Piotr Płuciennik

Skoki w procesach generujących dane na polskim rynku finansowym

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 10, 626-636

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

STUDIA I PRACE WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 10

PIOTR PŁUCIENNIK

SKOKI W PROCESACH GENERUJĄCYCH DANE NA POLSKIM RYNKU FINANSOWYM[1]

Wstęp

Modele finansowych procesów stochastycznych z czasem ciągłym zakładają, że logarytmiczne ceny instrumentów finansowych są opisane za pomocą następującego modelu dyfuzji

$$\begin{cases} dX(t) = \mu(X(t),t)dt + \sigma(X(t),t)dB(t) \\ X(0) = X_0 \end{cases},$$

gdzie proces $\mu(X(t),t)$ ma lokalnie ograniczoną wariację, $\sigma(X(t),t)$ jest procesem ściśle dodatnim i prawostronnie ciągłym z lewostronnymi granicami, $B(t)$ jest ruchem Browna. Podejście to znacznie zyskało na znaczeniu w latach siedemdziesiątych dwudziestego wieku, gdy Black i Scholes (1973,1976) oraz Merton (1974) wykorzystali je do wyceny opcji oraz konstrukcji strategii zabezpieczających. Występująca w większości szeregów czasowych leptokurtoza stała się motywacją do dyskusji nad modyfikacją szeroko stosowanych w ostatnich latach ciągłych modeli dyfuzji. Właściwym rozwiązaniem problemu wydają się być modele dyfuzji ze skokami. Zakładają one, że proces cen logarytmicznych są procesami prawostronnie ciągłymi z lewostronnymi granicami (càdlàg) opisanymi następującym stochastycznym równaniem różniczkowym

$$\begin{cases} dX(t) = \mu(X(t),t)dt + \sigma(X(t),t)dB(t) + c(t)dq(t) \\ X(0) = X_0 \end{cases}, \qquad (1)$$

gdzie $dq(t)$ jest skokowym procesem przyjmujący wartość 1 w sytuacji, gdy w momencie t wystąpi skok, i 0, w przeciwnym wypadku, natomiast c(t) jest sko-

[1] Praca finansowana ze środków na naukę w latach 2007-2010 w ramach projektu NN 111 1256

kiem, który definiujemy jako różnicę prawostronnej i lewostronnej granicy procesu X(t). Występowanie skoków opiszemy rozkładem Poissona będącym dyskretnym procesem z czasem ciągłym. Celem pracy jest weryfikacja występowania skoków w procesach generujących dane na polskim rynku finansowym. Częsta ich obecność może stać się motywacją do modelowania tych procesów za pomocą modeli dyfuzji ze skokami, a w konsekwencji ich bardziej precyzyjnego opisu. Jednocześnie duży nacisk został położony na zminimalizowanie wpływu zaburzeń mikrostruktury rynku na wyniki przeprowadzonych badań.

Testy na występowanie skoków Barndorff-Nielsena i Shepharda (2006)

W tym rozdziale zostaną opisane wprowadzone przez Barndorff-Nielsena i Shepharda (2006) metody testowania występowania skoków. Koncepcja konstrukcji testów opiera wprowadzonej przez Barndorff-Nielsena i Shepharda (2004, 2006) teorii wariacji wielopotęgowej. Szczególne znaczenie ma tutaj wariacja dwupotęgowa. Wariacją dwupotęgową procesu X dla $r \geq 0$ i $s \geq 0$ nazywamy wyrażenie

$$\{X\}_t^{[r,s]} = \operatorname*{plim}_{\delta \to 0} \delta^{1-(r+s)/2} \sum_{j=1}^{[t/\delta]-1} \left|y_{j,i}\right|^r \left|y_{j+1,i}\right|^s,$$

o ile istnieje. W praktyce w sytuacji dostępności dyskretnego zbioru notowań proces wariacji dwupotęgowej może być estymowany przez zrealizowany proces wariacji dwupotęgowej wyrażony wzorem

$$\{X_\delta\}_t^{[r,s]} = \sum_{j=1}^{[t/\delta]-1} \left|y_{j,i}\right|^r \left|y_{j+1,i}\right|^s. \tag{2}$$

