

# Krzysztof Nowak

---

## Ceny mieszkań a wynagrodzenie i bezrobocie : analiza z wykorzystaniem modeli wektorowo-autoregresyjnych na przykładzie Krakowa

---

Problemy Rozwoju Miast 11/4, 21-33

---

2014

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

# Ceny mieszkań a wynagrodzenie i bezrobocie – analiza z wykorzystaniem modeli wektorowo- -autoregresyjnych na przykładzie Krakowa

Mgr Krzysztof Nowak

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

**Streszczenie.** Poszczególne elementy systemu gospodarczego są ze sobą wzajemnie powiązane. Na sytuację na rynku nieruchomości mają wpływ procesy zachodzące w gospodarce zarówno w skali makro, jak i zmiany mające charakter lokalny. Ich wpływ na rynek nieruchomości, w tym na rynek mieszkaniowy może być opisany za pomocą różnych wskaźników. W artykule przedstawiono wyniki badania, które miało na celu analizę zależności między zmianami cen lokali mieszkalnych a zmianami liczby osób bezrobotnych i zmianami przeciętnego wynagrodzenia na poziomie lokalnym. Dla kwartalnych danych dotyczących Krakowa zbudowano trzy modele za pomocą wektorowej autoregresji. Otrzymane wyniki wskazują, iż kształtowanie się przeciętnego wynagrodzenia ma większy wpływ na poziom cen mieszkań niż liczba osób bezrobotnych. Ponadto wpływ ten zwiększa się w dłuższym okresie czasu.

**Słowa kluczowe:** rynek nieruchomości, rynek mieszkaniowy, wektorowa autoregresja

Gospodarka rynkowa tworzy system naczyń połączonych, gdzie każdy element jest powiązany z pozostałymi i może zarówno wpływać na sytuację w innych sektorach, jak i jest podatny na zmiany występujące w pozostałych branżach. Dotyczy to także rynku nieruchomości, który w miarę budowy systemu rynkowego w naszym kraju zaczyna w nim pełnić coraz istotniejszą rolę. Kryzys gospodarczy, który zaczął się w 2008 r., wyraźnie ukazał, że zmiany zachodzące na rynku nieruchomości mogą do pewnego stopnia wywoływać wahania w całej gospodarce. Z drugiej strony, rynek nieruchomości i poszczególne jego składowe są podatne na sytuację w pozostałych sektorach. Należy zaznaczyć, że nie zmienia to faktu, iż rynek nieruchomości jest rynkiem lokalnym. Pozostaje on więc również pod wpływem, jak i może determinować procesy gospodarcze zachodzące na poziomie lokalnym.

## Współzależności na rynku mieszkaniowym

Zmiany zachodzące w gospodarce zarówno na poziomie makro, jak i lokalnym, znajdują swoje odzwierciedlenie na rynku mieszkaniowym. Wśród głównych makro-wskaźników, które wpływają na sytuację na rynku mieszkaniowym należy wyróżnić przede wszystkim zmiany dynamiki PKB. Wydarzenia, które miały miejsce w Polsce i na świecie w ciągu ostatnich lat sprawiły, że obecnie podkreśla się znaczący wpływ sektora finansowego na rynek nieruchomości (Lis 2012). W związku z tym należy wspomnieć również o takich czynnikach, jak poziom oprocentowania WIBOR oraz dostępność kredytów hipotecznych. Istotne znaczenie mają również czynniki formalno-prawne, tzn. rozwiązania prawne i zasady panujące na rynku. Wielu autorów podkreśla jednak, że rynek nieruchomości, w tym rynek mieszkaniowy, jest rynkiem lokalnym i w dużej mierze jest kształtowany przez uwarun-

kowania lokalne (Kucharska-Stasiak 2000; Kałkowski 2003). Do lokalnych wyznaczników, które oddziałują na tenże rynek można zaliczyć przede wszystkim wielkości charakteryzujące poziom miejscowego dobrobytu, jak poziom przeciętnego wynagrodzenia (w tym wypadku zarówno od strony popytowej, jak i z punktu widzenia kosztów w budownictwie) i poziom bezrobocia. Oprócz wymienionych czynników należy wspomnieć również o liczbie mieszkańców, czy liczbie gospodarstw domowych w danej miejscowości oraz ich strukturze wiekowej. Powyższe zmienne determinują wielkość rynku mieszkaniowego, a co za tym idzie zmienność cen na tym rynku.

Jak już wspomniano, opisane wyżej zależności nie pozostają jednostronne. Te same czynniki mają bowiem wpływ na ceny mieszkań, jak i na wielkość konsumpcji gospodarstw domowych, „na przykład ceny nieruchomości mieszkaniowych mogą reagować na oczekiwania co do przyszłych wysokości dochodów, które z kolei mogą wpływać również na wielkość konsumpcji” (Trojanek 2008, s. 18). Z kolei wydatki konsumpcyjne, będące jednym z podstawowych składników globalnego popytu, w istotnym stopniu decydują o dynamice PKB i kondycji całej gospodarki. Warto również dodać, że same ceny nieruchomości mogą wpływać na poziom wydatków gospodarstw domowych. Wzrost cen mieszkań, przekładając się na wzrost bogactwa właścicieli lokali mieszkalnych, może powodować w ich przypadku przyrost wydatków konsumpcyjnych. Ponadto kształtowanie się cen lokali mieszkalnych oddziałuje na decyzje firm deweloperskich o rozpoczęciu nowych inwestycji, co może przełożyć się na ożywienie lub spowolnienie w innych sektorach. Warto zaznaczyć, że „w literaturze podkreśla się, iż rynek nieruchomości mieszkaniowych jest znacznie mniej wrażliwy na zmiany koniunktury w gospodarce niż inne segmenty rynku nieruchomości, na przykład rynek nieruchomości biurowych, z uwagi na większą

zależność rynku mieszkaniowego od decyzji politycznych, zakresu interwencji państwa itp.” (Główka 2013, s. 54).

W niniejszym artykule zaprezentowano modele wektorowo-autoregresyjne ukazujące wpływ zmian lokalnych determinantów – liczby osób bezrobotnych i przeciętnego miesięcznego wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw – na zmiany średnich nominalnych cen transakcyjnych mieszkań za 1 m<sup>2</sup>. Na potrzeby publikacji autor przeprowadził badanie mające na celu znalezienie odpowiedzi na pytanie, jak te zależności kształtują się w Krakowie.

Obie wykorzystane w badaniu zmienne objaśniające (liczba osób bezrobotnych, przeciętne wynagrodzenie) są w literaturze wymieniane wśród czynników ekonomicznych, które mogą mieć wpływ na ceny mieszkań (Trojanek 2008, s. 158). Stanowią one agregaty określające poziom dobrobytu i mają charakter popytowy. Poziom zamożności społeczeństwa jest często wskazywany wśród głównych determinantów rynku nieruchomości (Bryx 2007, s. 34). Wykorzystanie zmiennych dotyczących wynagrodzenia oraz bezrobocia w modelu opisującym ceny lokali mieszkalnych sugeruje również Żelazowski (2011). Przeciętne wynagrodzenie jest jednym z agregatów odnoszących się do dochodów, który bezpośrednio przekłada się na zdolności finansowe gospodarstw domowych, a co za tym idzie na ich zdolność kredytową i możliwość zakupu mieszkania. Można więc zakładać, że wyniki badania powinny wskazać dość ścisłą zależność z cenami mieszkań. Liczba osób bezrobotnych wydaje się nie być tak bezpośrednio powiązana z cenami mieszkań. Należy jednak zaznaczyć, że poziom bezrobocia na danym obszarze odbija się na skumulowanym popycie oraz jak podają Barczyk i Kowalczyk (1993, s. 88) może być traktowany jako jeden ze wskaźników koniunktury. W związku z tym badanie powinno również wykazać związek między cenami mieszkań, a liczbą osób bezrobotnych, można jednak zakładać, że będzie on bardziej rozłożony w czasie (opóźniony), niż w przypadku wynagrodzenia.

## Modele wektorowo-autoregresyjne

Jak stwierdza Kufel (2013, s. 165), „modele VAR (*Vector Autoregression*) powstały na skutek krytyki, jako nurt wątpliwości wobec modelowania strukturalnego, wynikający z braku ścisłych teoretycznych podstaw wskazywania współzależności procesów, co prowadziło do różnorodnych specyfikacji otrzymywanych w wyniku przestrzegania warunku identyfikowalności równań”. Wójcik (2009, s. 210) dodaje, że „podstawy modelowania wektorowo-autoregresyjnego zaproponował w 1980 r. C.A. Sims w pracy *Macroeconomics and Reality*”.

Modele te opierają się na trzech głównych zasadach (Osińska, Stępińska i Koško 2007, s. 367):

- „nie istnieje *a priori* żadne rozróżnienie między zmiennymi endogenicznymi i egzogenicznymi,
- nie istnieją żadne uzasadnione ograniczenia co do wartości parametrów modelu, w tym zwłaszcza założenie, że niektóre parametry muszą być równe zeru,
- nie istnieje ścisła i pierwotna dla modelowania teoria ekonomiczna, na podstawie której model jest budowany”.

