Piekarczyk, Stanisław

Historyk i matematyka współczesna

Przegląd Historyczny 63/1, 109-127

1972

STANISŁAW PIEKARCZYK

Historyk i matematyka współczesna

Pan Jourdain:
„Daję słowo, zatem ja już przeszło czterdzieści lat mówię prozą nie mając o tym żywego pojęcia".
M o l i e r, *Mieszczanin szlachcicem*
(przekł. Boy)

0.1. Tytuł niniejszego szkicu brzmieć będzie prowokacyjnie dla większości historyków, dumnych ze swojej dyscypliny jej szczerych entuzjastów. Sugeruje on bowiem — w przeciwnym razie publikacja jego nie miałaby sensu — że wraz z autorem mają oni pozytywnie określić swój stosunek do matematyki i to w dodatku współczesnej. Czy mogą zaś oni, humaniści z najprawdziwszego ze zdarzeń, *a priori* uznać, że może być im ona w jakimkolwiek stopniu przydatna w ich pracy? Wszak wraz z maturą porzucili —w swym mniemaniu na zawsze i z westchnieniem ulgi — wszelkie wielomiany i funkcje, których wspomnienie napawa ich po latach klasówkowym dreszczem, a w najlepszym razie straszy przeraźliwą nudą niekończących się równań z iluśtam niewiadomymi. Stąd też wszelkie prace z ich własnej dziedziny, wyposażone w jakikolwiek aparat liczbowy uznawane są przez nich za równie nudne, społecznie jakoby mało przydatne, godne najwyżej kilkudziesięcioegzemplarzowych wydań, a jedyną pociechę i powód do optymizmu stanowi przeświadczenie, że „groźne widmo prac historycznych, publikowanych — w postaci formuł matematyczych — da się jeszcze zażegnać bez uciekania się do mocy nadprzyrodzonych" [1].

0.2. Starać się będziemy uzasadnić pogląd, że historyk wbrew pozorom i uprzedzeniom, wynikłym przede wszystkim z całkowitej nieznajomości współczesnej matematyki, oraz całkowitemu prawie (prawie: bo w niektórych badaniach wykorzystywane są metody numeryczne, głównie w statystyce) rozgraniczeniu obu dyscyplin we wszystkich etapach swej pracy badawczej powinien wykorzystywać właśnie matematykę. Co więcej: jesteśmy przeświadczeni, że bez niej nie jest do pomyślenia na dalszą metę rzeczywisty metodologiczny i koncepcyjny rozwój naszej dyscypliny. Ten zaś w żadnym wypadku nie może być rozumiany jako dalsza żywiołowa eksplozja informacyjna, sprowadzająca się najczęściej do powstawania coraz większej liczby prac o mini-zdarzeniach i mikro-wypadkach.

Z licznych nasuwających się tutaj zagadnień będziemy w stanie poruszyć zaledwie kilka, związanych zresztą głównie z problematyką usprawnienia języka historyka i to w oparciu o egzemplifikację wykorzystującą najbardziej elementarne pojęcia matematyki. Z większością z nich zapoznaje się zresztą obecnie każdy uczeń szkoły średniej.

0.3. Uważamy jednak, że za występujący rozdźwięk między historią i matematyką winę ponoszą nie tylko historycy, a może nawet nie oni w pierwszym

[1] B. Z i e n t a r a, „Kultura" nr 45 (387), 1970.

rzędzie. W większości wypadków zapoznawali się oni w szkole z matematyką przestarzałą. Nauka tego przedmiotu, z wyjątkiem może geometrii, sprowadzała się właściwie do algorytmizacji wykonywania pewnych prostych operacji przy zastosowaniu języka symbolicznego. Nigdy jednak nie słyszeli oni, co to jest liczba. Matematycy bowiem, co niektórzy z nich przyznają teraz sami, nie sugerowali przedstawicielom nauk społecznych możliwości wykorzystania swych zdobyczy w humanistyce, uznając rozpatrywane przez nią zagadnienia za zbyt banalne, by warto się nimi zajmować, o ile w ogóle dopuszczalna jest myśl u uprawianiu matematyki stosowanej.

Obecnie sytuacja zmieniła się na tyle, że pojawiają się coraz liczniejsze prace matematyczne pisane z myślą o wykorzystaniu ich wyników w naukach społecznych. Można jednak napotkać opinie, które wyrażają wprawdzie przeświadczenie, że matematyzacja humanistyki jest niezbędna, ale że nauki humanistyczne zajmują się zagadnieniami zbyt skomplikowanymi, by cel ten udało się obecnie zrealizować. Dopiero dalszy rozwój matematyki, wypracowanie przez nią jeszcze bardziej ogólnych i subtelnych teorii ma umożliwić w przyszłości realizację tego postulatu [2]. Publikacja szkicu świadczy, rzecz jasna, iż nie podzielamy tego pesymizmu. Wręcz przeciwnie, skłonni jesteśmy mniemać, że już obecnie utrzymywanie dalszego rozbratu między historią i matematyką jest bez szkody dla naszej dyscypliny niemożliwe.

Nie należą ponadto do wyjątków poglądy tych teoretyków matematyki, którzy sądzą, że dyscyplinę tę należy właściwie zaliczyć do humanistyki [3]. Poglądy te nie są pozbawione podstaw. Odkrycia dokonane w ostatnich dziesięcioleciach przy okazji badań nad podstawami matematyki ujawniły, że jej „pewność" ma swoje granice. Udowodniono mianowicie, że ustalenie niesprzeczności niektórych teorii matematycznych nie jest możliwe. Niesprzeczność tę można przyjąć jedynie przy odwołaniu się do intuicji. Niebezpieczeństwo wywołane takim odwoływaniem się nie grozi jednak w tych naukach, w których — jak to np. występuje w fizyce — matematyka wykorzystywana jest jedynie jako narzędzie badawcze.

1.1. Wydaje się, że na obecnym, przedwstępnym zaledwie etapie wysuwania propozycji zbliżania historii do matematyki nie musimy się przejmować niepokojami teoretyków matematyki. Na tak finezyjne, prowadzone na bardzo wysokim szczeblu abstrakcji rozważania po prostu nas nie stać. Nie są one zresztą dla naszych celów niezbędne. Wystarcza stwierdzenie, że aczkolwiek brak jest ogólnie przyjętej definicji matematyki jako całości (zazwyczaj określając matematykę zwraca się uwagę na jej dedukcyjny charakter [4]), to jednak między jej teoretykami panuje zgoda co do tego, że w jej najbardziej ogólnych teoriach zagadnienia ilościowe, ważne we wcześniejszych etapach jej rozwoju, nie odgrywają roli istotnej. Poszczególne teorie matematyczne to po prostu takie i tylko takie zbiory zdań celowo skonstruowanego języka formalnego [5], które utworzone zostały przez wszystkie konsekwencje wyciągnięte z przyjętych w danej teorii aksjomatów, zgodnie z uznanymi w tym języku regułami. Semantyka teorii matematycznej jest dla samej teorii obojętna. Zdania danego języka formalnego mogą opisywać dowolne obiekty, ich właściwości i (abstrakcyjnie rozumiane) zachowanie. Najczęściej matematycy zajmujący się konstrukcją teorii bądź jej dalszym opracowaniem posługują się w swych pracach obiektami idealnymi takimi jak liczby, ciągi i szeregi liczb, przestrzenie, również n-wymiarowe, metryczne i niemetryczne. Nic jednak nie stoi na przeszkodzie,

---

[2] J. G. Kemeny, *Mathematics without Numbers*, [w:] *Quantity and Quality. The Hayden Colloquium on Scientific Method and Concept*, ed. D. Lerner, New York 1961, s. 35.

[3] C. V. Newsom, *Istota matematyki. Pojęcie teorii matematycznej*, Warszawa 1967, s. 67.

[4] Por. M. Bunge, *Intuicija i nauka*, Moskwa 1967, s. 50 n.

[5] Por. H. Rasiowa, R. Sikorski, *The Mathematics of Metamathematics*, wyd. II, Warszawa 1968, rozdz. V, s. 144 n.

by na podstawie odpowiednich reguł przyporządkowania uznać, że w języku dowolnej teorii matematycznej opisuje się dowolne obiekty fizyczne — tak właśnie postępują nauki zmatematyzowane — a także właściwości i zachowanie jednostek i grup ludzkich.

Pozostawmy tutaj na boku wszelkie nasuwające się zagadnienia ontologiczne i epistemologiczne, rozważane w trakcie tysiącleci rozwoju myśli filozoficznej, które dotyczą stosunku między językiem i rzeczywistością pozajęzykową. Przyjmijmy po prostu, że uznajemy, iż historyk w swych badaniach nie spekuluje na temat własnego języka; wręcz przeciwnie, uważa on, iż w tym języku orzeka on coś o jakiejś pozajęzykowej rzeczywistości, o której sądzi, że występowała ona w przeszłości, zazwyczaj zresztą bliżej nie definiowanej [6]. Założenie to wystarczy nam, by uznać, iż historyk może także orzekać coś o jakimś, wyrażając się metaforycznie, fragmencie dziejów w języku dowolnej, poddanej odpowiednim regułom przyporządkowania teorii matematycznej [7]. W każdym zaś razie wystarczy ono do uznania matematyki za sprawdzian sprawności swego własnego języka potocznego, którego używa [8] w swej pracy: jego semantyki i składni.

1.2. Jesteśmy zaś gotowi bronić tezy, formułowanej już zresztą uprzednio [9], że przynajmniej część wstępna zadań związanych z terapią Klio sprowadza się właśnie do uściślenia sposobu myślenia i formułowania tych myśli przez historyków-badaczy. Nikt z publikujących swe prace autorów — łącznie z niżej podpisanym — nie jest w tym wypadku bez winy. Stąd wystarczy przytoczyć z bogatego, obszerniejszego niż się zazwyczaj przypuszcza (pisząc o nieostrości języka historyków) repertuaru garść pozornie tylko wyimaginowanych przykładów, by zademonstrować wieloznaczność pojęć używanych w pracach naukowych a nawet nieprawidłową z punktu widzenia logiki konstrukcję zdań, a stąd niemożność przyporządkowania takim „zdaniom" jakiejkolwiek wartości logicznej. Zdania takie, ponieważ nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, niczego, wbrew pozorom, nie mówią.

