Heller, Michał

Z życia nauki i życia Towarzystwa : Struktura początku świata

Rocznik Towarzystwa Naukowego Warszawskiego 64, 23-29

2001

*Michał Heller**

STRUKTURA POCZĄTKU ŚWIATA

Trudno byłoby znaleźć popularnonaukowy artykuł lub książkę o kosmologii, której autor nie wspomniałby o Wielkim Wybuchu[1]. Jeszcze trudniej byłoby znaleźć artykuł lub książkę, w której problem ten potraktowany byłby w sposób w pełni odpowiedzialny. Niniejszy tekst ma za cel poprawienie statystyki pod tym względem. Aby ten cel osiągnąć, trzeba wyjść poza obiegowe stwierdzenia, że Wielki Wybuch to punkt, w którym materia miała nieskończoną gęstość i w którym zaczęła się ewolucja Wszechświata. Niezbędna będzie pogłębiona analiza problemu początkowej osobliwości (geometryczny odpowiednik Wielkiego Wybuchu) oraz warunków jej zaistnienia. Tylko wówczas można będzie poprawnie zinterpretować jej fizyczną treść i przedyskutować filozoficzne znaczenie.

Brzeg czasoprzestrzeni. W jawny sposób osobliwość po raz pierwszy pojawiła się w pracy Friedmana z 1922 r.[2], lecz już w pierwszym artykule Einsteina o kosmologii[3] osobliwość dała znać o sobie poprzez problem niestabilności grawitacyjnej skonstruowanego przez Einsteina modelu. Początkowo Einstein sądził (i wielu innych kosmologów za nim), że występowanie osobliwości w znanych podówczas modelach kosmologicznych stanowi uboczny produkt zbyt silnych założeń upraszczających, poczynionych w trakcie konstruowania tych modeli. Podejrzewano, że winę za to ponosi tak zwana zasada kosmologiczna, czyli założenie, że we Wszechświecie nie ma wyróżnionych punktów (jednorodność Wszechświata) i wyróżnionych kierunków (izotropowość Wszechświata). Dużo wysiłku wymagało zrozumienie, że tak nie jest i że prawdziwą przyczynę występowania osobliwości stanowi grawitacyjna niestabilność. Istotna wskazówka pochodziła od Lemaître'a[4], który wykazał, że w pewnej klasie

---

* Wydział Filozoficzny PAT, Kraków, Watykańskie Obserwatorium Astronomiczne

[1] Odczyt ten został wygłoszony jako „Staszic Memorial Lecture" w Warszawie, 7 listopada 2001 r.

[2] A. Friedman, *Über der Krümmung des Raumes*, „Zeitschrift für Physik" 10, 1922, 377–386.

[3] A. Einstein, *Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie*, „Sitzunber. preuss. Akad. Wiss."1, 1917, 142–152.

[4] G. Lemaître, *L'univers en expansion*, „Ann. Soc. Sci. Bruxelles" A53, 1933, 51–85.

modeli anizotropowych (tzn. z wyróżnionymi kierunkami) tendencja do pojawiania się osobliwości jest jeszcze większa niż w modelach izotropowych, lecz decydujący krok wykonali znacznie później Penrose i Hawking (oraz kilku innych uczonych), którzy udowodnili szereg twierdzeń o istnieniu osobliwości[5]. Okazało się, że występowanie osobliwości w rozwiązaniach równań Einsteina jest związane z naturą pola grawitacyjnego i stanowi raczej regułę niż wyjątek.

Kluczowy problem stanowi definicja osobliwości. Na szczęście, aby udowodnić twierdzenia o osobliwościach, zamiast definicji samej osobliwości wystarczy skuteczne kryterium, które pozwalałoby orzec, czy w danej czasoprzestrzeni występują osobliwości, czy nie. Kryterium takiego dostarcza tzw. geodezyjna zupełność czasoprzestrzeni. Linie geodezyjne stanowią „najprostsze" krzywe w danej czasoprzestrzeni. W teorii względności zerowe linie geodezyjne opisują swobodny ruch fotonów, a czasopodobne – swobodny ruch cząstek obdarzonych masą (lub obserwatorów). W czasoprzestrzeni geodezyjnie zupełnej ruchy takie mogą się odbywać w nieskończoność (w obu kierunkach czasowych). Oznacza to, że historia dowolnego fotonu lub cząstki (obserwatora) nigdy nie przestanie „się dziać", a w konsekwencji, że czasoprzestrzeń nie ma osobliwości.