Podstawowy model VAR ma następującą postać (Kusideł 2000, s. 16):”

$$x_t = A_0 D_t + \sum_{i=1}^k A_i x_{t-i} + e_t$$

gdzie:

$t = 1, 2, \dots, T,$

$x_t$  – wektor obserwacji na bieżących wartościach wszystkich  $n$  zmiennych modelu:  $x_t = [x_{1t} \ x_{2t} \ \dots \ x_{nt}]'$ ,

$D_t$  – wektor deterministycznych składników równań, takich jak wyraz wolny, zmienna czasowa, zmienne zero – jedynkowe lub inne niestochastyczne regresory,

$A_0$  – macierz parametrów przy zmiennych wektora  $D_t$ , niezawierająca zerowych elementów,

$A_i$  – macierze parametrów przy opóźnionych zmiennych wektora  $x_t$ , nie zawierające zerowych elementów,

$e_t$  – wektor stacjonarnych zakłóceń losowych:  $e_t = [e_{1t} \ e_{2t} \ \dots \ e_{nt}]'$ , mających niezależny rozkład normalny z zerową średnią i wariancją  $\Sigma_e$ .”

## Szeregi czasowe

W badaniu posłużono się średnimi cenami transakcyjnymi za 1 m<sup>2</sup> mieszkania w Krakowie publikowanymi w raportach AMRON-SARFiN (źródło: <http://zbp.pl/raporty/raport-amron-sarfin>) w zestawieniu kwartalnym. Informacje na podstawie których są wyznaczone dotyczą łącznie rynku pierwotnego i wtórnego. Ponadto wykorzystano kwartalne dane dotyczące przeciętnego miesięcznego wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw podawane narastająco oraz kwartalne dane dotyczące liczby osób bezrobotnych publikowane przez Urząd Statystyczny w Krakowie (źródło: <http://krakow.stat.gov.pl/opracowania-biezace/komunikaty-i-biuletyny/inne-opracowania/biuletyn-statystyczny-miasta-krakowa-iii-kwartal-2014,4,14.html>). Na tej podstawie zbudowano szeregi przyrostów względnych łańcuchowych powyższych zmiennych kwartał do kwartału, w oparciu o dane za okres III kwartał 2006 r. – I kwartał 2014 r., co przekłada się na 30 okresów. Średnie ceny za 1 m<sup>2</sup> mieszkania w II kwartale 2014 r. posłużyły do porównania rzeczywistych zmian średnich cen do prognoz otrzymanych w ramach zbudowanych modeli.

## Ceny mieszkań a bezrobocie i wynagrodzenia

W przeprowadzonym badaniu dokonano oszacowania trzech różnych modeli VAR za pomocą programu GRET. Poniżej przedstawiono poszczególne kroki modelowania oraz uzyskane dla każdego z modeli rezultaty.

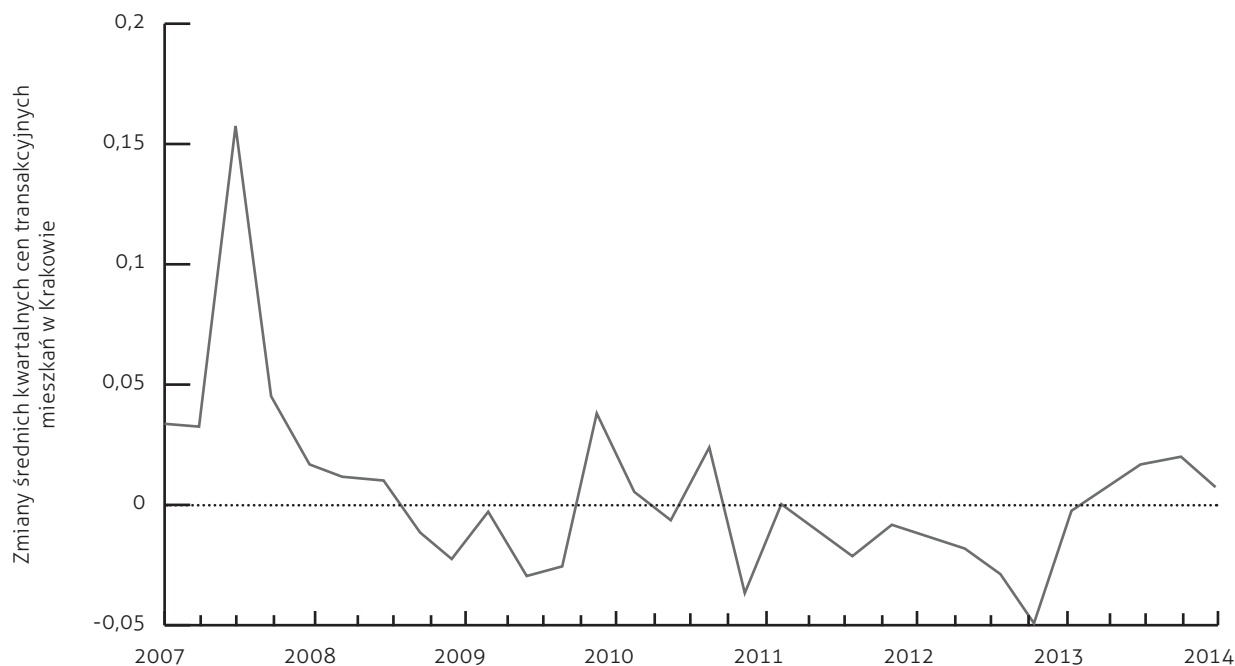
Modele VAR można szacować za pomocą Klasycznej Metody Najmniejszych Kwadratów. Zasadniczym warunkiem budowania takiego modelu jest stacjonarność zmiennych, w związku z czym pierwszym krokiem jest właśnie zbadanie ich stacjonarności. Kolejnym etapem jest określenie długości opóźnień, które zostaną wykorzystane do budowy modelu. Używane są do tego najczęściej kryteria informacyjne Akaike’a (AIC), Hannana-Qiunna (HQC) oraz kryterium informacyj-

ne Schwartza (BIC). Posiadając stacjonarne zmienne oraz wybrany rząd opóźnień przystępuje się do oszacowania samego modelu. Otrzymane rezultaty poddawane są testom autokorelacji, efektu ARCH oraz normalności rozkładu reszt. W tym miejscu określana jest również przyczynowość w sensie Grangera. Następnie szacowane są pierwiastki równania charakterystycznego, a po nich funkcja odpowiedzi na impuls.

Na końcu dokonywana jest dekompozycja wariancji dla poszczególnych zmiennych oraz prognoza na przyszłe okresy.

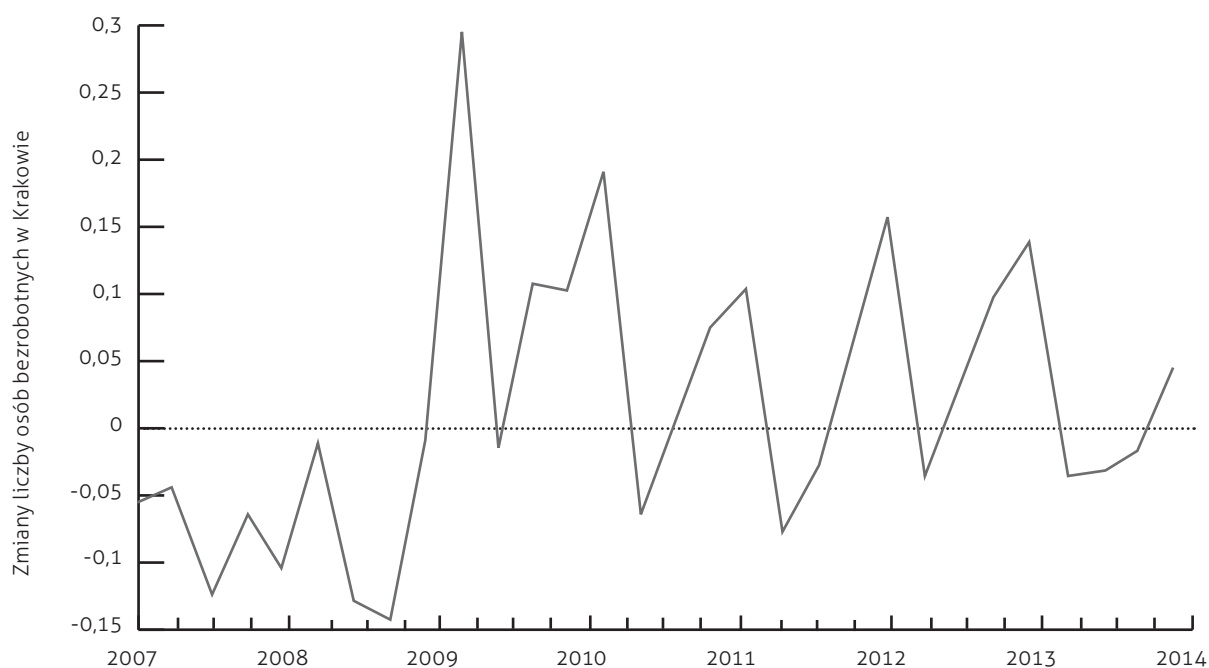
Ryciny 1 – 3 przedstawiają kształtowanie się zmiennych objętych badaniem.

Przebieg poszczególnych rycin sprawia, iż w budowanych modelach należy rozpatrzyć zastosowanie zmiennych sezonowych.