Co np. znaczy zdanie „X był historyczny", gdzie pod X można podstawić jakieś imię własne, nazwę jakiegoś wydarzenia (np. bitwy, odkrycia Ameryki) lub procesu (powstania kapitalizmu). Jest intuicyjnie oczywiste, że historyk wypowiadając twierdzenie o kimś lub o czymś, że to coś lub ktoś „był (o) historyczny (e)" nie zawsze ma na myśli tylko to, że podmiot zdania występował (zachodził, działał — choćby zwyciężał wrogów itp.) w przeszłości. W niektórych przynajmniej przypadkach orzecznik „historyczny" jest bowiem dla niego równoznaczny z orzecznikiem „historycznie doniosły", ważny z jakiegoś, bynajmniej nie zawsze ujawnianego przezeń względu lub względów. Jaki jest jednak stosunek obu znaczeń tego zdania dla danego historyka [10]? Można, jak się wydaje przyjąć, że problematyka tego rodzaju rzadko bywa przedmiotem jego metodologicznej autorefleksji. Także liczne formy orzekania o relacjach czasowych poszczególnych zdarzeń bywają w wypowiedziach historyków nieostre semantycznie [11]. Zaś zdania, w których występują określenia „podczas", „za" i podobne świadczą, że czas nie jest, bo być zresztą nie może [12] rozumiany przezeń jako wzorzec porządkowania liniowego. Wypowiedzi w ro-

6 Por. St. Piekarczyk, *Propozycje teorii (wokół „Metodologii historii" J. Topolskiego)*, PH LXI, 1970, z. 1, s. 108 n.

7 J. G. Kemeny, *Nauka w oczach filozofa*, Warszawa 1967, s. 97 n.

8 Por. J. Pelc, *Funkcjonalne podejście do semiotyki logicznej języka naturalnego*, „Studia Filozoficzne", 1967, nr 2, s. 111 n.

9 Por. A. Malewski, J. Topolski, *Studia z metodologii historii*, Warszawa 1960.

10 Pierwszej próby wyjaśnienia wzajemnego stosunku obu pojęć podjął się R. Kopiecki, *O historyczności faktu historycznego*, „Studia Metodologiczne" (w druku).

11 O nieostrości języka potocznego por. H. Stonert, *Język i nauka*, Warszawa 1964.

12 Wynika to z faktu „zazębiania się ze sobą" i „nachodzenia na siebie" poszczególnych zdarzeń.

dzaju powyższych uniemożliwiają rozróżniania sekwencji wydarzeń, odnoszonych wspólnie do jakiegoś innego wydarzenia o wyznaczonym bądź nie wyznaczonym momencie początkowym i końcowym.

Z innego powodu, ale także wieloznaczne są wypowiedzi historyków, gdzie występują pojęcia: przemiana, rozwój, wzrost i postęp. Niekiedy bywają one traktowane synonimicznie; w innych przypadkach wprowadza się między nimi jakieś nader rzadko dokładnie określane i jeszcze rzadziej konsekwentnie przestrzegane różnice znaczeniowe. Czy wzrost np. uczuć patriotycznych to to samo, co rozwój tychże uczuć? Czym się różni wzrost produkcji od jej rozwoju? Takie same zapytanie wnieść można odnośnie do handlu, eksportu, poczucia niesprawiedliwości społecznej itd. Niejasne są także wszelkie „całokształty" — czy stanowią one jakąś sumę czegoś (jak się przekonamy niżej, istnieją nie tylko sumy arytmetyczne), czy jakąś łączną czegoś strukturę? Ale i ze strukturą bywają podobne kłopoty. Jeżeli zaś całokształt ma być tylko jakąś konstrukcją intelektualną, to jaką funkcję spełnia w niej „kształt", zmysłowo możliwy do przedstawienia tylko w wypadku tworów materialnych?

Łatwo znaleźć wypowiedzi historyków, które wbrew pozorom nic nie znaczą. Należą do nich zdania, w których występuje orzecznik „właściwy", „charakterystyczny" „specyficzny" i podobne, o ile tylko nie będzie w nich wskazany wyraźnie jakiś układ odniesienia, w stosunku do którego dane wydarzenie lub jednostka określane są przez autora jako „charakterystyczne" lub „specyficzne". Nawet jednak gdy układ taki jest wskazany, zdanie będzie semantycznie nieostre, ponieważ nie ujawnia ono, na czym dokładnie polegać ma ta specyfika lub „charakterystyczność". Z nieco innego powodu, ale również mało sensowne są wypowiedzi historyków orzekające „typowość" czegoś lub kogoś [13]. Można np. przeczytać zdanie w rodzaju: „Piotr z Amiens, fanatyczny rzecznik wypraw krzyżowych, był typowym produktem kultury średniowiecza", bądź zdanie: „Typowym produktem kultury średniowiecza był ksiądz wiejski bardziej dbający o dziesięciny niż o pracę duszpasterską". Jak wielkiej zmianie ulegnie nasz pogląd na kulturę — też oczywiście rozumianą w sposób nieostry — średniowiecza w wypadku napotkania zdania drugiego w porównaniu do poglądu, urobionego na podstawie zdania pierwszego? A przecież możliwa jest koniunkcja obu zdań w postaci: „Typowymi produktami kultury średniowiecza był fanatyczny rzecznik wypraw krzyżowych Piotr z Amiens i ksiądz wiejski, bardziej dbający o dziesięciny niż o pracę duszpasterską".

Wydaje się, że powyższe przykłady uzasadniają wystarczająco tezę o konieczności poddania języka historyka najsurowszej kontroli. Właśnie na terenie nauk dedukcyjnych udowodniono, że nie można przeprowadzać analizy danego języka w tym samym języku. Konieczny jest w tym celu metajęzyk w stosunku do języka analizowanego, czyli przedmiotowego. Sądzimy właśnie, że nadaje się do tego szczególnie język matematyki. Dzięki swemu formalnemu charakterowi jest to język — z wspomnianymi wyżej zastrzeżeniami dotyczącymi teorii matematycznych — ścisły. Charakteryzuje go ponadto subtelność, jednoznaczność, uniwersalność, zwięzłość prostota i jasność. Ostatnie zdanie brzmi zapewne nieprzekonywająco dla historyka. Rzecz jednak idzie o przezwyciężenie wstępnych trudności spowodowanych rozbudowaną symboliką zapisów. W końcu historyk nie powinien cofać się przed tymi trudnościami. Przecież spotyka on, zwłaszcza jako mediewista, teksty graficznie trudne. Czy można w ogóle porównywać trudności występujące przy odczytywaniu tekstu jakiegoś dyplomu nie tylko paleograficznie mało przejrzystego, ale napisanego

---

[13] Por. T. Pawłowski, *Metodologiczne zagadnienia humanistyki*, Warszawa 1969, s. 46 n.; pod względem matematycznym ściślejszych ustaleń typowości dokonuje R. Kopiecki, *O „niezmiennikach" w historii. Kilka propozycji zastosowania teorii modeli w historii*, „Studia Metodologiczne" (w druku).

w barbarzyńskiej łacinie o ułomnej składni, z trudnościami w odczytaniu zapisu symbolicznego, potocznie zwanego wzorem?

To, co powiedzieliśmy wyżej, nie znaczy rzecz jasna, że wzywamy do publikowania prac historycznych pisanych wyłącznie w postaci formuł matematycznych. Nie czynimy tego nie tylko oczywiście ze względu na krąg odbiorców takich publikacji. Chodzi po prostu o to, że nie ma absolutnego metajęzyka. Taki absolutny metajęzyk musiałby być swym własnym metajęzykiem, co jest postulatem absurdalnym. Każdy język formalny jest ostatecznie sprowadzalny do języka potocznego. Postulując kontrolę języka historyka przy użyciu języka matematyki postulujemy tym samym powrót do języka potocznego. Poddany takiej ogniowej próbie będzie to już inny język niż język wyjściowy: w stopniu maksymalnym ulegnie oczyszczeniu z dwuznaczności i nieścisłości, nabywając — miejmy nadzieję — tzw. elegancji, czyli prostoty stylistycznej. Powinna ona zastąpić literackość, tzn. barwność, metaforyczność itp. wypowiedzi historyka.

1.3. Uważa się zazwyczaj, że analizę jakiegoś języka można przeprowadzić wykorzystując jako metajęzyk język logiki. Wyżej jednak mówiliśmy o konfrontacji języka historyka z językiem matematyki. Odkąd wszakże Bertrand Russel[14] udowodnił wzajemną przetłumaczalność języka teorii mnogości, tej podstawowej teorii matematycznej i języka logiki[15], rozgraniczanie języków obu teorii dedukcyjnych jest po prostu pozbawione podstaw. Ponadto w szkicu niniejszym nie ograniczymy się wyłącznie do analizy logicznej kilku pojęć języka potocznego używanych przez historyków. Wychodząc z założenia, że dzieje stanowią zbiór skomplikowanych transformacji układów cybernetycznych[16], zamierzamy, jakkolwiek w minimalnym zakresie, wykorzystać również konstatacje innych teorii matematycznych; wykraczają już one poza krąg bezpośrednich zainteresowań logiki, pozwolą zaś pokazać zasady modelowania matematycznego zjawisk historycznych. Z tego powodu pozostajemy przy formie języka matematyki.

1.4. Niektóre z tych uwag nabiorą jasności, gdy zajmiemy się nieco dokładniej wspomnianą wyżej teorią mnogości[17]. Powstała ona jako wyraz tendencji do zespolenia matematyki i logiki. Okazało się rychło, że możliwości stosowania tej teorii są wszechstronne; są one w każdym razie większe niż możliwości wykorzystania tylko klasycznej sięgającej Arystotelesa sylogistyki oraz także klasycznego, zapoczątkowanego wprawdzie przez stoików, ale przez wiele wieków zapomnianego rachunku zdań.

Prowadzone od lat trzydziestych naszego stulecia badania nad wyższymi czynnościami psychicznymi, w szczególności prace z psychologii rozwojowej szwajcarskiego uczonego J. Piageta[18], wykazały ponadto w sposób bodaj niepodważalny, że proces myślenia człowieka w dowolnych sytuacjach problemowych polega właśnie na przeprowadzaniu przez daną jednostkę operacji teoriomnogościowych. Początkowo przebiegają one spontanicznie i kilkuletnie dziecko nie zdaje sobie w ogóle sprawy z tego, że wykonuje takie operacje. W miarę rozwoju osobniczego sam fakt

---

14 Por. szkic T. Kotarbińskiego, *Bertrand Russell (1872—1970)*, „Twórczość" nr 7/8 1970, s. 167—176.

15 Wykład u: W. van Orman Quine, *Z punktu widzenia logiki. Eseje logiczno-filozoficzne*, Warszawa 1969, s. 114 n.

16 Por. J. Topolski, *Metodologia historii*, Warszawa 1968, s. 153 n.; różnice w sposobie rozumienia układu patrz niżej, s. 120 n.