Twierdzenia o osobliwościach – jako udowodnione twierdzenia matematyczne – na zawsze pozostaną prawdziwe. Możemy tylko mieć nadzieję, że przyszła teoria kwantowej grawitacji nie spełni któregoś z założeń, wymaganych przez te twierdzenia, dzięki czemu uwolni kosmologię od zmory osobliwości.

W twierdzeniach matematycznych osobliwości rozumiane są jako „punkty końcowe" krzywych reprezentujących historie cząstek lub fotonów. Wszystkie te punkty tworzą „brzeg czasoprzestrzeni". Kosmologowie intuicję tę wyrazili w ścisłym języku geometrycznym, definiując tzw. osobliwy brzeg czasoprzestrzeni. W definiowaniu osobliwego brzegu czasoprzestrzeni używa się tylko pojęć zaczerpniętych z geometrii czasoprzestrzeni, można więc powiedzieć, że osobliwości definiuje się „z wnętrza czasoprzestrzeni". Jednakże same osobliwości – trzeba to mocno podkreślić – nie należą do czasoprzestrzeni, lecz do jej brzegu. A zatem traktowanie ich jako punktów w zwykłym znaczeniu jest pozbawione sensu; mogą one mieć bardzo skomplikowaną strukturę, zależną od konstrukcji brzegu.

Istnieje kilka metod konstrukcji osobliwych brzegów czasoprzestrzeni. Ważną rolę w historii zagadnienia odegrały konstrukcje pochodzące od

[5] Por. S. W. Hawking i G. F. R. Ellis, *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge University Press, 1973.

Hawkinga[6] i Gerocha[7], nie są one jednak tak ogólne, jakby sobie tego życzyli kosmologowie. Dostatecznie ogólną konstrukcję osobliwego brzegu czasoprzestrzeni zaproponował Bernard Schmidt w 1971 r.[8]. Konstrukcja ta jest matematycznie bardzo elegancka i bardzo „w duchu teorii względności". Schmidt nazwał ją *b-brzegiem* czasoprzestrzeni; mówi się także po prostu o *brzegu Schmidta*.

Wkrótce b-brzeg czasoprzestrzeni zaczęto uważać za najlepszy dostępny opis osobliwości. Pojawiła się jednak trudność: wyliczenie *b-brzegów* bardziej interesujących czasoprzestrzeni okazało się niezwykle trudne. Dopiero w 1976 i 1977 roku Bosshardt[9] i Johnson[10] zbadali, jak wygląda *b-brzeg* zamkniętego świata Friedmana i rozwiązania Schwarzschilda (opisującego symetryczną czarną dziurę). Wyniki okazały się katastrofalne. W obu rozwiązaniach odpowiedni *b-brzeg* składa się z pojedynczego punktu. Zwłaszcza w przypadku zamkniętego wszechświata Friedmana sytuacja była poważna. Model ten ma bowiem dwie osobliwości, początkową i końcową, a w konstrukcji Schmidta zbiegają się one do jednego punktu. Oznacza to, że początek wszechświata Friedmana jest zarazem jego końcem. Liczne próby naprawienia tej sytuacji nie przyniosły zadowalającego efektu[11]. Przez następnych kilkanaście lat piękna, lecz bezużyteczna, konstrukcja *b-brzegu* spoczywała niemal zapomniana na bibliotecznych półkach.

Nowe metody. Przedstawiona powyżej sytuacja zdaje się sugerować, że do opisu bardzo subtelnego obiektu, jakim jest osobliwość, zostały użyte zbyt mało subtelne metody. Czy da się znaleźć subtelniejsze narzędzia? Na szczęście tak. Nawiązując do słynnej pracy Koszula[12], udało się opracować geometrię ogólniejszą od powszechnie znanej geometrii różniczkowej.