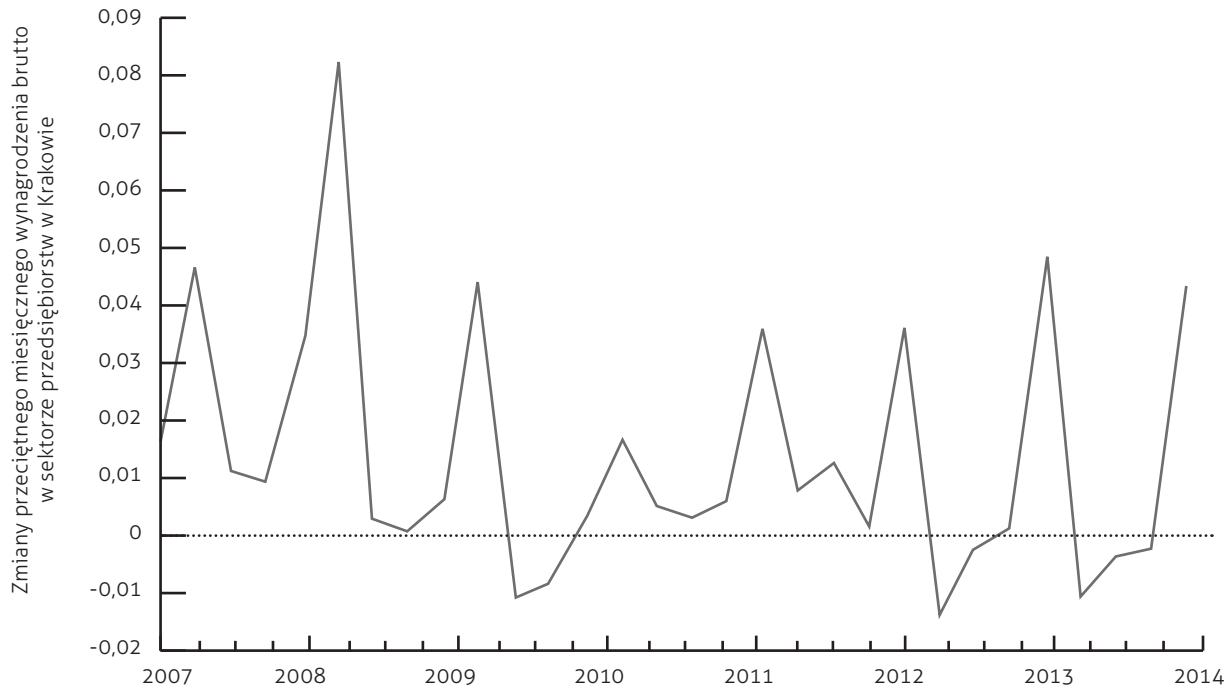
Ryc. 1. Zmiany średnich kwartalnych cen transakcyjnych mieszkań w Krakowie, kwartał do kwartału, IV kwartał 2006 r. – I kwartał 2014 r.

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych zawartych w raportach AMRON-SARFiN



Ryc. 2. Zmiany liczby osób bezrobotnych w Krakowie, kwartał do kwartału, IV kwartał 2006 r. – I kwartał 2014 r.

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych zawartych w publikacjach Urzędu Statystycznego w Krakowie



Ryc. 3. Zmiany przeciętnego miesięcznego wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw w Krakowie, kwartał do kwartału, IV kwartał 2006 r. – I kwartał 2014 r.

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych zawartych w publikacjach Urzędu Statystycznego w Krakowie

W celu zbadania stacjonarności wszystkie trzy zmienne zostały poddane rozszerzonemu testowi Dickeya-Fullera (ADF) dla funkcji z wyrazem wolnym. Przyjęto liczbę opóźnień wynoszącą 8, która jako wielokrotność 4, powinna być odpowiednia dla danych kwartalnych. W każdym z trzech przypadków zmienne okazały się być stacjonarne, gdyż otrzymane wartości  $p$  były niższe od przyjętego poziomu istotności. Całe badanie zostało przeprowadzone dla poziomu istotności 0,1. Interpretacja otrzymanych wyników może się różnić dla innych poziomów istotności.

## Model 1

Pierwszy model składa się ze wszystkich trzech zmiennych. Aby uzyskać optymalną liczbę opóźnień modelu oszacowano wszystkie trzy kryteria informacyjne przyjmując maksymalne opóźnienie na poziomie 6, stanowiące jednocześnie największą możliwą do zastosowania liczbę opóźnień dla danej liczby obserwacji i zmiennych. Wykorzy-

stano funkcję z wyrazem wolnym. Otrzymane wyniki przedstawione zostały w tabeli 1.

Optymalny rząd opóźnień to ten, dla którego wartości kryterium informacyjnego są najniższe, co oznacza najmniejszą utratę informacji. Wszystkie zastosowane kryteria informacyjne wskazują ten sam, 5. rząd opóźnień. Po estymacji modelu VAR łącznie dla zmian średnich cen mieszkań, zmian liczby osób bezrobotnych oraz zmian przeciętnego wynagrodzenia ustalono jednak, że w każdym z trzech równań piąte elementy są nieistotne statystycznie, w związku z czym zdecydowano się przeprowadzić badanie wykorzystując 4. rzędy opóźnień, sprawdzając dwa rozwiązania: z uwzględnieniem periodycznych zmiennych 0–1 oraz bez wykorzystania tychże zmiennych. W pierwszym przypadku z zastosowaniem 0–1 zmiennych sezonowych otrzymano mniej zmiennych istotnych statystycznie oraz nieodpowiedni, zbyt niski wynik testu normalności rozkładu reszt (poniżej przyjętego poziomu istotności 0,1). Wskutek tego, pomimo nieco niższych wartości współczynników determinacji, zdecydowano się wybrać drugie rozwiązanie. W tabeli 2 przedstawiono równanie Modelu 1, w którym zmienną objaśnianą były zmiany średnich cen mieszkań.

Zmiany średnich cen mieszkań w Krakowie zależą od ich zmian z poprzednich okresów (drugiego i czwartego), zmian przeciętnego wynagrodzenia z pierwszego, drugiego i czwartego okresu wstecz oraz trzeciego i czwartego okresu do tyłu w przypadku zmian liczby osób bezrobotnych w tym mieście. Współczynnik determinacji osiągnął niecałe 50%, co świadczy o przeciętnym dopasowaniu do danych.

Kolejnym krokiem jest wykonanie testów autokorelacji, ARCH, normalności rozkładu reszt oraz testu przyczynowości Grangera. Wszystkie testy zostały przeprowadzone dla

Tabela 1. Wybór rzędu opóźnień, Model 1

| Rząd opóźnień | AIC     | BIC     | HQC     |
|---------------|---------|---------|---------|
| 1             | -12,015 | -11,426 | -11,859 |
| 2             | -11,879 | -10,848 | -11,605 |
| 3             | -13,090 | -11,618 | -12,699 |
| 4             | -13,654 | -11,740 | -13,146 |
| 5             | -14,125 | -11,769 | -13,500 |
| 6             | -14,012 | -11,214 | -13,270 |

Tabela 2. Parametry równania dla zmiennej objaśnianej zmiany średnich cen mieszkań w Krakowie, Model 1

|   | Współczynnik | Błąd standardowy | Statystyka t-Studenta | Wartość p |
|---|--------------|------------------|-----------------------|-----------|
| Const.                                  | -0,076       | 0,029            | -2,594                | 0,022**   |
| Ceny_1                                  | -0,049       | 0,228            | -0,215                | 0,833     |
| Ceny_2                                  | 0,381        | 0,173            | 2,203                 | 0,046**   |
| Ceny_3                                  | 0,084        | 0,162            | 0,519                 | 0,613     |
| Ceny_4                                  | -0,391       | 0,205            | -1,911                | 0,078*    |
| Wynagrodzenie_1                         | 1,366        | 0,538            | 2,537                 | 0,025**   |
| Wynagrodzenie_2                         | 0,982        | 0,493            | 1,990                 | 0,068*    |
| Wynagrodzenie_3                         | 0,555        | 0,420            | 1,322                 | 0,209     |
| Wynagrodzenie_4                         | 1,250        | 0,540            | 2,314                 | 0,038**   |
| Bezrobocie_1                            | 0,099        | 0,093            | 1,058                 | 0,309     |
| Bezrobocie_2                            | 0,104        | 0,087            | 1,198                 | 0,252     |
| Bezrobocie_3                            | 0,220        | 0,091            | 2,409                 | 0,032**   |
| Bezrobocie_4                            | 0,140        | 0,071            | 1,976                 | 0,070*    |
| Współczynnik determinacji $R^2 = 0,492$ |              |                  |                       |           |

\* zmienne istotne statystycznie dla poziomu 0,1;

\*\* zmienne istotne statystycznie dla poziomu 0,05

sugerowanego przez program GRETl rzędu opóźnień wynoszącego 4, który powinien być odpowiedni dla danych kwartalnych. W tabeli 3 przedstawiono otrzymane wartości dla każdego z testów oraz ich rezultat.

Pierwsze trzy testy osiągają pożądane wyniki. W każdym z trzech równań nie występuje autokorelacja składnika losowego. Wyniki testu efektu ARCH wskazują, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, mówiącej o braku tegoż efektu w analizowanych szeregach czasowych. Również w teście normalności rozkładu reszt wynik uzasadnia przyjęcie hipotezy zerowej, zakładającej rozkład normalny.