Barndorff-Nielsen i Shephard (2004) wykazali, że w sytuacji gdy w procesie występują skoki wariacja zrealizowana będąca sumą podniesionych do kwadratów zwrotów w pewnym przedziale czasowym jest estymatorem sumy zmienności scałkowanej oraz podniesionych do kwadratów skoków, natomiast zrealizowana wariacja dwupotęgowa będąca sumą iloczynów następujących po sobie bezwzględnych zwrotów przybliża zmienność scałkowaną bez skoków. Wobec tego mamy

$$\{X\}_t^{[1,1]} = \mu_1^2 \int_0^t \sigma^2(s)ds \text{ i } [X]_t = \int_0^t \sigma^2(s)ds + \sum_{j=1}^{N(t)} c_j,.$$

gdzie

$$\mu_r = E|u|^r = \frac{2^{r/2}}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{2}(r+1)\right), \text{ dla } r > 0, \text{ przy czym } u \sim N(0,1).$$

Jak łatwo zauważyć, różnica pomiędzy wprowadzoną przez Andersena i Bollersleva (1998) wariancją zrealizowaną i zrealizowaną wariacją dwupotęgową estymuje sumę kwadratów skoków. Wobec tego naturalnym wydaje się wprowadzenie statystyki testowej opartej właśnie na tej różnicy. Ponadto Barndorff-Nielsen i Shephard (2006) zaproponowali również statystykę bazującą na ilorazie zrealizowanej wariacji dwupotęgowej i wariancji zrealizowanej. Autorzy wykazali, że jeśli w procesie X nie występują skoki oraz spełnione są pewne warunki regularności, wówczas przy $\delta \to 0$ zachodzą wzory:

$$G = \delta^{-1/2}(\mu_1^{-2}\{X_\delta\}_t^{[1,1]} - \{X_\delta\}_t) \Big/ \sqrt{\int_0^t \sigma^4(s)ds} \xrightarrow{L} N(0,\upsilon) \tag{3}$$

oraz

$$H = \delta^{-1/2}\left(\frac{\mu_1^{-2}\{X_\delta\}_t^{[1,1]}}{\{X_\delta\}_t} - 1\right) \Bigg/ \sqrt{\int_0^t \sigma^4(s)ds \Big/ \left\{\int_0^t \sigma^2(s)ds\right\}^2} \xrightarrow{L} N(0,\upsilon) \tag{4}$$

gdzie $\upsilon = \frac{\pi^2}{4} + \pi - 5.$

Z uwagi na nieobserwowalność kwartyczności statystyki (3) i (4) nie mogłyby być stosowane w praktyce. W takiej sytuacji pomocne są własności wariacji trójpotęgowej. Huang i Tauchen (2005) zaproponował by kwartyczność estymować za pomocą wariacji trójpotęgowej, wykorzystując następującą zależność

$$\{X_\delta\}_t^{[4/3,4/3,4/3]} = \delta^{-1}\sum_{j=1}^{[t/\delta]-2}\left|y_{j,i}\right|^{4/3}\left|y_{j+1,i}\right|^{4/3}\left|y_{j+2,i}\right|^{4/3} \xrightarrow{p} \mu_{4/3}^3\int_0^t \sigma^4(s)ds. \tag{5}$$

Barndorff-Nielsen i Shephard (2006) oraz Andersen Bollerslev i Diebold (2003) zastosowali w tym celu wariację czteropotęgową korzystając z relacji

$$\{X_\delta\}_t^{[1,1,1,1]} = \delta^{-1}\sum_{j=1}^{[t/\delta]-3}\left|y_{j,i}\right|^{1}\left|y_{j+1,i}\right|^{1}\left|y_{j+2,i}\right|^{1}\left|y_{j+3,i}\right|^{1} \xrightarrow{p} \mu_1^4\int_0^t \sigma^4(s)ds. \tag{6}$$

