Cezary Orlikowski

Matematyka i sztuka

Studia Elbląskie 9, 165-176

2008

Cezary ORLIKOWSKI
Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Elblągu

Studia Elbląskie
IX/2008

MATEMATYKA i SZTUKA

I. WSTĘP

Zgodnie ze słowami św. Tomasza z Akwinu „ars est recta ratio factibilium" sztuka jest umiejętnością kierowania realizacją rzeczy zamierzonych [12]. W ogólnym, szerokim ujęciu, sztuka obejmuje zatem obszerny zakres działalności twórczej, jaką jest np. konstruowanie i budowa domów czy maszyn, medycyna, prawo, wychowanie, muzyka, poezja, można też mówić o sztuce uprawiania matematyki oraz innych nauk. W węższym znaczeniu sztuka jest dziedziną ludzkiej twórczości artystycznej, wyróżnioną ze względu na związane z nią wartości estetyczne, a zwłaszcza piękno. Mówimy wtedy o sztukach pięknych takich jak poezja, literatura, malarstwo, rzeźba, czy muzyka. Sztuka, zarówno w szerszym jak i węższym znaczeniu, jest faktem kulturowym, a jej wytwory, czyli dzieła sztuki, stanowią dorobek kultury.

We współczesnym świecie obserwuje się szeroką i ciągle postępującą matematyzację różnych sfer działalności człowieka. Proces ten, ukryty za komputeryzacją i informatyzacją, często nie jest do końca uświadamiany i zauważany. Sztuka umiejętnej realizacji rzeczy zamierzonych jest obecnie w wielu przypadkach niemożliwa bez takiego wsparcia. Współczesne społeczeństwa akceptują, a nawet domagają się nowych, coraz doskonalszych technologii oraz metod sprawnej i wydajnej realizacji wszelkich przedsięwzięć jednostek, grup i całych społeczeństw. Dla specjalistów twórczo rozwijających różne dziedziny ludzkiego życia stosowanie metod matematycznych w celu realizacji owych rzeczy zamierzonych jest oczywiste. Wydaje się jednak, że dla szerokiego ogółu społeczeństw matematyka pozostaje ukrytą częścią kultury. Najlepiej uświadamiany, ale niekoniecznie rozumiany, jest związek matematyki z naukami przyrodniczymi (w szczególności z fizyką) i techniką, co nie znaczy, że nie dotyczy to też nauk społecznych i humanistycznych, a także sztuk pięknych.

Tematem niniejszego opracowania jest związek matematyki i sztuki rozumianej jako „sztuki piękne". Inaczej rzecz ujmując, interesować nas będzie związek matematyki z pojęciem wartości estetycznych i piękna. Takie ujęcie pozwala na szersze spojrzenie i, oprócz dyskusji problemu matematyki w sztuce, umożliwia rozważanie na tej samej płaszczyźnie także zagadnienia piękna w matematyce (i w innych naukach) oraz w technice. Wynika stąd omówiony poniżej podział opracowania na kolejne rozdziały.

W rozdziale zatytułowanym „Matematyka w sztuce" będzie mowa o tym, że podobnie jak w naukach przyrodniczych (fizyka) i technicznych, matematyka jest wykorzystywana przez artystów jako swoiste narzędzie do osiągania efektów artystycznych. Jest to najbardziej narzucająca się interpretacja tematu „Matematyka i sztuka". Istnieje zarazem wiele opracowań na ten temat [5–8], w związku z czym zagadnienie to będzie przedstawione raczej skrótowo. Bardziej skupimy się na ukrytym nieco związku matematyki i sztuki, może nawet kontrowersyjnym.

Kolejny rozdział nosi tytuł „Piękno matematyki", przy czym z powodów, o których wspomniano, w tej części opracowania nie będziemy się koncentrować na możliwości wizualizacji (graficznej, dźwiękowej) określonych formuł matematycznych, a raczej na pięknie matematyki jako takiej.

Jeżeli można mówić o pięknie matematyki, czy oznacza to, iż matematykę można traktować jako sztukę? Pytanie to jest tematem kolejnej części opracowania.

Ostatnia część nosi tytuł „Jedność doświadczenia twórczego". Postaramy się zwrócić tu uwagę na pewne zadziwiające podobieństwo procesu twórczego w różnych obszarach działalności człowieka. Będzie to zarazem podsumowaniem całości rozważań.

