Jacek Białek

Uogólnienie indeksu rentowności

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 9, 403-414

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

STUDIA I PRACE WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 9

JACEK BIAŁEK

UOGÓLNIENIE INDEKSU RENTOWNOŚCI

Wprowadzenie

Podjęcie decyzji inwestycyjnej wymaga sporządzenia rachunku efektywności tej inwestycji (por. K. Jajuga, T. Jajuga (1998). Metody badania efektywności projektów inwestycyjnych można konwencjonalnie podzielić na statyczne i dynamiczne. Metody dynamiczne (dyskontowe) pozwalają na bardziej precyzyjną ocenę projektów inwestycyjnych, ponieważ uwzględniają zmiany wartości pieniądza w czasie. W metodach tych kluczem do sukcesu jest trafność przewidywań wartości przepływów pieniężnych oraz umiejętność określenia wielkości stóp procentowych. Do najpopularniejszych metod dyskontowych należą m.in:

1) *Wartość Aktualna Netto* (Net Present Value – NPV) – metoda ta oparta jest na obecnej wartości wpływów i wydatków pieniężnych związanych z realizacją ocenianego projektu inwestycyjnego. Realizowana jest przez dyskontowanie strumienia pieniężnego dla całego okresu trwania projektu. NPV liczymy zatem zgodnie z następującą formułą (por. Wypycha (1999))

$$NPV = \sum_{t=0}^{T} \frac{P_t}{(1+r)^t} \tag{1}$$

gdzie: P_t – oznacza przepływ pieniężny w okresie (roku) t, r – stopa dyskontowa, T – horyzont czasowy inwestycji.

Oceniane przedsięwzięcie jest opłacalne o ile NPV > 0. W przypadku selekcji projektów, najwyższe preferencje uzyskuje projekt z największą NPV.

2) *Indeks Rentowności* (Profitability Index – PI) – stanowi uzupełnienie metody NPV, a nie jej alternatywę. Gdy mamy do czynienia z różnymi wariantami inwestycyjnymi o różnych nakładach kapitałowych, NPV może nie stanowić wy-

starczającego kryterium wyboru projektu. Wówczas dodatkowo posługujemy się indeksem rentowności wyznaczonym na podstawie wzoru

$$PI = \frac{NPV_{CF}}{NPV_N}, \tag{2}$$

gdzie:

NPV_{CF} – oznacza zaktualizowaną wartość wpływów pieniężnych,

NPV_N – oznacza zaktualizowaną wartość wypływów pieniężnych.

Zatem otrzymujemy

$$PI = \frac{\sum_{t=0}^{T} \frac{CF_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=0}^{T} \frac{N_t}{(1+r)^t}}, \tag{3}$$

gdzie:

CF_t – stanowi wartość rocznego przychodu pieniężnego w roku t,

N_t – stanowi nakłady finansowe poczynione w roku t, t = 0, 1, …, T.

Wybór wariantu polega na maksymalizowaniu kryterium Indeksu Rentowności. Dodajmy jeszcze, iż potrzeba wprowadzenia tego rodzaju miary efektywności wynika z istnienia tzw. *problemów racjonowania kapitału (capital rationing).* Powstają one, gdy np. inwestująca spółka spotka się z istotnym ograniczeniem natury finansowej powodującym, iż nie wszystkie akceptowalne projekty są możliwe do realizacji. W tym przypadku zaakceptowane do realizacji projekty muszą być mocno uzależnione od ilości środków możliwych do zainwestowania, dlatego też stosuję się tu względne miary efektywności takie jak *PI* (por. Gajdka, Walińska (1998)).

Klasyczna metoda NPV jest bardzo popularną metodą i w praktyce wykorzystywaną przy ocenie projektów inwestycyjnych. Jest zalecana m.in. przez Bank Światowy, a literatura przedmiotu zawiera jej wiele uogólnień -patrz np. Bhattacharya, Thakor (1993), Mishkin (2004) czy Diamond, Rajan (2000)). Co więcej, $NPV > 0 \Leftrightarrow PI > 1$, a więc wymienione metody są jednomyślne w ocenie projektów inwestycyjnych.