---

[6] S. W. Hawking, *Singularities and Geometry of Space-Time*, nie opublikowany esej, wysłany na konkurs Adam Prize, Cambridge University, 1966.

[7] R. Geroch, *Local Characterization of Singularities in General Relativity*, „J. Math. Phys." 9, 1968, 450–465.

[8] B. G. Schmidt, *A New Definition of Singular Points in General Relativity*, „General Relativity and Gravitation" 1, 1971, 269–280.

[9] B. Bosshardt, *On the b-boundary of the Closed Friedman Model*, „Commun. Math. Phys." 46, 1976, 263–268.

[10] R. A. Johnson, *The Bundle Boundary of the Schwarzschild and Friedman Solutions*, „J. Math. Phys.", tom 18, 1977, 898–902.

[11] Por. np.: C. T. J. Dodson, *Specetime Edge Geometry*, „Int. J. Theor. Phys." 17, 1978, 389–504, lub tego samego autora: *Categories, Bundles, and Specetime Topology*, Shiva Publishing, Orpington, 1980.

[12] L. Koszul, *Fibre Bundles and Differential Geometry*, „Tata Institute of Fundamental Research", Bombay, 1960.

Jest ona ogólniejsza, tzn. można ją uprawiać na szerszej klasie przestrzeni niż zwykłą geometrię różniczkową. Nowe przestrzenie nazywają się *przestrzeniami strukturalnymi*[13]. Ich charakterystyczną cechą jest to, że definiuje się je nie za pomocą współrzędnych, lecz za pomocą funkcji. Właśnie dzięki temu przestrzenie strukturalne mogą obejmować takie sytuacje, w których załamują się tradycyjne metody.

Spróbujmy zatem opisać czasoprzestrzeń z osobliwościami jako przestrzeń strukturalną. Okazuje się, że daje się to zrobić i że w wielu przypadkach opis jest kompletny; wówczas osobliwości całkowicie poddają się analizie za pomocą metod przestrzeni strukturalnych. Jednak w takich „patologicznych" przypadkach jak zamknięty wszechświat Friedmana z jego dwiema osobliwościami (początkową końcową), sukces jest tylko częściowy: metoda wyjaśnia, skąd biorą się trudności, ale ich nie usuwa.

A więc skąd biorą się trudności? Wspomnieliśmy, że przestrzeń strukturalną definiuje się za pomocą funkcji. Jeżeli odpowiednie funkcje rozważamy na czasoprzestrzeni zamkniętego modelu Friedmana (pomijając osobliwości), wszystko jest w porządku, nie zauważamy żadnych patologii. Ale jeżeli tylko próbujemy włączyć do opisu osobliwości, tzn. jeżeli próbujemy „rozciągnąć" funkcje także na osobliwości, natychmiast rodzą się trudności. Okazuje się, że na czasoprzestrzeni zamkniętego modelu Friedmana z osobliwościami mogą istnieć tylko funkcje stałe, a ponieważ funkcja stała wszędzie równa się jakiejś jednej, konkretnej liczbie, nie odróżnia ona punktów przestrzeni, na której jest określona (we wszystkich punktach przyjmuje ona tę samą wartość). Przestrzenią taką jest czasoprzestrzeń zamkniętego modelu Friedmana wraz z jej osobliwościami. A więc dla tej metody wszystkie punkty czasoprzestrzeni i obie osobliwości są od siebie nieodróżnialne – praktycznie rzecz biorąc, wszystko redukuje się do jednego punktu. Osobliwości o podobnych cechach pojawiają się także w innych rozwiązaniach; mamy wówczas pełne prawo mówić o *osobliwościach złośliwych*.

