

Tomasz Pisula

Ocena efektywności długoterminowych prognoz dla wartości zagrożonej (var) wyznaczonych z wykorzystaniem metodologii CLEARHORIZON™

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 10, 125-136

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

TOMASZ PISULA

OCENA EFEKTYWNOŚCI DŁUGOTERMINOWYCH PROGNOZ DLA WARTOŚCI ZAGROŻONEJ (VAR) WYZNACZONYCH Z WYKORZYSTANIEM METODOLOGII CLEARHORIZON™

Wstęp

Istnieje duże zapotrzebowanie na modele umożliwiające mierzenie i ocenę ryzyka rynkowego w długich horyzontach czasu, niejednokrotnie przekraczających nawet okresy 2 letnie. Dla wielu inwestorów giełdowych znacznie ważniejsza jest ocena ryzyka potencjalnych strat w wartości ich portfeli inwestycyjnych w długim horyzoncie czasu, niż oszacowanie ryzyka krótkoterminowego. Zapotrzebowanie na modele prognoz długookresowych jest także bardzo duże wśród instytucji zarządzających różnego rodzaju funduszami inwestycyjnymi lub otwartymi funduszami emerytalnymi. Głównym źródłem ich ryzyka są zmiany rynkowe cen aktywów finansowych, w które te fundusze inwestują, często w długoletnim horyzoncie czasu.

Wychodząc na przeciw tym zapotrzebowaniom w 2000 r. *RiskMetrics*® zaproponowało nową metodologię oceny ryzyka rynkowego, z wykorzystaniem miary zagrożenia *Value at Risk (VaR)*, dla długoterminowych inwestycji finansowych (o horyzoncie czasowym przekraczającym okres 24 miesięcy). Metodologia obliczania prognoz długoterminowych dla wartości zagrożonej *VaR* została opublikowana w dokumencie technicznym¹ i otrzymała nazwę *ClearHorizon*™. Artykuł jest kontynuacją prowadzonych już wcześniej analiz² nad moż-

¹ Kim J., Mina J., *ClearHorizon*™ Technical Document. Forecasting methodology for horizons beyond two years, Risk Metrics Group, New York 2000, s. (1-31).

² Pisula T., Mentel G., *Prognozy długookresowe dla wartości zagrożonej Value at Risk w ocenie ryzyka inwestowania w akcje*, [w:] Ronka-Chmielowiec W., Jajuga K. [red.], *Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek*. Wydawnictwo AE we Wrocławiu, Wrocław 2007, s. (308-315).

liwością zastosowania w praktyce omawianej metodologii na polskim rynku finansowym. Celem artykułu jest próba odpowiedzi na pytanie: na ile skuteczne i efektywne są prognozy długoterminowe dla wartości zagrożonej VaR obliczone z wykorzystaniem tej metodologii.

Teoretyczne podstawy metodologii *ClearHorizon*TM

Wartość zagrożona (VaR), należąca do grupy miar zagrożenia jest obecnie bardzo często stosowaną w praktyce miarą ryzyka rynkowego. Określa ona taką stratę w wartości rynkowej (np. instrumentu czy portfela), dla której prawdopodobieństwo zdarzenia, że rzeczywiste straty będą w zadanym horyzoncie czasu jeszcze większe (przekroczą prognozowaną wartość VaR) jest dostatecznie małe i równe pewnemu zadanemu poziomowi tolerancji ($\alpha > 0$).

Definicję tę można zapisać następująco³:

$$P(ZS_{t,k} = V_{t+k} - V_t \leq VaR_k^{ZS < 0}) = \alpha, \quad (1)$$

gdzie: $ZS_{t,k}$ – funkcja zysków ($ZS_{t,k} > 0$) lub strat ($ZS_{t,k} < 0$) w wartości rynkowej V_{t+k} (np. portfela), w momencie czasu odległym o k okresów od chwili obecnej t , $VaR_k^{ZS < 0} < 0$ – wartość zagrożona dla horyzontu czasu k okresów, obliczona dla potencjalnych strat.

Przez analogię można podać podobną definicję dla prognozowanych zysków:

$$P(ZS_{t,k} = V_{t+k} - V_t \geq VaR_k^{ZS > 0}) = \alpha, \quad (2)$$

gdzie: $VaR_k^{ZS > 0} > 0$ - wartość zagrożona dla horyzontu czasu k okresów, obliczona dla potencjalnych zysków.