W niniejszej pracy będziemy estymować kwartyczność za pomocą wariacji trójpotęgowej. Wobec tego możliwe jest wyznaczenie przybliżonych wartości statystyk testowych (3) i (4), które przyjmą teraz postać

$$\hat{G} = \frac{(\mu_1^{-2}\{X_\delta\}_t^{[1,1]} - \{X_\delta\}_t)}{\sqrt{\delta\mu_1^{-4}\{X_\delta\}_t^{[4/3,4/3,4/3]}}} \xrightarrow{L} N(0,\upsilon) \tag{2}$$

i

$$\hat{H} = \frac{1}{\sqrt{\delta\{X_\delta\}_t^{[4/3,4/3,4/3]} \Big/ \{\{X_\delta\}_t^{[1,1]}\}^2}}\left(\frac{\mu_1^{-2}\{X_\delta\}_t^{[1,1]}}{\{X_\delta\}_t} - 1\right) \xrightarrow{L} N(0,\upsilon). \tag{8}$$

W pracy Huanga i Tauchena (2005) znajdujemy pewną modyfikację stosowanych w powyższych statystykach estymatorów zrealizowanych wariacji wielopotęgowych. Autorzy zaproponowali by w celu uniknięcia niedoszacowania zrealizowane wariacje dwu-, trój-, i czteropotęgową mnożyć odpowiednio przez czynniki skalujące $[t/\delta]/[(t/\delta)-1]$, $[t/\delta]/[(t/\delta)-2]$ i $[t/\delta]/[(t/\delta)-1]$.

Statystyki (7) i (8) odrzucają hipotezę zerową o niewystępowaniu skoków, jeżeli przyjmują wartość istotnie ujemną. Huang i Tauchen (2005) przedstawili znormalizowaną wersję statystyki (7). Przyjmuje on postać

$$\frac{(\mu_1^{-2}\{X_\delta\}_t^{[1,1]}-\{X_\delta\}_t)}{\sqrt{\delta\upsilon\mu_1^{-4}\{X_\delta\}_t^{[4/3,4/3,4/3]}}}\xrightarrow{L}N(0,1).$$

Logarytmiczna wersja powyższej statystyki została wyznaczona za pomocą metody delta przez Barndorff-Nielsena i Shepharda (2004). Po znormalizowaniu można zapisać ją w następujący sposób

$$\frac{\log(\mu_1^{-2}\{X_\delta\}_t^{[1,1]})-\log(\{X_\delta\}_t)}{\sqrt{\delta\upsilon\{X_\delta\}_t^{[4/3,4/3,4/3]}/\{\{X_\delta\}_t^{[1,1]}\}^2}}\xrightarrow{L}N(0,1).$$

Barndorff-Nielsen i Shephard (2006) oraz Huang i Tauchen (2005) sugerują, że logarytmiczna wersja statystyki lepiej sprawdzają się w praktyce. W szczególności przy ich stosowaniu znika problem zbyt częstego odrzucenia hipotezy zerowej o niewystępowaniu skoków. Znormalizowana wersja statystyki (7) dana jest wzorem

$$\frac{c_j^R}{\sqrt{\delta\upsilon\max\left[1,\{X_\delta\}_t^{[4/3,4/3,4/3]}/\{\{X_\delta\}_t^{[1,1]}\}^2\right]}}\xrightarrow{L}N(0,1),$$

gdzie $c_j^R=\left[\mu_1^{-2}\{X_\delta\}_t^{[1,1]}-\{X_\delta\}_t\right]/\{X_\delta\}_t$ jest tzw. skokiem relatywnym.