II. MATEMATYKA W SZTUCE

Jak wcześniej zaznaczono zasygnalizujemy tu jedynie niektóre wybrane zagadnienia związane z tym, że:

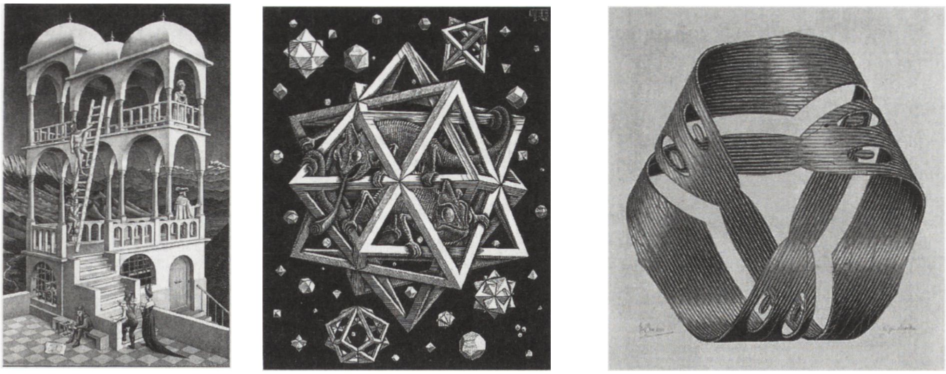
— artyści wykorzystują matematykę jako narzędzie w swojej pracy twórczej;

— matematyka była i jest tematem ich prac, co oznacza pewną fascynację matematyką także wśród artystów.

Perspektywa

Perspektywa formułuje prawa powstawania widoków brył przy wykorzystaniu geometrii oraz geometrii wykreślnej [18]. Odpowiednio zastosowana może być też źródłem dodatkowych efektów znaczeniowych i artystycznych. Jest to widoczne na przykład we fresku „Ostatnia wieczerza" Leonarda da Vinci, gdzie perspektywa podkreśla centralną postać Chrystusa.

We współczesnych dziełach można też czasami zauważyć celowe zniekształcanie, łamanie zasad perspektywy w celu osiągnięcia zamierzonych efektów artystycznych, na przykład w pracach Mauritza Eschera (rys. 1a), czy w pracach Salvadora Daliego.



a) b) c)

Rys. 1. Mauritz Escher [22]: a) „Belveder", b) „Stars", c) „Mobius strip"

Symetria

Wielościany, w szczególności foremne, z uwagi na występujące w nich niezwykłe symetrie, przyciągały od dawna i nadal fascynują artystów (rys. 1b).

Anamorfoza

Można znaleźć także tak spektakularne wykorzystanie geometrii (optyki geometrycznej) w sztukach plastycznych, jak anamorfoza. Typowym tego przykładem jest obraz „Ambasadorowie" Hansa Holbeina [5], w którym dopiero zastosowanie specjalnego lustra umożliwia rozpoznanie pewnego fragmentu obrazu. Wykonanie tej części obrazu wymagało zastosowania operacji odwrotnej.

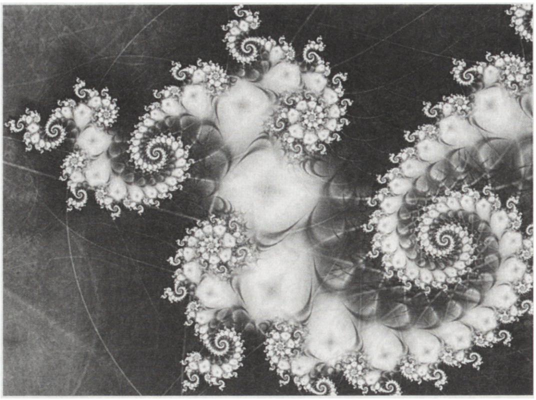
Fraktale

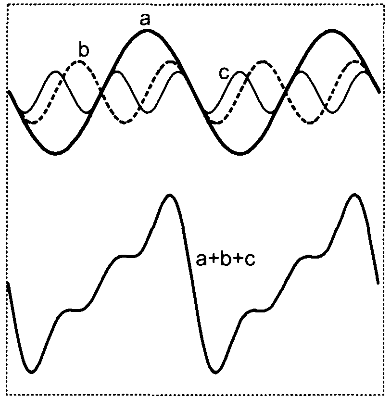
Od kilkudziesięciu lat te niezwykłe twory geometryczne przyciągają uwagę artystów. Podstawową cechą fraktali [6, 11] jest samopodobieństwo (podobieństwo w różnej skali). Dodając do podstawowego algorytmu pewne efekty przypadkowe, kolor itp., można uzyskać niezwykłe efekty plastyczne. Odbywa się to najczęściej z zastosowaniem komputerów, ale nie tylko. Algorytm tworzenia fraktali jest jedną z metod wykorzystywanych w grafice komputerowej (rys. 2a, 6).

