym wyrazem. Sztuczne modyfikacje pozwalające na usunięcie niezgodności nie były przez Leśniewskiego akceptowane. Brak intuicyjnych podstaw dla takich zmian dyskwalifikował je. Zaprezentowane poniżej rozważania są właśnie podejmowanymi przez Leśniewskiego i intuicyjnie usankcjonowanymi analizami powodów pojawienia się sprzeczności Russella w systemie.

Zanim przejdę do omówienia zapowiadanych badań, chcę zwrócić uwagę na pewien istotny kłopot prezentacji omawianej koncepcji. Intuicja stanowi zasadniczą kategorię filozoficznych poglądów Leśniewskiego. Jak łatwo się jednak domyśleć, nigdzie nie znajdziemy jakiegokolwiek satysfakcjonującego określenia tej zdolności. Wspomnianą ułomnością naznaczonych jest wiele tak zorientowanych koncepcji. Stąd częsty kłopot z rozstrzygnięciem, jakie twierdzenie jest zgodne z tym ostatecznym kryterium, a jakie nie.

Formułowane w ontologii tezy – jak deklaruje Sobociński – mogą być dowiedzione w wystarczająco bogatych logicznych systemach[17], nie korzystają-

---

[14] Leśniewski nigdy jasno nie określił swego rozumienia intuicji. Terminowi przypisywał dość różne znaczenia. Było to nawet powodem sarkastycznych uwag K. Twardowskiego (zob. np. R. Urbaniak, *Leśniewski and*…, s. 133).

[15] Leonard Nelson (1882–1927) – bardzo wszechstronny filozof niemiecki. Razem z Kurtem Grellingiem zbudowali inną wersję paradoksu Russella.

[16] Z przedstawianym rozumieniem paradoksu bardzo dobrze koresponduje używanie schematu retorycznego zwanego *parádokson* (gr.), *sustentatio* (łac.) – napięcie: „Jest to figura, za pomocą której trzyma się przez dłuższy czas słuchaczy w niepewności, a następnie dorzuca się coś nieoczekowanego" (M. Korolko, *Sztuka retoryki. Przewodnik encyklopedyczny*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1990, s. 120). L. Nelson nie chce nazwać paradoksem rozumowania opartego na przesłankach, w które nie wierzymy. Nie jest bowiem żadnym zaskoczeniem pojawienie się sprzeczności, na którą w zasadzie wyraziliśmy zgodę, przyjmując ułomne założenia fundujące rozumowanie. Por. także cytat wskazany przypisem 26.

[17] B. Sobociński, *Leśniewski's* ..., s. 14.

cych już ze specyficznych pojęć Leśniewskiego. Istnieją dowody niesprzeczności prototetyki, ontologii, mereologii[18]. Ewentualnych sprzeczności nie można więc po prostu składać na karb niedostatków systemu Leśniewskiego.

Warto w tym miejscu podkreślić, że relatywnie większe ubóstwo ontologii względem mereologii, powodowane przez jej logiczną pierwotność, nie jest cechą bezwzględnie dyskwalifikującą omawianą tu teorię nazw. Powszechnie podkreśla się jej bogactwo polegające na braku jakichkolwiek ograniczeń kategorialnych. Akcentuje się jej bardzo duże możliwości artykulacyjne, co umożliwia formalizację wielu rozumowań z zakresu teorii bytu. Nieodwoływanie się do pozalogicznych założeń dotyczących zbiorów zapewnia ontologii czystość, którą dominuje nad mereologią. Z tego powodu autorzy klasycznej już pracy o podstawach teorii mnogości mówią o niej „[…] nie jako o wariancie teorii mnogości, ale raczej rywalu teorii mnogości w podstawach matematyki”[19].

Ontologiczna rekonstrukcja założeń rozumowania Russella

Najpierw postaram się przedstawić definicje podstawowych terminów. Leśniewski rozumiał klasę w sposób zgodny z intuicyjną definicją Cantora:

> Pod pojęciem „rozmaitości” […] czy zbioru […] rozumiem mianowicie ogólnie każdą wielość […], która może być pomyślana jako jedność […], tj. ogół […] określonych elementów, które na mocy pewnego prawa mogą być złączone w jedną całość[20].

Sam używał terminów „klasa”, „zbiór”. Jedyną różnicą między nimi był zakres obejmowanych przez nie przedmiotów: do klasy należały wszystkie obiekty pewnego rodzaju, do zbioru tylko wybrane. Budując różne definicje aksjomatyczne i rozwijając oparte na nich własne teorie, cały czas uważał się za wiernego sukcesora idei twórcy teorii mnogości. To rozumienie klasy/zbioru jako złożenia pewnych przedmiotów przyjął Sobociński, podając określenie, któremu trudno przypisać sens dystrybutywny bądź kolektywny.

Definicja klasy została sformułowana za pomocą omawianego już „epsilona”. Najpierw zostało wprowadzone wyrażenie „A jest klasą wszystkich obiektów a” ($A \varepsilon Kl(a)$). Niestety, trudno w nim dostrzec opisywane w definicji Cantora złożenie obiektów w całość. Ta treść pojawia się dopiero w podanej przez Sobocińskiego charakterystyce terminu komplementarnego – „element klasy A”:

$$[AB]: B \varepsilon el(A). \equiv .[\exists a].A \varepsilon Kl(a). B \varepsilon a.$$

[18] Zob. E.C. Luschey, *The Logical Systems*…, s. 153–154.