Wpływ zaburzeń mikrostruktury rynku na wariacje wielopotęgowe

Jak wiadomo, rzeczywisty logarytmiczny proces ceny, a więc w konsekwencji także rzeczywiste zwroty tego procesu, są zaburzone takimi czynnikami jak dostępność notowań w dyskretnych odstępach czasowych, czy różnice w cenach oferowanych przez nabywcę i sprzedającego. Na skalę zaburzeń wpływ ma dobór odpowiedniej częstotliwości notowań. Z jednej strony mogłoby się wydawać, że należałoby wykorzystać dane o możliwie wysokiej częstotliwości, z drugiej okazuje się jednak, że takie dane są zanieczyszczone dużym szumem, wynikającym z silnej autokorelacji zwrotów wysokiej częstotliwości. W pra-

cach Aït-Sahalii, Myklanda i Zhanga (2005), Bandiego i Russella (2004) oraz Zhang Aït-Sahalii i Myklanda (2005) założono, proces cen logarytmicznych wyraża się wzorem

$$S_t = S_t^* + \upsilon_t,$$

gdzie S_t^* jest rzeczywistym nieobserwowalnym procesem cen logarytmicznych, natomiast υ białym szumem. Wobec powyższego zwrot na przedziale można zapisać w następujący sposób

$$r_{t,\delta} = S_t^* - S_{t-\delta}^* + \upsilon_t - \upsilon_{t-\delta} = r_{t,\delta}^* + \eta_{t,\delta},$$

gdzie $r_{t,\delta}^*$ jest rzeczywistym nieobserwowalnym zwrotem, natomiast $\eta_{t,\delta}$ jest procesem MA(1). Zbyt mała wartość δ generuje przewartościowanie wartości oczekiwanych z zwrotów.

$$E\left|r_{t,\delta}\right| = E\left|r_{t,\delta}^* + \eta_{t,\delta}\right|.$$

Ponadto silna autokorelacja szeregu $\eta_{t,\delta}$ zwiększa dodatkowo powiązanie dowolnych kolejnych zwrotów $r_{t+\delta,\delta}$ i $r_{t+\delta(j-1),\delta}$. Staje się to kolejnym źródłem obciążenia estymatorów wariacji wielopotęgowych.

Aby uniknąć niepożądanych autokorelacji pomiędzy sąsiednimi zwrotami intraday Andersen, Bollerslev i Diebold (2005) wprowadził tzw. przesunięte wariacje wielopotęgowe. Przy ich konstrukcji stosuje się zamiast iloczynów kolejnych zwrotów, iloczyny zwrotów przesuniętych względem siebie o dwie pozycje. Dodatkowo w celu uniknięcia niedoszacowania estymatorów wariacji wielopotęgowych zostają one przeskalowane w ten sam sposób co w pracy Huanga i Tauchena (2005). Wówczas odpowiednio wariacje dwu-, trój-, i czteropotęgowe wyrażają się odpowiednio wzorami

$$\{X_\delta\}_t^{[1,1]} = \delta^{-1}\frac{t/\delta}{(t/\delta)-2}\sum_{j=1}^{[t/\delta]-2}\left|y_{j,i}\right|^1\left|y_{j+2,i}\right|^1,$$

$$\{X_\delta\}_t^{[4/3,4/3,4/3]} = \delta^{-1}\frac{t/\delta}{(t/\delta)-4}\sum_{j=1}^{[t/\delta]-4}\left|y_{j,i}\right|^{4/3}\left|y_{j+2,i}\right|^{4/3}\left|y_{j+4,i}\right|^{4/3}$$

oraz

$$\{X_\delta\}_t^{[1,1,1,1]} = \delta^{-1}\frac{t/\delta}{(t/\delta)-6}\sum_{j=1}^{[t/\delta]-6}\left|y_{j,i}\right|^1\left|y_{j+2,i}\right|^1\left|y_{j+4,i}\right|^1\left|y_{j+6,i}\right|^1.$$

Jak wykazali Barndorff-Nielsen i Shephard (2004) statystyka testowa (8) z zastosowanymi przesuniętymi wariacjami wielopotęgowymi jako estymatorami zmienności scałkowanej i kwartyczności zachowuje asymptotyczny rozkład normalny, dlatego w części empirycznej pracy wykorzystamy również ilorazo-

wą statystykę testową z przesuniętymi wariacjami wielopotęgowymi. Ponadto przeprowadzone przez Huanga i Tauchena (2005) symulacje Monte Carlo dowodzą, że daje ona zaskakująco dobre rezultaty.