Inaczej rzecz się ma z wynikami testu Grangera, który tylko w części przypadków przynosi pożądane rezultaty. Z wartości dla pierwszego równania wynika, iż opóźnione zmiany średnich cen mieszkań, zmiany przeciętnego wynagrodzenia i zmiany liczby osób bezrobotnych nie są przyczynami w sensie Grangera zmian średnich cen lokali mieszkalnych.

Następnym etapem jest określenie pierwiastków równania charakterystycznego. Jak twierdzi Kufel (2013, s. 170), „warunek, aby wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego były mniejsze co do modułu od jedności, jest podstawowym warunkiem praktycznego wykorzystania modelu VAR, ponieważ jego niespełnienie powoduje, że wyznaczone odpowiedzi na impuls będą tworzyły niestacjonarne procesy o wybuchowym przebiegu”. W programie GRETl pierwiastki równania charakterystycznego szacuje się automatycznie.

Liczba pierwiastków równania charakterystycznego dla modelu składającego się z trzech zmiennych dla czterech opóźnień wynosi 12. Wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego znajdują się wewnątrz okręgu, a więc wa-

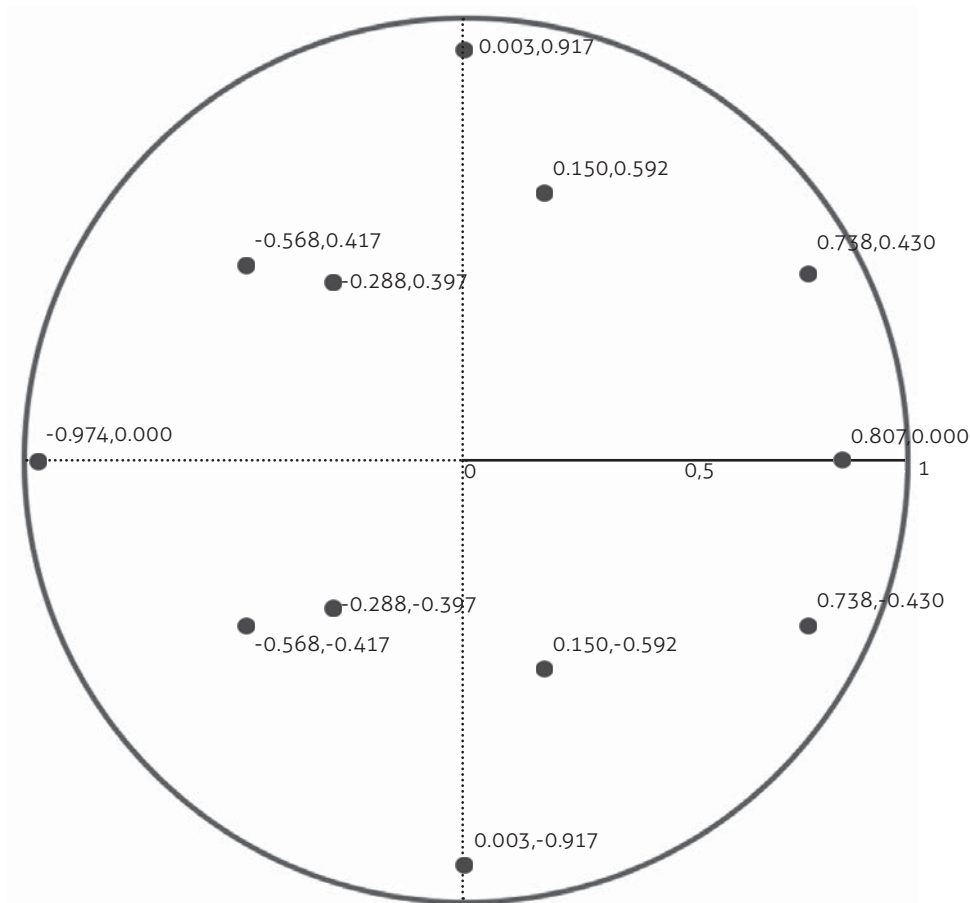
runek  $|\lambda_i| < 1$  został spełniony (ryc. 4). Można więc przystąpić do oszacowania funkcji odpowiedzi na impuls. Ryc. 5 przedstawia funkcje odpowiedzi zmian średnich cen mieszkań na impulsy ze strony poszczególnych zmiennych.

Impuls ustala się na poziomie jednego błędu standardowego reszt. Innowacja ze strony zmian przeciętnego wynagrodzenia i zmian liczby osób bezrobotnych wywołuje wyraźny wzrost zmian średnich cen mieszkań w kilku pierwszych okresach. Wahania wszystkich wykresów po jednorazowym szoku w miarę upływu czasu wygładzają się. Kolejnym krokiem w prezentacji modelu VAR jest dekompozycja wariancji, w tabeli 4 przedstawiono jej przebieg dla zmian średnich cen mieszkań.

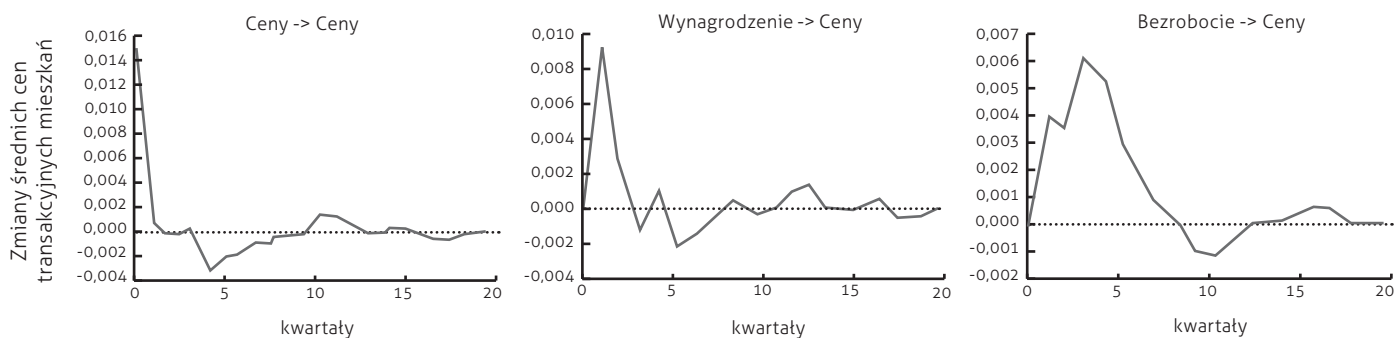
Tabela 3. Wyniki testów autokorelacji, ARCH, normalności rozkładu reszt oraz przyczynowości Grangera, Model 1

|  | Wartość p | Rezultat    |
|--|-----------|-------------|
| <b>Test autokorelacji</b>              |           |             |
| Równanie 1                             | 0,470     | V*          |
| Równanie 2                             | 0,150     | V           |
| Równanie 3                             | 0,262     | V           |
| <b>Test ARCH</b>                       |           |             |
| Równanie 1                             | 0,502     | V           |
| Równanie 2                             | 0,288     | V           |
| Równanie 3                             | 0,415     | V           |
| <b>Test normalności rozkładu reszt</b> |           |             |
|  | 0,889     | V           |
| <b>Test Grangera</b>                   |           |             |
| Równanie 1                             |           |             |
| Wszystkie opóźnienia zm. ceny          | 0,130     | $\chi^{**}$ |
| Wszystkie opóźnienia zm. wynagrodzenie | 0,199     | X           |
| Wszystkie opóźnienia zm. bezrobocie    | 0,159     | X           |
| Równanie 2                             |           |             |
| Wszystkie opóźnienia zm. ceny          | 0,022     | V           |
| Wszystkie opóźnienia zm. wynagrodzenie | 0,024     | V           |
| Wszystkie opóźnienia zm. bezrobocie    | 0,408     | X           |
| Równanie 3                             |           |             |
| Wszystkie opóźnienia zm. ceny          | 0,176     | X           |
| Wszystkie opóźnienia zm. wynagrodzenie | 0,007     | V           |
| Wszystkie opóźnienia zm. bezrobocie    | 0,952     | X           |

\* poprawny wynik testu; \*\* nieprawidłowy wynik testu



Ryc. 4. Pierwiastki równania charakterystycznego, Model 1



Ryc. 5. Funkcja odpowiedzi na impuls dla zmian średnich cen mieszkań, Model 1

Po początkowych wahaniach, od szóstego okresu (co odpowiada długości czasu 1,5 roku) zmienne zachowują się już dość stabilnie. Błąd standardowy zmian średnich cen mieszkań jest zależny przede wszystkim od tej właśnie zmiennej oraz w przybliżeniu w jednej czwartej od zmian przeciętnego wynagrodzenia i zmian liczby osób bezrobotnych.

W tabeli 5 zamieszczono porównanie prognozowanej wartości zmian średnich cen mieszkań w II kwartale 2014 r., uzyskaną za pomocą Modelu 1, do rzeczywistej wartości. W tym wypadku model nie okazał się odpowiednim predykatorem, gdyż realna zmiana nie znalazła się w 95-procentowym przedziale ufności.

