Zdzisław Cięciwa, Ewa Libura

Wielowymiarowe punkty zwrotne

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 9, 178-184

2008

STUDIA I PRACE WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 9

ZDZISŁAW CIĘCIWA
EWA LIBURA

WIELOWYMIAROWE PUNKTY ZWROTNE

Wstęp

W artykule zajmujemy się, p-wymiarowymi szeregami czasowymi postaci:

$$X(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ . \\ . \\ X_p(t) \end{bmatrix} \tag{1}$$

określonymi dla czasu $t \in T$, gdzie symbolem T oznaczamy zbiór kolejnych dat np. zbiór kolejnych dni w których występują notowania na giełdzie.

Współrzędne wektora (1) nie są dzielone na zmienne objaśniające oraz zmienne objaśniane.Wszystkie są zmiennymi objaśniającymi dla wyznaczenia zmiennej objaśnianej B(t).Zmienna ta jest wynikiem przyjęcia reguły W(X(t)) opisującej transformację dokonaną na wektorze X(t) dla $t_{i-1} < t < t_i$ i=1,2,..,k. W ten sposób zbiór T zostanie podzielony na k podzbiorów .Punkty podziału zbioru T przedstawiamy w postaci

$$0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_k. \tag{2}$$

Elementy podziału (2) zbioru T (z wyjątkiem zera) wyznaczają p-wymiarowe punkty zwrotne.

W literaturze znajdziemy różne propozycje dotyczące transformacji dokonywanej na wektorze X(t). Jedną z nich jest przyjęcie pewnej współrzędnej wektora X(t) jako B(t) (zob.np.[1]).

W artykule zdefiniujemy p-wymiarowy punkt zwrotny, oraz podamy sposób jego wyznaczania. Pokażemy też zastosowanie WPZ (wielowymiarowych punktów zwrotnych).

Wyznaczanie podzbiorów jednorodnych wektorowego szeregu czasowego. Test Quandta.

Zaawansowane techniki metody Cluster Analysis wiążą stopień jednorodności uzyskanych podzbiorów oraz ich ilość. W opracowaniu wykorzystamy metody skalowania wielowymiarowego a zwłaszcza współczynnik STRESS-Kruskala(zob.[6]).

Liczności podzbiorów oraz ich ilość wyznaczymy przy uwzględnieniu następujących warunków:
wektor X(t) przestrzeni p wymiarowej jest transponowany na wektor B(t) przestrzeni jednowymiarowej tzn.

$$R^{p} \rightarrow R \tag{3}$$

$$\text{STRESS} \leq 0{,}1 \tag{4}$$

Otrzymane wyniki B(t) (współrzędne wektora 1-wymiarowego) dla podziału na k podzbiorów oznaczamy jako

$$B(t, t_i)\,,\ i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots, k \tag{5}$$

gdzie t_i są to punkty podziału zbioru T. Zatem p-wymiarowy szereg czasowy X(t) zostaje podzielony na k podzbiorów postaci

$$X(t, t_i) \quad t_{i-1} \leq t < t_i\,;\ i = 1, 2, \ldots, k \tag{6}$$

któremu odpowiada ciąg (5).

W celu przedstawienia definicji p-wymiarowego punktu zwrotnego w naszym opracowaniu rozpatrujemy liniowe modele regresji typu

$$C(t,t_i) = \alpha_0 + \alpha_1 Y_1(t,t_i) + \ldots\ldots + \alpha_p Y_p(t,t_i) + \varepsilon(t,t_i) \tag{7}$$

$$i = 1, 2, \ldots.., k\text{-}1; \quad t_{i-1} \leq t < t_{i+1}$$

ε (t, t_i) składnik resztowy.

Przyjmujemy, że indeks t_0=1 stanowi początek próbki.

W modelu (7) zmiennymi są następujące wektory połączone

$$C(t,ti)=join(B(t,ti),B(t,ti+1)) \tag{8}$$

$$Ys(t,ti)=join(Xs(t,ti),Xs(t,ti+1)) \quad s=1,2,\ldots,p \tag{9}$$

W oprogramowaniu GRETL znajdziemy test na występowanie punktu zwrotnego dla regresji (7). Jest to test ilorazu wiarygodności Quandta (QRL-zob. [2] s. 111 i nast. oraz [5]), który określi czy punkt zwrotny występuje dla $t = t_i$.

Definicja p-wymiarowego punktu zwrotnego: Przez p-wymiarowy punkt zwrotny dla (1) rozumiemy punkt wyznaczony przy pomocy liniowego równania regresji postaci (7) dla którego iloraz wiarygodności QRL lub test F Chowa są istotne.