Dane

W pracy badamy występowanie skoków w procesach cen logarytmicznych z polskiego rynku kapitałowego. Bierzemy pod uwagę szereg logarytmicznych notowań indeksu WIG20 z okresu 02.01.2004 – 29.12.2006 (757 notowań dziennych) oraz logarytmicznych kursów walutowych EURPLN i USDPLN z okresu 02.01.2004 – 29.12.2006 (odpowiednio 772 i 768 notowań dziennych). Skoki testowane są w okresach dziennych. Do wyznaczenia dziennych zmienności zrealizowanej i wariacji wielopotęgowych wykorzystano odpowiednio w przypadku indeksu WIG20 zwroty pięcio-, dziesięcio-, dwudziesto- i czterdziesto minutowe natomiast dla kursów walutowych zwroty dziesięciominutowe, półgodzinne i godzinne. Podstawowe charakterystyki badanych szeregów zwrotów logarytmicznych oraz dane przedstawione są w poniższych tabelach 1 i 2.

Tabela 1. Podstawowe charakterystyki szeregów logarytmicznych notowań indeksu WIG20 oraz kursów EURPLN

Szereg notowań	liczba obs.	średnia	odch. std.	sko-śność	kurtoza	min.	maks.
WIG20 5 min.	57010	7,7233	0,2360	0,1767	1,4785	7,3633	8,1404
WIG20 10 min.	28506	7,7233	0,2360	0,1767	1,4785	7,3635	8,1375
WIG20 20 min.	14252	7,7233	0,2360	0,1766	1,4786	7,3650	8,1403
WIG20 40 min.	7126	7,7233	0,2360	0,1765	1,4783	7,3673	8,1403
EURPLN 10 min.	45324	1,4318	0,0803	0,6103	1,9500	1,3219	1,5967
EURPLN 30 min.	15108	1,4318	0,0803	0,6105	1,9504	1,3223	1,5944
EURPLN 60 min.	7054	1,4381	0,0795	0,5378	1,8601	1,3223	1,5943
USDPLN 10 min.	41472	1,1988	0,0850	0,6752	2,4777	1,0481	1,4021
USDPLN 30 min.	13824	1,1988	0,0849	0,6755	2,4783	1,0481	1,4017
USDPLN 60 min.	6912	1,1988	0,0849	0,6756	2,4786	1,0490	1,4002

Badania empiryczne

W tabeli 3 przedstawione są podstawowe charakterystyki dla szeregu dziennych wariancji zrealizowanch (RV), przemnożonych przez μ_1^{-2} dziennych wariacji dwupotęgowych (BV), przeskalowanych wariacji dwupotęgowych (BV*), przesuniętych wariacji dwupotęgowych (BV**), przemnożonych przez

$\mu_{4/3}^{-3}$ wariacji trójpotęgowych (TQ), przeskalowanych wariacji trójpotęgowych (TQ*) oraz przesuniętych wariacji trójpotęgowych (TQ**) indeksu WIG20 i kursów EURPLN i USDPLN wyznaczonych na bazie notowań śróddziennych różnych częstotliwości.

Tabela 2. Podstawowe charakterystyki szeregów logarytmicznych zwrotów indeksu WIG20 oraz kursów EURPLN