Uogólnienie Indeksu Rentowności – definicja deterministyczna

Klasyczny Indeks Rentowności (3) traktuje przepływy pieniężne tak, jakby następowały zawsze na koniec roku (okresu) bilansowego i dyskontuje je stałą w czasie stopą procentową. Jest to spore uproszczenie odbiegające od rzeczywi-

stości. Rozważymy teraz modele, które nie posiadają powyższych ograniczeń (por. Białek (2005a), (2005b)).

Model I (czas dyskretny)

Zakładamy, że oceniamy pod względem opłacalności projekt, którego realizacja przebiega w czasie [0, T], $T \in R_+$. Załóżmy, że przepływy pieniężne – oznaczone tu przez P_t – pojawiają się w trakcie realizacji projektu w dyskretnych chwilach $t_0, t_1, \ldots t_n$.

Niech P_{t_0} – oznacza początkowy nakład finansowy inicjujący badany projekt. Mamy zatem $P_{t_0} < 0$. Załóżmy, że na podstawie zachowania się rynku szacujemy zmiany stopy procentowej jako:

$$r(t) = \sum_{i=1}^{N} r_i \cdot I_{V_i}(t) \tag{4}$$

gdzie: $\mathbb{I}_{V_i}(t)$ jest indykatorem zdarzenia $t \in V_i$, przy czym V_i oznaczają rozłączne przedziały na prostej sumujące się do $[0, T]$.

Wynika stąd, iż w rozważanym przedziale czasowym stopa zwrotu zmienia wartość N razy i za każdym razem, przez pewien czas, utrzymuje stałą wartość. Okresy funkcjonowania poszczególnych jej wartości wyznacza wektor $\{V_1, V_2, \ldots, V_N\}$. W szczególności mogą to być np. miesiące, przy założeniu iż stopy procentowe ulegają znaczącym zmianom z miesiąca na miesiąc. Czynnik dyskontujący możemy w rozważanym modelu zapisać jako

$$a(t) = (1+r_1)^{|V_1|} \cdot (1+r_2)^{|V_2|} \cdot \ldots \cdot (1+r_k)^{|V_k|} \cdot (1+r_{k+1})^{t-\sum_{u=1}^{u=k}|V_u|} \tag{5}$$

gdzie $|V_i|$ – oznacza długość przedziału V_i, przy czym $\sum_{i=1}^{k}|V_i| < t \le \sum_{i=1}^{k+1}|V_i|$.

Oznaczmy:

$$P_{t_i}^{+} = \begin{cases} P_{t_i} : P_{t_i} > 0 \\ 0 : P_{t_i} < 0 \end{cases}, \qquad P_{t_i}^{-} = \begin{cases} -P_{t_i} : P_{t_i} < 0 \\ 0 : P_{t_i} > 0 \end{cases}. \tag{6}$$

Odpowiednikiem definicji (3) jest Uogólniony Indeks Rentowności zdefiniowany następująco:

$$\overline{PI}_I = \frac{\sum_{i=0}^{n} \frac{P_{t_i}^{+}}{a(t_i)}}{\sum_{i=0}^{n} \frac{P_{t_i}^{-}}{a(t_i)}}, \tag{7}$$

Interpretacja finansowa tej miary jest identyczna jak poprzednio – jedynie wartości powyżej jedności świadczą o nadwyżce finansowej i tym samym opłacalności projektu.

Przykład 1.

Załóżmy, że oceniamy projekt, którego realizacja trwa 4 lata. Początkowy nakład finansowy wyniósł (-100) jednostek pieniężnych (np. jednostką tą może być 1000 PLN). Załóżmy, iż projekt opisany jest następującymi przepływami pieniężnymi: {-100, 50, -40, 60, 70}. Załóżmy również, iż stopa dyskontowa dla badanego okresu ustalona została na poziomie:

$$r(t) = \begin{cases} r_1 : t \in [0,2] \\ r_2 : t \in (2,4] \end{cases}$$

Przyjmiemy $r_2 = 0{,}1$ i rozważymy $r_1 \in \{0.1, 0.11, 0.12, 0.13, 0.14, 0.15\}$.