Podsumowując rozważania zawarte wcześniej stwierdzamy, że do wyznaczenia p-wymiarowego punktu zwrotnego (ogólnie WPZ) posługujemy się metodą skalowania wielowymiarowego (zob. (3) i (4)). Dla każdego ustalonego poziomu STRESS'u (dodatniego i mniejszego od jedności) otrzymujemy:

- ciąg podziałów zbioru T(ciąg dla którego występują WPZ);
- ciąg wektorów $B(t,t_i)$.

Dane empiryczne. Wyznaczanie podzbiorów

W celu zademonstrowania użyteczności proponowanej metody do wyznaczania WPZ zestawiono dane dotyczące indeksów giełdowych oraz wiboru, tzn.

- DJ (Down Jones)
- WIG20
- WIBOR3M

dla okresu 04.01.1999 do 15.02.2008 (n=2344). Zatem wymiar p=3. Wyniki estymacji podzbiorów metodą skalowania wielowymiarowego zawierają tabele 1-3.

Trójwymiarowe punkty zwrotne

W celu sprawdzenia istnienia trójwymiarowych punktów zwrotnych występujących na połączeniu zbiorów A_j oraz A_{j+1} dla j = 1, 2, ..., k-1 przyjmujemy do analizy wyniki tabel 1-3 oraz estymujemy modele (7). Mamy p=3, k=35. Okazało się – test QLR – że wszystkie wymienione wyżej punkty są WPZ (3-wymiarowymi) dla t określonego przez lewostronny zakres próby (zob. tabele 1-3) z wyjątkiem t=1.

Punkty te zostały podane w tabelach 4 i 5. Są tam daty oraz realizacje indeksów giełdowych WIG20, DJ i wskaźnika WIBOR3M.

Tabela 1. Wyniki estymacji podzbiorów metodą skalowania wielowymiarowego.

Oznaczenie podzbioru (próby)	Zakres próby		Liczba obserwacji	STRESS
A_1	1	180	180	0,075
A_2	181	250	70	0,084
A_3	251	275	25	0,073
A_4	276	306	31	0,093
A_5	307	331	25	0,079
A_6	332	346	15	0,077
A_7	347	355	9	0,095
A_8	356	376	21	0,085
A_9	377	404	28	0,094
A_{10}	405	439	35	0,089
A_{11}	440	443	4	0,000
A_{12}	444	502	59	0,098

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Wyniki estymacji podzbiorów metodą skalowania wielowymiarowego

Oznaczenie podzbioru (próby)	Zakres próby		Liczba obserwacji	STRESS
A_{13}	503	519	17	0,092
A_{14}	520	541	22	0,083
A_{15}	542	592	51	0,098
A_{16}	593	738	146	0,098
A_{17}	739	754	16	0,095
A_{18}	755	812	58	0,093
A_{19}	813	997	185	0,095
A_{20}	998	1247	250	0,115
A_{21}	1248	1332	85	0,091
A_{22}	1333	1355	23	0,095
A_{23}	1356	1395	40	0,092
A_{24}	1396	1446	51	0,097

Źródło: opracowanie własne.

Z otrzymanych wyników liczbowych widać silny związek między wybranym poziomem STRESS-u, który mierzy stopień jednorodności otrzymanych podzbiorów oraz ich liczbą, a co za tym idzie liczbą wielowymiarowych punktów zwrotnych. Wybór skalowania wielowymiarowego umożliwił stosowanie testu QRL (tzn. praktycznie testu CHOWA) do oceny istotności WPZ.Bez skalowania wielowymiarowego nie mielibyśmy zmiennej zależnej $B(t, t_i)$, $t_{i-1} \leq t < t_{i+1}$ dla $i = 1,2, ...,k-1$.

Tabela 3. Wyniki estymacji podzbiorów metodą skalowania wielowymiarowego

Oznaczenie podzbioru (próby)	Zakres próby		Liczba obserwacji	STRESS
A_{25}	1447	1468	22	0,068
A_{26}	1469	1480	12	0,090
A_{27}	1481	1603	123	0,098
A_{28}	1604	1629	26	0,092
A_{29}	1630	1655	26	0,094
A_{30}	1656	1672	17	0,071
A_{31}	1673	1691	19	0,100
A_{32}	1692	1941	250	0,094
A_{33}	1942	2192	251	0,045
A_{34}	2193	2226	34	0,089
A_{35}	2227	2344	118	0,103

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4. Współrzędne 3-wymiarowych punktów zwrotnych cz.1