Szereg zwrotów	liczba obs.	średnia	odch. std.	sko-śność	kurtoza	min.	maks.
WIG20 5 min.	57009	0,0007	0,1301	-0,0770	8,9422	-1,6520	1,3182
WIG20 10 min.	28505	0,0009	0,1813	-0,1262	7,9641	-1,7970	1,6185
WIG20 20 min.	14251	0,0046	0,2930	-0,1824	23,570	-5,1875	4,6604
WIG20 40 min.	7125	0,0044	0,3254	-0,3173	7,9470	-2,6670	2,4845
EURPLN 10 min.	45323	-0,0005	0,0796	0,4231	20,3282	-1,2877	1,4939
EURPLN 30 min.	15107	-0,0042	0,1682	0,0763	6,1152	-1,2446	1,0276
EURPLN 60 min.	7053	-0,0004	0,1301	0,4796	12,0013	-1,2027	1,5873
USDPLN 10 min.	41471	-0,0004	0,0908	-0,0405	11,3162	-1,1092	1,0199
USDPLN 30 min.	13823	-0,0042	0,1682	0,0763	6,1152	-1,2446	1,0276
USDPLN 60 min.	6911	-0,0012	0,1570	0,0522	7,9877	-1,4873	1,2129

W tabeli 4 przedstawiona jest liczba wykrytych skoków w szeregach czasowych dla poszczególnej częstotliwości danych w zależności od zastosowanego estymatora zmienności scałkowanej i kwartyczności dla poziomów ufności 95% i 99%.

We wszystkich przypadkach liczba wykrytych skoków jest znacznie większa w sytuacji zastosowania statystyki liniowej. Jest to empiryczne potwierdzenie wniosku postawionego przez Barndorff-Nielsena i Shepharda (2006) oraz Huanga Tauchena (2005), mówiącego o zbyt częstym odrzuceniu hipotezy zerowej dla statystyki liniowej. Jednocześnie można zauważyć, że statystyka ilorazowa odrzuca hipotezę zerową znacznie rzadziej niż dwie pozostałe statystyki, niemniej liczba wykrytych skoków jest nieco większa jeśli jako estymatory zmienności scałkowanej i kwartyczności zastosujemy przesunięte wariacje wielopotęgowe. Również stosowanie nieprzeskalowanych wariacji wielopotęgowych jako estymatorów zmienności scałkowanej i kwartyczności, powoduje przeszacowanie liczby wykrytych skoków.

Jest to następstwem sztucznego zaniżenia estymacji tych wielkości, czego konsekwencją jest zawyżenie różnicy pomiędzy wariancją zrealizowaną, a estymacją zmienności scałkowanej lub logarytmami tych wielkości, na których

oparte są statystyki testowe. Porównując zamieszczone w tabeli 3 charakterystyki zrealizowanych przeskalowanych i przesuniętych wariacji dwu- oraz trójpotęgowych wyznaczonych dla różnych częstotliwości danych można zauważyć obciążenie estymacji szumem wynikającym z autokorelacji sąsiednich zwrotów. Efekt ten uwidacznia się najsilniej w okresach dużej zmienności. Jego występowanie jest uzasadnieniem stosowania ilorazowej statystyki z przesuniętymi wariacjami wielopotęgowymi.

Tabela 3. Średnie (μ) i wariancje (σ^2) wariancji zrealizowanej i zrealizowanych wariacji wielopotęgowych dla szeregów notowań intraday indeksu WIG20 oraz dla kursów EURPLN i USDPLN różnych częstotliwości