[19] A.A. Fraenkel, Y. Bar-Hillel, A. Levy, *Foundations of Set Theory*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, London 1973, s. 203.

[20] G. Cantor, *Pojęcie zbioru*, tłum. R. Murawski, [w:] *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*, wybór i opracowanie R. Murawski, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. A. Mickiewicza w Poznaniu, Poznań 1986, s. 157.

Mówiąc językiem potocznym: B jest elementem klasy A wtedy i tylko wtedy, jeśli B jest jednym z przedmiotów, z których zbudowana jest klasa A.

Zastanawiając się nad istotnymi przyczynami paradoksu Russella ujawnionymi w tzw. pierwszym i drugim rozwiązaniu, Leśniewski wskazał na dwa założenia, które można wyrazić w języku ontologii. Najpierw skoncentruję się na pierwszym: artykułuje ono dostrzeganą w obu rozwiązaniach nienaturalną łatwość konstrukcji „klasy wszystkich klas, które nie są sobie podporządkowane". Mereologiczne analizy pokazują jej nieistnienie, bo każda klasa należy do siebie. Ponadto w mereologii nie ma klas pustych. Sytuacja ta przypominać ma wiarę w istnienie klasy centaurów, bez wcześniejszego zastanowienia się nad samą kwestią istnienia owych stworzeń. Zgodnie z proponowanym kierunkiem rozumowania za pierwszą przesłankę pojawienia się sprzeczności Leśniewski uznał tezę pozwalającą na beztroską możliwość zbudowania klasy w zasadzie z dowolnych obiektów, nawet nieistniejących.

Założenie to stanowiące odpowiednik naiwnego aksjomatu abstrakcji można w symbolice Leśniewskiego sformułować następująco:

A1 $[a][\exists A].A \ \varepsilon \ Kl(a).$

Co w języku potocznym – jak wyjaśnia Sobociński – znaczy:

> […] dla każdego a (będącego nazwą, obiektem, etc.) istnieje zbiór (klasa) zbudowana z tych obiektów[21].

Wskazywanie przez Leśniewskiego przekonania A1 jako jednego ze źródeł konstrukcji antynomii[22] dowodzi znakomitego dostrzegania istoty badanego problemu. To m.in. w tym kierunku toczyły się badania Russella nad zapobieganiem antynomiom. Stanisław Krajewski, charakteryzując je, po pierwsze wymienia teorię „ograniczenia rozmiaru", która dąży do eliminacji zbyt „wielkich" całości. Na podobnej idei oparł się Zermelo, budując aksjomatyczną teorię mnogości.

Według Leśniewskiego, drugiego źródła antynomii można szukać w rozumowaniu wykorzystywanym już w tzw. pierwszym rozwiązaniu. Polega ono na przejściu od zdania „klasa klas, które nie są sobie podporządkowane, jest sobie podporządkowana" do wniosku „ta klasa nie może być sobie podporządkowana". Można je opisać następującą formułą:

A2 $[ABab]: A \ \varepsilon \ Kl(a). A \ \varepsilon \ Kl(b), B \ \varepsilon \ b. \supset .B \ \varepsilon \ a.$

---

21 B. Sobociński, *Leśniewski's…*, s. 16. Cytowane teksty anglojęzyczne podaję w tłumaczeniu własnym. Pojawiające się podejrzenie o „mylenie" przez Sobocińskiego nazw i obiektów związane jest z możliwością definiowania terminów nie wskazujących na żadne obiekty, np. definiujących obiekty sprzeczne, lub terminów charakteryzowanych kontekstowo. Ta sytuacja pojawi się w dalszym ciągu tekstu podczas definiowania zbioru Russella Kl(*), w którym „*" ma takie znaczenie. (Review by: A.N. Prior, *L'analyse de l'Antinomie Russellienne par Leśniewski, by Boleslaw Sobociński*, „The Journal of Symbolic Logic" 1953, vo. 18, No. 4, pp. 331–332).

22 Tamże, s. 15–16.

Mówiąc językiem naturalnym: jeśli B jest elementem zbioru zbudowanego z obiektów a, to B jest jednym z a[23].

Sobociński stara się pokazać, że założenia A1 i A2 rzeczywiście prowadzą do sprzeczności. W tym celu najpierw wprowadza definicję „niebycia swoim własnym elementem":

D1 $[A] \therefore A \,\varepsilon\, *. \equiv : A \,\varepsilon\, A : [a]\, A \,\varepsilon\, Kl(a). \supset \sim (A \,\varepsilon\, a)$

Zgodnie z definicją „A ε *" znaczy, że „A jest klasą, która nie jest elementem samej siebie", mówiąc inaczej, „A jest klasą, która nie jest sobie. podporządkowana".

Warto zwrócić uwagę na znajdujące się w członie definiującym quasi-tautologiczne wyrażenie „A ε A". Nie jest zbędne, lecz ma gwarantować, że A jest nazwą jednostkową. Leśniewski podkreśla, że w ontologii to wyrażenie nie jest twierdzeniem, odwrotnie, można wykazać fałszywość ogólnej tezy [A].A ε A, np. biorąc za „A" nazwę pustą lub ogólną[24].

Gdybyśmy jednak pominęli to wyrażenie i wzięli za A nazwę ogólną, to implikacja w definiensie D1 byłaby zawsze prawdziwa. To zaś przeczy przyjętej charakterystyce „ε". Jak łatwo zauważyć, takiej możliwości zapobiega uzupełnienie definiensa wspomnianym wyrażeniem lub równoważnym mu „[∃a]. A ε a". Przedstawione wymaganie – jak podkreśla Sobociński – dotyczy wszystkich „definicji ontologicznego typu".

