Mariusz Borawski

# Problem niepewności danych w prognozowaniu zmiany trendu

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 9, 429-439

2008

STUDIA I PRACE WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 9

MARIUSZ BORAWSKI

# PROBLEM NIEPEWNOŚCI DANYCH W PROGNOZOWANIU ZMIANY TRENDU

## Wstęp

Z problemem niepewności danych można się spotkać we wszystkich dziedzinach życia. Dane, z których pozyskuje się informacje z reguły są obarczone pewnym błędem, o którym często nie posiadamy informacji albo posiadamy jedynie informacje szacunkowe. Poza statystyką, współczesne narzędzia matematyczne nie wspierają bezpośrednio analizy danych obarczonych niepewnością. Wynika to z oparcia się na zbiorach liczbowych wywodzących się od zbioru liczb naturalnych będącego miarą liczebności zbiorów.

W przypadku niewielkich zbiorów pewnych elementów zawsze można określić ich liczebność. Problem pojawia się przy dużych zbiorach elementów, kiedy ze względów praktycznych trzeba stosować miary wagowe lub objętościowe. W tym przypadku zawsze pojawia się pewien błąd wynikający z niedokładności przyrządu pomiarowego, a czasami złego odczytu. Do tego dochodzą niedokładności wynikające z „zagubienia" mniej znaczących cyfr przez człowieka (z tego efektu korzystają między innymi sklepy oferując towar za 3,99 a nie za 4 zł), zmiany wagi lub objętości na skutek wahań temperatury, zmiany lotności substancji mierzonej, wahania oddziaływania ciśnienia atmosferycznego na urządzenia pomiarowe itp.

Niepewność danych sama w sobie może być bardzo cenną informacją. W notowaniach akcji, niepewność co do wartości akcji może wynikać np. z różnej wyceny przez inwestorów akcji w danej chwili czasu, bądź też w pewnym przedziale czasowym. Jest ona skutkiem różnego dostępu do informacji poszczególnych osób dokonujących zakupu i sprzedaży, oraz ich subiektywnych odczuć.

Zmiana stopnia niepewności może być zatem wskaźnikiem, który może sygnalizować pojawienie się jakichś zmian w tendencjach.

Niepewność można zdefiniować jako:

– wystąpienie zdarzenia o nieznanym rozkładzie, kiedy żadna z oczekiwanych możliwości nie miała wcześniej miejsca[1];
– miara niezdolności do osiągnięcia założonych celów przy zdefiniowanych wcześniej założeniach[2];
– właściwość rzeczywistości wynikająca z jej złożoności ograniczająca możliwość kontrolowania przez ludzi czynników kształtujących rzeczywistość[3];
– możliwość odchyleń od stanu oczekiwanego, której nie da się zmierzyć (F. H. Knight)[4];
– rozrzut wartości, które można w sposób uzasadniony przypisać wielkości mierzonej (rachunek błędów)[5].

Używane w obliczeniach dane mają najczęściej charakter miar określających nasilenie zjawiska lub cechy. W związku z tym niepewność danych można zdefiniować jako rozrzut wartości określającej poziom cechy lub nasilenie badanego zjawiska. W rachunku błędów często jako miarę niepewności przyjmuje się odchylenie standardowe.

Niepewność jest pojęciem bardzo szerokim obejmującym zarówno przypadki kiedy prawdopodobieństwo realizacji założonego zadania jest nieznane, jak i wtedy, kiedy jest znane. F. H. Knight definiuje mierzalną niepewność jako ryzyko. Problem ryzyka jest bardzo często rozważanym problemem w kontekście inwestycji giełdowych. Im mniej dokładnie można określić stan dzisiejszy i przeszły, tym mniej dokładna będzie prognoza, a więc ryzyko inwestycji większe.