Szereg notowań		RV	BV	BV*	BV**	TQ	TQ*	TQ**
WIG20	μ	1,2752	1,1457	1,1609	1,1067	3,0644	3,1454	1,1067
5 min.	σ^2	1,0817	0,8882	0,9108	0,8260	104,84	110,29	0,8260
WIG20	μ	1,2380	1,0888	1,1181	1,0477	2,7487	2,8972	1,0477
10 min.	σ^2	1,2607	1,0831	1,1394	1,1087	172,79	191,47	1,1087
WIG20	μ	1,1494	0,9622	1,0155	0,9352	1,7996	2,0055	0,9352
20 min.	σ^2	1,1710	0,9411	1,0435	0,8906	44,957	55,570	0,8906
WIG20	μ	0,9951	0,7198	0,8041	0,7561	0,7861	0,9899	0,7561
40 min.	σ^2	1,0940	0,5731	0,7097	0,6773	7,1329	11,181	0,6773
EURPLN	μ	0,3321	0,2896	0,2946	0,2784	0,2098	0,2160	0,1766
10 min.	σ^2	0,0757	0,0479	0,0492	0,0449	0,3467	0,3625	0,2491
EURPLN	μ	0,3317	0,2581	0,2720	0,2527	0,1274	0,1404	0,1066
30 min.	σ^2	0,1056	0,0503	0,0553	0,0546	0,1729	0,2087	0,1157
EURPLN	μ	0,2772	0,2182	0,2428	0,2237	0,0874	0,1046	0,0776
60 min.	σ^2	0,0743	0,0567	0,0673	0,0543	0,1489	0,1899	0,1054
USDPLN	μ	0,4449	0,3828	0,3901	0,3723	0,2599	0,2699	0,2440
10 min.	σ^2	0,0765	0,0512	0,0532	0,0506	0,2128	0,2295	0,2686
USDPLN	μ	0,4437	0,3722	0,3941	0,3733	0,2152	0,2421	0,1876
30 min.	σ^2	0,1104	0,0745	0,0835	0,0766	0,2070	0,2620	0,2212
USDPLN	μ	0,4457	0,3438	0,3867	0,3619	0,1492	0,1918	0,1565
60 min.	σ^2	0,1441	0,0881	0,1115	0,1042	0,1284	0,2122	0,1500

Wnioski

Przeprowadzone badania empiryczne mogą sugerować, że w procesach generujących dane na polskim rynku finansowym skoki są dość częstym zjawiskiem. Hipoteza zerowa o niewystępowaniu skoków w badanych procesach cen została odrzucona nawet w 40% przypadków. Sugeruje to zasadność stosowania

do modelowania logarytmicznych cen instrumentów z polskiego rynku finansowego skokowych modeli dyfuzji.

Tabela 4. Liczba wykrytych skoków w szeregach notowań intraday indeksu WIG20, oraz kursów EURPLN i USDPLN różnych częstotliwości w zależności od poziomu ufności i zastosowanych estymatorów zmienności scałkowanej i kwartyczności

Szereg notowań	Estymatory zm. scałk. i kwartyczności	Statystyka liniowa		Statystyka logarytmiczna		Statystyka ilorazowa	
		0,95	0,99	0,95	0,99	0,95	0,99
WIG20 5 min.	BV, TQ	265	171	242	140	208	99
	BV*, TQ*	232	149	218	128	190	89
	BV**, TQ**	-	-	-	-	253	189
WIG20 10 min.	BV, TQ	256	166	234	131	173	80
	BV*, TQ*	225	137	190	112	146	69
	BV**, TQ**	-	-	-	-	188	146
WIG20 20 min.	BV, TQ	269	203	244	165	169	83
	BV*, TQ*	217	169	200	143	138	65
	BV**, TQ**	-	-	-	-	113	108
WIG20 40 min.	BV, TQ	351	290	317	243	185	69
	BV*, TQ*	274	225	246	178	140	52
	BV**, TQ**	-	-	-	-	52	80
EURPLN 10 min.	BV, TQ	259	174	235	143	201	105
	BV*, TQ*	235	150	219	129	174	92
	BV**, TQ**	-	-	-	-	247	199
EURPLN 30 min.	BV, TQ	317	242	292	196	200	89
	BV*, TQ*	259	200	239	158	167	75
	BV**, TQ**	-	-	-	-	227	230
EURPLN 60 min.	BV, TQ	324	271	299	208	152	51
	BV*, TQ*	254	189	216	148	104	28
	BV**, TQ**	-	-	-	-	155	57
USDPLN 10 min.	BV, TQ	277	197	253	171	177	83
	BV*, TQ*	249	170	207	149	146	73
	BV**, TQ**	-	-	-	-	196	198
USDPLN 30 min.	BV, TQ	257	191	230	156	161	69
	BV*, TQ*	206	156	184	124	126	54
	BV**, TQ**	-	-	-	-	149	152
USDPLN 60 min.	BV, TQ	303	234	265	200	138	39
	BV*, TQ*	219	178	202	141	99	30
	BV**, TQ**	-	-	-	-	147	202