Implikacja znajdująca się z prawej strony definicyjnej równoważności D1 jest zwykłym wynikiem zanegowania koniunkcji występującej w definicji „bycia elementem".

Z A1 i A2 dedukcyjnie wyprowadzany jest ciąg tez aż do sprzecznych między sobą A6 i A7.

A6 $[A]. \sim(A \,\varepsilon\, Kl(*))$,

która głosi: nie ma klasy klas, które nie są swoimi elementami.

A7 $[\exists A].\, A \,\varepsilon\, Kl(*)$.

Powyższa sprzeczność kończy streszczenie antynomii Russella w języku ontologii. Odtworzone rozumowanie wykorzystywało m.in. przyjęte wcześniej założenia A1 i A2. Uzyskana sprzeczność – jak można sądzić – potwierdza rolę obu założeń w pojawieniu się jej. Niestety, dalsze dokładniejsze analizy osłabią kategoryczność wniosku.

---

[23] Teza A2 była wielokrotnie krytykowana przez Leśniewskiego, ponieważ już w pierwszych swych badaniach nad antynomią Russella w niej widział źródło sprzeczności. Prawie identyczny schemat rozumowania krytykuje np. w: S. Leśniewski, *O podstawach matematyki…*, s. 189.

[24] Tenże, *On the Foundations of Ontology*, przeł. M.P. O'Neil, [w:] S. Leśniewski, *Collected Works*, vol. II, red. S.J. Surma, J.T. Srzednicki, D.I. Burnett, Kluwer Academic Publisher, PWN – Polish Scientific Publisher, Warszawa 1992, s. 626.

Sobociński w swoim artykule omawiał także budowę paradoksu Russella, wykorzystując wyrażenie el(A). Ponieważ to rozumowanie i dalsze związane z nim różnią się przede wszystkim szczegółami technicznymi, rezygnuję z omawiania ich.

Czy można osłabić pierwsze założenie?

Skoro treść przesłanki A1 budziła już wcześniej wątpliwości, to otrzymana sprzeczność jedynie je potwierdziła. Mimo tych oczywistych zastrzeżeń do treści A1 supozycja ta była w różnych formach dopuszczana przez teoretyków teorii mnogości. Podobnym przykładem tak „nieracjonalnego" postępowania było według Sobocińskiego np. przyjęcie przez Zermelo pewnego aksjomatu (Aks.VII), mimo że też był kwestionowany ze względu na swe paradoksalne konsekwencje[25]. Sam Leśniewski wypowiadał się bardzo krytycznie o próbach przyjmowania takich aksjomatów. Brakowało mu w nich najistotniejszego – oparcia się na intuicji:

> Architektonicznie wyrafinowana konstrukcja p. Ernesta Zermela wprowadza do „teorii mnogości" szereg pozbawionych uzasadnienia intuicyjnego zakazów, zmierzających do usunięcia „antynomij" z matematyki. – Kwestia, czy zmieniona we wskazany wyżej sposób „teoria mnogości" p. Zermela doprowadzi kiedykolwiek do sprzeczności, jest kwestią najzupełniej obojętną z punktu widzenia stanów zwróconej ku rzeczywistości udręki intelektualnej, płynących z nieodpartej intuicyjnej konieczności wierzenia w „prawdziwość" pewnych założeń oraz w „poprawność" pewnych rozumowań, prowadzących do sprzeczności w połączeniu z temi założeniami[26].

Aby wyeliminować z A1 niechcianą kreacyjną moc i nadać jej bardziej intuicyjną treść, Sobociński próbował zastąpić ją zdecydowanie słabszą i nie budzącą już podobnych wątpliwości tezą:

C1 $$[Ba]: B\ \varepsilon\ a. \supset .[\exists A].A\ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(a)$$

(jeśli jakiś przedmiot jest a, to istnieje klasa zbudowana z wszystkich a).

O ile A1 postuluje istnienie klasy zbudowanej z dowolnych a, nawet gdy nie mamy żadnej pewności, że ona jest niepusta, o tyle C1 ogranicza tę dowolność: dopuszcza istnienie klasy zbudowanej z a, jeśli istnieje chociaż jeden obiekt tego rodzaju. C1 nie budzi już zastrzeżeń podobnych do wcześniejszych przedstawianych i można zastanawiać się nad niesprzecznością układu {C1, A2}. Niestety – jak pokazały dalsze analizy – ten układ założeń też jest nie do zaakceptowania, jeśli przyjmiemy inną nie budzącą większych wątpliwości przesłankę: „istnieją co najmniej dwa różne obiekty w świecie":

[25] B. Sobociński, *Leśniewski's…*, s. 18.
[26] S. Leśniewski, *O podstawach matematyki…*, s. 166.

C2 $[\exists AB].\ A\ \varepsilon\ A.\ B\ \varepsilon\ B.\sim(A=B)$

Korzystając tylko z C1 i A2 oraz z podobnej do wcześniej wprowadzonej definicji D1, autor wywiódł dedukcyjnie następujące twierdzenie:

C10 $[A, B]:\ A\ \varepsilon\ A.\ B\ \varepsilon\ B. \supset .A=B.$

które w języku naturalnym można wysłowić następująco: jeśli A jest obiektem i B jest obiektem, to one są identyczne. W tym świecie może więc istnieć tylko jeden obiekt. Czyli ujawniła się sprzeczność między C10 i C2, co oznacza dyskwalifikację systemu {C1, A2, C2}. Oczywiście, aby wyeliminować ją z tego systemu, można odrzucić założenie C2. Prowadzi to jednak do dość trudno akceptowalnej tezy C10, głoszącej niesłychane ubóstwo świata, w którym założenia C1 i A2 nie grożą konsekwencjami zapowiadanymi przez Russella.