Metodologia *ClearHorizon*TM jest jedną z metod parametrycznych obliczania prognoz długoterminowych dla wartości zagrożonej VaR . Wykorzystuje ona model hybrydowy, będący optymalną mieszaniną dwóch podstawowych modeli szeregów czasowych: błędzenia losowego (*random walk*) i powracania do średniej (*mean reversion*).

W modelu błędzenia losowego⁴ zakłada się, że wahania dla logarytmicznych (przyszłych) wartości instrumentów finansowych: $p_{t+k} = \ln(V_{t+k})$, w momencie czasu $t+k$, odległym o k okresów od chwili obecnej są zmienną losową

³ Jajuga K., *Miary ryzyka rynkowego – część trzecia. Miary zagrożenia*. Rynek Terminowy, 2000, nr 8, s. (112-116).

⁴ Pisula T., Mentel G., *Prognozy długookresowe ...*, op. cit., s. (309).

o rozkładzie normalnym: $p_{t+k} \sim N(\mu_k^{RW}, \sigma_k^{RW})$. Parametry tego rozkładu można wyznaczyć ze wzorów:

$$\mu_k^{(RW)} = p_t + k \cdot \mu, \quad \sigma_k^{2(RW)} = k \cdot \sigma^2, \quad (3)$$

gdzie: μ – jest parametrem dryfu (trendu) dla jednookresowych zmian:

$$p_t - p_{t-1} = \mu + \sigma \cdot \varepsilon_t, \quad (4)$$

dla logarytmicznych wartości modelowanych instrumentów finansowych, zaś σ – jest parametrem zmienności (odchyleniem standardowym) dla tych wahań, $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ – zakłócenia losowe o rozkładzie normalnym standaryzowanym.

W modelu rewersji do średniej⁵ zakłada się, że wahania logarytmicznych (przyszłych) wartości badanych instrumentów finansowych: $p_{t+k} = \ln(V_{t+k})$, w momencie czasu $t+k$, odległym o k okresów od chwili obecnej są zmienną losową o rozkładzie normalnym: $p_{t+k} \sim N(\mu_k^{MRev}, \sigma_k^{MRev})$. Parametry tego rozkładu można wyznaczyć ze wzorów:

$$\mu_k^{(MRev)} = \frac{\alpha_0(1-\gamma^k)}{1-\gamma} + \frac{\beta}{1-\gamma} \left[(t+k) - \gamma^k(t+1) - \frac{\gamma(1-\gamma^{k-1})}{1-\gamma} \right] + \gamma^k \cdot p_t, \quad (5)$$

$$\sigma_k^{2(MRev)} = \frac{\sigma^2(1-\gamma^{2k})}{1-\gamma^2},$$

gdzie: $\alpha_0 = \theta \cdot p_0 + \mu(1-\theta)$, $\beta = \mu \cdot \theta$, $\gamma = 1-\theta$, $p_0 = \ln(V_0) = \bar{p}$, $\theta \in [0,1]$ – jest parametrem określającym prędkość rewersji (powracania do średniej), μ – jest parametrem trendu, zaś σ – jest parametrem zmienności (odchyleniem standardowym) dla jednookresowych zmian:

$$p_t = p_{t-1} + \mu + \theta [p_0 + \mu(t-1) - p_{t-1}] + \sigma \cdot \varepsilon_t = \alpha_0 + \beta \cdot t + \gamma \cdot p_{t-1} + \sigma \cdot \varepsilon_t, \quad (6)$$

dla logarytmicznych wartości modelowanych instrumentów finansowych, $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ - zakłócenia losowe o rozkładzie normalnym standaryzowanym.