Synteza dźwięków

Synteza dźwięków to tworzenie dźwięku wypadkowego poprzez składanie dźwięków prostych. Znajdują tu zastosowanie zaawansowane algorytmy matematyczne, jednak podstawowym jest analiza harmoniczna Fouriera.

Sumując składowe harmoniczne można uzyskać przebiegi o dowolnym kształcie (rys. 2b).





a) *b)*

Rys. 2. Techniki komputerowe w sztuce: a) fraktale (K. Werbach [21]), b) synteza dźwięku (analiza harmoniczna)

Inspiracje

Okazuje się, że matematyka w sztuce to nie tylko narzędzie, ale niekiedy także temat artystycznego działania. Liczne tego przykłady można znaleźć w sztukach plastycznych. Jednym z nich jest „Melancholia" Dürera, innym „Paccioli" Jacopo de Barbi [5]. Również we współczesnych dziełach można zaobserwować zainteresowanie matematyką, w szczególności w pracach Eschera, najbardziej „matematycznego" wśród artystów plastyków (rys. 1c).

Fascynacja matematyką dotyczy także innych dziedzin sztuki, czego przykładem może być wiersz Wisławy Szymborskiej „Liczba Pi" [17].

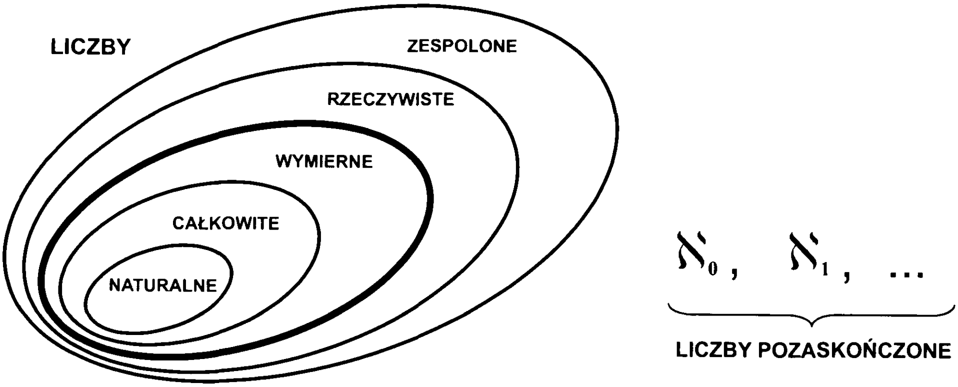
III. PIĘKNO MATEMATYKI

Punktem wyjścia niech będą słowa angielskiego matamatyka Godfreya Hardy'ego [23]: „Idee matematyczne, podobnie do kolorów w malarstwie, czy słów w poezji, muszą pasować do siebie w harmonijny sposób. Nie ma miejsca na brzydką matematykę". Owa harmonia pojęć i formuł matematycznych może podlegać wizualizacji graficznej czy dźwiękowej. W ten sposób piękno matematyki wykorzystywanej przez artystów przejawia się w sztuce. Nas interesuje jednak tutaj ukryte piękno matematyki jako takiej. Dostrzeganie jego jest odczuciem indywidualnym, subiektywnym. Przejdę zatem do krótkiego zaprezentowania wybranych zagadnień matematycznych, które dla mnie są szczególnie fascynujące. Ich zgłębianie przenosi nas w inne światy, podobnie, chociaż zapewne nie tak samo, jak podczas kontaktu z prawdziwym dziełem sztuki.

Jedną z najbardziej fascynujących rzeczy w matematyce są uogólnienia [15], czyli tworzenie nowych bytów matematycznych na podstawie innych (prostych). Przedstawimy to na przykładzie liczb.

Z różnego rodzaju liczbami zaznajamiamy się wcześnie w szkole. Uczymy się machinalnie wykonywać przeróżne działania i obliczenia. Naszej uwadze wymyka się więc często niezwykłość świata liczb, którą dobrze określił Bertrand Russell: „Kiedy myślę o liczbie dwa, głębia abstrakcji tego pojęcia przyprawia mnie o zawrót głowy"

Podstawowym zbiorem liczb jest zbiór liczb naturalnych. Wychodząc od liczb naturalnych, stosując klasy abstrakcji, można dojść do wszystkich innych rodzajów liczb [4, 14] (rys. 3).