17 Wykład teorii mnogości zawiera dowolne kompendium z logiki matematycznej, np. A. Grzegorczyk, *Zarys logiki matematycznej*, wyd. II, Warszawa 1969; patrz także H. Rasiowa, *Wstęp do matematyki współczesnej*, wyd. II, Warszawa 1969; szczególnie przystępnie G. Van Hout, *La mathematique moderne, langage du futur*, b.m. wyd. 1969.

18 Por. np. P. Oléron, J. Piaget, B. Inhelder, P. Gréco, *Inteligencja*, Warszawa 1967, zwłaszcza s. 143 n.; por. także D. E. Berlyne, *Struktura i kierunek myślenia*, Warszawa 1969, s. 83 n., s. 250 n.

wykonywania tego rodzaju czynności jest oczywiście uświadamiany przez, jak mawiają psychologowie, podmiot. Z ich matematycznej natury mało kto zdaje sobie jednak sprawę.

Pojęciami pierwotnymi, a więc nie definiowanymi w ramach teorii mnogości są: zbiór oraz relacja przynależności elementu do zbioru. Dla zaznaczenia zbioru używa się zazwyczaj nawiasów $\{\ \}$ lub dużych liter alfabetu łacińskiego. Relację przynależności elementu do zbioru oznacza się przez $\in$ Stąd zapis: $a \in A$ należy czytać: a jest elementem zbioru A. Zbiory rozpatrywane przez teorię mnogości mają charakter dystrybutywny[19]. Przez dystrybutywność zbioru rozumie się to, że wszystkie elementy danego zbioru charakteryzują się jakąś (określoną) cechą. Innymi słowy: wszystkie elementy danego zbioru spełniają jakąś funkcję zdaniową. Funkcję taką oznacza się literami φ, natomiast fakt, że element $a \in A$ spełnia funkcję zdaniową zapisujemy symbolicznie $\varphi(a)$. Spełnianie czegoś znaczy w używanym tu języku, że zdanie, które uzyska się po podstawieniu pod symbole odpowiednich nazw, będzie zdaniem prawdziwym. Z punktu widzenia teorii mnogości jest sprawą obojętną, czy dany zbiór złożony jest z elementów posiadających byt ontologiczny, a więc istniejących realnie, równocześnie lub w jakimś czasowym po sobie następstwie, czy też — wręcz przeciwnie — elementy zbioru są tylko tworami intelektualnymi.

Dzięki założonym właściwościom zbiory dystrybutywne są czymś innym niż elementy, które wchodzą w ich skład. Rodzina monogamiczna jest czymś innym od takiej samej liczby osób, które nie tworzą danej rodziny. Teoria mnogości wyróżnia m.in. zbiory jednoelementowe i zbiór pusty. Zbiór pusty stanowi odpowiednik arytmetycznego zera. Pojęcie to jest wykorzystywane, gdy w wyniku operacji na zbiorach nie powstanie zbiór złożony przynajmniej z jednego elementu. Pojęciu zbioru pustego można oczywiście nadać dowolną interpretację materialną. Np. zbiór hetmanów polskich XX w. jest zbiorem pustym. Nikt bowiem nie otrzymał godności hetmana w naszym wieku. Istnieją ponadto zbiory o nieskończonej liczbie elementów, np. zbiór liczb rzeczywistych.

Można także brać pod uwagę zbiory, których elementy złożone są również ze zbiorów. Tak więc zbiór miejscowości w Polsce składa się obecnie ze zbioru miast, wsi i osiedli, które nie są miastami i nie są wsiami. Zamiast posługiwać się niezręcznym językowo terminem zbiór zbiorów, w sytuacjach takich używa się terminu rodzina zbiorów.

Wzajemny stosunek zbiorów do siebie może być różny. Możliwe są sytuacje, w których jakiś zbiór jest zawarty w innym zbiorze. Znaczy to, że każdy element zbioru, np. X, jest także elementem zbioru Y. Symbolicznie zapisuje się taką sytuację w sposób następujący:

$$X \subset Y \equiv \bigwedge_{x \in X} x \in Y$$

Użyty został w tym zapisie znak równoważności, który odczytuje się: „wtedy i tylko wtedy, gdy" oraz kwantyfikator ogólny (duży). Odczytuje się go: „dla każdego", a następnie odczytuje się symbole umieszczone pod kwantyfikatorem. Przy zawieraniu się zbiorów nie zachodzi sytuacja odwrotna (z wyjątkiem $X \subset X$: każdy zbiór jest zawarty w samym sobie). Zbiór mieszkańców Warszawy jest zawarty w zbiorze mieszkańców Polski. Jednakże nie każdy mieszkaniec Polski zdołał zdobyć prawo do zameldowania się w stolicy na stałe. Łatwo zauważyć, że dla trzech zbiorów X, Y i Z prawdziwa jest następująca implikacja:

$$[(X \subset Y) \wedge (Y \subset Z)] \rightarrow (X \subset Z),$$

czyli: jeżeli X jest zawarte w Y i Y zawarte jest w Z, to X zawarte jest w Z.

---

19 Odmiennie w mereologii, gdzie zbiory mają charakter kolektywny.

Zbiory mogą się nawzajem przecinać. Wypadek taki zachodzi wtedy, gdy istnieją elementy, które należą do dwóch, czy też więcej zbiorów równocześnie. Niech X w naszym przykładzie oznacza zbiór złożony ze wszystkich mieszkańców Warszawy, a Y zbiór wszystkich miłośników historii w Polsce. Tylko część mieszkańców stolicy uważa się za miłośników naszej dyscypliny; pozostali mieszkają poza Warszawą. Przecinanie się zbiorów, czyli mnożenie teoriomnogościowe, oznacza się symbolicznie przy pomocy znaku $\cap$. Wynik tej operacji dokonywanej na dwóch lub większej ilości zbiorów nazywamy iloczynem teoriomnogościowym. Złożony jest on ze wspólnych elementów wszystkich przecinających się zbiorów. Gdy mnożenie da wynik negatywny, tzn. gdy zbiory nie mają żadnych wspólnych elementów, mówi się, że są one rozłączne, a ich przecięcie jest zbiorem pustym. Może się zdarzyć, że w przecięciu n-tki zbiorów znajdzie się tylko jeden element.

Teoria mnogości rozpatruje ponadto dodawanie zbiorów. W wyniku dodawania dwóch lub większej ilości zbiorów, oznaczanego przy pomocy znaku $\cup$ powstaje suma teoriomnogościowa. Składają się na nią takie i tylko takie elementy, które należą co najmniej do jednego spośród dodawanych zbiorów. Ilość elementów składających się na sumę teoriomnogościową jest — w wypadku zbiorów przecinających się — mniejsza niż ilość elementów składających się na sumę arytmetyczną elementów dodawanych zbiorów. Elementy wspólne są w sumie teoriomnogościowej liczone tylko jeden raz. Różnicą natomiast dwóch zbiorów np. X i Y, czyli X — Y nazywamy zbiór wszystkich tych elementów, które należą do X i nie należą do Y. Przeto

$$x \in (X-Y) \equiv (x \in X) \wedge (x \notin Y.)$$

Słownie: x jest elementem różnicy zbiorów X — Y wtedy i tylko wtedy gdy x jest elementem X i x nie jest elementem Y.
W zbiorach przecinających się występuje:

$$X - Y = X - (X \cap Y).$$

W teorii mnogości rozpatrywane są także zbiory uporządkowane. O właściwościach tych zbiorów decyduje nie tylko ilość ich elementów, ale ponadto porządek, w jakim występują one w danym zbiorze. Przykład stanowić tu może zbiór królów polskich. Cechą tego zbioru jest właśnie to, że nie możemy dowolnie zmieniać porządku tych władców i umieszczanie Zygmunta w odwrotnym porządku z Henrykiem Walezym będzie błędem. Natomiast zbiorem nieuporządkowanym bywa tłum.

Czynnikiem, który porządkuje zbiory, są relacje między jego elementami. Termin ten oznacza jakiś stosunek, np. większości, następstwa (może być ono wyinterpretowane jako czasowe lub przestrzenne), podporządkowania itp. między dwoma lub większą liczbą elementów, tj. między poprzednikiem i następnikiem danej relacji. Zazwyczaj relację między dwoma elementami, np. x i y, zapisuje się w postaci xRy. Każde dwa dowolne obiekty, które pozostają do siebie w jakiejś relacji, nazywa się parą uporządkowaną $\langle a, b \rangle$. Przyjmuje się, że dwie pary uporządkowane, np. $\langle a, b \rangle$ i $\langle c, d \rangle$, są sobie równe wtedy i tylko wtedy, gdy $a = c$ i $b = d$. Ponadto, jeżeli $a \neq b$ lub $c \neq d$, porządek występowania poprzedników i następników obu par nie może być zmieniany. Zbiór wszystkich par uporządkowanych $\langle a, b \rangle$, takich, że $a \in A$ i $b \in B$ nazywamy iloczynem (produktem) kartezjańskim zbiorów A i B. Oznaczamy go zwykle $A \times B$. Dowolne dwie drużyny (np. florecistów) rozgrywające zawody na zasadzie każdy z każdym tworzą produkt kartezjański. Podobny produkt kartezjański $A \times B$ tworzy dowolne zróżnicowane społeczeństwo, o ile tylko każdy członek grupy A (wyższej) tego społeczeństwa będzie się znajdował w relacji posiadania więcej praw do każdego członka grupy B (niższej).

Nie wszystkie relacje porządkują zbiór w jednakowy sposób. Np. relacja „bycia przodkiem" porządkuje częściowo zbiór złożony z danego przodka i jego bezpośrednich i pośrednich potomków. Drzewa genealogiczne stanowią graficzną reprezentację omawianej relacji: potomkowie nie są w nich rozróżnialni ze względu na omawianą relację. Z matematycznego punktu widzenia drzewa te tworzą graf. Intensywnie rozwijana ostatnio teoria grafów jest jedną z teorii współczesnej matematyki o bardzo szerokich możliwościach zastosowania w różnych dziedzinach nauki i praktyki.

Natomiast relacja następstwa w zbiorze królów polskich dobrze porządkuje ten zbiór. Jeżeli bowiem Stefan Batory panował przed Zygmuntem III, a Zygmunt III przed Władysławem IV, to z tego wynika, że Batory panował przed Władysławem IV. Relację tego rodzaju nazywamy przechodnią. Jest oczywiste, że jeżeli Batory panował przed Zygmuntem III, to nie jest prawdą, że Zygmunt III panował przed Batorym. Relacja nasza jest wobec tego relacją antysymetryczną. Relacja ta jest także spójna w zbiorze królów polskich (ogólnie: relacja spójna w jakimś zbiorze to taka relacja, że dla dowolnych $x, y \in X$, $x = y \vee xRy \vee yRx$). Relacja, która posiada wszystkie wymienione wyżej właściwości, porządkuje dany zbiór.