Zgodnie z (5) funkcja kumulacji pieniądza przyjmuje w tym przypadku postać

$$a(t) = \begin{cases} (1+r_1)^t : t \in [0,2] \\ (1+r_1)^2 \cdot (1+r_2)^{t-2} : t \in (2,4] \end{cases}$$

Po obliczeniach otrzymano wyniki zawarte w tabeli 1:

Tabela 1. Uogólnione miary efektywności w zależności od stóp dyskontowych

Miara	Poziom stóp procentowych					
	$r_1 = 0{,}1$ $r_2 = 0{,}1$	$r_1 = 0{,}11$ $r_2 = 0{,}1$	$r_1 = 0{,}12$ $r_2 = 0{,}1$	$r_1 = 0{,}13$ $r_2 = 0{,}1$	$r_1 = 0{,}14$ $r_2 = 0{,}1$	$r_1 = 0{,}15$ $r_2 = 0{,}1$
$\overline{NPV_I}$	5.286	3.803	2.357	0.945	-0.433	-1.779
$\overline{PI_I}$	1.039	1.028	1.017	1.007	0.996	0.986

Źródło: obliczenia własne.

gdzie symbol $\overline{NPV_I}$ oznacza Aktualną Wartość Netto dla tego modelu, liczoną jako:

$$\overline{NPV_I} = \sum_{i=0}^{n} \frac{P_{t_i}}{a(t_i)}. \tag{8}$$

Wartości $\overline{PI_I}$ powyżej jedności interpretujemy jako opłacalność projektu, co potwierdzają dodatnie wartości $\overline{NPV_I}$ w takich przypadkach. Tam gdzie aktualna wartość netto odrzuca projekt tam również indeks rentowności spada poniżej jedności. Z tablicy 1 wynika również, iż graniczna wartość stopy dys-

kontowej r_1, przy której zmienia się ocena projektu, zawarta jest w przedziale (0.13;0.14). Faktycznie, stosując metody numeryczne otrzymujemy graniczną wartość $r_1 = 0.13683$, dla której $\overline{PI_I} = 1$ oraz $\overline{NPV_I} = 0$. Uzyskaliśmy w ten sposób odpowiednik Wewnętrznej Stopy Zwrotu *IRR (Internal Rate of Return)*[1], która w tym wypadku określona jest przez wektor $(r_1, r_2) = (0.13683, 0.1)$.

Model II (czas ciągły)

Niech $B(t)$ oznacza całkowite przepływy pieniężne do chwili t, a więc zaistniałe w czasie $[0,t]$. Przyjmijmy, że $B(t)$ jest funkcją różniczkowalną na $[0,T]$ oraz ustalmy, iż $B(0)$ równe jest wartości początkowego nakładu finansowego inicjującego nasz projekt ($B(0) < 0$). Niech T wyznacza horyzont czasowy dla naszego projektu. Wówczas wartość wpływu pieniężnego jaki nastąpił w czasie $(t - \Delta t, t]$ ma wartość

$$\Delta B(t) = B(t) - B(t - \Delta t). \tag{9}$$

Niech czynnik dyskontujący będzie funkcją czasu określoną jak poniżej (por. Jakubowski, Palczewski, Rutkowski, Stettner (2003))

$$\mathrm{a(t)} = \exp\left(\int_0^t \delta(\mathrm{t})\mathrm{dt}\right), \text{ dla } t \in [0,T], \tag{10}$$

gdzie $\delta(t)$ jest tzw. natężeniem (intensywnością) oprocentowania.

Przyjmijmy następujące oznaczenia ($B'(t)$ oznacza pochodną funkcji $B(t)$):

$$\mathrm{B^+(t)} = \begin{cases} \mathrm{B'(t) : B'(t) > 0} \\ \mathrm{0 : B'(t) \le 0} \end{cases}, \quad \mathrm{B^-(t)} = \begin{cases} \mathrm{-B'(t) : B'(t) < 0} \\ \mathrm{0 : B'(t) \ge 0} \end{cases}. \tag{11}$$

Wobec powyższych oznaczeń Uogólniony Indeks Rentowności ma postać:

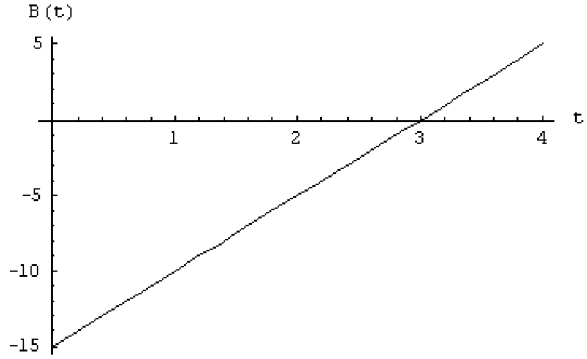
$$\overline{\mathrm{PI_{II}}} = \frac{\int_0^T \frac{\mathrm{B^+(t)}}{\mathrm{a(t)}}\mathrm{dt}}{-\mathrm{B(0)} + \int_0^T \frac{\mathrm{B^-(t)}}{\mathrm{a(t)}}\mathrm{dt}}. \tag{12}$$

Przykład 2.