## Model 2

Drugi model został opracowany na podstawie zmian średnich cen mieszkań oraz zmian liczby osób bezrobotnych w celu odpowiedzi na pytanie, jak ta ostatnia zmienna wpływa na sytuację na rynku mieszkaniowym. Jak miało to miejsce we wcześniejszym modelu, aby wybrać optymalną liczbę opóźnień oszacowano kryteria informacyjne. Przyjęto maksymalne opóźnienie na poziomie 8, które będąc wielokrotnością 4, jest odpowiednie dla danych kwartalnych. W tym wypadku także wykorzystano funkcję z wyrazem wolnym. Tabela 6 prezentuje uzyskane wyniki.

Tabela 4. Dekompozycja wariancji dla zmiennej zmiany średnich cen mieszkań, Model 1

| Ogkres | Błąd standardowy | Ceny    | Wynagrodzenie | Bezrobocie |
|--------|------------------|---------|---------------|------------|
| 1      | 0,014            | 100,000 | –             | –          |
| 2      | 0,018            | 66,368  | 28,986        | 4,646      |
| 3      | 0,018            | 62,371  | 29,364        | 8,266      |
| 4      | 0,019            | 56,040  | 26,780        | 17,181     |
| 5      | 0,020            | 52,981  | 24,625        | 22,393     |
| 6      | 0,021            | 51,429  | 24,781        | 23,790     |
| 7      | 0,021            | 50,913  | 24,742        | 24,346     |
| 8      | 0,021            | 50,867  | 24,683        | 24,451     |
| 9      | 0,021            | 50,840  | 24,727        | 24,433     |
| 10     | 0,021            | 50,779  | 24,705        | 24,517     |
| 11     | 0,021            | 50,841  | 24,560        | 24,599     |
| 12     | 0,021            | 50,867  | 24,632        | 24,501     |
| 13     | 0,021            | 50,638  | 24,997        | 24,366     |
| 14     | 0,021            | 50,633  | 24,994        | 24,373     |
| 15     | 0,021            | 50,629  | 24,982        | 24,389     |
| 16     | 0,021            | 50,575  | 24,956        | 24,470     |
| 17     | 0,021            | 50,500  | 24,957        | 24,543     |
| 18     | 0,021            | 50,494  | 24,977        | 24,529     |
| 19     | 0,021            | 50,471  | 25,008        | 24,521     |
| 20     | 0,021            | 50,469  | 25,009        | 24,522     |

Tabela 5. Porównanie prognozy zmian średnich cen mieszkań oraz rzeczywistej wartości w II kwartale 2014 r., Model 1

| Prognoza | Błąd <i>ex ante</i> | 95-procentowy przedział ufności | Wartość rzeczywista |
|----------|---------------------|---------------------------------|---------------------|
| -0,032   | 0,014               | -0,063 – -0,001                 | 0,004               |

Wszystkie trzy wykorzystane kryteria informacyjne wskazują jednakowo, 7. rząd opóźnień, gdyż dla niego przyjmują one najniższe wartości. Parametry modelu dla równania ze zmianami średnich cen mieszkań jako zmienną objaśnianą wraz ze statystykami opisowymi zostały zamieszczone w tabeli 7. W tym miejscu należy zaznaczyć, że zbadano również model z uwzględnieniem periodycznych zmiennych 0–1. Pomimo tego, że w modelu tym współczynnik determinacji osiągnął nieco wyższe wartości, to żadna ze zmiennych sezonowych nie była istotna statystycznie. Na tej podstawie zrezygnowano z umieszczenia ich w ostatecznym modelu.

Zmiany średnich cen mieszkań w Krakowie zależą od ich wartości z pierwszego i czwartego okresu wstecz. Ponadto istotny statystycznie wpływ na kształtowanie się zmiennej objaśnianej wykazują również zmiany liczby osób bezrobotnych z trzeciego, szóstego i siódmego okresu do tyłu. Rów-

nanie charakteryzuje się dobrym dopasowaniem do danych, ze współczynnikiem determinacji przekraczającym 75%.

Testy autokorelacji oraz efektu ARCH zostały przeprowadzone dla rzędu opóźnień na poziomie 4 (tab. 8).

Testy autokorelacji, ARCH oraz normalności rozkładu reszt osiągają pozytywne rezultaty. Brakuje autokorelacji składnika losowego w każdym z dwóch równań, nie występuje efekt ARCH i w końcu test normalności nie daje podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej mówiącej o rozkładzie normalnym reszt. W teście przyczynowości Grangera uzyskane wyniki nie są już tak jednoznaczne. W pierwszym równaniu, gdzie zmienną objaśnianą stanowią zmiany średnich cen

Tabela 6. Wybór rzędu opóźnień, Model 2

| Rząd opóźnień | AIC    | BIC    | HQC    |
|---------------|--------|--------|--------|
| 1             | -6,502 | -6,205 | -6,432 |
| 2             | -6,299 | -5,803 | -6,182 |
| 3             | -6,094 | -5,399 | -5,930 |
| 4             | -6,515 | -5,622 | -6,304 |
| 5             | -6,589 | -5,498 | -6,332 |
| 6             | -7,008 | -5,719 | -6,705 |
| 7             | -7,959 | -6,472 | -7,609 |
| 8             | -7,829 | -6,143 | -7,432 |

Tabela 7. Parametry równania dla zmiennej objaśnianej zmiany średnich cen mieszkań w Krakowie, Model 2

|              | Współczynnik | Błąd standardowy | Statystyka t-Studenta | Wartość p |
|--------------|--------------|------------------|-----------------------|-----------|
| Const.       | -0,009       | 0,007            | -1,321                | 0,223     |
| Ceny_1       | 0,435        | 0,205            | 2,120                 | 0,067*    |
| Ceny_2       | -0,269       | 0,241            | -1,117                | 0,300     |
| Ceny_3       | 0,058        | 0,216            | 0,270                 | 0,794     |
| Ceny_4       | -0,540       | 0,215            | -2,515                | 0,036**   |
| Ceny_5       | 0,204        | 0,134            | 1,522                 | 0,167     |
| Ceny_6       | -0,032       | 0,169            | -0,186                | 0,857     |
| Ceny_7       | -0,021       | 0,156            | -0,136                | 0,895     |
| Bezrobocie_1 | 0,024        | 0,075            | 0,323                 | 0,755     |
| Bezrobocie_2 | -0,129       | 0,075            | -1,716                | 0,125     |
| Bezrobocie_3 | 0,106        | 0,054            | 1,951                 | 0,087*    |
| Bezrobocie_4 | 0,051        | 0,058            | 0,878                 | 0,406     |
| Bezrobocie_5 | -0,061       | 0,061            | -1,001                | 0,346     |
| Bezrobocie_6 | 0,148        | 0,059            | 2,507                 | 0,037**   |
| Bezrobocie_7 | -0,163       | 0,065            | -2,488                | 0,038**   |

Współczynnik determinacji  $R^2 = 0,755$

\* zmienne istotne statystycznie dla poziomu 0,1;

\*\* zmienne istotne statystycznie dla poziomu 0,05



Tabela 8. Wyniki testów autokorelacji, ARCH, normalności rozkładu reszt oraz przyczynowości Grangera, Model 2

|  | Wartość p | Rezultat |
|--|-----------|----------|
| <b>Test autokorelacji</b>              |           |          |
| Równanie 1                             | 0,150     | V*       |
| Równanie 2                             | 0,197     | V        |
| <b>Test ARCH</b>                       |           |          |
| Równanie 1                             | 0,836     | V        |
| Równanie 2                             | 0,254     | V        |
| <b>Test normalności rozkładu reszt</b> |           |          |
|  | 0,227     | V        |
| <b>Test Grangera</b>                   |           |          |
| <b>Równanie 1</b>                      |           |          |
| Wszystkie opóźnienia zm. ceny          | 0,289     | X**      |
| Wszystkie opóźnienia zm. bezrobocie    | 0,176     | X        |
| <b>Równanie 2</b>                      |           |          |
| Wszystkie opóźnienia zm. ceny          | 0,030     | V        |
| Wszystkie opóźnienia zm. bezrobocie    | 0,028     | V        |