Dla modelu błędzenia losowego oraz powracania do średniej można wyznaczyć jak szybko zmienia się w czasie ich wariancja, w zależności od długości horyzontu prognozy k . W tym celu w metodologii zaproponowanej przez RiskMetrics® wprowadzono wskaźnik Variance Ratio (VR), zdefiniowany następująco:

$$VR_k = \frac{\sigma_k^2}{k \cdot \sigma_1^2}. \quad (7)$$

⁵ Ibidem, s. (310)

Na podstawie analizy wartości wskaźnika *Variance Ratio* wynika, że zmienność dowolnego szeregu czasowego, opisującego fluktuację wartości badanego instrumentu finansowego można modelować odpowiednim modelem hybrydowym, który jest optymalną mieszaniną modeli *random walk* (*RW*) i *mean reversion* (*MRev*). Wagi $\omega \in [0,1]$ oraz $(1-\omega) \in [0,1]$ w modelu hybrydowym są dobierane w taki sposób, aby jak najlepiej skalibrować wariancję dla modelu hybrydowego, w stosunku do obserwowanej wariancji historycznej. Wariancję historyczną dla horyzontu czasowego k okresów wyznacza się korzystając ze wzoru:

$$\sigma_k^2 = \frac{n}{(n-k)(n-k+1)} \sum_{t=k+1}^n (p_t - p_{t-k} - k \cdot \bar{r}_1)^2, \quad (8)$$

gdzie: n – liczba dostępnych obserwacji historycznych, \bar{r}_1 – jest średnią wartością dla miesięcznych logarytmicznych stóp zwrotu: $r_{t,1} = p_t - p_{t-1}$, $t = 2, \dots, n$ badanych aktywów finansowych

Wagi dla modelu hybrydowego wyznacza się (korzystając ze wskaźnika *Variance Ratio* - *VR*) rozwiązując zadanie optymalizacyjne:

$$\sum_{k=1}^s (VR_k^{(Hist)} - \omega \cdot VR_k^{(RW)} - (1-\omega) \cdot VR_k^{(MRev)})^2 \rightarrow \min, \quad (9)$$

gdzie: $VR_k^{(Hist)}$ – jest wskaźnikiem *Variance Ratio*, dla wariancji historycznej (obliczonym na podstawie wzorów (7) i (8)), zaś $VR_k^{(RW)}$ i $VR_k^{(MRev)}$ – są analogicznymi wskaźnikami dla modelu błędzenia losowego i rewersji do średniej (obliczonymi na podstawie wzorów (3), (5) i (7)).

W modelu hybrydowym zakłada się, że wahania logarytmicznych (przyszłych) wartości badanych instrumentów finansowych: $p_{t+k} = \ln(V_{t+k})$, w momencie czasu $t+k$, odległym o k okresów od chwili obecnej podlegają rozkładowi normalnemu: $p_{t+k} \sim N(\mu_k^{Mix}, \sigma_k^{Mix})$. Za parametr średniej przyjmuje się $\mu_k^{Mix} = \mu_k^{MRev}$, który można wyznaczyć ze wzoru (5). Parametr odchylenia standardowego można natomiast wyznaczyć ze wzoru:

$$\sigma_k^{Mix} = \omega \cdot \sigma_k^{RW} + (1-\omega) \cdot \sigma_k^{MRev}. \quad (10)$$

Ponieważ logarytmy $p_{t+k} = \ln(V_{t+k})$ podlegają rozkładowi normalnemu, to V_{t+k} , a tym samym $ZS_{t,k}$ podlega rozkładowi logarytmiczno-normalnemu, którego parametry można teraz stosunkowo łatwo oszacować, korzystając z otrzymanych wcześniej oszacowań dla rozkładu normalnego.

Na podstawie definicji wartości zagrożonej (1) prognozy długoterminowe dla wartości zagrożonej VaR , dla potencjalnych strat (np. dla wartości portfela) oblicza się ze wzoru:

$$VaR_k^{ZS<0} = e^{(\mu_k + Z_\alpha \sigma_k)} - V_t, \quad (11)$$

gdzie: $\mu_k = \mu_k^{Mix} = \mu_k^{MRev}$ i $\sigma_k = \sigma_k^{Mix}$ – są prognozami wyznaczonymi ze wzorów (5) oraz (10), odpowiednio dla wartości średniej oraz odchylenia standardowego, zaś Z_α – jest kwantylem rzędu α dla rozkładu standaryzowanego normalnego.