Sobociński, podsumowując przeprowadzoną powyżej analizę, sformułował następującą konkluzję:

> […] paradoks Russella nie jest powodowany ani przez A1, ani przez słabsze C1. Rzeczywiście, jeśli ktoś myśli, że sprzeczność była spowodowana przez dopuszczenie A1, powinien być zobligowany do wniosku, że zastąpienie A1 przez C1 – które jest na pewno prawdziwe – wyeliminuje paradoks. Ale tak w tym przypadku nie jest: powodem musi więc być akceptacja A2[27].

Na podstawie rozumowania przedstawionego w powyższym cytacie łatwo zauważyć wielokrotnie podkreślaną rolę intuicji w prowadzonych analizach. Nie biorąc jej pod uwagę, można dojść do wniosku o wyraźnym błędzie formalnym przedstawionego rozumowania. Trudno jednak ich autora podejrzewać o takie pomyłki. Struktura przedstawionego rozumowania zupełnie nie upoważnia do kategorycznej końcowej konkluzji: „powodem [sprzeczności] musi więc być akceptacja A2". Łatwo znaleźć kontrprzykład: rozumowanie przebiegające według podobnego schematu, a jednak nie do zaakceptowania. Gdybyśmy np. przyjęli za A1 jakiekolwiek twierdzenie sprzeczne, powinniśmy również czuć się zobowiązani do uznania, że ono także nie odpowiadałoby za sprzeczność systemu {A1, A2}. A przecież z tego zmodyfikowanego A1, jako sprzecznego, wynikałoby C1. Dalej moglibyśmy już dokładnie powtórzyć rozumowanie Sobocińskiego: jeśli jednak

> ktoś myśli, że sprzeczność była spowodowana przez dopuszczenie A1, powinien być zobligowany do wniosku, że zastąpienie A1 przez C1 – które jest na pewno prawdziwe – wyeliminuje paradoks. Ale tak w tym przypadku nie jest: powodem musi więc być akceptacja A2[28].

Otrzymalibyśmy więc dość dziwny wniosek: przekonanie o fałszywości analitycznej A1 mogłoby być uznawane za nie mające wpływu na sprzeczność całego układu {A1, A2}.

---

[27] B. Sobociński, *Leśniewski's…*, s. 20.
[28] Tamże.

W tym przypadku – jak sądzę – nie ma jednak sensu kwestionowanie formalnej poprawności przedstawionego rozumowania, ponieważ ono nie pretenduje do niezawodności. Użyte słowa są konstatacją większego oddalenia A1 niż C1 od intuicyjnej prawdy. Stąd dalsza część wyjaśnień:

> jeśli ktoś myśli, że sprzeczność była spowodowana przez dopuszczenie A1, powinien być zobligowany do wniosku, że zastąpienie A1 przez C1 – które jest na pewno prawdziwe – wyeliminuje paradoks.

Zanim przejdę do omówienia próby osłabienia A2, chcę jeszcze zwrócić uwagę na istniejącą harmonię między ontologią a mereologią. Omówiona droga od A1 do C1 miała swe antecedencje w rzeczywistym rozwoju mereologii. Leśniewski w *O podstawach matematyki* przedstawił rekonstrukcję pewnego wcześniejszego twierdzenia wykorzystywanego w 1916 roku w *Podstawach ogólnej teorii mnogości. I.* Późniejszą wersję „Jeśli P jest przedmiotem, to P jest ingrediensem p-tu P" traktował jako osłabienie wcześniejszej. Tłumaczył bowiem:

> Tw. […] oryginału było oparte na założeniu, że pewien przedmiot jest przedmiotem[29].

Czy można osłabić drugie założenie?

Dalszy ciąg analizy dotyczy prób osłabienia A2. Pierwsza, którą przedstawił Sobociński, została sformułowana przez Fregego po otrzymaniu od Russella informacji o możliwości zbudowania antynomii w aksjomatycznym systemie proponowanym przez niemieckiego myśliciela. W *Posłowiu* do drugiego tomu *Grundgesetze der Arithmetik* zmodyfikował swój aksjomat piąty, zakazując podpadania pod pojęcie jego zakresu[30].

Poprawka Fregego w ontologicznej interpretacji Leśniewskiego przyjęła następującą postać[31]:

E1 $[ABab]: A \varepsilon Kl(a).A \varepsilon Kl(b).B \varepsilon b. \sim(B \varepsilon Kl(b)). \supset B \varepsilon a$

Stanowi ona pewne osłabienie A2, ponieważ zawarta w niej implikacja miała w poprzedniku warunek, aby każde B było b (B ε b). W E1 dotyczy on tylko tych B, które nie są równe Kl(b) i tym samym Kl(a), tj. są właściwymi elementami (jest elementem, ale nie jest identyczne) zbioru sformowanego z obiektów a.

[29] S. Leśniewski, *O podstawach matematyki. Rozdział IV*, „Przegląd Filozoficzny" 1928, nr 31, s. 266, przypis 1.