Rys. 3. Liczby

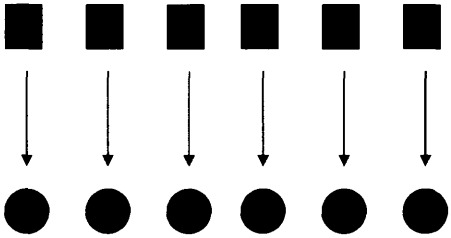
Potrzeba wprowadzania innych rodzajów liczb wynika z konieczności rozwiązywania określonych zadań. Liczbę całkowitą c można zdefiniować jako parę liczb naturalnych $n1$ i $n2$, $c = (n1, n2)$ z odpowiednio zdefiniowanymi: relacją równości liczb i działaniami na tych liczbach. Jeśli $n1$ jest większa od $n2$, to para reprezentuje liczbę naturalną, jeśli odwrotnie otrzymujemy nowy rodzaj liczby, jaką jest liczba ujemna. Jeżeli $n1 = n2$ również otrzymujemy nową liczbę, czyli zero.

Dysponując zbiorem liczb całkowitych można z kolei zdefiniować liczby wymierne w jako pary liczb całkowitych $c1$ i $c2$, $w = (c1, c2)$. Wykonując działania na liczbach wymiernych posługujemy się takimi parami liczb, zapisanymi w postaci ułamków. Pierwszą z liczb zapisujemy w liczniku, a drugą w mianowniku ułamka.

Aby móc rozwiązywać jeszcze inne równania trzeba wprowadzić liczby rzeczywiste. Te z kolei można zdefiniować w oparciu o nieskończone ciągi liczb wymiernych r, zbieżne w granicy do nowego rodzaju obiektów, którymi są właśnie liczby rzeczywiste. Zatem $r = \{w1, w2, w3, ...\}$. Widzimy tutaj dramatyczną różnicę w definicji. Wcześniej były to pary liczb, teraz nieskończenie wiele liczb wymiernych, definiujących liczby rzeczywiste. Wskazuje to na istotną różnicę między zbiorami liczb rzeczywistych i liczb wymiernych, co wynika z faktu, że zbiory liczb wymiernych (a także całkowitych i naturalnych) są zbiorami przeliczalnymi. Przeliczalność (liczb rzeczywistych) oznacza, że można wskazać kolejne elementy (liczby) takiego zbioru, co w zbiorze nieprzeliczalnym nie jest możliwe. Ponadto liczność zbiorów przeliczalnych i nieprzeliczalnych nie jest jednakowa.

Inne zastosowania wymagają wprowadzenia liczb zespolonych z, które definiujemy jako odpowiednio interpretowane pary liczb rzeczywistych $z = (r1, r2)$. Pierwsza jest częścią rzeczywistą, a druga częścią urojoną liczby zespolonej.

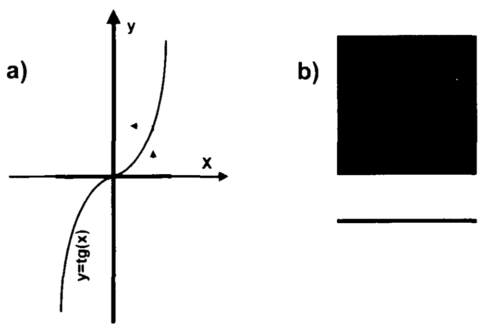
Gottfried Leibniz powiedział, że „liczba zespolona jest precyzyjnym i cudownym narzędziem boskiego ducha, jest prawie amfibią między bytem i niebytem". Z liczbami zespolonymi zapoznajemy się zwykle później, na studiach wyższych. Może dlatego jesteśmy skłonni postrzegać je jako bardziej niezwykłe, abstrakcyjne. Jak więc widać i dla gigantów świata nauki mogą być one czymś niezwykłym.



Rys. 4. Porównywanie liczności zbiorów

Powróćmy teraz do tej dramatycznej granicy pomiędzy liczbami wymiernymi i rzeczywistymi. Różnica między tymi zbiorami liczb polega, jak wspomniano, na tym, że zbiór liczb wymiernych jest zbiorem przeliczalnym, a zbiór liczb rzeczywistych jest nieprzeliczalnym. Wszystkie zbiory liczb są nieskończenie wielkie (mają nieskończenie wiele elementów), czy są to jednak te same nieskończoności?