Na szczęście możliwe jest jeszcze jedno uogólnienie geometrii, zaczynające się zresztą od całkiem niewinnego kroku. Mnożenie funkcji ma prostą własność, zwaną przemiennością: wynik nie zależy od kolejności czynników. Zupełnie tak samo jak w zwykłym mnożeniu liczb: „trzy razy pięć" to dokładnie tyle samo, co „pięć razy trzy". Okazuje się, że od tej prostej własności bardzo wiele zależy. Jeżeli w teorii przestrzeni strukturalnych odrzucimy własność przemienności (w odniesieniu do mnożenia

[13] M. Heller i W. Sasin, *Structured Spaces and their Application to Relativistic Physics*, „J. Math. Phys." 36, 1995, 3644–3662.

funkcji[14]), otrzymujemy jeszcze ogólniejsze przestrzenie, zwane *przestrzeniami nieprzemiennymi*. Mają one drastycznie różne własności od zwykłych (przemiennych) przestrzeni. Najbardziej „rzucającą się w oczy" ich cechą jest brak, w dużej klasie przestrzeni nieprzemiennych, jakichkolwiek pojęć związanych z umiejscowieniem. A więc na przykład pojęcia punktu czy otoczenia punktu w tych przestrzeniach są pozbawione sensu. Mówimy, że obowiązuje w nich *geometria nielokalna*. Dopuszczalne są w niej w zasadzie tylko pojęcia globalne, tzn. w jakimś sensie dotyczące całej przestrzeni.

Całkiem niespodziewanie okazało się, że mimo tej „dziwnej" własności w przestrzeniach nieprzemiennych można uprawiać geometrię różniczkową, aczkolwiek w bardzo uogólnionym sensie. Przełomowe prace Alaina Connesa[15] w krótkim czasie zrodziły nową dziedzinę badań w matematyce i fizyce matematycznej[16].

Nieprzemienna geometria ma dwa źródła. Pierwsze z nich stanowi bez wątpienia standardowa geometria różniczkowa, której jest ona szerokim uogólnieniem. Należy pamiętać, że skłonność do uogólniania pojęć i metod zawsze była potężną siłą sprawczą postępu w matematyce. Drugim źródłem nieprzemiennej geometrii jest... mechanika kwantowa. Dla postronnego obserwatora fakt ten może stanowić niespodziankę, ale każdy fizyk dobrze wie, że słynne zasady nieoznaczoności Heisenberga, które nie pozwalają równocześnie i z dowolną dokładnością zmierzyć położenia i pędu cząstki elementarnej (np. elektronu), są w gruncie rzeczy prostą konsekwencją nieprzemienności ukrytej w matematycznym formalizmie mechaniki kwantowej. Położenia i pędu cząstki nie da się równocześnie „zlokalizować", ponieważ odpowiadające im wielkości matematyczne mnożą się w sposób nieprzemienny.

Jak widzieliśmy, w przypadku czasoprzestrzeni ze złośliwymi osobliwościami również są kłopoty z lokalizacją (wszystko „zlewa się" do jednego punktu); może więc i tu mamy do czynienia z ukrytą nieprzemiennością?

Nieprzemienna natura osobliwości. Relatywistyczne czasoprzestrzenie z osobliwościami dowolnego typu mogą rzeczywiście być przedstawione jako przestrzenie nieprzemienne. Okazuje się, że wszystkie poważne trudności, napotykane dotychczas w badaniach ich struktury, znikają w trakcie uogólnienia, prowadzącego do odpowiedniej przestrzeni

---

[14] Zwykłe mnożenie funkcji jest przemienne, ale można je zdefiniować inaczej – tak, aby było nieprzemienne.

[15] Jego klasyczne dzieło to: *Noncommutative Geometry*, „Academic Press", New York - London, 1994.

[16] Por. np.: J. Madore, *Noncommutative Differential Geometry and Its Physical Applications*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

nieprzemiennej[17]. Jak widzieliśmy, w procesie uogólnienia tracą sens pojęcia lokalne, takie jak pojęcie punktu i jego otoczeń. W wielu sytuacjach zostają one zastąpione przez pojęcie *stanu*, które jest pojęciem globalnym. Nawet w kontekście przemiennym, gdy mówimy o stanie pewnego układu, nie mamy na myśli jego „dobrze zlokalizowanej" części, lecz raczej pewną cechę odnoszącą się do układu jako całości. Jeżeli przejdziemy do nieprzemiennego opisu czasoprzestrzeni z osobliwościami, tracimy możliwość rozróżniania punktów i ich otoczeń, ale nadal możemy sensownie mówić o stanach układu. Okazuje się jednak, że wszystkie stany Wszechświata są równouprawnione – znika rozróżnienie na stany osobliwe i nieosobliwe.