\* poprawny wynik testu; \*\*niepoprawny wynik testu

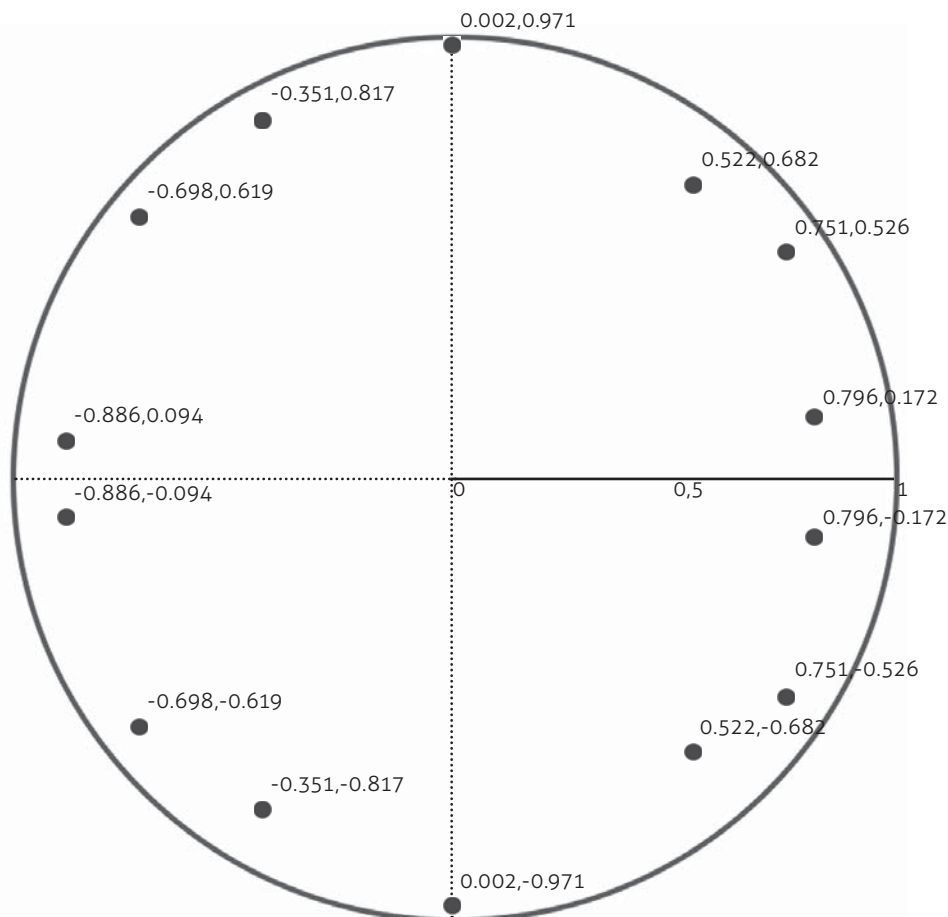
mieszkań nie można mówić o przyczynowości w sensie Grangera. Drugie równanie już taką przyczynowość wykazuje.

Liczba pierwiastków równania charakterystycznego (ryc. 6) dla modelu składającego się z dwóch zmiennych dla siedmiu opóźnień wynosi 14. Warunek  $|\lambda_i| < 1$  został spełniony. W związku z tym funkcje odpowiedzi na impuls powinny przyjmować wygasający, a nie wybuchowy charakter. Na ryc. 7 przedstawiono funkcje odpowiedzi na impuls dla zmian średnich cen mieszkań.

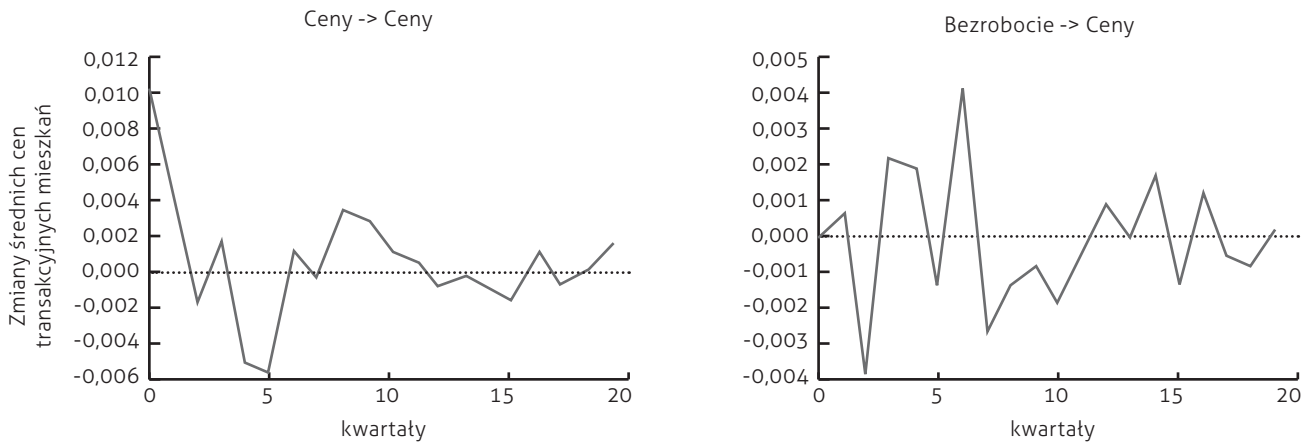
Kształt obydwu funkcji odpowiedzi na impuls potwierdza wnioski wyciągnięte z oszacowania pierwiastków równania charakterystycznego – początkowe gwałtowne zmiany wywołane przez innowację wraz z upływem czasu coraz bardziej się wygładzają. Odpowiedź zmian średnich cen mieszkań na impuls pochodzący z tej samej zmiennej jest w kilku pierwszych okresach wyraźnie negatywna, aby później zbliżyć się i następnie przekroczyć oś na poziomie zero. W przypadku impulsu ze strony zmian liczby osób bezrobotnych początkowa reakcja cen jest podobna do wcześniejszego przypadku, jednak dość szybko zmienna ta zaczyna osiągać wyraźnie dodatnie wartości.

Na koniec rozpatrywanego okresu błąd standardowy zmian średnich cen mieszkań jest w ponad 77% wynikiem wahań tej zmiennej i w blisko jednej czwartej zmian liczby osób bezrobotnych (tab. 9).

Podsumowując badanie warto przedstawić prognozę przyszłych wartości, oszacowaną za pomocą opracowanego



Ryc. 6. Pierwiastki równania charakterystycznego, Model 2



Ryc. 7. Funkcja odpowiedzi na impuls dla zmian średnich cen mieszkań, Model 2

Tabela 9. Dekompozycja wariancji dla zmiennej zmiany średnich cen mieszkań, Model 2

| Okres | Błąd standardowy | Ceny    | Bezrobocie |
|-------|------------------|---------|------------|
| 1     | 0,010            | 100,000 | –          |
| 2     | 0,011            | 99,566  | 0,434      |
| 3     | 0,012            | 89,779  | 10,221     |
| 4     | 0,012            | 86,932  | 13,068     |
| 5     | 0,013            | 86,975  | 13,025     |
| 6     | 0,014            | 88,130  | 11,870     |
| 7     | 0,015            | 81,596  | 18,404     |
| 8     | 0,015            | 79,289  | 20,711     |
| 9     | 0,016            | 79,666  | 20,334     |
| 10    | 0,016            | 80,108  | 19,892     |
| 11    | 0,016            | 79,265  | 20,735     |
| 12    | 0,016            | 79,221  | 20,779     |
| 13    | 0,016            | 78,975  | 21,025     |
| 14    | 0,016            | 78,980  | 21,020     |
| 15    | 0,016            | 78,127  | 21,873     |
| 16    | 0,016            | 77,939  | 22,061     |
| 17    | 0,016            | 77,585  | 22,415     |
| 18    | 0,016            | 77,591  | 22,409     |
| 19    | 0,016            | 77,442  | 22,558     |
| 20    | 0,017            | 77,565  | 22,435     |

Tabela 10. Porównanie prognozy zmian średnich cen mieszkań oraz rzeczywistej wartości w II kwartale 2014 r., Model 2

| Prognoza | Błąd <i>ex ante</i> | 95-procentowy przedział ufności | Wartość rzeczywista |
|----------|---------------------|---------------------------------|---------------------|
| -0,014   | 0,010               | -0,038 – -0,009                 | 0,004               |

modelu. Prognozę otrzymaną z wykorzystaniem Modelu 2 na II kwartał 2014 r. porównano do rzeczywistości odnotowanej wartości. Prognoza, jak i przedział ufności okazały się nietrafne, gdyż realna zmiana była dodatnia (tab. 10).

### Model 3

Trzeci, ostatni model zawiera dwie zmienne: zmiany średnich cen mieszkań oraz zmiany przeciętnego wynagrodzenia. Celem jego estymacji jest zbadanie wpływu zmian przeciętnego wynagrodzenia w Krakowie na średnie ceny mieszkań w tym mieście. W tym wypadku wszystkie zastosowane kryteria informacyjne wskazują na 8., najwyższy przyjęty rząd opóźnień (tab. 11), jako ten z najmniejszym ubytkiem informacji. Tak jak w przypadku dwóch wcześniejszych modeli wykorzystano funkcję z wyrazem wolnym.