Przejdźmy teraz do niezwykłego tematu liczb pozaskończonych. Czy i jak można porównywać nieskończoności? Zagadnienie to w sposób uporządkowany rozwiązano stosunkowo niedawno. Dokonał tego przede wszystkim Georg Cantor [1, 4, 13, 14]. Zbiorów nieskończenie wieloelementowych nie można policzyć, nie mówiąc o zbiorach nieprzeliczalnych.



Rys. 5. Liczność zbioru punktów odcinka jest taka sama jak całej prostej (a), jest taka sama jak kwadratu (b)

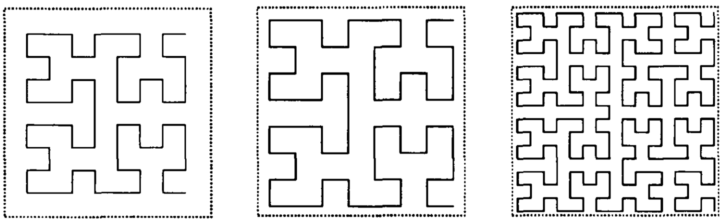
Aby porównać liczność zbiorów bez ich liczenia trzeba postąpić tak, jak mogłoby postąpić wobec zbiorów skończonych dziecko, które nie potrafi jeszcze liczyć, a więc poprzez wzajemnie jednoznaczne przyporządkowanie elementów jednego zbioru elementom drugiego zbioru (rys. 4).

W ten sposób możemy wykazać, że liczność zbioru liczb naturalnych jest taka sama jak zbioru liczb całkowitych i taka sama jak zbioru liczb wymiernych.

Następnie Cantor wykazał, że nieskończoność $\aleph_1$ zbioru liczb rzeczywistych jest większa od nieskończoności $\aleph_2$ zbioru liczb naturalnych, po czym wskazał, jak tworzyć kolejne, coraz większe nieskończoności (rys. 3).

Stosując metodę przyporządkowania można też dowieść, że odcinek ma tyle samo punktów, co cała prosta. W tym przypadku funkcją przyporządkowującą elementy zbiorów może być funkcja trygonometryczna tangens (rys. 5).

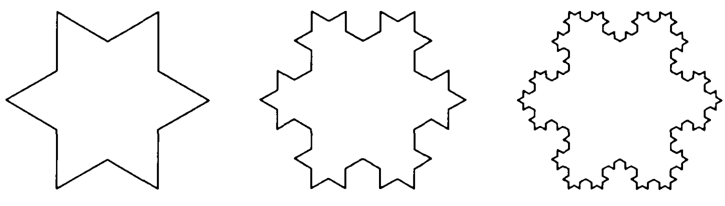
Wreszcie Cantor odkrył coś, co wydawało mu się zupełnie niemożliwe, a mianowicie że odcinek i kwadrat zawierają tyle samo punktów. Miał wówczas powiedzieć [1] „Widzę, ale nie mogę w to uwierzyć". Takie słowa mógłby powiedzieć badacz, przyrodnik, odkrywca nowych światów, ale skoro wypowiada je matematyk, skłania to niewątpliwie do refleksji nad naturą i istotą matematyki.



Rys. 6. Krzywe Hilberta stopnia 2, 3 i 4

Równoliczność zbiorów punktów prostej i kwadratu w szczególnie ciekawy sposób wykazał David Hilbert konstruując linię wypełniającą kwadrat [2] (rys. 6). W konstrukcji krzywej Hilberta, podobnie jak we fraktalach, występuje samopodobieństwo.

Na zakończenie tych rozważań wróćmy jeszcze raz do fraktali, ale teraz wyłącznie z matematycznego punktu widzenia. Jednym z pierwszych fraktali była krzywa skonstruowana przez Helge von Kocha (rys. 7), posiadająca niezwykłe własności [11].



Rys. 7. Krzywe Kocha stopnia 2, 3 i 4

Ogranicza ona obszar o skończonej powierzchni, ale długość krzywej jest nieskończona. Ponadto w żadnym punkcie krzywej Kocha nieskończonego stopnia nie można poprowadzić stycznej.

W różnych dyscyplinach działalności artystycznej twórcy posługują się różnymi środkami: w poezji — słowem, w muzyce — dźwiękiem, w pantomimie — gestem, itd. Artysta w sobie tylko wiadomy sposób wykorzystuje te środki (cegiełki) budując dzieło [19]. Wynikiem nie jest prosta suma. Prawdziwe dzieło sztuki przenosi nas w inny wymiar, całkiem różny od natury zastosowanych elementów. Wydaje się, że podobnie jest z matematyką, która przenosi nas w inne światy. Wychodząc od elementów danego typu, stosując klasy abstrakcji, dochodzimy do nowych, całkiem odmiennych bytów matematycznych o własnościach często tak zadziwiających (nieintuicyjnych), że nawet wyobraźnia artysty mogłaby być zawodna.