Podobnie na podstawie wzoru (2) prognozy długookresowe dla wartości zagrożonej VaR , dla potencjalnych zysków oblicza się ze wzoru:

$$VaR_k^{ZS>0} = e^{(\mu_k + Z_{1-\alpha} \sigma_k)} - V_t, \quad (12)$$

gdzie: μ_k i σ_k interpretuje się podobnie jak we wzorze (11), zaś $Z_{1-\alpha}$ – jest kwantylem rzędu $1 - \alpha$ dla rozkładu normalnego standaryzowanego.

Wykorzystanie modelu hybrydowego w ocenie ryzyka inwestowania w akcje

Rozpatrzmy portfel składający się z akcji 5 spółek notowanych na GPW w Warszawie. Jest to portfel utworzony w 25.05.1995 i składa się z: 705 akcji spółki Bank Millennium, 40 akcji spółki Dębica, 88 akcji spółki Irena, 52 akcji spółki Stal-Export oraz 52 akcji spółki Swarzędz. Zakłada się, że skład portfela w przyszłości nie ulega zmianie, zmieniają się tylko ceny notowań spółek tworzących ten portfel.

Dla rozpatrywanego przykładowego portfela akcji wyznaczono długookresowe prognozy VaR , dla potencjalnych strat lub zysków w jego wartości. Prognozy wsteczne wyznaczono w dwóch przypadkach: dla wartości portfela w dniu 22.07.2003 (wynoszącej 7130,1zł) i horyzontu prognozy $k=72$ miesięcy (okres 6 lat) oraz dla wartości portfela dniu 20.06.2007 (wynoszącej 16529,8zł) przy horyzoncie prognozy wynoszącym $k=24$ miesięcy (okres 2 lat).

Procedura wyznaczania długoterminowych prognoz dla wartości zagrożonej VaR dla przykładowego portfela akcji, z zastosowaniem omawianego modelu hybrydowego przebiegała następująco:

1. Na podstawie notowań miesięcznych spółek tworzących portfel wyznaczono wartości symulowanego portfela akcji w okresie od 25.05.1995 do 23.01.2008 (152 miesięczne obserwacje).

2. Obliczono oszacowania parametrów modelu *random walk* (*RW*) (model (4)) oraz *mean reversion* (*MRev*) (model (6)).

Dla prognoz w dniu 22.07.2003 oszacowania obliczono na podstawie 98 dostępnych obserwacji historycznych, dla wartości symulowanego portfela, zaś dla prognoz w dniu 20.06.2007 obliczone oszacowania były wyznaczone w oparciu o 145 dostępne obserwacje historyczne.

Otrzymane oszacowania przedstawia tabela 1. W tabeli 1 podano także wartości statystyki Chowa, dla testu stałości wartości oszacowanych parametrów w okresie prognozy, na który będą wyznaczane prognozowane wartości *VaR*. Wykorzystano tutaj statystykę testową postaci⁶:

$$Chow_r = \frac{[SS^* - (SS_1 + SS_2)]/k}{(SS_1 + SS_2)/(T^* - 2 \cdot k)}, \quad (13)$$

gdzie: SS^* – suma kwadratów reszt dla modelu *random walk* (wzór (4)) lub modelu *mean reversion* (wzór (6)), dla oszacowań parametrów obejmujących wszystkie $T^* = 152$ dostępne obserwacje, SS_1 – suma kwadratów reszt odpowiedniego modelu dla oszacowań parametrów obejmujących tylko okres próby ($T = 98$ lub $T = 145$ obserwacje), SS_2 – suma kwadratów reszt odpowiedniego modelu dla oszacowań parametrów obejmujących okres po próbie (odpowiednio obserwacje od $T = 99$ do $T = 152$ oraz od $T = 146$ do $T = 152$), na który wyznaczane są prognozy *VaR*, k – liczba szacowanych metodą najmniejszych kwadratów parametrów modelu wraz z wyrazem wolnym.