Zbadano dwa podejścia oparte na funkcji z wyrazem wolnym – z wykorzystaniem periodycznych zmiennych 0–1 oraz bez tychże zmiennych. Równania w pierwszym modelu uzyskały wprawdzie nieznacznie wyższe wartości współczynnika determinacji, ale jednocześnie zawierały mniej zmiennych istotnych statystycznie. Dodatkowo, żadna ze zmiennych sezonowych nie była istotna statystycznie dla przyjętego poziomu 0,1. Na tej podstawie zdecydowano o rezygnacji z pierwszego podejścia na korzyść drugiego. Tabela 12. prezentuje

Tabela 11. Wybór rzędu opóźnień, Model 3

| Rząd opóźnień | AIC     | BIC     | HQC     |
|---------------|---------|---------|---------|
| 1             | -9,688  | -9,390  | -9,618  |
| 2             | -9,492  | -8,996  | -9,375  |
| 3             | -9,652  | -8,958  | -9,488  |
| 4             | -10,683 | -9,790  | -10,473 |
| 5             | -10,898 | -9,807  | -10,641 |
| 6             | -11,338 | -10,049 | -11,035 |
| 7             | -11,414 | -9,926  | -11,064 |
| 8             | -13,620 | -11,934 | -13,223 |

Tabela 12. Parametry równania dla zmiennej objaśnianej zmiany średnich cen mieszkań w Krakowie, Model 3

|                 | Współ-<br>czynnik | Błąd stan-<br>dardowy | Statystyka<br>t-Studenta | Wartość p |
|-----------------|-------------------|-----------------------|--------------------------|-----------|
| Const.          | -0,038            | 0,025                 | -1,548                   | 0,182     |
| Ceny_1          | -0,486            | 0,226                 | -2,148                   | 0,084*    |
| Ceny_2          | 0,551             | 0,235                 | 2,347                    | 0,066*    |
| Ceny_3          | 0,331             | 0,253                 | 1,309                    | 0,247     |
| Ceny_4          | -0,920            | 0,175                 | -5,268                   | 0,003***  |
| Ceny_5          | -0,757            | 0,276                 | -2,740                   | 0,041**   |
| Ceny_6          | 0,381             | 0,161                 | 2,371                    | 0,064*    |
| Ceny_7          | 0,232             | 0,153                 | 1,513                    | 0,191     |
| Ceny_8          | 0,087             | 0,155                 | 0,564                    | 0,597     |
| Wynagrodzenie_1 | 1,314             | 0,536                 | 2,452                    | 0,058*    |
| Wynagrodzenie_2 | 1,164             | 0,592                 | 1,967                    | 0,106     |
| Wynagrodzenie_3 | -0,381            | 0,386                 | -0,988                   | 0,368     |
| Wynagrodzenie_4 | -0,646            | 0,447                 | -1,444                   | 0,208     |
| Wynagrodzenie_5 | -0,634            | 0,446                 | -1,423                   | 0,214     |
| Wynagrodzenie_6 | -0,840            | 0,317                 | -2,652                   | 0,045**   |
| Wynagrodzenie_7 | 0,454             | 0,358                 | 1,270                    | 0,260     |
| Wynagrodzenie_8 | 1,255             | 0,385                 | 3,255                    | 0,023**   |

Współczynnik determinacji  $R^2 = 0,917$

\* zmienne istotne statystycznie dla poziomu 0,1;

\*\* zmienne istotne statystycznie dla poziomu 0,05;

\*\*\*oznaczono zmienne istotne statystycznie dla poziomu 0,01

parametry równania, w którym zmienną objaśnianą są zmiany średnich cen mieszkań, uzyskanego w ramach Modelu 3.

Z Modelu 3 wynika, iż zmiany średnich cen mieszkań zależą od zmian tej zmiennej jeden, dwa, cztery, pięć oraz sześć okresów do tyłu. Ponadto na zmienną objaśnianą istotnie wpływają również zmiany przeciętnego wynagrodzenia z pierwszego, szóstego i ósmego okresu wstecz. Równanie charakteryzuje się wysokim, przekraczającym 91% współczynnikiem determinacji, co świadczy o bardzo dobrym dopasowaniu do danych.

W Modelu 3, podobnie jak w poprzednich dwóch przypadkach, pierwsze trzy testy osiągają oczekiwane wyniki – reszty nie przejawiają autokorelacji i charakteryzują się normalnym rozkładem, brakuje również efektu ARCH. Testy autokorelacji oraz efektu ARCH zostały przeprowadzone dla rzędu opóźnień na poziomie 4. Warto jednak podkreślić, że w ostatnim modelu, inaczej niż w pozostałych dwóch, również i wyniki testu Grangera są poprawne. Zarówno w pierwszym, jak i w drugim równaniu zmienne objaśniające stanowią przyczynę w sensie Grangera odpowiednio zmian średnich cen mieszkań i zmian przeciętnego wynagrodzenia w Krakowie (tab. 13).

W ostatnim modelu liczba pierwiastków równania charakterystycznego wynosi 16. Nie wszystkie pierwiastki znajdują się wewnątrz okręgu (ryc. 8). Na tej podstawie można

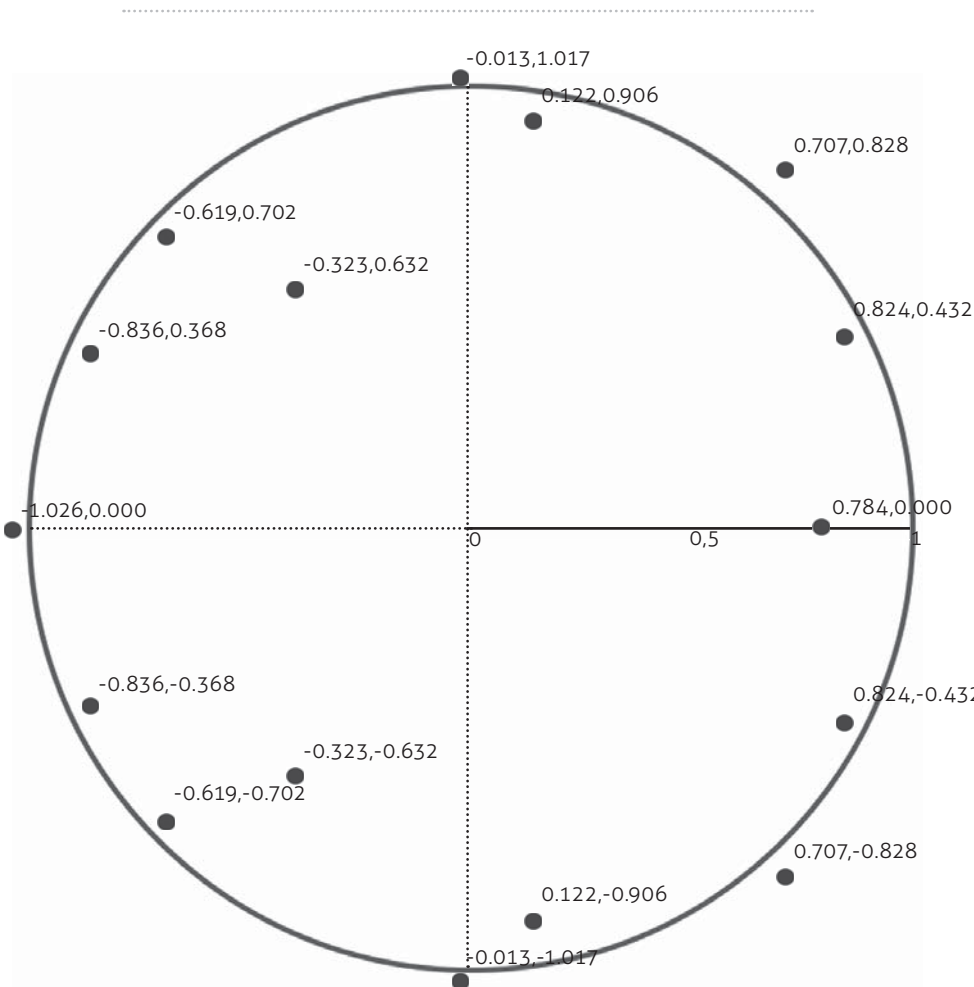
Tabela 13. Wyniki testów autokorelacji, ARCH, normalności rozkładu reszt oraz przyczynowości Grangera, Model 3

|  | Wartość p | Rezultat |
|--|-----------|----------|
| <b>Test autokorelacji</b>              |           |          |
| Równanie 1                             | 0,406     | V*       |
| Równanie 2                             | 0,568     | V        |
| <b>Test ARCH</b>                       |           |          |
| Równanie 1                             | 0,656     | V        |
| Równanie 2                             | 0,264     | V        |
| <b>Test normalności rozkładu reszt</b> |           |          |
|  | 0,680     | V        |
| <b>Test Grangera</b>                   |           |          |
| <b>Równanie 1</b>                      |           |          |
| Wszystkie opóźnienia zm. ceny          | 0,052     | V        |
| Wszystkie opóźnienia zm. wynagrodzenie | 0,066     | V        |
| <b>Równanie 2</b>                      |           |          |
| Wszystkie opóźnienia zm. ceny          | 0,020     | V        |
| Wszystkie opóźnienia zm. wynagrodzenie | 0,001     | V        |