IV. MATEMATYKA JAKO SZTUKA?

W filozoficznej metodologii nauk matematyka zaliczana jest do nauk nieempirycznych (formalnych), co oznacza, że twierdzeń matematycznych nie musi potwierdzać doświadczenie [13].

Jednakże, nierozstrzygnięta pozostaje kwestia, czy pojęcia matematyczne są cechami świata materialnego, czy też wyłącznie swobodnymi tworami umysłu. Za fizycznością pojęć matematycznych przemawia silny związek matematyki z naukami przyrodniczymi. Szczególnie wyraźnie zaznacza się związek pomiędzy matematyką i fizyką, a także związek matematyki z naukami technicznymi. Matematyka jest językiem fizyki, a fizyka bywa inspiracją dla matematyków. Jednak w matematyce współczesnej można zauważyć dużą skłonność do swobodnego kreowania pojęć matematycznych, a ponadto, pomimo intuicyjności założeń (aksjomatów), wyniki często bywają nieintuicyjne. Może to skłaniać do stwierdzenia, że pojęcia matematyczne można traktować jako swobodne wytwory umysłu. W tym miejscu można zacytować słowa Andrzeja Grzegorczyka [13]: „Refleksja intuicjonistyczna pozwala twierdzić, że jest i jedno i drugie. Na początek jest może zwykłe zauważenie cech świata. Później już samo twórcze działanie umysłu produkuje dalsze pojęcia. Jeśli są swobodnymi tworami umysłu, to rzeczywistość, do której się odnoszą, należałoby opisać jako być może nie istniejącą, ale możliwą. Odnoszą się więc do wszelkiej możliwej rzeczywistości. Same jednak stanowią świat idei, nie istniejącej samodzielnie."

Jeżeli matematyk tworzy byty matematyczne, to sytuacja jest podobna do tej, z jaką mamy do czynienia w sztuce. Jeśli natomiast odkrywa on byty matematyczne, to sytuacja jest podobna do tej, z jaką mamy do czynienia w naukach przyrodniczych.

Ważnym dla tych rozważań jest twierdzenie o nierozstrzygalności Kurta Gödla [11], w myśl którego w każdej teorii mogą istnieć takie zdania, których nie da się udowodnić, ani obalić za pomocą metod należących do tej teorii. Możemy więc wiedzę uściślać, ale zawsze będzie dawać możliwość różnych interpretacji, nie da się jej zautomatyzować i nie da się zakończyć. Z tego powodu uważa się nikiedy, że matematykę należy zaliczyć do nauk humanistycznych. Abstrahując od tych kategorycznych stwierdzeń należy przynajmniej podejrzewać pewną dwoistość natury matematyki. Być może dobrym podsumowaniem tych rozważań są słowa Alberta Einsteina, że „tajemnica stoi u kolebki prawdziwej sztuki i prawdziwej nauki".

V. JEDNOŚĆ DOŚWIADCZENIA TWÓRCZEGO

Z twierdzenia Kurta Gödla wynika, że w nauce (matematyce) zawsze istnieje coś, co leży poza, coś większego od danego systemu. W prawdziwej sztuce sytuacja jest analogiczna; ocieramy się w niej o pewną tajemnicę, bowiem „idea dzieła ukończonego jest fikcją" (Barnett Newman). Wydaje się, że istnieją również inne elementy łączące naukę ze sztuką. Można bowiem wykazać, że nauka, technika i sztuka wzajemnie na siebie oddziałują i inspirują się.

Przejdźmy jednak od tych symbolicznie i wyrywkowo nakreślonych relacji do bardziej konkretnych. Wydaje się, że to, co łączy różne dziedziny twórczej działalności człowieka, to związek pomiędzy prawdą a pięknem. Postaramy się pokazać, że do opisu tej relacji można zastosować funktor implikacji $p \Longrightarrow a$, a więc przedstawić ją w sposób niemal sformalizowany. Zostało to przedstawione na rys. 8, z którego możemy odczytać, iż z prawdy poznawczej wynika prawda artystyczna (estetyczna) lub inaczej, że prawda artystyczna (estetyczna) jest warunkiem koniecznym prawdy poznawczej.