Dodatkowo przemawia za tym silna leptokurtoza w szeregach zwrotów logarytmicznych. Częstotliwość danych nie ma zasadniczego wpływu na otrzymane wyniki. Rozbieżności w liczbie wykrytych skoków oscylują w granicach 10-20% i są uzależnione jedynie od precyzji estymacji wariancji zrealizowanej oraz zrealizowanych wariacji wielopotęgowych. Jedynie dla szeregów 20 i 40 minutowych logarytmicznych notowań indeksu WIG20 i 60 minutowych logarytmicznych kursów EURPLN da się obserwować niedoszacowanie tych wielkości wynikające ze zbyt małej częstotliwości danych.

Literatura

1. Aït-Sahalia Y., Mykland P.A., Zhang L., *How Often to Sample a Continuous-Time Process in the Presence of Market Microstructure Noise*," Review of Financial Studies, 2005, 18, 351-416.
2. Andersen T.G., Bollerslev T., *Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts*, International Economic Review, 1998, 39.
3. Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X., *Some Like It Smooth, and Some Like It Rough: Untangling Continuous and Jump Components in Measuring*, Modeling and Forecasting Asset Return Volatility, Manuscript University of Pennsylvania, 2003.
4. Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X., *Roughing It Up Including Jumps Componenents in Measurement,* Modeling and Forecasting of Return Volatility, NBER Working Paper 11775, 2005.
5. Bandi F.M., Russell J.R., Separating Microstructure Noise from Volatility Manuscript, 2004, University of Chicago.
6. Barndorff-Nielsen O.E., Shephard N., *Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps*. Journal of Financial Econometrics, 2004, Vol. 2, No. 1. Barndorff-Nielsen O.E., Shephard N., *Econometrics of Testing for Jumps in Financial Economics Using Bipower Variation*, Journal of Financial Econometrics, 2006, 4, 1-30.
7. Black F., *The Pricing of Commodity Contracts*, Journal of Financial Economics, 1976, Vol. 3, 167-179.
8. Black F., Scholes M., *The pricing of option and corporate liabilities*, Journal of Political Economy, 1973, 81, 637-659.
9. Huang X., Tauchen G., *The Relative Contribution of Jumps to Total Price Variation*, Journal of Financial Econometrics, 2005, 3, 456-499.

10. Merton R.C., *Theory of Rational Option Pricing*, Bell Journal of Economics and Management Science,1973, Vol. 4 Issue 1, 141-183.
11. Zhang L., Aït-Sahalia Y., Mykland P.A., *A Tale of Two Time Scales: Determining Integrated Volatility with Noisy High-Frequency Data*, Journal of the American Statistical Association, 2005, 100, 1394-1411.

STRESZCZENIE

Modele finansowych procesów stochastycznych z czasem ciągłym zyskały na znaczeniu w latach siedemdziesiątych dwudziestego wieku, gdy Black, Scholes oraz Merton wykorzystali je do wyceny opcji oraz konstrukcji strategii zabezpieczających. Badania empiryczne pokazują jednak, że powszechnie stosowane ciągłe modele dyfuzji mogą nie uwzględniają pewnych cech charakterystycznych szeregów czasowych, jakim są skoki. W niniejszej pracy zajmujemy się weryfikowaniem występowania skoków w procesach generujących szeregi czasowe z polskiego rynku finansowego, za pomocą statystyk wprowadzonych przez Barndorff-Nielsena i Shepharda.

JUMPS IN POLISH FINANCIAL MARKET DATA-GENERATING PROCESSES

SUMMARY

Models of financial processes with continuous time gained in significance in 1970s when Black, Scholes, and Merton used them to option pricing and hedging strategies constructing. Empirical researches show that commonly applied diffusion models do not take into account some characteristic features of time series. In the present paper we test jump occurrence in stochastic processes generating time series from the Polish financial market by using test statistics introduced by Barndorff-Nielsen and Shephard.

Translated by P. Płuciennik

Mgr Piotr Płuciennik
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza
pplucien@amu.edu.pl