[30] Leśniewski dość krytycznie ocenił wprowadzoną poprawkę: „[…] można by [o niej] przypuszczać na podstawie ogólnego tonu wzmiankowanego posłowia, że nie posiada wystarczającego oparcia intuicyjnego nawet w intuicjach samego autora" (S. Leśniewski, *O podstawach matematyki…*, s. 166–167).

[31] B. Sobociński, *Leśniewski's…*, s. 20.

Mimo dużego autorytetu Fregego w polskim środowisku naukowym Leśniewski zakwestionował tę nieco *ad hoc* przyjętą poprawkę. Pokazał sprzeczność {C1, E1}, o ile dołączymy następujące dwa raczej nie kwestionowane założenia:

E2 $[ABa]: A \varepsilon Kl(a).B \varepsilon Kl(a) \supset A = B$

(teza ta postuluje jednoznaczność określenia klasy wszystkich obiektów a),

E3 $[\exists ABC]. A \varepsilon A.B \varepsilon B.C \varepsilon C. \sim(A=B).\sim(A=C).\sim(B=C)$

(jest to założenie o istnieniu co najmniej trzech obiektów w świecie).

Leśniewski pokazał, jak – wykorzystując C1, E1, E2, E3 – dojść dedukcyjnie do

E15 $[ABC]. A \varepsilon A.B \varepsilon B.C \varepsilon C. \sim(A=B).\sim(B=C). \supset .A=C$

która wyraźnie przeczy E3. To pokazuje sprzeczność systemu {C1, E1, E2, E3}. Ponieważ A1 $\supset$ C1, podobnej dyskwalifikacji podlega {A1, E1, E2, E3}.

Otrzymana sprzeczność dowodzi słabości poprawki Fregego. Chociaż zlikwidowane zostało zagrożenie wskazywane przez Anglika, Polak wygenerował sprzeczność na zupełnie innej drodze. Niestety, dowód ten powstał już po śmierci autora *Grundlagen.* Jak uważa Michael Dummett, Frege nie był chyba nawet świadomy możliwości wystąpienia takiego zagrożenia[32].

Popularną metodą analizy niesprzeczności systemów logicznych jest interpretowanie ich w innych teoriach. Sobociński wielokrotnie korzystał z tego narzędzia. Pokazał np. możliwość interpretacji {C1, A2} w teorii opartej na założeniu

C10 $[AB]: A \varepsilon A. B \varepsilon B. \supset .A=B.$

tj. głoszącej istnienie tylko jednego obiektu w uniwersum i rozumieniu klasy w następujący sposób:

$$[Aa]:A \varepsilon Kl_3(a). \equiv:A \varepsilon a.$$

W tej sytuacji {C1, A2} okazuje się być niesprzeczny. Niestety, nie ma i nie może być podobnej interpretacji dla {A1, A2}. W swym artykule Sobociński sformułował wiele cząstkowych kryteriów wiążących sprzeczności z licznością uniwersum, z rodzajem przyjętych założeń czy z obowiązywaniem pewnych typów relacji logicznych.

Część z prezentowanych powyżej formalnych wyników była jednak dla Leśniewskiego nieinteresująca. Wielokrotnie wspominałem o nazywaniu go formalistycznym intuicjonistą. Podstawowym kryterium prawomocności i znaczenia matematycznych formuł była intuicja. W sytuacji gdy formuła nie spełniała tych wymagań, to nawet brak formalnych znamion nieprawomocności (np. sprzeczności) nie wystarczał do podtrzymywania jej. Chociaż brakowało wyników jednoznacznie dyskwalifikujących A1, to Leśniewski traktował tę supozycję jako

[32] M. Dummett, *Frege: philosophy of language*, Harper & Row, Publishers, New York 1973, s. 656.

intuicyjnie fałszywą: nie wierzył bowiem w istnienie klasy zbudowanej z nieistniejących obiektów. Z tego powodu dopuszczenie {A1, A2}, chociaż może prowadzić do sprzeczności, nie powoduje jednak paradoksu: zgodnie z podaną definicją konieczna była akceptacja założeń rozumowania. Konsekwentnie, w tym systemie chociaż może powstać sprzeczności Russella, to sytuacja nie jest paradoksalna i, jako taka, nie wzbudzała zainteresowania Leśniewskiego.

Powyższe rozumowanie nie rozwiązuje jednak kwestii systemu {C1, A2, C2}. On także jest sprzeczny, chociaż założenia C1 i C2 nie zawierają nic, co prowokowałoby obiekcje. Dopuszczenie C2 jest deklaracją, że istnieją co najmniej dwa obiekty w uniwersum. Omawiane wcześniej C1 głosi, że jeśli istnieje jeden obiekt a w uniwersum, to także istnieje klasa tych obiektów. Wiarygodne przesłanki C1 i C2 połączone z A2 powodują sprzeczności w koherentnym systemie, który zakładamy. Dzięki interpretacji można pokazać, że sam logiczny system C1 i C2 nie jest sprzeczny.