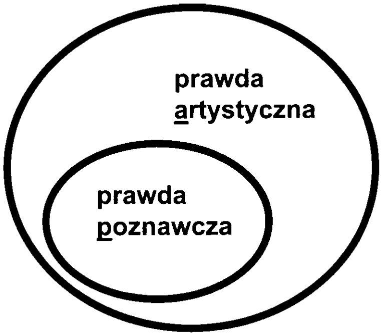
Dlatego właśnie nie ma miejsca dla „brzydkiej matematyki". Wydaje się, że można to przenieść na inne dyscypliny naukowe. Matematycy, fizycy a także inni twórcy chętnie mówią o estetycznych walorach, a nawet pięknie formułowanych praw i systemów naukowych. Sytuacja taka ma również miejsce w technice, bowiem piękno konstrukcji jest powszechnie uznawanym warunkiem koniecznym prawdy konstrukcyjnej, a więc racji technicznej [3].

Jednym z możliwych wyjaśnień takiego stanu rzeczy jest to, że obserwujemy wokół nas jedynie dobrze skonstruowane i zbudowane maszyny. Przyzwyczajamy się do pewnych (właściwych) stosunków wielkości związanych, a odmienne proporcje rażą nas.

Obecnie jesteśmy świadkami pewnego przewartościowania pojęcia estetyki konstrukcji. Jest to wynikiem między innymi techniki kosmicznej z uwagi na odmienność warunków pracy maszyn, nowych materiałów, jak również szybko zmieniających się technologii. Zaczynamy się jednak do tych różnorodnych stosunków wielkości związanych przyzwyczajać. Rodzi się nowa estetyka, istnieje duża rozpiętość akceptowalnych formuł estetycznych. To charakterystyczne zjawisko można zaobserwować zarówno w technice, jak i w sztuce, co jest dobrym przykładem analogicznych przemian, jakim podlegają jednocześnie nauka i sztuka.

Im bardziej doskonała maszyna, tym bardziej zachwyca harmonią swoich kształtów (rys. 9), co jest potwierdzeniem relacji zilustrowanej na rys. 8. Doskonałość konstrukcji, czyli jej racja techniczna obecnie jest najczęściej wynikiem wielu skomplikowanych obliczeń i badań laboratoryjnych, które oparte są właśnie na matematyce.

p	a	p ⇒ a
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



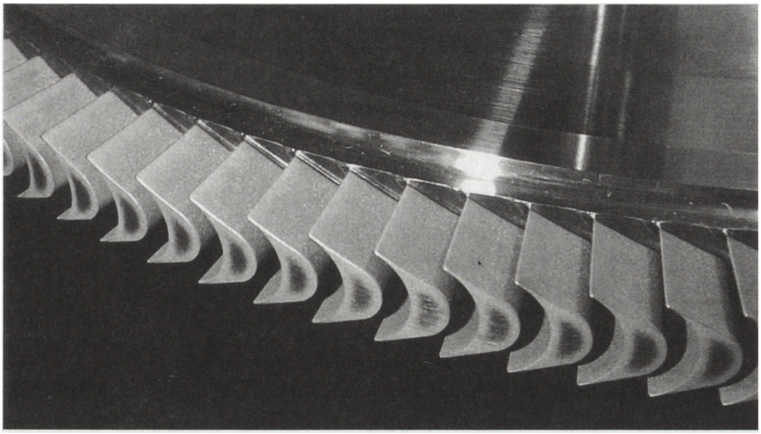
Rys. 8. Implikacja: prawda poznawcza jako warunek prawdy artystycznej (estetycznej)

Współcześnie maszyny są projektowane z wykorzystaniem komputerów i produkowane przy użyciu robotów sterowanych komputerowo. Techniczne piękno konstrukcji ma więc swoje źródło w matematyce. Jest to być może mało efektowna, raczej mozolnie objawiająca się rola matematyki w kreowaniu piękna, piękna technicznego.

W tym miejscu docieramy do drugiego z możliwych wyjaśnień faktu, że z prawdy poznawczej w technice wynika prawda estetyczna. Jeżeli matematyka jest językiem opisującym wszechświat, to stosując ten język w procesie kreowania maszyn, czyli tworów techniki, otrzymujemy również piękne maszyny, tak jak piękna jest otaczająca nas przyroda. Trzeba tu nadmienić, że mówimy jedynie o pięknie maszyn wynikającym z racji technicznej, pomijając piękno dodane, jako wynik stosowania wzornictwa przemysłowego. Z typowym wzornictwem przemysłowym mamy do czynienia często w architekturze, gdzie nadrzędną bywa forma i poszukuje się rozwiązań technicznych umożliwiających jej realizację. Bywają jednak obiekty architektury piękne niemal wyłącznie z racji technicznej.