Statystyka (13) posiada rozkład *F – Snedecora* ze stopniami swobody $(k, T^* - 2 \cdot k)$. Zatem dla modelu błędzenia losowego (*RW*), gdzie tylko jeden parametr jest szacowany metodą najmniejszych kwadratów, wartość krytyczna dla poziomu istotności 0,05 wynosi $F^*(1, 150) = 3,9$, zaś dla modelu rewersji do średniej (*MRev*), gdzie aż trzy parametry są szacowane metodą najmniejszych kwadratów wartość krytyczna wynosi $F^*(3, 146) = 2,67$. Hipotezę, że oszacowane parametry modeli nie zmieniły swoich wartości w okresie na który przeprowadzana jest prognoza należy odrzucić, gdy wartość obliczonej statystyki Chowa jest większa lub równa od odczytanej z tablic wartości krytycznej. Z tabeli (tab. 1) wynika, że oszacowane parametry

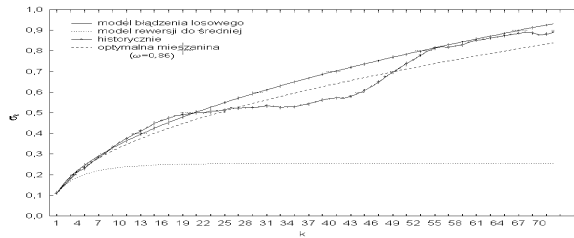
⁶ Chow G. C., *Test of Equality between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions*. *Econometrica*, 1960, nr 28(3), s. (591-605).

try modelu powracania do średniej są stabilne, także na okres prognozy, zaś parametry modelu błędzenia losowego dla prognozy wyznaczonej w dniu 20.06.2007 nie są stabilne. Ma to oczywiście wpływ na jakość otrzymanych prognoz *VaR* dla przykładowego portfela akcji (zob. rys. 2).

Tabela 1. Oszacowania parametrów modeli *random walk* i *mean reversion* dla analizowanego przykładowego portfela akcji

Parametry obliczone w dniu 22.07.2003					Statystyka testu Chowa
Model (<i>RW</i>)	$\mu = 0,0009$	$\sigma = 0,109$			$\text{Chow}_T = 0,07$
Model (<i>MRev</i>)	$\alpha_0 = 0,856$	$\beta = -0,0005$	$\gamma = 0,91$	$\sigma = 0,107$	$\text{Chow}_T = 0,86$
Parametry obliczone w dniu 20.06.2007					Statystyka testu Chowa
Model (<i>RW</i>)	$\mu = 0,0064$	$\sigma = 0,099$			$\text{Chow}_T = 4,59$
Model (<i>MRev</i>)	$\alpha_0 = 0,374$	$\beta = 0,0002$	$\gamma = 0,96$	$\sigma = 0,099$	$\text{Chow}_T = 0,74$

Źródło: opracowanie własne



Rys. 1. Wartości parametru zmienności σ_k dla modelu błędzenia losowego, rewersji do średniej i modelu hybrydowego, w porównaniu do oszacowanej zmienności historycznej.

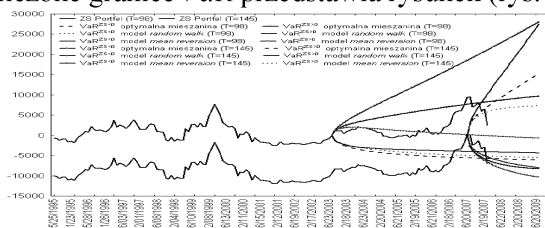
Źródło: opracowanie własne

- W oparciu o obliczone wartości parametrów dla obu modeli obliczono prognozy dla długookresowej zmienności σ_k^2 (wzór (3) – model błędzenia losowego oraz wzór (5) – model rewersji do średniej). Następnie wyznaczono długookresową zmienność historyczną ze wzoru (8). Korzystając ze wskaźnika *Variance Ratio* (wzór (7)) rozwiązano zadanie optymalizacyjne (9), uzyskując w ten sposób wagi⁷ dla optymalnej mieszanki modelu błędzenia losowego i powracania do średniej. Następnie obliczono oszacowania dla k okresowej zmienności w modelu hybrydowym, z wykorzystaniem wzoru (10). Rys. 1 przedstawia porównanie oszacowanej k miesięcznej zmienności

⁷ wynoszące odpowiednio $\omega = 0,86$ i $(1 - \omega) = 0,14$ dla prognozy wyznaczonej w dniu 22.07.2003 oraz $\omega = 1$ i $(1 - \omega) = 0$ dla prognozy wyznaczonej w dniu 20.06.2007.

dla modelu błędzenia losowego, rewersji do średniej i modelu hybrydowego w porównaniu do oszacowanej zmienności historycznej.