Intuicyjną dopuszczalność założeń C1 i C2 Sobociński dowiódł, pokazując, że oparty na tych założeniach system nie prowadzi do sprzeczności, nawet jeśli dodamy założenie o istnieniu n różnych obiektów w uniwersum. W tym celu zinterpretował „Kl” (klasę) jako „Kl_3”

$$[Aa]:A \,\varepsilon\, Kl_3(a). \equiv .A \,\varepsilon\, a$$

Można pokazać, że w tym świecie C1 i C2 są słuszne. A2 przyjmuje wtedy postać następującą:

$$[Aa]:A \,\varepsilon\, a.\ A \,\varepsilon\, b.\ B \,\varepsilon\, b. \supset .B \,\varepsilon\, a.$$

Podstawiając: A/Sokrates, B/Napoleon, a/Grek, b/człowiek, otrzymamy: jeśli Sokrates jest Grekiem, Sokrates jest człowiekiem, Napoleon jest człowiekiem, to Napoleon jest Grekiem. Wnioskowanie takie jest, oczywiście, niepoprawne. Interpretacja A2 jest fałszywa, czyli to ta teza powoduje pojawienie się sprzeczności.

Dostrzeżenie sprzeczności {C1, A2, C2} i wskazanie prawdopodobnego jej sprawcy nie rozwiązuje paradoksu Russella. Ciągle brak kategorycznych podstaw do odrzucenia A2, nie ma także intuicyjnie uzasadnionych wskazówek do odpowiedniej modyfikacji tezy. Historia z propozycją Fregego nakazuje ostrożność.

Sprzeczność Russella nie jest paradoksem

Według Sobocińskiego brak jednoznacznych rozstrzygnięć dotyczących prawdziwości przyjmowanych założeń jest wynikiem wspomnianego już kłopotu z odtworzeniem treści Cantora pojęcia klasy za pomocą środków ontologii Leśniewskiego. Aby temu zaradzić, postanowił sprowadzić sprawdzenie wartości logicznej tych przesłanek do dwu przypadków: do klasy pojmowanej dystrybutywnie i kolektywnie. W każdej z tych sytuacji inne znaczenie przypiszemy wyrażeniom i w konsekwencji zupełnie inne intuicje będą gwarantowały ich prawdziwość.

Oczywiście, ze względu na strukturalny charakter zależności między założeniami, dalej będą obowiązywać twierdzenia o sprzeczności układów {A1, A2}, {C1, A2, C2}, {C1, E1, E2, E3}, {A1, E1, E2, C2}.

Rozpoczynam od dystrybutywnego rozumienia klasy. Według Sobocińskiego

> Wyrażenie „klasa (a)" rozumiane w sensie dystrybutywnym nie jest niczym więcej niż nazwą pozorną, która zastępuje dobrze znany termin logiki klasycznej „ekstensja obiektów a" (*the extension of the objects a*). Jeśli bierze się tak rozumiany termin, to formuła „A ε Kl(a)" znaczy to samo, co „A jest elementem klasy obiektów a" lub, krócej, „A jest a". W tym przypadku formuła „Sokrates jest Kl(biały)" znaczy to samo, co „Sokrates jest elementem klasy białych obiektów"; innymi słowy: „Sokrates jest biały". Więc rozumienie „klasy" w sensie dystrybutywnym sprowadza formułę „A ε Kl(a)" do czysto logicznej formuły „A ε a", gdzie „ε" jest rozumiane jako spójnik twierdzeń jednostkowych[33].

Podane wyjaśnienia pozwalają zauważyć istnienie fałszywych przesłanek w podstawach każdego z omawianych wcześniej układów.

A1 przyjęła postać [a]:[∃A]. A ε a. Ilustracja jej fałszywości pojawiła się w tekście kilkakrotnie.

Założenie A2 w swej nowej postaci jest również fałszywe:

$$[ABab]\colon A\ \varepsilon\ a.\ A\ \varepsilon\ b,\ B\ \varepsilon\ b. \supset .B\ \varepsilon\ a.$$

Z faktów, że pewien X jest mężczyzną i jest człowiekiem oraz z tego, że jakiś Y jest człowiekiem, powinniśmy móc wywnioskować, że też jest mężczyzną.

Łatwo sprawdzić wartości pozostałych założeń: C1 prawdziwe. E1 również prawdziwe. E2 w uniwersum, w którym istnieje więcej niż jeden obiekt, jest fałszywe. Biorąc więc pod uwagę uznawane przez Leśniewskiego podporządkowanie czysto teoretycznych analiz praktycznemu celowi naukowemu (tj. badaniu rzeczywistego świata, a nie koncentracji na wymyślonym uniwersum), można traktować założenie E2 jako fałszywe.

W tym momencie można przedstawić sformułowane przez Sobocińskiego podsumowanie ontologicznej analizy rozumowania Russella w odniesieniu do klas dystrybutywnych. Wyniki dokonanej oceny wartości wykorzystywanych przesłanek są następujące: w {A1, A2} obie są fałszywe, w {C1, A2, C2} druga, w {A1, E1, E2, C2} pierwsza i trzecia, w {C1, E1, E2, E3} trzecia[34]. Jeśli termin „klasa" ma więc mieć znaczenie dystrybutywne, to – zgodnie z definicją Nelsona – w wymienionych układach nie mamy do czynienia z paradoksami, bo sprzeczność wynika z przesłanek, których prawdziwości nie możemy uznać.

[33] B. Sobociński, *Leśniewski's*..., s. 31.

[34] Sobociński określa ją jako fałszywą (tamże, s. 32), chociaż o tej wartości wiadomo tylko w przypadku uniwersum więcej niż jednoelementowego.