Załóżmy, że rozważamy czteroletni projekt o ciągłych przepływach pieniężnych określonych następująco (jednostką osi OY może być np. 1000 PLN). tzn.: B(t) = 5t – 15, T = 4 oraz załóżmy dla uproszczenia r = 15 %.

[1] IRR polega na wyznaczeniu takiej stopy dyskontowej r, która realizuje NPV(r)=0.

A zatem nakładem finansowym, który zainicjował projekt, była kwota B(0) = -15 jednostek pieniężnych. Szacując klasyczny Indeks Rentowności otrzymujemy wynik PI = 0,95. Z jego punktu widzenia projekt należałoby odrzucić. Tymczasem, stosując „ciągłą" wersję indeksu otrzymujemy $\overline{PI_{II}} = 1.02$. Interpretacja finansowa jest jednoznaczna - projekt jest akceptowalny, gdyż generuje nadwyżkę ponad nakłady! A zatem bardzo istotnymi są tutaj założenia wobec regularności przepływów pieniężnych.



Rys. 1. Przepływy pieniężne jako funkcja czasu.
Źródło: opracowanie własne, pakiet Mathematica 4.1

Uogólnienie Indeksu Rentowności – definicja stochastyczna

Poprzednie dwa modele nie uwzględniały stochastycznego charakteru stóp procentowych czy wielkości wpływów pieniężnych. Zagadnieniem tym zajmuje się poniższy model stochastyczny z czasem ciągłym. Będziemy zatem obserwować w dowolnych chwilach $t \in [0, T]$ następujące zmienne losowe na rozważanej przestrzeni probabilistycznej $(\Omega, \Im, P)$:

B(t) – łączna wartość przepływów jakie miały miejsce do chwili t,

a(t) – funkcja kumulacji pieniądza w chwili t,

B(0) – wartość początkowego nakładu finansowego.

Niech **F**=$\{\Im_t\}$ będzie filtracją względem przestrzeni $(\Omega, \Im, P)$, to znaczy $\Im_t$ stanowi σ – ciało podzbiorów Ω, przy czym $\Im_0 \subseteq \Im_s \subseteq \Im_t \subseteq \Im$, dla $0 \le s < t$. Bez straty ogólności możemy przyjąć, że $\Im_0 = \{\varnothing, \Omega\}$. Filtracja **F** opisuje, w jakim stopniu informacja związana z zachowaniem rynku znana jest inwestorowi. Niech T – wyznacza horyzont czasowy dla inwestycji. Proces

stochastyczny $B(t)$ modelujemy następująco (tzw. proces *outflow-inflow* – patrz Koo (1998)):

$$dB(t) = \alpha(t)dt + \beta_1(t)dW_1(t) + \beta_2(t)dW_2(t) + \ldots + \beta_m(t)dW_m(t), \tag{13}$$

gdzie: $\alpha(t), \beta_1(t), \ldots, \beta_m(t)$ – są procesami progresywnie mierzalnymi na $[0, T]$, $\{W_i(t), i = 1,2,\ldots,m\}$ – jest standardowym, $m-$wymiarowym procesem Wienera (patrz np. Jakubowski i inni (2003)).

Zgodnie z definicją różniczki stochastycznej przyjmujemy dodatkowo

$$\sum_{i=1}^{m} \int_0^T \beta_i^2(t)dt < \infty, \qquad \int_0^T |\alpha(t)|dt < \infty. \tag{14}$$

Czynnik dyskontujący, jako proces stochastyczny, modelujemy następująco:

$$\frac{da(t)}{a(t)} = \delta(t)dt, \tag{15}$$

gdzie:
$\delta(t)$ – jest procesem progresywnie mierzalnymi na $[0, T]$, o skończonej wariancji dla każdego t.