4. Na podstawie wzorów (11) oraz (12) wyznaczono 72 miesięczne granice VaR dla potencjalnych strat i zysków badanego portfela (dla wartości portfela w dniu 22.07.2003 – obserwacja $T=98$) oraz analogiczne 24 miesięczne granice VaR (dla wartości tego portfela w dniu 20.06.2007 – obserwacja $T=145$). Obliczone granice VaR przedstawia rysunek (rys. 2).



Rys. 2. Prognozowane granice VaR (poziom tolerancji 5%) dla potencjalnych strat (zysków) w wartości symulowanego portfela akcji (obliczone w dniu 22.07.2003 i 20.06.2007) dla modelu hybrydowego, błędzenia losowego oraz rewersji do średniej.

Źródło: opracowanie własne.

Empiryczna analiza dokładności prognoz dla modelu hybrydowego

Aby zbadać na ile efektywne i skuteczne są oszacowania dla prognozowanych granic VaR z zastosowaniem modelu hybrydowego, przeprowadzono badania empiryczne weryfikujące jakość tych oszacowań. Korzystając z testu liczby przekroczeń przeprowadzono testowanie wsteczne, dla obliczonych z wykorzystaniem omawianej metodologii długoterminowych prognoz wstecznych, dla wartości zagrożonej VaR dla kursów 32 spółek giełdowych⁸ notowanych na GPW w Warszawie i mających dostatecznie długą historię notowań. Szeregi czasowe na podstawie których przeprowadzono testowanie wsteczne zawierały miesięczne notowania tych spółek w okresie od 25.05.1995 do 20.06.2007. Dla każdej spółki wyznaczono „kroczące” prognozy wsteczne dla długookresowych dolnych granic VaR , począwszy od 17.09.2002 (parametry

⁸ Alma Markets, Bank BPH, Bank Millennium, Bre-Bank, Budimex, Bz-Wbk, Dębica, DZ Bank Polska, Efekt, Elektrim, Elektromontaż-Ex, Fortis-Bank, Indykpol, ING Bank Śląski, Irena, Jutrzenka, Kable SFK, Kredyt Bank, Krosno, Mostostal Export, Mostostal W-wa, Mostostal Zabrze, Novita, Prochem, Próchnik, Provimi Rolimpex, Rafako, Remak, Stalexport, Swarzędz, Vistula, Żywiec.

modeli szacowano w oparciu o 88 historyczne wartości każdego szeregu czasowego, zaś prognozy wyznaczane były na kolejne 57 obserwacje historyczne – niemal 5 letni horyzont prognoz wstecznych), a skończywszy na 21.06.2005 (parametry modeli szacowano w oparciu o 121 historyczne wartości każdego szeregu czasowego, zaś prognozy wyznaczane były na kolejne 24 obserwacje historyczne – 2 letni horyzont prognoz wstecznych).

Efektywność obliczonych prognoz wstecznych zbadano z wykorzystaniem testu liczby przekroczeń, dla którego statystyka testowa podana jest wzorem⁹:

$$Z = \frac{X - N \cdot \alpha}{\sqrt{N \cdot \alpha \cdot (1 - \alpha)}}, \quad (14)$$

gdzie: X – liczba przekroczeń prognozowanych granic VaR dla badanego modelu, N – liczba prognoz objętych testem wstecznym, α – wymagany poziom tolerancji dla prognozowanych granic VaR .

Statystyka testowa Z dla dostatecznie dużej wartości N posiada rozkład normalny standaryzowany. Najczęściej model uznaje się jako niewłaściwy i należy go odrzucić, jeżeli obliczona ze wzoru (14) wartość statystyki przekracza wartość progową, będącą kwantylem rzędu $q_{1-\alpha}$ dla rozkładu $N(0,1)$. Czasami jednak zbyt mała liczba przekroczeń świadczy o tym, że prognozowane granice VaR są zbyt obszerne, a zastosowany w prognozie model źle skalibrowany. W tej sytuacji można przeprowadzić test dwustronny, w którym wyznacza się dwie wartości progowe: $-q_{1-\alpha}$ oraz $q_{1-\alpha}$. Jeżeli obliczona ze wzoru (14) wartość statystyki dla testu liczby przekroczeń $-q_{1-\alpha} \leq Z_{obl} \leq q_{1-\alpha}$, to testowany model uznaje się za właściwy i dobrze skalibrowany. Oczywiście dla $Z_{obl} > q_{1-\alpha}$ model należy odrzucić jako niewłaściwy, a dla $Z_{obl} < -q_{1-\alpha}$ jako właściwy, ale słabo skalibrowany. Dla testu dwustronnego ufność (wynosząca $1 - 2 \cdot \alpha$) zapewnia, że poprawny model nie zostanie błędnie odrzucony.