1.5. Jest sprawą ewidentną, że historycy we wszystkich etapach swej pracy w sposób spontaniczny — stąd wypowiedź pana Jourdaina posłużyła nam za motto szkicu — wykonują w sposób poprawny lub błędny szereg operacji teoriomnogościowych. Tak więc zdarza się często, że historyka interesują wyłącznie wiadomości na dany temat występujące w dwóch źródłach, choćby w dwóch kronikach. Potraktujmy obie kroniki jako zbiory. Elementami tych zbiorów będą zawarte w nich zapiski. Już na początku swej pracy historyk nakłada na te dwie kroniki-zbiory relację odnoszenia się do wydzarzeń X. Występowanie w tych zbiorach elementów dotyczących interesujących badacza wydarzeń stanowi przykład przecinania się zbiorów. Rzecz jasna, że historyk pominie wszystkie inne zapiski i zajmie się analizą wyłącznie ważnych ze względu na dane zagadnienie. Wykona on wówczas typowe mnożenie teoriomnogościowe, eliminując z pola swego zainteresowania wszystkie inne zapiski i koncentrując swą uwagę tylko na tych, po których spodziewa się, że umożliwią mu one przedstawienie badanego przezeń zjawiska.

Załóżmy jednak, że nasz historyk nie poprzestanie na identycznych ze względu na treść zapiskach z obu kronik, lecz wiadomości z jednej z nich będzie uzupełniał wiadomościami z drugiej. Mimo szkolnych kłopotów z matematyką wykona on dodawanie teoriomnogościowe. Suma wiadomości bowiem, które w ten sposób zdobędzie, będzie mniejsza od arytmetycznej sumy wiadomości zawartych w obu źródłach. Będzie ona bowiem pomniejszona o wiadomości wspólne, brane przezeń pod uwagę tylko jeden raz.

Zdarza się także często, aczkolwiek zjawisko to jest szczególnie wyraźne przy badaniu dziejów nowożytnych i najnowszych, że historyk znajdzie wiele źródeł, które wszystkie dotyczą tego samego wydarzenia. Źródła te utworzą przeto pewien zbiór. Niektóre z nich (np. takie same pod względem treści depesze zaczerpnięte z różnych gazet) mogą ponadto spełniać relację równoważnościową zawierania takiej samej treści. Podzbiory elementów danego zbioru równoważne między sobą ze względu na daną relację równoważnościową nazywamy klasami abstrakcji tej relacji w danym zbiorze. Wszystkie tedy manipulacje historyka, np. z kartami perforowanymi, gdy wyszukuje on informacji nierozróżnialnych ze względu na treść, są przeto sprowadzalne do nakładania na dany zbiór relacji równoważnościowych. Informacje takie stanowią w danym zbiorze klasy abstrakcji danej relacji równoważnościowej. Symbolicznie: $z \in [y]_R \equiv z, y \in Z \wedge zRy$. W zapisie tym klasa abstrakcji $[y]_R$ wyznaczona została przez element y ze względu na relację R. W każdym zbiorze Z można utworzyć tyle różnych klas abstracji, ile można w nim wyodrębnić różnych podzbiorów takich, że każdy z elementów tych podzbiorów będzie równoważny z każdym ze względu na daną cechę [20].

2.1. Garść powyższych przykładów pokazuje, że historyk w swej pracy wykonuje nieustannie operacje matematyczno-logiczne, które rekonstruuje współczesna matematyka. Nie może być w końcu inaczej: mózg każdego człowieka, co także zdołano już wykazać [21], działa właśnie na zasadach matematycznych. Inaczej mówiąc, matematyka tworzy pewien przybliżony model spontanicznych operacji umysłowych przeprowadzanych przez człowieka. Operacje te jednak zachodzą przy użyciu języka potocznego i obciążone są stanami emocjonalnymi i wolicjonalnymi [22] i choćby na skutek społecznego uwikłania danej jednostki nie przebiegają one — matematycznie rzecz biorąc — niezawodnie. „Matematyka antropologiczna", przy pomocy której można by odwzorowywać procesy artykulacyjne człowieka, stanowiłaby przypuszczalnie zbiór teorii, które nie byłyby chyba modelami [23] jakiejś jednej teorii. W szczególności nie jest pewne, czy we wszystkich z nich byłaby do utrzymania taka sama logika, a zwłaszcza czy zawsze obowiązywałaby w nich podstawowa zasada „zwykłej" logiki, tzn. zasada wyłączonego środka.

2.2. Uruchomiona przez nas aparatura pojęciowa pozwala nam już na pokazanie, na czym mianowicie polegać może niedokładne zrozumienie wypowiedzi historyka. Potraktujmy udostępniony w jakiejkolwiek postaci wynik jego pracy jako komunikat i treść tego komunikatu, tzn. informacje przekazywane w nim jako parę uporządkowaną $\langle K_n, I_n \rangle$. Na skutek wieloznaczności pojęć użytych w tym komunikacie, funkcjonujących społecznie w sposób nieostry, może się zdarzyć, iż odbiorca-czytelnik, wprawdzie odczyta komunikat, niemniej jednak zrozumie przekazywane w nim informacje w sposób odmienny od intencji nadawcy [24]. Będziemy mieli tedy do czynienia z nierównością par uporządkowanych [25]:

$$\langle K_n, I_n \rangle \neq \langle K_o, I_o \rangle.$$

2.3. Poruszone wyżej sprawy zbliżyły nas do zagadnienia modelowania matematycznego i jego roli w pracy historyka. Chcemy je omówić w taki sposób, by konstruując przykładowo kilka modeli matematycznych wprowadzić równocześnie jednoznaczność do niektórych pojęć używanych przezeń w sposób najczęściej bezrefleksyjny za językiem potocznym, konfrontując ten język z językiem matematyki.

W toku dotychczasowych wywodów wynik pracy historyka określaliśmy świadomie w sposób ogólnikowy. Wydaje się, że wbrew dotychczasowej praktyce wynik ten należy nazwać modelem [26], czyli językowym odwzorowaniem pozajęzykowej rzeczywistości. W ten sposób rozszerzamy pojęcie modelu, które w pracach niektórych historyków [27] utożsamiane jest z węższym pojęciem typu idealnego, wywodzą-

---

[20] Jest jasne, że możliwość tworzenia takich klas jest podstawowa dla myślenia abstrakcyjnego.

[21] G. Klaus, *Kybernetik und Erkenntnistheorie*, Berlin 1966, passim.

[22] J. Reykowski, *Eksperymentalna psychologia emocji*, Warszawa 1968, s. 45 n.

[23] St. Piekarczyk, *Historyk i teoria* (artykuł złożony w Redakcji PH).

[24] Por. St. Piekarczyk, *Z problemów polisemantyzacji w kulturze*, „Studia Źródłoznawcze" t. XVI, 1971, s. 9 n.

[25] Dla ułatwienia metodologicznej analizy szeregu zjawisk kultury można skonstruować model hipotetycznej grupy o kulturze monosematycznej, zakładając dla niej równość par uporządkowanych wymienionego rodzaju dla wszystkich komunikatów i informacji przekazywanych w obrębie tej grupy; koncepcja kultury monosemantycznej pochodzi od St. Lema, *Filozofia przypadku. Literatura w świetle empirii*, Kraków 1968, s. 323 n.; autor nie rozpracował jednak tej koncepcji.

[26] Stąd też nie solidaryzujemy się więcej z J. Topolskim, op. cit., s. 413 n., który wynik pracy historyka nazwał narracją.

[27] Por. np. W. Kula, *Analiza modelowa w historii gospodarczej*, „Historyka" t. I, 1967, s. 41—49.

cego się oczywiście pośrednio lub bezpośrednio od Maxa W e b e r a[28]. Typ idealny, to również model, szczególnego jednak rodzaju. Należy bowiem rozumieć przezeń taki model, który nie stanowi odwzorowania żadnego realnego, tzn. istniejącego lub występującego w pozajęzykowej rzeczywistości konkretnego przedmiotu, zjawiska, procesu itp.[29]. Nic przeto nie może być powiązane z danym typem idealnych relacją oznaczania[30]. Historyk — rzecz jasna — stoi na stanowisku, że opisuje, czyli zgodnie z naszą terminologią modeluje to, co się rzeczywiście działo, a nie tylko prowadzi badania własnego języka. Aliści nie negujemy poznawczego znaczenia konstrukcji pojęć, które stanowią typ idealny w sensie weberowskim. Wręcz przeciwnie, dostrzegamy korzyści, które można osiągnąć posługując się w badaniach typami idealnymi. Co więcej, niektóre przynajmniej modele matematyczne wypracowane dla potrzeb historyka będą miały taki właśnie charakter, jakkolwiek pochodząca od Maxa Webera terminologia jest w odniesieniu do nich nieadekwatna i winna zostać zastąpiona przez bardziej nowoczesną, lepiej odpowiadającą funkcji spełnianej przez modele matematyczne.

Propozycja użycia pojęcia modelu na nazwanie rezultatów pracy historyka nie była wywołana poddawaniem się językowej modzie. Pozwoli nam ona na wykorzystanie w następnej, zapowiadanej tu pracy, w sposób zresztą z konieczności bardzo skrótowy wykorzystać matematyczną teorię modeli dla nieco dokładniejszego scharakteryzowania warunków niezbędnych po to, by model konstruowany przez historyka osiągnął, mówiąc potocznie, poprawność, tzn. by nie zniekształcał odwzorowywanej przy jego pomocy przeszłości.

Zgodnie tedy z naszym przeświadczeniem, jednym z tych niezbędnych, chociaż niewystarczających środków poprawności modeli tworzonych przez historyków jest modelowanie matematyczne. Najogólniej ujmując i świadomie upraszczając sprawę — zapewne nie bez oporów ze strony części matematyków — polega ono na przedstawieniu pozajęzykowej rzeczywistości w języku matematyki. Wyżej podaliśmy już bardzo prosty przykład takiego modelu, pokazując przy użyciu nierówności dwóch par uporządkowanych, na czym polega niezrozumienie przez recipienta informacji przekazanej przez emitenta w warunkach, w których dotarł do pierwszego z nich komunikat (oczywiście model nasz nie dotyczy wyłącznie dwóch historyków, lecz ma znaczenie ogólne). Po to jednak, by móc uznać każdy zapis matematyczny za model jakiejś sytuacji pozajęzykowej, należy przyjąć, jak o tym była już mowa wyżej (1.1.), odpowiednie reguły przyporządkowania. Dopiero wówczas wolno nam będzie stanąć na stanowisku, że po odpowiednim podstawieniu pod symbole zmiennych nazw przedmiotów (lub ludzi) i np. pod symbole relacji nazw tych relacji otrzymamy zdanie orzekające coś o stosunkach występujących w świecie ludzi i rzeczy.