Jeżeli jest tak, że z prawdy poznawczej wynika prawda artystyczna, to przestrzeń, z której artysta wydobywa rozwiązania spełniające kryteria artystyczne jest większa od tej, z której np. inżynier wydobywa rozwiązania spełniające kryteria techniczne i zarazem estetyczne (rys. 9). Przykładowo, artysta może zbudować maszynę, która nie ma sensu technicznego, a jedynie artystyczny.

Z powyższych rozważań wynika, że zarówno w sztuce, jak i technice decydujące są wzajemne stosunki elementów, z których budowane są dzieła. Wskazuje to na ową jedność doświadczenia twórczego.



Rys. 9. Fragment turbiny parowej

VI. PODSUMOWANIE

Wśród wielkiej liczby opracowań na temat dwóch bardzo ważnych i ogromnych dziedzin kultury jakimi są sztuka oraz matematyka istnieją też takie, które traktują o ich wzajemnych relacjach. Rozważane jest w nich przede wszystkim zagadnienie matematyki w sztuce jako swoistego narzędzia do osiągania celów artystycznych oraz wzajemne inspiracje matematyki i sztuki, przy czym inspiracje matematyczne w sztuce są bardziej widoczne, bezpośrednie i czytelne.

W niniejszym opracowaniu rozważano zagadnienie „matematyka i sztuka" biorąc także pod uwagę relację między prawdą poznawczą i prawdą artystyczną. Takie ujęcie pozwala na szersze spojrzenie i, oprócz dyskusji problemu „matematyki w sztuce", umożliwia rozważanie na tej samej płaszczyźnie również zagadnienia piękna w matematyce, w innych naukach oraz w technice. Postępując dalej należałoby postawić pytanie o relacje pomiędzy prawdą estetyczną (pięknem), prawdą poznawczą (prawdą) i prawdą etyczną (dobrem). Wykracza to jednak poza zakres niniejszego opracowania.

W podsumowaniu możemy stwierdzić, że jeżeli zachodzi postulowana relacja, iż prawda artystyczna (estetyczna) jest warunkiem koniecznym prawdy poznawczej, to wiemy dlaczego:

— matematyka jest piękna,
— matematyka jako narzędzie inżyniera zapewnia piękno maszyn,
— matematyka może być i jest narzędziem w rękach artystów,
— matematyka bywa inspiracją dla artystów.

LITERATURA

A.D. Aczel, *Tajemnica alefów*, Dom Wydawniczy Rebis, Poznań 2002.
H. Abelson, A. di Sessa, *Geometria żółwia*, WNT, Warszawa 1992.
J. Ditrych, S. Kocańda, W. Korewa, *Podstawy konstrukcji maszyn*, cz. 1, WNT 1967.
J. Musielak, *Wstęp do matematyki*, PWN, Warszawa 1970.
Mathematics Art and Architecture: http://www.math.nus.edu.sg
Mathematical Art, Graphics, Chaos and Fractals: http://www.abc.se
Mathematics and Art: http://www.ams.org
Mathematics, Art, Nature: http://myweb.copost.liu.edu
E. Nagel, J.R. Newman, *Twierdzenie Gödla*, PWN, Warszawa 1966.
C. Newsom, *Istota matematyki*, PWN, Warszawa 1967.
R. Piotrowski, *Od fraktali do fraktalizmu. Peculiarity of Man.* Vol. 7, 2002.
Powszechna filozofia sztuki. Polskie Towarzystwo Tomasza z Akwinu. Wersja internetowa: www.kul.lublin.pl
Praca zbiorowa: *Leksykon matematyczny*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1993.
H. Rasiowa, *Wstęp do matematyki współczesnej*, PWN, Warszawa 1971.
W.W. Sawyer, *Droga do matematyki współczesnej*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1969.
L.A. Steen, *Matematyka współczesna. Dwanaście esejów*, WNT, Warszawa 1983.
W. Szymborska, *Nic dwa razy*, Wydawnictwo Literackie, Kraków 1977.
W. Witwicki, *O widzeniu przedmiotów*, Budownictwo i Architektura, Warszawa 1954.
J. Wolf, *Kształt piękna*, Arkady, Warszawa 1973.
http://www.cytaty.wolne.info
http://www.fraktal.pl
http://worldofescher.com
http://www.cut-the-knot.org.manifesto.beauty