Wobec poczynionych założeń i wprowadzonych oznaczeń propozycja stochastycznej wersji Indeksu Rentowności ma następującą postać:

$$\overline{PI}_{III} = \frac{\int_0^T \frac{\alpha^+(t)}{a(t)}dt + \sum_{i=0}^{m} \int_0^T \frac{\beta_i^+(t)}{a(t)}dW_i(t)}{-B(0) + \int_0^T \frac{\alpha^-(t)}{a(t)}dt + \sum_{i=0}^{m} \int_0^T \frac{\beta_i^-(t)}{a(t)}dW_i(t)}, \tag{16}$$

gdzie:

$$\alpha^+(t) = \begin{cases} \alpha(t) : \alpha(t) > 0 \\ 0 : \alpha(t) \le 0 \end{cases}, \alpha^-(t) = \begin{cases} -\alpha(t) : \alpha(t) < 0 \\ 0 : \alpha(t) \ge 0 \end{cases} \tag{17}$$

$$\beta_i^+(t) = \begin{cases} \beta_i(t) : \beta_i(t) > 0 \\ 0 : \beta_i(t) \le 0 \end{cases}, \beta_i^-(t) = \begin{cases} -\beta_i(t) : \beta_i(t) < 0 \\ 0 : \beta_i(t) \ge 0 \end{cases},$$

a całki względem procesu Wienera są całkami Ito (Jakubowski i inni (2003)).

Podobnie jak przy wcześniejszych uogólnieniach wskaźnika rentowności, również i tutaj wybór projektu inwestycyjnego oparty jest na maksymalizacji wskaźnika $\overline{PI}_{III}$. Różnica jednak wobec poprzednich wersji jest dość istotna. Tym razem miara ta stanowi zmienną losową, to znaczy mamy: $\overline{PI}_{III} : \Omega \to R$ dla ustalonego T. Dodajmy, iż wartości wskaźnika powyżej jedności świadczą o

efektywności projektu. Są jednak one osiągane jedynie z pewnym prawdopodobieństwem. Ale właśnie fakt, iż ocena generowana przez miarę (16) nie ma charakteru punktowego, lecz za każdym razem jest to wynik osiągany tylko z pewnych prawdopodobieństwem sprawia, iż możliwe jest w takim przypadku szacowanie ryzyka rozumianego jako zmienność tejże miary (zmiennej losowej). Podobne spostrzeżenie dotyczy stochastycznej wersji *NPV* – patrz np. Białek (2006). Co więcej, nawet przy braku aparatu analitycznego można takie ryzyko szacować dzięki symulacjom Monte Carlo. Jeśli tylko umiemy wymodelować procesy przepływów pieniężnych i kumulacji pieniądza, to można – dokonując odpowiednio dużo repetycji – prześledzić, jaki odsetek spośród trajektorii procesu $\overline{\mathrm{PI}}_{\mathrm{III}}(\mathrm{t})$ nie przekracza jedności w chwili t = T. Odsetek ten mógłby służyć do oceny ryzyka analizowanego projektu inwestycyjnego.

Przykład 3.

Przyjmujemy tu, że inwestorem jest Bank X, który na początku roku 2001 rozważa możliwość podjęcia dwóch dwuletnich projektów inwestycyjnych. Celowo inwestorem uczyniliśmy bank, a za rozważany okres przyjęliśmy lata 2001 – 2003, gdyż stopy procentowe będziemy tu modelować w oparciu o stopę WIBOR, której duże wahania we wspomnianym okresie sprzyjają tworzeniu się różnic pomiędzy uogólnioną (stochastyczną), a klasyczną definicją *PI*. Celem przykładu jest porównanie decyzji, jakie podjęlibyśmy kierując się obiema metodami. Załóżmy, iż analitycy bankowi dla każdego z k = 2 projektów oszacowali funkcję przepływów pieniężnych za pomocą następującego procesu stochastycznego:

$$\mathrm{B_k(t)} \sim \mathrm{N}(\widetilde{\mathrm{B}}_{\mathrm{k}}(\mathrm{t}), \alpha\left|\widetilde{\mathrm{B}}_{\mathrm{k}}(\mathrm{t})\right|),\ \alpha > 0,\ \ 0 \le \mathrm{t} \le 2,\ \ \mathrm{k} = 1,2,$$