W podobny sposób, ale bez konieczności dokonywania przekładów, możemy ocenić wartość logiczną wymienionych już założeń przy kolektywnym rozumieniu klasy. Fałszywe są A1, A2, E1. Zatem w każdym z wymienionych wyżej układów znajduje się co najmniej jedna supozycja fałszywa. Pozwala to – sądzi Sobociński – sformułowany wyżej wniosek negujący występowanie paradoksów w przypadku dystrybutywnym rozszerzyć także na kolektywne rozumienie klasy.

Zaprezentowana wyżej analiza Sobocińskiego, oparta na Nelsonowskiej definicji paradoksu, prowadzić miała do wniosku o nieadekwatności tej nazwy w stosunku do kończącego się sprzecznością rozumowania Russella. Zgodnie z tą definicją wskazanie fałszywości przesłanek ma zapobiec wykorzystywaniu tego popularnego określenia. Samo historycznie uzasadnione założenie o istniejących dwu możliwych modelach zbioru (dystrybutywnym i kolektywnym) dawało analizie pewną siłę perswazyjną i heurystyczną, ale nie przedstawiało wystarczających gwarancji prawdziwości wniosku. W wykładzie Sobocińskiego ten dualizm uzyskuje uzasadnienie w ontologicznej interpretacji zbioru. Przyjmując za trafną prostą charakterystykę klasy dystrybutywnej[35]

B3 $[Aa]\therefore\ A\ \varepsilon\ Kl(a).\supset:[B]:B\ \varepsilon\ el(A).\equiv.B\ \varepsilon\ a$

można uznać określenie, jakie powstanie z negacji jej następnika, za opis jej kolektywnego odpowiednika.

Niestety – jak już wspominałem – wątpliwości budzi precyzja przedstawionego rozumowania. Wśród przesłanek dystrybutywnej interpretacji dwu z wyżej wymienionych systemów znajdowała się E2, uznana przez Sobocińskiego za fałszywą. Leśniewskiego specyficzne pojmowanie roli matematyki w przedsięwzięciu naukowego poznawania rzeczywistości pozwalało bagatelizować szanse na jej prawdziwość: tj. w przypadku świata zbudowanego z jednego obiektu. Pomijanie tej sytuacji bez podkreślenia specyficznego kontekstu całego uzasadnienia narusza jednak niezbędne standardy ścisłości. Podsumowując wymienione uchybienia, chcę zwrócić uwagę na jeszcze jeden wyraźny przykład braku precyzji, który podważa istotny fragment rozumowania związany z interpretacją zbiorów dystrybutywnych.

Kłopoty z rozumowaniem Sobocińskiego

Rafał Urbaniak[36] wielokrotnie i bardzo wyraźnie podkreślał w swych publikacjach wątpliwości dotyczące przyjętej przez Sobocińskiego interpretacji for-

[35] B. Sobociński, *Leśniewski's...*, s. 39.

[36] Zob. np. R. Urbaniak, *Leśniewski and*..., s. 133–134. Podobne poglądy prezentowane są w: tegoż, *Leśniewski's Systems of Logic and Foundations of Mathematics*, Springer, Cham, Heidelberg – New York – Dordrecht – London 2014, s. 171.

muły «A ε Kl(a)» przy dystrybutywnym pojmowaniu klasy. Cytując przedstawioną wyżej wypowiedź Sobocińskiego o konieczności dystrybutywnej interpretacji formuły «A ε Kl(a)» za pomocą wyrażenia «A ε a», podkreślał swe zdumienie, dlaczego „ε” z pierwszego wyrażenia zamiast być odczytywany jako „jest” Leśniewskiego, otrzymało znaczenie „jest elementem”. Wskazywał niedopuszczalne konsekwencje takiego przekładu. Przytaczana wcześniej definicja „bycia elementem” otrzymała bowiem postać:

$$[AB]: B \mathrm{\varepsilon}\, el(A). \equiv .[\exists\, a].A\, \varepsilon\, a.\, B\, \varepsilon\, a.$$

Biorąc np. nazwę „z”, posiadającą dokładnie dwa desygnaty A i B, otrzymujemy A ε z oraz B ε z. Ten wniosek wypełnia warunek prawej strony zmodyfikowanej definicji. Ze względu na przemienność koniunkcji określenie to prowadzi do „nieco kłopotliwego wniosku” B ε el(A) i A ε el(B). W konsekwencji Urbaniak odrzuca zasadność przyjętej formuły translacyjnej. Zanegowanie istotnej części rozumowania przedstawionego przez Sobocińskiego zdecydowanie podważa dedukcyjny charakter wniosku przeczącego paradoksalności rozumowania Russella oraz poprawność analizy dotyczącej prawdziwości przesłanek omawianych układów zdań w przypadku dystrybutywnej koncepcji zbioru.

Zakończenie

Kończąc, najpierw chcę zwrócić uwagę na pewien teoretyczny kłopot, jaki wywołuje przedstawiona w tekście propozycja Sobocińskiego ontologicznej rekonstrukcji zbioru. Leśniewski zbudował swój system w postaci trzech logicznie uporządkowanych teorii. Zbiór był przedmiotem badań ostatniej z nich – mereologii. Ontologia logicznie poprzedza mereologię. Analizy prezentowane przez Sobocińskiego muszą więc opierać się na rekonstrukcji tej kategorii za pomocą słabszych ontologicznych środków. Ten zamiar może budzić zasadnicze wątpliwości dotyczące szans jego realizacji i – jak sądzę – może też stanowić jeden z powodów podkreślanej w przywołanej na wstępie wypowiedzi o niemożliwości traktowania ontologii jako substytutu mereologicznego odpowiednika teorii mnogości. Adekwatna rekonstrukcja zbioru środkami ontologii stawiałaby pod zasadniczym znakiem zapytania sens istnienia mereologii. Byłaby niepotrzebna. Jedyna jej rola polegałaby na realizacji pewnego filozoficznego pomysłu, a matematycznie byłaby zbędna, skoro tę funkcję mogłaby wypełniać ontologia. Ponadto, nieadekwatność rekonstrukcji wymaga bliższego określenia stopnia rozbieżności między otrzymanym efektem a postulowanym.