Oczywiście nie twierdzimy, że każdy model jakiegoś, wyrażając się metaforycznie, fragmentu dziejów skonstruowany przez historyka w języku matematyki uzyska gwarancję poprawności tylko dzięki temu, że zostanie on przedstawiony w zapisie symbolicznym. Należy bowiem wiedzieć, co i jak zamodelować. W omawianym tu znaczeniu zbliżanie historii do matematyki sprowadza się tylko do instrumentalnego wykorzystania tej ostatniej. Dyscyplina ta stanowi jednak szczególnego rodzaju instrument, którego walory postaramy się przedstawić niżej w sposób bardziej szczegółowy.

3.1. Historyk zazwyczaj interesuje się nie jakimiś zagadnieniami ogólnymi, ale

---

28 Por. J. K m i t a, L. N o w a k, *Studia nad teoretycznymi podstawami humanistyki*, Poznań 1968, s. 54 n.

29 W kontekście poruszanych zagadnień unikamy posługiwania się pojęciem faktu historycznego. Nie jest bowiem zawsze jasne, czy obejmuje się nim tylko rzeczywistość pozajęzykową, czy wyłącznie rzeczywistość językową, czy też jedną i drugą.

30 Podobnie T. P a w ł o w s k i, op. cit., s. 59.

bada konkretne, nawet gdy są one pod jakimś względem powtarzalne, wydarzenia i procesy. Jak tedy może on w swoim modelowaniu tych ostatnich wykorzystywać język matematyki, który z natury rzeczy jest językiem budującym zdania na wysokim szczeblu abstrakcji? Jego modelowanie matematyczne musi przecież odbiegać od modelowania matematycznego np. w fizyce.

W każdym wydarzeniu badanym przez historyka, mimo że koncentruje on zazwyczaj uwagę właśnie na jego jednorazowym charakterze, występują mniej lub bardziej wyraźnie te cechy tego wydarzenia, które sprawiają, że jest ono z jakiegoś punktu widzenia podobne do praktycznie nieprzeliczalnej ilości sytuacji (osób, relacji między nimi itd.). Te podobieństwa — morfizmy — ujawniają takie same określenia występujące przy oznaczaniu tych sytuacji. Otóż właśnie zakres znaczeniowy tych nazw powinien być w modelach konstruowanych przez historyka uściślony, zaś sposób ich stosowania poddany rygorystycznej kontroli. Innymi słowy, historyk powinien świadomie nakładać relacje równoważnościowe na elementy badanych przez siebie wydarzeń należących do różnych zbiorów, czyli czynić je elementami tej samej relacji równoważnościowej. Oto kilka przykładów takiej procedury. Poddając analizie poniższe pojęcia chcemy równocześnie wprowadzić kilka uściśleń do wysuwanych poprzednio propozycji stosowania w historii cybernetyki.

3.2. Historyk, jak to powiedzieliśmy wyżej (1.2.) używa pojęć przemiana, wzrost i rozwój[31] w sposób nieostry. Warto zastanowić się nad zakresem semantycznym tych wyrażeń i dokładnie określić — właśnie wykorzystując język matematyki — kiedy jest on upoważniony do posługiwania się każdym z nich w taki sposób, by ani u niego samego ani u czytelnika nie powstały żadne wątpliwości, o jakich to zjawiskach bądź procesach właściwie mówi. Co jednak mają wspólnego ze sobą np. przemiany ustrojowe ze stylistycznymi i pod jakim względem może być porównywalny wzrost produkcji ze wzrostem poczucia niesprawiedliwości społecznej i czy można znaleźć coś wspólnego między rozwojem miast i rozwojem powieści jako gatunku literackiego?

Zgódźmy się wstępnie, że najszerszy zakres semantyczny z przytoczonych wyżej pojęć ma pojęcie przemiany. Natomiast nie każdy wzrost jest, zgodnie z potocznym odczuciem językowym, rozwojem. Jeżeli jednak coś się rozwija, jak choćby kapitalizm, miasta, dramat romantyczny itp., to to coś także, aczkolwiek w określonym tylko sensie wzrasta. Przyjmijmy przeto, że pojęcie rozwoju będzie dla nas pojęciem o najwęższym zakresie znaczeniowym.

3.3. Matematyka interesuje się oczywiście różnymi przemianami. W jej języku przemiana, to przekształcenie. Tym zaś, co w matematyce decyduje o sposobie przekształceń różnych matematycznych obiektów są funkcje. Funkcja stanowi taki rodzaj relacji, w którym jednemu elementowi w poprzedniku odpowiada jeden element w następniku. Funkcja przekształca tedy elementy jakiegoś zbioru X w elementy innego zbioru, np. Y. Symbolicznie $f\colon X \to Y$. Mówiąc nieco inaczej, w sposób bardziej humanistyczny: funkcja stanowi pewną zasadę, zgodnie z którą przeprowadza się wspomniane przekształcenie. Funkcją jest np. dodawanie, mnożenie, potęgowanie itd.

Podobne zasady przekształceń, czyli właśnie funkcji występują oczywiście nie tylko w matematyce. Stanowią je choćby zasady gramatyczne. Stosując się do nich w sposób spontaniczny lub świadomy przekształcamy znaki słowne otrzymując z form podstawowych inne formy tego samego wyrazu, które właśnie wskutek swej

---

[31] J. Topolski, op. cit., s. 155 n. w oparciu o O. Langego, *Całość i rozwój w świetle cybernetyki*, Warszawa 1962, wprowadza pojęcie rozwoju jako transformacji układu w sensie cybernetycznym. Pomija on jednak różnice semantyczne między analizowanymi tutaj pojęciami.

odmienności, a więc przekształceń, jakim poddane zostały formy podstawowe, mogą odgrywać różną rolę przy przekazywaniu informacji.

Uogólniając można powiedzieć, że w życiu posługujemy się różnymi funkcjami, rozumianymi tu jako społecznie określone zasady przekształcania czegoś, równie często jak relacjami. Równie często bowiem przychodzi nam przyporządkowywać coś czemuś, czyli przekształcać choćby znak akustyczny w znak graficzny. Odwzorowujemy nasze myśli w różnej formie tak, aby były one komunikowalne dla innych. Gdy zaś stwierdzamy, że ktoś sprawuje jakąś funkcję, np. społeczną lub polityczną, stwierdzamy tym samym, że w jakiś sposób przekształca on rzeczywistość (tzn. zbiory lub podzbiory złożone z jednostek, grup ludzkich, rzeczy, występujących między nimi relacji oraz wyznaczonych na nich funkcji) w podległej mu sferze działania. Bywa oczywiście i tak, iż tych przekształceń nie możemy dostrzec. Matematyka nie traci na tym jednak nic. Są bowiem w niej takie funkcje, w wyniku których przekształcany zbiór nie ulegnie zmianie. Łatwo to sprawdzić mnożąc dowolną liczbę przez 1. Mówiąc zaś o tym, że czas jakoby wszystko zmienia, stwierdzamy po prostu, że zmiana jest funkcją czasu.

Oczywiście w trakcie badań historycznych najczęściej nie posługujemy się pojęciem funkcji w jej matematycznie uściślonym sensie, ale korzystamy z wielu innych pojęć języka potocznego, które (pozornie) z matematyką nie mają nic wspólnego. Zastanawiając się bowiem nad przemianami, np. w życiu politycznym, wzrostem i rozwojem — oświaty, eksportu itd. — powołujemy się nie na funkcje, ale na rolę kogoś lub czegoś, na różne czynniki, niekiedy prawa [32], które wywołują dane zjawiska lub procesy. Często w ogóle koncentrujemy badania na tychże czynnikach. „Wpływ X na Y", „Rola p w q" — to typowe badania funkcji przekształcających.

Chcąc tedy określić zakres znaczeniowy każdego z interesujących nas pojęć w sposób najogólniejszy należy przede wszystkim ustalić, jakim przekształceniom musi ulec dowolny obiekt zainteresowań historyka, by doszło do przemiany, wzrostu, bądź rozwoju. Następnie winniśmy wyznaczyć funkcję lub funkcje, które wywołują przekształcenia uznawane przez nas za przemianę, wzrost i rozwój. Po tych zabiegach będzie można ustalić, jaką funkcję zdaniową („bycia przejawem przemiany", „bycia przejawem wzrostu", albo „bycia przejawem rozwoju") spełnia dowolne, analizowane przez nas zjawisko lub proces.

3.4. Pójście po tej linii rozumowania postuluje zastosowanie języka matematyki do opisu faktycznych zainteresowań historyka [33]. Załóżmy, że interesuje go jakiś — mówiąc potocznie — fragment dziejów dowolnego społeczeństwa. Cybernetycznie rzecz biorąc, stanowi on pewien układ (U). Jego najbardziej naturalnym dla historyka nośnikiem (N) są zbiory (częściej: rodziny zbiorów), których elementy stanowią poszczególne jednostki, grupy ludzkie i rzeczy (wytwory działalności człowieka w najszerszym pojęciu) oraz otaczający go świat przyrody. Na nośnik ten i na jego poszczególne podzbiory nałożone są relacje, które także należy potraktować jako zbiór, albo rodzinę zbiorów $\{R_1 \ldots R_i\}$. Relacje te, to oczywiście wszelkie stosunki występujące między elementami nośnika (np. społeczne, własnościowe, polityczne itp.). Ponadto na nośniku tym oraz na zbiorze relacji wyznaczone są funkcje, stanowiące również zbiór $\{f_1 \ldots f_n\}$. Funkcje w rozumieniu rozszerzonym do potrzeb interpretacji modelu, to nie tylko społecznie utrwalone zasady przekształceń, ale wszelkie przejawy takiej grupowej lub jednostkowej działalności ludzkiej (produk-

[32] Warto — jak się wydaje — pojęcie prawa odnosić tylko do sądu orzekanego o czymś. Natomiast pojęcie prawidłowości odnosić do zjawisk występujących w dziejach.