DATA	WIG20	DJ	WIBOR3M
1999.09.16	1500,10	10737,46	13,91
1999.12.23	1755,10	11405,76	19,61
2000.01.27	1951,30	11028,12	17,30
2000.03.10	2481,80	9928,82	18,49
2000.04.14	2121,00	10305,77	18,23
2000.05.08	1942,80	10603,63	19,13
2000.05.19	2016,80	10626,85	18,43
2000.06.19	2002,00	10435,16	18,71
2000.07.28	1949,30	10511,17	18,52
2000.09.14	1907,20	11087,47	19,57
2000.09.29	1688,40	10650,92	19,51
2000.12.14	1799,40	10674,99	19,73
2001.01.10	1732,12	10604,27	19,98
2001.02.09	1647,17	10781,45	18,61
2001.04.24	1466,62	10454,34	16,80
2001.11.16	1325,13	9866,46	14,17

Źródło: opracowanie własne.

Wnioski

Liczność każdego z otrzymanych podzbiorów podawana w tabelach 1-3 wskazuje, że średnia „odległość czasowa” miedzy kolejnymi WPZ wynosi 67 notowań, zaś błąd standardowy jest równy 73,6. Wyznaczenie rozkładu tej zmiennej losowej (prawdopodobnie rozkład gamma) prowadziłoby do modelu typu Variance-Gamma, w którym omawiany czas jest nazywany czasem ekonomicznym.

Tabela 5. Współrzędne 3-wymiarowych punktów zwrotnych cz.2

DATA	WIG20	DJ	WIBOR3M
2001.12.17	1178,26	9891,97	13,00
2002.03.04	1396,13	10586,82	10,03
2002.11.21	1203,00	8845,15	6,69
2003.11.24	1459,29	9747,79	5,73
2004.03.12	1759,52	10240,08	5,49
2004.04.15	1858,75	10397,46	5,78
2004.06.14	1646,65	10334,73	5,84
2004.08.25	1702,79	10181,74	6,51
2004.09.23	1798,96	10038,90	7,09
2004.10.11	1829,48	10081,97	6,94
2005.04.01	1988,63	10404,30	5,89
2005.05.10	1837,10	10384,34	5,50
2005.06.15	2011,39	10566,31	5,26
2005.07.08	2077,18	10449,14	4,72
2005.08.04	2238,88	10610,10	4,67
2006.07.25	3059,43	11103,71	4,18
2007.07.17	3811,03	13971,55	4,76
2007.09.03	3613,40	13357,74	5,06

Źródło: opracowanie własne.

Wydaje się nam, że WPZ mogą być zastosowane dla:

- modelu pojedynczego indeksu Sharpe'a(zob.[4]);
- konstrukcji portfeli Markowitza, Sharpe'a.

Konstrukcje takie winny być wykonywane dla danych zawartych między kolejnymi wielowymiarowymi punktami zwrotnymi.

Literatura

1. Guzik B., *Segmentowe modele ekonometryczne*. AE, Poznań 1993.
2. Kufel T., E*konometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL*. Nowe wydanie. PWN, Warszawa 2007.
3. Maddala G.S., *Ekonometria*. PWN, Warszawa 2006.
4. Osińska M., *Ekonometria finansowa*. PWE, Warszawa 2006.
5. Stock J.H., Watson M.W., *Introduction to Econometrics*, Addison-Wesley, Boston 2003.

6. Walesiak M., Metody analizy danych marketingowych. PWN, Warszawa 1996

STRESZCZENIE

Łatwość dostępu do różnych danych ekonomicznych takich jak szeregi czasowe, dane przekrojowe lub dane panelowe powoduje, że estymacja znanych już teoretycznych modeli staje się łatwa. Powstają jednak problemy dotyczące

– jednorodności próbki
– wielowymiarowych punktów zwrotnych
– oraz zastosowań tych zagadnień w ekonometrii finansowej.

Treścią artykułu jest pewna propozycja wyznaczania wielowymiarowych punktów zwrotnych oraz próba pokazania tych punktów dla wektorowego szeregu czasowego o wymiarze 3.

THE MULTIDIMENSIONAL TURNING POINTS

SUMMARY

The easiness of access to the different economic and financial data like time series, cross-sectional data and panel data causes, that the estimation of known theoretical model becomes very easy.

Anyway, there arise some problems which concern:

– homogeneity of the sample
– multidimensional turning points
– and the applications of these subjects in the econometrics.

The main subject of this article is the proposition of calculation of the multidimensional turning points and the trial of presentation these points for the vector of time series with the size 3.

Translated by Z. Cięciwa

Dr hab. prof. WSIZ Zdzisław Cięciwa
Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania w Rzeszowie
zc@rwc.pl

Mgr Ewa Libura
Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie
elibura@zarz.agh.edu.pl