W bibliografii dołączonej do Leśniewskiego *Collected Works* jej autor, Rickey, przedstawiał omawiany tekst jako „[…] bardzo ważną pracę zawierającą trzecią i ostateczną (*definitive*) Leśniewskiego analizę antynomii Russella”[37].

[37] V.F. Rickey, *An Annotated Leśniewski Bibliography*, [w:] S. Leśniewski, *Collected Works*…, s. 772.

Biorąc pod uwagę wcześniejsze krytyczne oceny, trudno mi podzielić przytoczoną opinię. Jeśli zarzuty Urbaniaka są słuszne, analizy chybiły celu. Chociaż możliwości wykorzystywanej w nich teorii pozostają w dalszym ciągu niewystarczająco zbadane, dostrzega się w niej jednak istotny potencjał teoretyczny. Zwracali na to uwagę różni uczeni pracujący nad podstawami matematyki. Zauważali w niej – jak podkreślałem wcześniej – ważnego rywala teorii mnogości, pozwalającego w oparciu o nowy, różny od tradycyjnego epsilon odtworzyć ważne dla fundamentów nauki pojęcia i aksjomaty[38].

Istota przedstawionej przez Sobocińskiego analizy polegała na nowym ukazaniu relacji między zbiorem a jego elementami. Ujawniała się ona podczas prób badania sprzeczności za pomocą języka opartego na odróżnieniu funkcji i argumentu. Respektowanie tych założeń w rzeczywistości prowadziło do bagatelizowania ważnej dla Leśniewskiego intuicji kategorii semantycznych i – w konsekwencji – do posługiwania się wyrażeniami bezsensownymi. Istotne miejsce w tekście Sobocińskiego zajmują wyniki badań nad założeniami wykorzystywanymi przez Russella w konstrukcji jego antynomii. Ostatecznie prowadziły one do wcześniej wykorzystywanego odróżnienia dystrybutywnej i kolektywnej koncepcji zbioru.

Artykuł stanowi ważne źródło informacji o możliwościach wykorzystania ontologii. Wymienię w zasadzie pominięty (ponieważ część rozważań opiera się tożsamości krytykowanej przez Urbaniaka) w moim tekście problem budowy definicji typu ontologicznego, do którego należy m.in. zagadnienie definiowania obiektów sprzecznych. W tym kontekście Sobociński pokazywał, jak za pomocą aparatu omawianej teorii można rozwiązać grupę antynomii, które powstają w wyniku analizy własności obiektów sprzecznych. Do nich zaliczył omawianą antynomię Russella, antynomię „zabójcy, który zabija wszystkich niesamobójców", czy, mówiąc innym językiem, problem „golibrody". Niestety, większość tych rozważań wykorzystuje tezę krytykowaną przez Urbaniaka.

Oprócz metodologicznych inspiracji dla badań w podstawach matematyki tekst odegrał także dużą rolę w analizach twórczości Gottloba Fregego, jednego z najwybitniejszych niemieckich logików przełomu XIX i XX wieku. Sprowokował zainteresowanie uczonych problemem powszechnie nazywanym „Frege's way out". Dyskwalifikujące wymienioną poprawkę rozumowanie Leśniewskiego, bez korzystania ze specyficznych narzędzi jego teorii, odtworzył Peter Geach[39], a własną konstrukcję zaprezentował Willard van Orman Quine[40].

---

[38] Zob. B. Sobociński, *Leśniewski's…*, s. 14.

[39] P.T. Geach, *On Frege`s way out*, [w:] tegoż, *Logic Matters*, Basil Blackwell, Oxford 1972, s. 235–237.

[40] W.V. Quine, *On Frege`s way out*, „Mind" 1955, vol. 64, nr 254, s. 150–152.

Streszczenie

Tę analizę antynomii Russella przedstawił Sobociński już po śmierci Leśniewskiego. Podstawą badań jest system logiczny, zwany ontologią. Rozważania wykorzystują podaną przez Leonarda Nelsona definicję paradoksu. Efektem jest uznanie, że sprzeczność Russella nie jest paradoksem, ponieważ przyjęte przez Russella założenia są nieakceptowalne. W konsekwencji krytyki R. Urbaniaka część rozważań Sobocińskiego traci znaczenie.

Słowa kluczowe: Antynomia Russella, ontologia, Leśniewski, Leśniewskiego trzecia analiza antynomii Russella.

Summary

Stanisław Leśniewski's Third Analysis of Russell's Antinomy

This analysis of Russell's antinomy was presented by Sobociński only after Leśniewski's death. The logical system, called ontology, is the basis for carrying out research. The definition of paradox provided by Leonard Nelson is used in deliberations. The result is the acknowledgment that Russell's contradiction is not a antinomy because the assumptions adopted by Russell are unacceptable. R. Urbaniak's critique results in the fact that a part of Sobociński's cerebrations lose their significance.

Keywords: Russell's antinomy, ontology, Leśniewski, Leśniewski's third analysis of Russell's antinomy.