Tabela 2 przedstawia podsumowanie wyników badań dotyczących skuteczności prognoz długookresowych dla wartości zagrożonej na poziomach tolerancji: $\alpha=5[\%]$, $\alpha=1[\%]$ oraz $\alpha=10[\%]$, obliczonych z zastosowaniem modelu będącego optymalną mieszaniną modeli RW i $MRev$. W tabeli przedstawiono wyniki jakości modeli, otrzymane dla prognoz wstecznych obliczonych w dwóch wariantach. Wariant 1 dotyczył wszystkich przypadków prognozy (bez badania stabil-

⁹ Best P., *Wartość narażona na ryzyko. Obliczanie i wdrażanie modelu VaR*. Dom Wydawniczy ABC, Kraków 2000, s. (108).

ności oszacowań parametrów modeli na okres prognozy). W wariancie 2 brano pod uwagę tylko prognozy dla tych przypadków, w których oszacowane parametry modeli nie zmieniały się w okresie prognozowanym (na podstawie przeprowadzonego testu Chowa – wzór (13)).

Tabela 2. Dokładność prognoz dla modelu hybrydowego w porównaniu do modelu błędzenia losowego i rewersji do średniej

	Wszystkie przypadki: liczba prognoz: 44064 (wariant 1)			Stabilne oszacowania: liczba prognoz: 19620 (wariant 2)		
Poziom tolerancji $\alpha = 5\%$						
Dopuszczalna liczba przekroczeń (test dwustronny)	[2128–2278]			[931–1031]		
Model	RW	MRev	MiX	RW	MRev	MiX
Procent przekroczeń [%]	1,6	4,4	2,7	2,6	6,4	4,3
Liczba przekroczeń:	727	1959	1214	519	1259	847
Statystyka testowa Z = (wartość graniczna: 1,65)	-32	-5,3	-21	-15	9,1	-4,4
Poziom tolerancji $\alpha = 1\%$						
Dopuszczalna liczba przekroczeń (test dwustronny)	[393–489]			[164–228]		
Model	RW	MRev	MiX	RW	MRev	MiX
Procent przekroczeń [%]	0,1	2	0,7	0,1	2,6	0,9
Liczba przekroczeń:	61	888	323	22	520	172
Statystyka testowa Z = (wartość graniczna: 2,33)	-18	21,4	-5,6	-12	23	-1,7
Poziom tolerancji $\alpha = 10\%$						
Dopuszczalna liczba przekroczeń (test dwustronny)	[4326–4487]			[1909–2015]		
Model	RW	MRev	MiX	RW	MRev	MiX
Procent przekroczeń [%]	2,8	6,7	4,8	4,4	9,9	7,4
Liczba przekroczeń:	1262	2952	2103	858	1942	1456
Statystyka testowa Z = (wartość graniczna: 1,28)	-49	-23	-36	-26	-0,47	-12

Źródło: opracowanie własne

Porównując jakość wyznaczonych prognoz wstecznych dla modelu hybrydowego (zob. tabela 2) można zauważyć, że w obu analizowanych wariantach model hybrydowy (*MiX*) jest modelem, który dobrze prognozuje granice *VaR* (dwustronny test liczby przekroczeń nie odrzuca go jako niewłaściwy). Empiryczny procent przekroczeń w wariancie 1 (bez analizy stabilności oszacowań parametrów) wynosi 2,7[%], natomiast dla wariantu 2 (stabilnych oszacowań parametrów) wynosi 4,3[%], co jest bardzo bliskie zakładanemu poziomowi tolerancji 5[%]. Gdy oszacowania parametrów modelu hybrydowego pozostają stabilne na okres prognozy, to model hybrydowy jest znacznie lepiej skalibro-

wany niż model błędzenia losowego (*RW*) oraz model powracania do średniej (*MRev*), który należy odrzucić jako niewłaściwy (zob. tabela 2).