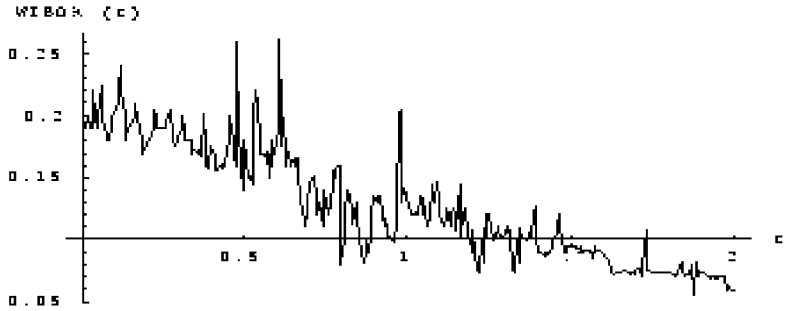
gdzie jednostką pieniężną dla procesu B(t) będzie 100 000 PLN oraz niech projekt 1 określa: $\widetilde{B}_1(t) = t - 2$, projekt 2: $\widetilde{B}_2(t) = t^2 - 4$. Rozważamy trzy przypadki dla ryzyka kalkulowanego jako: $\alpha = D[B_k(t)]/\left|E[B_k(t)]\right|$, przyjmując kolejno $\alpha = 0.01,\ 0.05,\ 0.1$. Oznacza to, zgodnie z regułą trzech sigm, iż dochód z $k-$tego projektu do chwili $t \in [0,2]$ z prawdopodobieństwem bliskim jedności zawiera się w przedziale $(\widetilde{\mathrm{B}}_{\mathrm{k}}(\mathrm{t}) - 3\alpha\left|\widetilde{\mathrm{B}}_{\mathrm{k}}(\mathrm{t})\right|, \widetilde{\mathrm{B}}_{\mathrm{k}}(\mathrm{t}) + 3\alpha\left|\widetilde{\mathrm{B}}_{\mathrm{k}}(\mathrm{t})\right|)$. Stopy procentowe oszacowano na poziomie 102% z WIBOR, a do wymodelowania stopy WIBOR użyto modeli z czasem ciągłym: *Blacka-Karasinskiego* (BK)

oraz *Coxa-Ingersolla-Rossa* (CIR) – patrz Black, Karasinsky (1991), Cox, Ingersoll, Ross (1985).

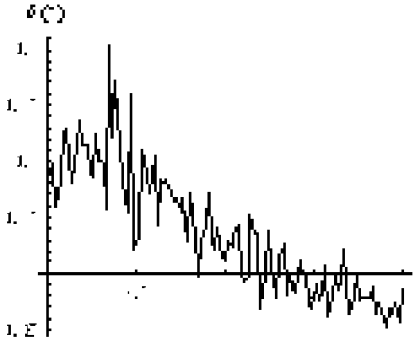
Poniżej prezentowane są przykładowe trajektorie uzyskane w tych modelach oraz rzeczywiste notowania dla WIBOR. Stosując klasyczną wersję Indeksu Rentowności otrzymujemy dla projektów:

$$PI_1(r) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2}\right), \quad PI_2(r) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{1+r} + \frac{3}{(1+r)^2}\right).$$

Bez względu na wielkość stopy dyskontowej r obie miary przyjmą wartości mniejsze od jedności wskazując na nieopłacalność projektów. Tymczasem okazało się, iż zarówno stosując model BK, jak i CIR, już dla $\alpha = 0{,}05$ uzyskiwano takie trajektorie przepływów, że zachodziło $\overline{PI}_{III}(2) > 1$.



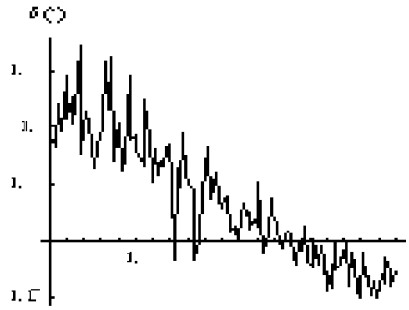
Rys. 2. Dzienne obserwacje stopy WIBOR dla okresu I.2001 – I.2003.
Źródło: „Biuletyn Informacyjny" 1_2_2001, 1_2_2002.



Rys. 3. Trajektoria $\delta(t)$ w modelu BK
Źródło: opracowanie własne.

W szczególności, przy 2000 symulacji okazało się, iż trajektorie te stanowią około 18 % wygenerowanych (dla $\alpha = 0{,}05$) i ponad 20 % (dla $\alpha = 0{,}1$).