[33] W dalszym ciągu wprowadzamy pewne uproszczenie polegające na tym, że nie uwzględniamy możliwości (w szeregu wypadków nawet konieczności) sprowadzania zdań, które traktują o jakichś hipostazach lub onomatoidach, tj. nazwach pozornych, do zdań dotyczących stosunków międzyludzkich.

cyjnej, politycznej, artystycznej itp.) oraz wpływu wywieranego przez intersubiektywnie postrzegalne rezultaty tej działalności i przez przyrodnicze otoczenie człowieka, które pośrednio lub bezpośrednio przekształcając nośnik, prowadzą ostatecznie do transformacji układu pojętego jako całość. Symbolicznie można tę konstrukcję przedstawić jako[34]:

$$U = \langle N, \{R_1 \ldots R_i\}, \{f_1 \ldots f_n\}\rangle$$

Konstrukcja ta, stanowiąc najbardziej ogólny model, przy pomocy którego można opisać każde społeczeństwo w dowolnej sytuacji w dowolnym interwale czasowym, odwzorowuje równocześnie wszelkie możliwe kierunki zainteresowań historyka. Może on badać nośnik układu, nawet w określonych wypadkach jego istnienie oraz choćby stan tego nośnika. Należą tu przede prace demograficzne, badania osadnicze w najszerszym pojęciu, prace dotyczące przyrodniczego otoczenia człowieka. Historyka mogą interesować również relacje między elementami nośnika układu. Do badań poświęconych tego rodzaju zagadnieniom zaliczymy oczywiście wszelkie prace z zakresu stosunków społecznych, ale także przynajmniej część prac z historii literatury i historii sztuki. Wychodzimy tu z konstatacji, że dzieło literackie i dzieło artystyczne innego rodzaju[35] stanowi komunikat, który służy do przekazywania informacji, czyli dochodzeniu do skutku relacji informowania między nadawcą-twórcą i odbiorcami.

Historyk nie ogranicza się zazwyczaj do badań jakiegoś stanu; interesują go — jak wiadomo — przekształcenia tego stanu. O ile tylko będzie się wówczas zastanawiał nad wpływem czegoś na coś, to w centrum jego uwagi znajdą się nie tylko same przekształcenia, np. ich przebieg (odpowiedź na pytanie: jak było?), ale i funkcje przekształcające dany stan. Poszukiwać on będzie wówczas odpowiedzi na pytanie „dlaczego?". W wypadku, gdy wpływ, o który mu idzie, wywierany będzie przez jakiś „czynnik" bezpośrednio na nośnik układu, funkcje te wyznaczone zostają na elementach tego nośnika. Wartościami tych funkcji będą natomiast elementy po przekształceniu. Przykładem takich badań mogą być choćby liczne prace analizujące wpływ zniesienia barier celnych na przemiany, które zachodziły w przemyśle Królestwa. Bywa i tak, że historyk skoncentruje się na śledzeniu wpływu wywieranego przez jakiś czynnik na nośnik w sposób pośredni. W tym wypadku dana funkcja określona będzie na zbiorze relacji. Za klasyczne bodaj przykłady takich badań można uznać studia omawiające skutki uwłaszczenia chłopów. Uwłaszczenie bowiem zmieniało relacje między chłopem i ziemią, czyli między elementami nośnika.

Oczywiście dokonana wyżej skrótowa rekonstrukcja kierunków badań historycznych z interesującego nas punktu widzenia pomija z konieczności fakt, iż w konkretnych pracach kierunki te często krzyżują się ze sobą, tworząc przecięcia i sumy teoriomnogościowe.

3.5. Układ ujęty w naszym zapisie symbolicznym pozostaje w stanie nieustannych transformacji. Stałym przekształceniom ulega jego nośnik: ludzie rodzą się i umierają. Wytworzone dobra są konsumowane; produkuje się stale nowe itd. Podobnym przekształceniom, jakkolwiek nie zawsze równie szybkim, podlegają także relacje i funkcje. Nie wszystkie jednak z tych transformacji uzna historyk za przemianę, rozwój i wzrost (bądź cofnięcie się — regres). Nie wszystkim też poświęci

[34] Konstrukcja ta jest odmienna od zaproponowanej przez O. Langego i przyjętej przez J. Topolskiego, op. cit., s. 155. W szczególności wyodrębnia ona nośnik układu. Wspomniani autorzy mówią natomiast o elementach. Ponadto wyodrębniliśmy zbiór funkcji, co powinno ułatwić dokonywanie operacji na układzie, w szczególności wprowadzać doń przekształcenia będące (a tak jest przecież zawsze) funkcją czasu. Wg koncepcji Langego czas jest wprowadzany do układu niejako „z zewnątrz".

[35] St. Piekarczyk, *Z problemów polisemantyzacji...*, s. 9.

swe badania. Jeżeli tedy orzeknie on, że „sytuacja S nie uległa żadnym (ważnym, istotnym itp.) zmianom pod względem W w czasie od t_o do t_1, to znaczy, iż uzna on właściwie dwie sytuacje: S_{t_o} i S'_{t_1} za równoważne pod jakimś względem. Zdaje on sobie przecież sprawę, że np. to nie ci sami chłopi cierpieli tę samą nędzę, tylko ich wnukowie. Poprawniej formułując tę samą myśl należy skonstatować, że po to, by dwa stany układu U, określane przez historyka jako dwie sytuacje S i S′ były takie same, S i S′ muszą spełniać przynajmniej jedną relację równoważnościową, bądź zbiór relacji równoważnościowych. Ów punkt widzenia, czyli „wzgląd", który decyduje o występowaniu lub niewystępowaniu przemian w badanych przez historyka sytuacjach, należy przeto określić jako relację równoważności R. Innymi słowy: o tym, że w zbiorze Z elementów $z_1, ..., z_k \in Z$ nośnika (N) badanego przez historyka układu (U) — dla uproszczenia ograniczamy się do nośnika — nie nastąpiły w czasie od t_o do t_1 przemiany, tzn. przekształcenie S w S′ ze względu na R, można mówić wtedy i tylko wtedy gdy dowolne zdanie (matematycznie uściślając: poprawnie zbudowane z symboli $R_1, ... R_i$ i $f_1, ... f_n$), o ile jest prawdziwe dla $z_1, ..., z_k \in Z$, to jest również prawdziwe dla dowolnego ciągu $z'_m, ... z'_s \in Z'$ (Z' podzbiorem N'), gdzie $z'_m \in [z_m]_R, ..., z' \in [z_s]_R$.

Intuicyjnie chcielibyśmy, by definicja rozwoju czegoś, np. elementów $z_a ... z_k \in Z$, ujmowała powstawanie w nim (jak pamiętamy, Z reprezentuje jakiś podzbiór nośnika układu) jakiejś nowej cechy, której nie posiadał żaden z tych elementów przed początkiem procesu rozwojowego. Chcielibyśmy także, by w wyniku rozwoju Z przestawało w jakimś zakresie być tym, czym było poprzednio. Nadając tym intuicjom sens jednoznaczny należy przeto powiedzieć, że musi istnieć klasa abstrakcji w czasie t_o, np. $[z]_{R_o}$ oraz w czasie t_1 inna klasa abstrakcji, np. $[z']_{R_1}$. Wszystkie elementy zbioru Z muszą należeć do pierwszej klasy abstrakcji, tzn. $\bigwedge_{z_g \in Z} z_g \in [z]_{R_o}$. Żaden $z \in Z$ nie może natomiast należeć do drugiej klasy abstrakcji, czyli $z_g \notin [z']_{R_1}$. Ponadto musi istnieć przynajmniej jeden taki element $z' \in Z'$ ($z'_m ... z'_u \in Z'$), który należy do drugiej klasy abstrakcji, a więc $\bigvee_{z'_s \in Z'} z'_s \in [z']_{R_1}$. Ten właśnie element nie może należeć do klasy abstrakcji $[z]_{R_o}$: $(z_s \in [z']_{R_1} \notin \rightarrow z'_s \notin [Z']_{R_o})$. Zaś każdy inny element Z', np. z'_q, który nie należy do $[z']_{R_1}$, należy do $[z]_{R_o}$, czyli: $(z'_q \notin [z']_{R_1} \rightarrow z'_q \in [Z]_{R_o})$. Postulujemy również, by ta nowa cecha, która pojawia się jako przejaw rozwoju, spełniała funkcję zdaniową „bycia czymś bardziej z danego względu". Innymi słowy: na zbiór klas abstrakcji relacji równoważności $\{[Z]_{R_o}, [z']_{R_1} ... [z^i]_{R_i}\}$ musimy nałożyć relację porządku liniowego, oznaczaną zazwyczaj $\prec$ i żądać, by $[z']_{R_1}$ następowała po $[z]_{R_o}$ ze względu na tę relację, czyli by zachodziło: $[z]_{R_o} \prec [z']_{R_1}$. Powyższe postulaty możemy już ująć w jednym zapisie symbolicznym w postaci[36]:

$$R_{o,1} \overset{df}{\equiv} \bigvee_{z \in Z} \bigvee_{z' \in Z'} \bigwedge_{z_g \in Z} \bigwedge_{\substack{z'_s \in Z' \\ z'_q \in Z'}} \Big[z_g \in [z]_{R_o} \wedge z_g \notin [z']_{R_1} \wedge (z'_s \in [z']_{R_1} \longrightarrow z_s \notin [z]_{R_o}) \wedge$$

$$\wedge (z'_q \notin [z']_{R_1} \longrightarrow z_q \in [z']_{R_o}) \wedge [z_{R_o}] \prec [z']_{R_1} \Big].$$

36 Zapis przybrał formę prostszą, niż to by wynikało z jego opisu. Ponieważ relacja równoważności R_1 wyznaczona została ze względu na element z', musi do niej należeć przynajmniej jeden taki element. Dlatego też można było w tym zapisie pominąć człon zdania, który mówi, że istnieje taki z', który należy do takiej klasy abstrakcji. Definicję można było ponadto rozbudować przez wskazanie w niej, że rozwój Z nie odbywa się ze względu na wszystkie relacje równoważnościowe, które można w nim wyróżnić. W tym celu należałoby wprowadzić relację równoważności Ra i przyjąć, że wszystkie elementy Z oraz wszystkie elementy Z' należą do klasy abstrakcji wyznaczonej przez tę relację. Taka klasa abstrakcji nie wchodzi do zbioru

Powyższej definicji można nadać dowolną interpretację materialną. Niech Z oznacza np. zbiór wszystkich miast polskich w XII w., R_0 nieposiadanie przez te miasta samorządu opartego o zasady prawa niemieckiego, zaś Z′ zbiór wszystkich miast polskich w XIII w., wreszcie R_1 posiadanie samorządu opartego o te zasady. Jeżeli tylko uznamy, że prawdą jest uporządkowanie liniowe klas relacji równoważności R_0 i R_1, definicja może stanowić (częściowy) model rozwoju wspomnianych miast w tym okresie[37].