Dla prognoz wyznaczonych dla poziomu tolerancji $\alpha = 1[\%]$ empiryczny procent przekroczeń dla modelu hybrydowego wyniósł 0,7[%], w przypadku testowania wstecznego w oparciu o wszystkie wyznaczone prognozy wsteczne oraz aż 0,9[%], w przypadku tylko stabilnych oszacowań parametrów. Świadczy to o bardzo dobrej kalibracji modelu hybrydowego w tym przypadku. Model rewersji do średniej (zob. tab. 2) w obu rozpatrywanych wariantach należy odrzucić jako niewłaściwy, zaś model błędzenia losowego dawał znacznie za- wyżone oszacowania dla prognozowanych granic *VaR* niż model hybrydowy.

Dla prognoz wyznaczonych dla poziomu tolerancji $\alpha = 10[\%]$ empiryczny procent przekroczeń dla modelu hybrydowego wyniósł 4,8[%], w przypadku testowania jakości modelu w oparciu o wszystkie wyznaczone prognozy wsteczne oraz 7,4[%], w przypadku stabilnych oszacowań parametrów. Dla tego poziomu tolerancji model hybrydowy jest trochę słabiej skalibrowany niż model powracania do średniej, ale znacznie lepiej skalibrowany niż model błędzenia losowego.

Otrzymane wyniki świadczą, że omawiana metodologia może być z powodzeniem stosowana w praktyce, do oszacowania prognoz długoterminowych dla wartości zagrożonej *Value at Risk*.

Literatura

1. Best P., *Wartość narażona na ryzyko. Obliczanie i wdrażanie modelu VaR*. Dom Wydawniczy ABC, Kraków 2000.
2. Chow G. C., *Test of Equality between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions*. *Econometrica*, 1960, nr 28(3).
3. Jajuga K., *Miary ryzyka rynkowego – część III. Miary zagrożenia*. Rynek Terminowy, 2000, nr 8.
4. Kim J., Mina J., *ClearHorizon™ Technical Document. Forecasting methodology for horizons beyond two years*, Risk Metrics Group, New York 2000.
5. Pisula T., Mentel G., *Prognozy długookresowe dla wartości zagrożonej Value at Risk w ocenie ryzyka inwestowania w akcje*, [w:] Ronka-Chmielowiec W., Jajuga K. [red.], *Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek*. Wydawnictwo AE we Wrocławiu, Wrocław 2007.

STRESZCZENIE

Artykuł jest próbą odpowiedzi na pytanie: na ile skuteczne i efektywne są prognozy długoterminowe dla wartości zagrożonej VaR, obliczone z zastosowaniem metodologii ClearHorizon™, wykorzystującej model hybrydowy będący optymalną mieszanką modelu błędzenia losowego (random walk) i rewersji do średniej (mean reversion). W pierwszej części artykułu przedstawiono teoretyczne aspekty omawianej metodologii oraz pokazano możliwości praktycznego jej wykorzystania na polskim rynku finansowym. Druga część artykułu przedstawia badania empiryczne (z wykorzystaniem prognoz wstecznych), mające na celu ocenę efektywności uzyskanych prognoz długoterminowych dla wartości zagrożonej VaR, obliczonych z zastosowaniem omawianego modelu hybrydowego.

EFFICIENCY ASSESSMENT OF LONG-TERM ESTIMATES FOR VALUE AT RISK (VAR) DETERMINED WITH THE USE OF CLEARHORIZON™ METHODOLOGY

SUMMARY

The article is the revert to the question: how efficient and effective are long-term estimates for Value at Risk (VaR), calculated with the application of ClearHorizon™ methodology and the hybrid model which is the optimum mix-ture of random walk and mean reversion. In the first part of the article there have been presented the theoretical aspects of the methodology and its practical application on Polish financial market. The second part features the empirical research (with the use of backward estimates) which aim at efficiency evaluation of the obtained long-term estimates for the Various at Risk (VaR) with the use of already discussed hybrid model.

Translated by T. Pisula

Dr Tomasz Pisula
Politechnika Rzeszowska
tpisula@prz.rzeszow.pl