Przy małej zmienności procesu przepływów (α = 0,01) żadna z symulowanych trajektorii nie wskazała na opłacalność projektów.



Rys 4. Trajektoria $\delta(t)$ w modelu CIR
Źródło: opracowanie własne

Wnioski

Stochastyczne uogólnienie Indeksu Rentowności pozwala ominąć problemy, związane z uproszczonymi, sztucznymi założeniami, jakie związane są z definicją (5). W szczególności, nie trzeba tu zakładać stałej stopy dyskontowej i regularnych przepływów pieniężnych, a co więcej traktuje się je jako procesy stochastyczne. Stochastyczna definicja Indeksu Rentowności pozwala (przy zastosowaniu symulacji Monte Carlo) szacować odsetek tych trajektorii owych procesów, które generują w horyzoncie czasowym wartości indeksu poniżej jedności. Odsetek ten może stanowić uzupełnienie analizy ryzyka projektu, gdyż wraz z jego wzrostem rośnie szansa na to, iż projekt przyniesie stratę. Albo inaczej – odsetek trajektorii, dla których uzyskano $\overline{PI}_{III}(T) > 1$ można traktować, jako estymator prawdopodobieństwa opłacalności projektu inwestycyjnego.

Literatura

1. Białek J., *Pewne problemy kalkulacji aktualnej wartości netto NPV,* [w:] Bankowość Korporacyjna i Inwestycyjna, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej w Chorzowie, Chorzów, s. 33-43, 2005a.
2. Białek J., *The Generalization of Net Present Value Calculations,* [w:] Forecasting Financial Markets: Theory and Applications, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź, s. 177-190, 2005b.

3. Białek J., *The Method of Risk Measurement in Case of Stochastic Definition of Net Present Value*, Acta Universitatis Lodziensis, Folia Oeconomica, Łódź 2006 (w druku).
4. Bhattacharya S., Thakor A. V., *Contemporary banking theory,* Journal of Financial Intermediation 3, s. 2-50, 1993.
5. Black F., Karasinsky P., *Bond and option pricing when short rates are lognormal,* Financial Analyst Journal, s.52-59, 1991.
6. Cox J., Ingersoll J., Ross S., *A theory of the term structure of interest rates,* Econometrica 53, s.385-407, 1985.
7. Diamond D., W., Rajan R., G., *A theory of bank capital,* The Journal of Finance 55, s. 2431 – 2465, 2000.
8. Gajdka J., Walińska E., *Zarządzanie finansami,* FRR, Warszawa, 1998.
9. Jakubowski J., Palczewski A., Rutkowski M., Stettner Ł., *Matematyka finansowa,* WNT, Warszawa, 2003.
10. Jajuga K., Jajuga T. *Inwestycje,* PWN, Warszawa, 1998.
11. Koo H., *Consumption and portfolio selection with labor income: a continous time approach*, Mathematical Finance 8, s. 49-65, 1998.
12. Mishkin F., S., *The Economics of Money, Banking and Financial Markets*, Addison-Wesley Series, Boston, 2004.
13. Wypycha M., *Finanse przedsiębiorstwa z elementami zarządzania i analizy*, Absolwent, Łódź, 1999.

STRESZCZENIE

Klasyczna wersja Indeksu Rentowności oparta jest na zbyt uproszczonych założeniach i ma deterministyczny charakter. W pracy prezentowane są uogólnione definicje Indeksu Rentowności. Rozważa się zarówno czas dyskretny jak i ciągły. Trzeci z rozważanych modeli jest stochastyczny i przez to najogólniejszy, pozwala szacować ryzyko projektu inwestycyjnego. Praca zawiera przykłady, które wskazują, iż stosowanie miar klasycznych i uogólnionych może prowadzić do zupełnie różnych decyzji inwestycyjnych.

THE GENERALIZATION OF PROFITABILITY INDEX

SUMMARY

The classical version of the Profitability index is based on too simplified assumptions and it has a deterministic character. In the paper we present the more general definitions of the Profitability Index. We consider both the discrete and continuous time. The third of the considered models is stochastic and the most general – the model allows to calculate the risk of the investment project. The paper includes several examples which show, that decisions based on the classical and generalized measures can lead to completely different investment movements.

Translated by J. Białek

Dr inż. Jacek Białek
Uniwersytet Łódzki
jbialek@uni.lodz.pl