Zastosowanie tej metody pozwoliło udowodnić szereg twierdzeń, charakteryzujących różne typy osobliwości, łącznie z osobliwościami złośliwymi, które występują w relatywistycznej kosmologii i astrofizyce[18]. Twierdzenia te są ważne także z tego powodu, że ujawniają one sposób powstawania osobliwości. Jak wiemy, w obszarze nieprzemiennym kwestia istnienia osobliwości jest pozbawiona sensu: możemy wprawdzie mówić o stanach Wszechświata, lecz nie ma rozróżnienia na stany osobliwe i nieosobliwe. Gdy jednak od nieprzemiennego opisu Wszechświata przejdziemy do jego zwykłego (przemiennego) opisu, pojawia się czasoprzestrzeń wraz z jej punktami i otoczeniami, a niektóre stany degenerują się do osobliwości.

W tym momencie otwiera się nowa możliwość. Przypuśćmy, że nieprzemienna geometria nie jest tylko sztucznym narzędziem do opisu klasycznych osobliwości, lecz że w pewien sposób odzwierciedla ona strukturę kwantowej grawitacji. Fakt, iż aparat matematyczny geometrii nieprzemiennej pod pewnymi względami jest podobny do aparatu matematycznego mechaniki kwantowej, może sugerować, że osobliwości „coś wiedzą" o kwantowych efektach grawitacji. Trudno oprzeć się pokusie sformułowania hipotezy, że poniżej progu Plancka mamy – modelowaną przez nieprzemienną geometrię – erę grawitacji kwantowej; erę całkowicie nielokalną, w której czas i przestrzeń tracą swoje zwykłe znaczenia (ponieważ czas składa się z chwil, a przestrzeń z punktów, a więc – jako pojęcia lokalne – nie mają sensu). Dopiero gdy Wszechświat minie próg Plancka, zachodzi „przejście fazowe" od geometrii nieprzemiennej do geometrii przemiennej i pojawia się standardowa czasoprzestrzeń wraz ze

[17] Zostało to wykazane w pracy: M. Heller, W. Sasin i D. Lambert, *Noncommutative Structure of Singularities in General Relativity*, „J. Math. Phys." 37, 1996, 5665–5671.

[18] M. Heller i W. Sasin, *Origin of Classical Singularities*, „General Relativity and Gravitation" 31, 1999, 555–570.

swoim osobliwym brzegiem. Taki scenariusz bardzo wczesnego Wszechświata został niedawno zaproponowany[19].

Często słyszy się pytanie: „Czy przyszła teoria grawitacji kwantowej usunie początkową osobliwość z naszego obrazu Wszechświata?”. Dotychczas odpowiedź na to pytanie była typu „albo – albo”: albo przyszła teoria kwantowej grawitacji usunie osobliwość, albo nie. Na ogół życzenia kosmologów są po stronie pierwszej z tych ewentualności. W świetle zaproponowanego scenariusza pojawia się trzecia możliwość: w erze Plancka panuje ustrój nieprzemienny, a co za tym idzie pytanie o istnienie osobliwości jest pozbawione sensu. Osobliwości jednak nie są artefaktem; dla makroskopowego obserwatora są one czymś realnym: wyłaniają się, razem z czasoprzestrzenią, z nieprzemiennej geometrii, gdy ewolucja kosmiczna przekracza próg Plancka.

[19] Por. następujące publikacje M. Hellera i W. Sasina: *Groupoid Approach to Noncommutative Quantization of Gravity*, „J. Math. Phys.” 38, 1997, 5840–5853; *Emergence of Time*, „Phys. Lett.” A250, 1998, 48–54; *Noncommutative Unification of General Relativity and Quantum Mechanics*, „Int. J. Theor. Phys.” 38, 1999,1619–1642.