Łatwo zauważyć, że w naszej definicji pojęcia rozwoju nadaliśmy znaczenie osłabione. Nie postulujemy bowiem, by każde $z' \in Z'$ należało do nowej klasy abstrakcji relacji R_1. Żądamy wyłącznie, by istniał przynajmniej jeden taki element, który do tej klasy należy.

W analogiczny sposób można zdefiniować pojęcie przeciwstawne do pojęcia rozwoju, tj. pojęcie cofania się (C) lub regresu (temu ostatniemu nie nadajemy żadnej oceny o charakterze aksjologicznym). Wystarczy w tym celu przyjąć odwrotny porządek obu klas abstrakcji, czyli: $[z']_{R1} \prec [z]_{Ro}$.

W oparciu o definicję rozwoju można zdefiniować także pojęcie wzrostu (W). Definicję tę należy skonstruować w taki sposób, by nie orzekła ona, że po transformacji Z w Z′, która przebiegała w czasie od t_0 do t_1, wszystkie elementy Z′ były pod danym względem większe niż wszystkie elementy Z. Jeżeli bowiem mówimy potocznie np. o wzroście miast w Polsce w XV w., to nie chcemy przez to powiedzieć, że każde miasto w końcu XIV w. było mniejsze niż każde miasto z końca XV w. Wzrost ten, zgodnie z intuicyjnym zrozumieniem tego pojęcia polegał na tym, że były takie miasta, które pod koniec XV w. przewyższyły stan (np. pod względem liczby mieszkańców, rozmiarów produkcji itp.) niektórych przynajmniej miast ze schyłku stulecia poprzedniego. Od definicji naszej powinniśmy również żądać, by nie zakładała ona — w przeciwieństwie do definicji rozwoju — powstawania w procesie wzrostu czegoś zupełnie nowego, jakiejś cechy innymi słowy, której nie posiadał żaden element Z sprzed transformacji.

Postulaty te można spełnić w następujący sposób. Musimy wprowadzić przynajmniej jedną klasę abstrakcji, np. $[z]_{W_0}$, taką, że należeć będą do niej wszystkie elementy Z i wszystkie elementy Z′. Powinniśmy ponadto wyznaczyć inną klasę abstrakcji dla Z′ w czasie t_1, np. $[z']_{W_1}$. Do tej klasy abstrakcji muszą należeć przynajmniej niektóre elementy Z′. Relacja równoważnościowa, ze względu na którą wyznaczona została ostatnia klasa abstrakcji, musi wyprzedzać pierwszą relację równoważnościową w sensie porządku liniowego. Do klasy abstrakcji $[z']_{W1}$ muszą jednak należeć przynajmniej niektóre elementy Z, czyli iloczyn $Z \cap [z']_{W_1}$ nie może być zbiorem pustym. Spełnienie tego postulatu zagwarantuje nam właśnie, że w trakcie transformacji Z w Z′ nie powstanie żadna nowa cecha. Symbolicznie definicję naszą można przedstawić w sposób następujący:

$$W_0, \overset{df}{\equiv} \bigvee_{z \in Z} \bigvee_{z' \in Z'} \bigwedge_{z_g \in Z'} \bigwedge_{z'_r \in Z'} \Big(z_g,\ z_r \in [z]_{W_0} \wedge \bigvee_{\substack{z_h \in Z \\ z_h \in Z'}} \bigvee_{\substack{z_i \in Z \\ z_i \in Z'}} [z_h \notin [z']_{W_1} \wedge$$

$$\wedge\ z_i \in [z']_{W_1} \wedge [z]_{W_0} \prec [z']_{W_1}\Big).$$

Rzecz jasna, iż wystarczy przestawić ostatni człon definicji, nadając mu postać: $[z']_{W_1} \prec [z]_{W_0}$ i otrzymamy definicję spadku (upadku), którą będzie można odnieść do wszystkich zjawisk i procesów, dla których charakterystyczne jest, iż niektóre

klas abstrakcji relacji równoważności, który wyznacza rozwój i który można uporządkować liniowo.

[37] Łatwo zauważyć, że pojęć t_0 oraz t_1 używamy tu w znaczeniu interwałów czasowych, a nie momentów.

przynajmniej elementy Z są w czasie t_1 pod jakimś względem mniejsze, niż elementy z_h.

Pozostaje nam jeszcze zdefiniować przemianę. Pojęcie to, zgodnie z przyjętym założeniem, ma najszerszy zakres semantyczny. Uściślając tedy nasze poprzednie intuicje[38] można powiedzieć, że przemiana jest bądź rozwojem, bądź cofaniem się, bądź wzrostem, bądź spadkiem. Powyższe alternatywy należy jednak jeszcze uzupełnić. Rzecz w tym, iż występują takie przejawy transformacji, o których nie da się powiedzieć, że dowolne elementy Z podlegające tej transformacji lub klasy abstrakcji wyznaczone przez nią tworzą zbiory takie, iż występują w nich relacje liniowego porządku. Tę okoliczność można uwzględnić w naszej definicji, nadając następującą postać jej ostatniemu członowi: $[z]_{P_0} \neq [z']_{P_1}$. Poza tym jednak transformacja Z w Z' może przebiegać w sposób analogiczny do rozwoju lub wzrostu. Uzyskamy przeto zapis:

$$P_{0,1} \overset{df}{\equiv} R_{0,1} \vee C_{0,1} \vee W_{0,1} \vee S_{0,1} \vee \Bigg[\bigvee_{z \in Z} \bigvee_{z' \in Z'} \bigwedge_{z_g \in Z} \bigwedge_{\substack{z'_s \in Z' \\ z_q \in Z'}} \Big\{ (z_g \in [z]_{P_0} \wedge z_g \notin [z']_{P_1}) \rightarrow$$

$$\rightarrow \big[(z'_s \in [z']_{P_1} \rightarrow z'_s \notin [z]_{P_0}) \wedge (z'_q \notin [z']_{P_1}) \rightarrow (z'_q \in [z]_{P_0}) \big] \Big\} \vee \big[(z_g,\ z'_s \in [z]_{P_0}) \rightarrow$$

$$\rightarrow \bigvee_{\substack{z_h \in Z \\ z_h \in Z'}} \bigvee_{\substack{z_i \in Z \\ z_i \in Z'}} (z_h \notin [z']_{P_1} \wedge z_i \in [z']_{P_1}) \big] \wedge [z]_{P_0} \neq [z']_{P_1} \Bigg].$$

3.6. Zdajemy sobie oczywiście sprawę z tego, że w zaproponowanym wyżej języku teoriomnogościowym można opisać wyłącznie poszczególne przejawy przemian, wzrostu i rozwoju występujących w życiu społecznym. Język ten jest pod względem matematycznym po prostu zbyt ubogi, by sporządzone w nim zapisy symboliczne mogły stanowić p e ł n y model zjawisk o większym stopniu złożoności. (Inna sprawa, którą tutaj pomijamy, że w żadnym języku nie można stworzyć pełnego odwzorowania pozajęzykowej rzeczywistości). Przykładowo: nasz zapis nie odwzorowuje rozwoju kapitalizmu. Rozwój ten bowiem nie polegał przecież na pojawieniu się nowych relacji równoważnościowych i wyznaczanych przez nie klas abstrakcji t y l k o w jednym podzbiorze nośnika układu, ale co najmniej w kilku. Ponadto: przejawami tego rozwoju były przemiany w zbiorze relacji nałożonych na nośnik, które polegały m.in. na powstawaniu w tym zbiorze nowych relacji (np. własności typu kapitalistycznego, nowych stosunków produkcji), zmieniały się funkcje określane na zbiorze relacji i na rodzinie zbiorów nośnika układu itd.

Uważamy jednak za celowe posługiwanie się nawet tak matematycznie ubogim językiem przy definiowaniu pojęć, których używa historyk, modelujący w języku potocznym zjawiska i procesy nawet bardzo złożone[39]. Przy pomocy modelu matematycznego, również tego uproszczonego, właśnie dlatego, że przedstawiony on został w sposób sformalizowany, oczyszczony od wszelkich akcydensów, można pokazać najwyraźniej, do czego ostatecznie sprowadzalne są modelowane zjawiska, a ujmując tę samą sprawę z innego punktu — definiowane pojęcia. Innymi słowy: możemy, posługując się takim modelem, skontrolować i w konsekwencji uściślić nie

[38] Kategorii intuicja używamy tu na oznaczenie pojęcia potocznego, nie określanego naukowo.

[39] W przedstawionym tu przypadku należałoby posłużyć się matematycznym pojęciem typu. Niemniej jednak nie podjęliśmy takiego zadania, ponieważ wymagałoby to uprzedniego określenia teorii matematycznej, w której określamy takie typy, tutaj: izomorficzne porządki w poszczególnych podzbiorach zbiorów nośnika, relacji i funkcji, które podlegają transformacjom.

tylko język historyka, ale także od strony najbardziej ogólnej wychwycić, czym rzeczywiście były przezeń badane procesy. Na tym właśnie — zgodnie z naszym przeświadczeniem — polegają m. in. korzyści wynikające ze stosowania w naszej dyscyplinie tego szczególnego instrumentu, tak rzadko jeszcze należącego do wyposażenia tzw. warsztatu naukowego historyka, jakim może i powinien być język matematyki.

W celu uzasadnienia tezy, że nie sugerujemy wprowadzania do badań historycznych „zabawy we wzory", zatrzymajmy się jeszcze na dokonanej analizie tych kilku powszechnie używanych pojęć. Na jej podstawie wiadomo, jakie są wystarczające i niezbędne warunki, by historyk mógł stwierdzić przemiany, rozwój i wzrost w badanym przez siebie fragmencie dziejów. Sprowadzają się one po prostu do występowania lub niewystępowania w analizowanych zbiorach danych relacji równoważnościowych i — oczywiście — klas abstrakcji tych relacji. Łatwo tedy, przynajmniej w zasadzie, określić, na czym polegają różnice między wzrostem, rozwojem i ogólnie pojętą przemianą. Wystarczy w tym celu ustalić, czy klasy abstrakcji relacji równoważnościowych w zbiorach sprzed i po transformacji są lub nie są rozłączne i czy tworzą one zbiory liniowo uporządkowane. W przypadku pierwszym mamy do czynienia z rozwojem, w drugim — ze wzrostem, gdy zaś nie występuje porządek liniowy w zbiorze klas abstrakcji branych pod uwagę relacji równoważnościowych — z przemianą, która nie jest ani wzrostem, ani rozwojem. We wszystkich przypadkach chodzi nie o jakieś transformacje w ogóle, tylko o transformacje ze względu na dane relacje równoważnościowe. Załóżmy tedy, że mamy do czynienia z pracą historyka, w której orzeka on o rozwoju czegoś, np. zjawiska x, w ciągu jakiegoś okresu, czyli orzeka on R(x). Posługując się naszymi modelami możemy w prosty sposób skontrolować, w jakim znaczeniu używa on pojęcia rozwoju: czy czyni to w sposób jednoznaczny, czy wieloznaczny, czy zgodny, bądź niezgodny z zaproponowaną definicją. Stając na gruncie tej definicji możemy także rozstrzygnąć, czy autor analizowanej pracy zdołał wykazać, iż w badanym przezeń fragmencie dziejów zachodził rzeczywiście rozwój z danego względu, tj. czy prawdą jest zdanie R(x), czy też określił on jako rozwój te zjawiska, które należy uznać za wzrost, bądź wreszcie za przemianę, nie będącą ani wzrostem ani rozwojem. Zdanie R(x) będzie w tym wypadku zdaniem fałszywym; prawdziwym będzie natomiast zdanie W(x), albo — w ostatnim przypadku P(x).