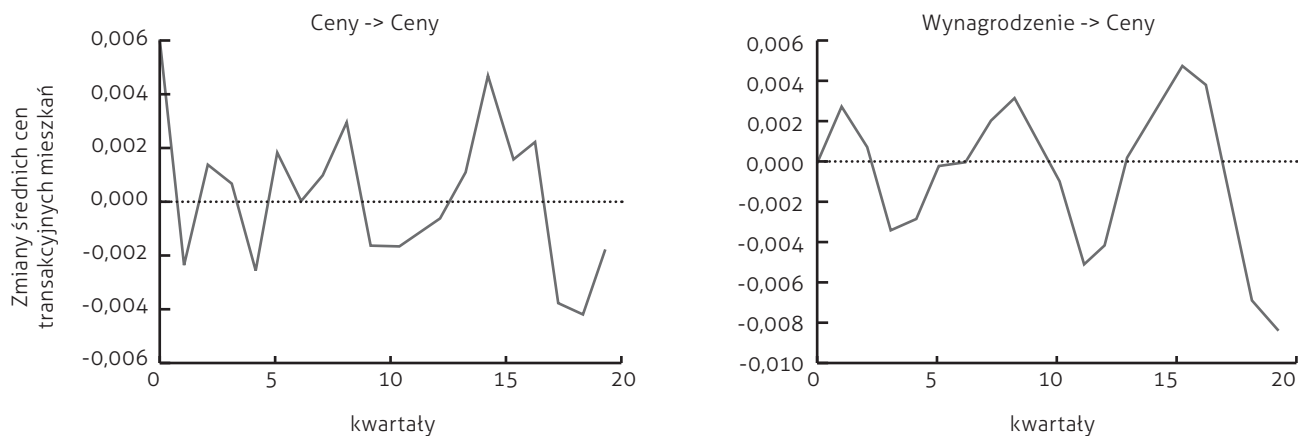
\* poprawny wynik testu

Tabela 14. Dekompozycja wariancji dla zmiennej zmiany średnich cen mieszkań, Model 3

| Okres | Błąd standardowy | Ceny    | Wynagrodzenie |
|-------|------------------|---------|---------------|
| 1     | 0,006            | 100,000 | –             |
| 2     | 0,007            | 82,210  | 17,790        |
| 3     | 0,007            | 81,242  | 18,758        |
| 4     | 0,008            | 66,847  | 33,153        |
| 5     | 0,009            | 64,104  | 35,896        |
| 6     | 0,009            | 65,275  | 34,725        |
| 7     | 0,009            | 65,285  | 34,716        |
| 8     | 0,010            | 62,284  | 37,716        |
| 9     | 0,011            | 58,137  | 41,863        |
| 10    | 0,011            | 58,136  | 41,864        |
| 11    | 0,011            | 59,248  | 40,752        |
| 12    | 0,012            | 49,006  | 50,994        |
| 13    | 0,013            | 45,121  | 54,880        |
| 14    | 0,013            | 45,213  | 54,787        |
| 15    | 0,014            | 48,660  | 51,340        |
| 16    | 0,015            | 43,310  | 56,690        |
| 17    | 0,016            | 41,407  | 58,593        |
| 18    | 0,016            | 45,050  | 54,950        |
| 19    | 0,019            | 41,664  | 58,336        |
| 20    | 0,021            | 34,950  | 65,050        |



Ryc. 8. Pierwiastki równania charakterystycznego, Model 3



Ryc. 9. Funkcja odpowiedzi na impuls dla zmian średnich cen mieszkań, Model 3

zakładać, że funkcje odpowiedzi na impuls mogą przedstawiać gwałtowne wahania, rosnące w miarę upływu czasu.

W miarę upływu czasu zauważalny jest wyraźny wzrost amplitudy wahań na rycinie przedstawiającej reakcję zmian średnich cen mieszkań na innowację ze strony tej zmiennej. Ten sam proces jeszcze bardziej widoczny jest na rycinie wskazującej odpowiedź zmian średnich cen mieszkań na impuls od zmian przeciętnego wynagrodzenia (ryc. 9).

Ciekawych informacji dostarcza tabela 14. przedstawiająca dekompozycję wariancji zmian średnich cen mieszkań.

Do jedenastego okresu błąd standardowy jest więcej niż w połowie wynikiem wahań tej samej zmiennej. Później jednak jej wpływ nadal się obniża na rzecz zmian przeciętnego wynagrodzenia. W ostatnim okresie błąd standardowy jest w 65% zależny od zmian przeciętnego wynagrodzenia. Na tej podstawie można stwierdzić, że w długim terminie zmienność cen mieszkań jest w dużym stopniu efektem kształtowania się wynagrodzenia na poziomie lokalnym.

Oszacowana na podstawie Modelu 3 prognoza zmian cen na najbliższy kwartał ( $-0,042$ ) okazała się zbyt negatyw-

Tabela 15. Porównanie prognozy zmian średnich cen mieszkań oraz rzeczywistej wartości w II kwartale 2014 r., Model 3

| Prognoza | Błąd <i>ex ante</i> | 95-procentowy przedział ufności | Wartość rzeczywista |
|----------|---------------------|---------------------------------|---------------------|
| -0,042   | 0,006               | -0,058 – -0,027                 | 0,004               |

na (tab. 15). Realna zmiana średnich cen mieszkań w Krakowie w II kwartale 2014 r., choć niska, była jednak dodatnia. Rzeczywisty wynik nie mieści się również w 95% przedziale ufności.

## Podsumowanie

W niniejszym artykule zaprezentowano wyniki budowy modeli VAR dla rynku mieszkaniowego w Krakowie. Celem przeprowadzonego badania była weryfikacja za pomocą wektorowej autoregresji, czy lokalne czynniki dotyczące liczby osób bezrobotnych oraz przeciętnego wynagrodzenia wpływają na kształtowanie się cen mieszkań.

Najlepsze wyniki otrzymano dla Modelu 3. Współczynnik determinacji jest w tym wypadku najwyższy, drugie miejsce zajmuje Model 2. Najniższa wartość  $R^2$  ma miejsce w przypad-

ku pierwszego modelu, gdzie posłużono się zmianami zarówno liczby osób bezrobotnych, jak i przeciętnego wynagrodzenia. Otrzymane rezultaty świadczą o tym, iż wahania lokalnego poziomu tej ostatniej zmiennej są bardziej przydatne do szacowania cen lokali mieszkalnych. Tylko w Modelu 3 w równaniu objaśniającym zmiany średnich cen mieszkań można mówić o przyczynowości w sensie Grangera. Warto zaznaczyć, że Model 3 wskazuje, iż zmienność cen mieszkań w miarę upływu czasu jest w coraz większym stopniu zależna od kształtowania się przeciętnego wynagrodzenia. Model ten, jako jedyny charakteryzuje się jednak wybuchowymi odpowiedziami na impuls. Należy podkreślić, że w każdym z trzech przypadków wykorzystanie 0–1 zmiennych sezonowych nie przekładało się na jakość modelu – albo zmienne sezonowe były nieistotne statystycznie, albo testy weryfikujące reszty modelu wykazywały wynik negatywny. Uzyskane prognozy zmian średnich cen mieszkań w Krakowie w każdym z trzech przypadków wskazują na spodziewane spadki. W rzeczywistości odnotowano jednak niewielki wzrost.

Według autora modele VAR mogą być przydatnym narzędziem badania zależności na rynku nieruchomości. Pewne ograniczenie stanowią jednak stosunkowo krótkie szeregi czasowe danych, które uniemożliwiają wykorzystanie większej liczby zmiennych.

## Literatura

- Barczyk R., Kowalczyk Z., 1993, *Metody badania koniunktury gospodarczej*, Wydawnictwo naukowe PWN, Warszawa-Poznań.
- Bryx M., 2007, *Wprowadzenie do zarządzania nieruchomością*, Poltext, Warszawa.
- Główka G., 2012, *System finansowania nieruchomości mieszkaniowych w Polsce. Doświadczenia i kierunki zmian*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- Kałkowski L. (red.), 2003, *Rynek nieruchomości w Polsce*, Twigger, Warszawa.
- Kucharska-Stasiak E., 2000, *Nieruchomość a rynek*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kufel T., 2013, *Ekonometria, rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kusideł E., 2000, *Modele wektorowo-autoregresyjne VAR. Metodologia i zastosowania*, [w:] Suchecki B. (red.), *Dane panelowe i modelowanie wielowymiarowe w badaniach ekonomicznych*, Wydawnictwo Absolwent, Łódź.
- Lis P., 2012, *Wahania cykliczne rynków mieszkaniowych. Aspekty teoretyczne i praktyczne*, Wydawnictwo Adam Marszałek, Toruń.
- Osińska M., Stępińska J., Koško M., 2007, *Ekonometria współczesna*, Wydawnictwo Dom Organizatora, Toruń.
- Trojanek R., 2008, *Wahania cen na rynku mieszkaniowym*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
- Wójcik A., 2009, *Wykorzystanie modeli wektorowo-autoregresyjnych do modelowania gospodarki Polski*, Ekonometria. Zastosowanie matematyki w ekonomii, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 26, Wrocław.
- Żelazowski K., 2011, *Regionalne zróżnicowanie cen i ich determinant na rynku mieszkaniowym w Polsce*, Studia i materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, Olsztyn, vol. 19, no. 3.

### Źródła internetowe:

- Związek Banków Polskich: <http://zbp.pl/raporty/raport-amron-sarfin>, korzystano wielokrotnie.
- Urząd Statystyczny w Krakowie: <http://krakow.stat.gov.pl/opracowania-biezace/komunikaty-i-biuletyny/inne-opracowania/biuletyn-statystyczny-miasta-krakowa-iii-kwartal-2014,4,14.html>, korzystano wielokrotnie.

## Housing prices, wages and unemployment – an analysis based on the use of vector-autoregressive models on the example of Kraków

Mgr Krzysztof Nowak  
*Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie*

### Abstract

*Economy consists of components that are interrelated with each other. Real estate market can be affected by both local and global determinants. Changes in GDP growth, interest rates and availability of mortgages should be stated on the top of the list of macroeconomic factors affecting real estate market. As far as local level is concerned, the characteristics of local prosperity (average wages and level of unemployment), should be mentioned. In the paper, the author focuses on local relations. The*

*study concerns the influence of changes in average wages and changes in the number of unemployed people on changes in the average price of flats in Kraków. To depict the relations, three models adopting vector autoregressive approach were built. The results obtained show that changes in average wages have greater impact on the average price of flats than changes in the number of unemployed people. Moreover, this effect increases in the longer term.*

### Keywords

*real estate market, housing market, vector-autoregressive framework*