Celem takiej procedury jest oczywiście unifikacja języka historyków — warunek podstawowy ich wzajemnego jednoznacznego porozumiewania się. Dopiero bowiem ujednolicenie terminologii pozwala na prowadzenie merytorycznej dyskusji np. na temat, które ze zdań opisujących stan X jest zdaniem prawdziwym, a które fałszywym. Bez takiej unifikacji nie jest w ogóle do pomyślenia postulowane i częściowo już praktycznie stosowane wykorzystywanie mechanizacji i elektronicznych urządzeń do przetwarzania danych. Czy możliwy byłby rozwój fizyki, gdyby między fizykami nie panowała jasność co do definicji siły, mocy, grawitacji itp.? Próbie uściślenia poddaliśmy — przykładowo tylko zresztą — podstawowe przecież dla nauk społecznych pojęcia, szczególnie ważne dla historii.

3.7. Proponowane modele można wykorzystać jeszcze na szereg innych sposobów. Przykładowo: wzrost lub rozwój określane bywają w pracach historyków często jako intensywne. Także i te pojęcia można uściślić, ujednolicić i ujednoznacznić. Można wziąć tu pod uwagę stosunek ilościowy elementów zbioru podlegających transformacji w danym interwale czasowym do ogólnej liczby elementów zbioru. Można w tym celu przyjąć także inne kryteria, aczkolwiek ich stosowanie w praktyce nie zawsze będzie łatwe, jak choćby metrykę (w sensie matematycznym) pomiędzy klasami abstrakcji relacji równoważnościowych, do których należą elementy zbioru sprzed początku transformacji i po jej zakończeniu. Im tedy odległości między tymi klasami abstrakcji będą większe, tym bardziej intensywny będzie wzrost i rozwój. Do pomyślenia jest także połączenie obu sposobów określania intensywności rozwoju i wzrostu.

Podobnie można ujednoznacznić pojęcie szybkości omawianych przekształceń. Może być ono odnoszone bądź do tempa (mierzonego oczywiście w jednostkach czasu fizycznego), w jakim coraz większa liczba elementów danego zbioru podlega przekształceniom, bądź do tempa, w jakim występują poszczególnie klasy abstrakcji w tymże zbiorze. Można oczywiście połączyć oba sposoby pomiaru [40].

Nic nie stoi na przeszkodzie, by nasze definicje przyjąć jako podstawę przy analizowaniu funkcji przekształcających zbiory. Funkcje te, jak to stwierdziliśmy wyżej (3.3.), wyrażane są potocznie jako czynniki wywołujące coś lub wywierające jakiś wpływ, nacisk, oddziałujące na coś itp. Chodzi przeto o takie określenie tych potocznie nazwanych czynników, by móc je uznać za funkcję rozwoju, wzrostu i przemiany, które nie jest ani rozwojem, ani wzrostem.

W świetle naszych ustaleń jest ewidentne, że możemy o jakimś X (np. o siłach wytwórczych, handlu, nauce, działalności jakiejś jednostki, albo partii politycznej) orzec, iż X był czynnikiem — czyli funkcją — rozwoju w zbiorze Z wtedy i tylko wtedy, gdy w wyniku tej funkcji doszło w analizowanym zbiorze w czasie od t_0 do t_n do takich przekształceń, które spełniają warunki naszej definicji rozwoju. W sposób analogiczny powiemy o X, że X jest w Z w czasie t_0 — t_n czynnikiem wzrostu, gdy w Z zajdzie przekształcenie spełniające warunki wzrostu. To samo można, rzecz prosta, powiedzieć o funkcji przemiany [41].

Te pozornie banalne konstatacje skłaniają do zastanowienia się (co wykracza już znacznie poza założoną problematykę niniejszego szkicu), jakie z kolei są warunki niezbędne i wystarczające, by historyk miał prawo powtarzać za socjologami, że siły wytwórcze, walka klasowa itp. są zasadniczym (podstawowym) czynnikiem rozwoju społecznego.

3. 8. Wypada wreszcie zastanowić się nad zakresem znaczeniowym słowa postęp, które w rozumieniu potocznym często figuruje w słowniku historyka. Odczuwamy intuicyjnie — liczne dyskusje, choćby na temat roli buntów i powstań chłopskich przemawiają za tym — że pojęcie postępu, postępowej (także reakcyjnej) roli czegoś lub kogoś jest pojęciem wartościującym to coś lub tego kogoś. Orzeczenie przeto, że X był postępowym, stanowi, podobnie jak to występuje w przypadku wszystkich sądów wartościujących, projekcję własnego sądu wartościującego [42] na X i przypisanie mu posiadania danej cechy, tutaj — postępowości. W analogiczny sposób postępujemy wówczas, gdy orzekamy o jakiejś książce, że jest ona interesująca; dla innego czytelnika może się ona okazać nudna. Przytoczony we wstępie niniejszego szkicu (0. 1.) autor, znakomity zresztą znawca historii średniowiecza europejskiego, nie uznaje za interesujące tych książek historycznych, które posługują się metodami numerycznymi. Postępowość — nie próbujemy jej definiować — ma dla nas dodatni odcień znaczeniowy. Jest on związany z naszym, często podzielanym społecznie, systemem aksjologicznym. Historycy orzekają o postępowości kogoś lub

---

[40] Stosując przedstawione kryteria posługujemy się czasem wewnątrzukładowym; jednostki czasu fizycznego sprowadzone zostają w ten sposób wyłącznie do roli pomocniczej, umożliwiającej ustalenie tego tempa. Odwracając zagadnienie można powiedzieć, że wykorzystujemy w tym przypadku przyczynową koncepcję czasu; patrz St. Piekarczyk, *Propozycje teorii*, s. 109.

[41] W ten sposób wprowadzamy ukonkretnienie dla potrzeb historii pomysłów J. Topolskiego dotyczących zależności sposobu działania układu od struktury tego układu, op. cit., s. 155.

[42] Pojęcie oceny, wg przyjętej terminologii — wartościowania, jest również semantycznie nieostre. Co innego znaczy oceniać, czy wystąpiło p; co innego natomiast oceniać, czy p, które wystąpiło, było postępowe lub nie było takie.

czegoś wówczas, gdy ten ktoś lub to coś odpowiada ich systemowi aksjologicznemu, czyli ze względu na uznawane przez siebie wartości spełnia funkcję zdaniową bycia postępowym. Zazwyczaj — aczkolwiek nie zawsze — za postępowe uchodzi coś lub ktoś, o ile ten ktoś lub to coś było czynnikiem, a więc według naszej terminologii: funkcją rozwoju lub wzrostu. Wskutek takiej psychologicznie zrozumiałej korelacji dochodzi do indentyfikacji znaczeniowej pojęć wzrostu, rozwoju i postępu.

Wydaje się, że byłoby ze wszech miar celowe przestrzeganie w pracy naukowej zasady wyraźnego rozgraniczania semantycznego omawianych tu pojęć. Nie znaczy to, rzecz jasna, że proponujemy wprowadzenie zakazu wyrażania przez historyka sądów wartościujących. Rzecz jednak w tym, by historyk, orzekając o X, że X był lub było postępowe, określał zawsze, ze względu na jakie uznawane przez siebie wartości głosi taki pogląd o X i by relatywizując otwarcie taki sąd do własnej aksjologii nie dokonywał projekcji tych sądów na poszczególne wydarzenia, procesy lub jednostki w sposób, który by skłaniał czytelnika do uznawania postępowości orzekanej o X za immanentną cechę tego X, niezależną od wartościującego sądu historyka.

4.1. Dokonana wyżej próba demonstracji najprostszych i najbardziej ogólnych modeli matematycznych, których konstrukcja oparta była na założeniu, że społeczeństwa stanowią układy cybernetyczne znajdujące się w stanie autodynamicznych transformacji, pozwala na ekstrapolację uzyskanych w wyniku tej próby wniosków. Wydaje się bowiem, że jesteśmy upoważnieni do wyrażenia przeświadczenia, iż dalsza rozbudowa i uszczegółowianie takich modeli powinny przynieść rezultaty pod względem badawczym przynajmniej zachęcające. Można przecież tworzyć modele odwzorowujące z różnych punktów widzenia nie tylko stan układu oraz nie tylko ukazywać w takich modelach zjawiska, które muszą występować, gdy w nośniku układu trwa wzrost lub rozwój. Można bowiem, a nawet należy, tworzyć takie operatywne modele dynamiczne, które wyjaśniają, na czym rzeczywiście polegają dane transformacje nośnika, zbioru relacji lub zbioru funkcji, a zatem całego układu, do czego — innymi słowy — sprowadzalne są te wszystkie zjawiska i procesy, które stanowią obiekt zainteresowań historyka. Zabiegi takie, jak sądzimy, powinny pozwolić historykowi nie tylko na pełniejsze zrozumienie badanej przezeń rzeczywistości pozajęzykowej, jakkolwiek supozycja nasza, nie poparta na tym miejscu żadnym konkretnym przykładem [43], może się wydawać gołosłowna. W ten sposób można przecież ułatwić również obiektywizację badań, a ponadto osiągnąć jeden z warunków niezbędnych do wydobycia się naszej dyscypliny z dominującego w niej jeszcze naiwnego realizmu.

Jaką rolę odegrać może matematyka i metamatematyka w realizacji powyższych postulatów, stanowić będzie przedmiot dalszych rozważań.

[43] Por. St. Piekarczyk, *O historii, kulturze, poznaniu — książka propozycji* (w druku), rozdział IV, gdzie próba przedstawienia takiego modelu dynamicznego przy zastosowaniu podobnego języka matematycznego.