[1] The Risk Components of B.E.A.R Plus, Sers Manual for BEAR Plus by Farm Management Solution Inc.
[2] Risk Mgt Guide for DoD Acquisition, 3rd Editio, Defense Systems Mgt College Press, I 2000.
[3] Jajuga K., Jajuga T. *Inwestycje. Instrumenty finansowe. Ryzyko finansowe. Inżynieria finansowa,* PWN, Warszawa 1998.
[4] Dowgiałło Z., *Pojęcie ryzyka i kierunki jego eliminowania,* Ryzyko i niepewność w modelach ekonomiczno-ekologicznych, pod red. Milewski A., Krawczak M., Szczecin 1996
[5] Międzynarodowy słownik podstawowych i ogólnych terminów metrologii. GUM, 1996.

Jest to zatem jeden z nieodzownych składników ryzyka[6].

Ścisły związek ryzyka z niepewnością danych sprawia, że bardzo ważnym zagadnieniem jest oszacowanie niepewności wyniku obliczeń przy znanej lub oszacowanej niepewności danych. Oszacowanie takie można wykonać wykorzystując metody statystyczne. Jest to jednak zadanie dosyć złożone, stąd często aspekt niepewności danych pomija się w obliczeniach. Alternatywnym rozwiązaniem jest zastosowanie arytmetyki rozmytej, stworzonej na bazie zbiorów rozmytych zaproponowanych przez Lotfi Asker Zadeh'a[7]. Dość istotnym mankamentem arytmetyki rozmytej jest skromna baza metod, które opierają się na tej teorii, co znacznie ogranicza jej stosowanie.

W referacie zostanie przedstawiona trzecia droga, oparta na algebrze. Umożliwia ona szacowanie niepewności obliczeń przy uproszczonym zapisie matematycznym oraz dzięki bardzo sporej gamie metod matematycznych opierających się na algebrze. Rozszerza przy tym możliwości analizy niepewności o wspomiane metody. Przedstawiony opis zostanie poparty przykładem uproszczenia zapisu i wykorzystania niepewności w analizie danych giełdowych z wykorzystaniem średniej ruchomej.

## Algebra niepewności

Około 300 lat temu algebra przeszła poważną zmianę. Pojawiła się koncepcja oderwania operacji arytmetycznych od liczb i przejścia do obliczeń na obiektach abstrakcyjnych. Tak powstała część algebry, którą dzisiaj czasami nazywa się algebrą dyskretną. Wcześniej, operacje arytmetyczne można było wykonywać tylko na liczbach, a od tego momentu można było dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wszystko- z jednym zastrzeżeniem. Obiekty, na których wykonywane są działania muszą spełniać określone warunki – aksjomaty.

---

[6] Tarczyński W., Łuniewska M., *Dywersyfikacja ryzyka na polskim rynku kapitałowym*, Placet, Warszawa 2004; Tarczyński W., Łuniewska M., *Risk diversification on the Polish capital market*, IAiER, VII 2006; Tarczyński W., Łuniewska M., *Ograniczanie ryzyka inwestycji na rynku kapitałowym – dywersyfikacja ryzyka pionowa i pozioma* w Modelowanie preferencji a ryzyko '05, AE w Katowicach, Katowice 2006; Jajuga K. Kuziak K. *Risk of options - impact of volatility parameter*, w: Ruan D., Kacprzyk J., Fedrizzi J. (ed.), Soft computing for risk evaluation and management, s. 487-500, Physica-Verlag, Heidelberg, 2001; Tarczyński W., Łuniewska M., *Teoria dywersyfikacji ryzyka – podejście fundamentalne,* w Modelowanie preferencji a ryzyko *'03*, AE w Katowicach, Katowice 2003.

[7] Zadeh L. A., *Fuzzy sets*, Inform. and Control. 8:338–353 1965; Piegat A., *Modelowanie i sterowanie rozmyte*, Warszawa, Akademicka Oficyna, Wydawnicza EXIT 1999.

Ze względu na to, że cztery podstawowe operatory matematyczne człowiek poznaje na początku znajomości z matematyką, a z ich zastosowaniem spotyka się na co dzień, jest to najprostsza i najbardziej intuicyjna metoda posługiwania się obiektami. Działania na nich wykonywane są jak na liczbach, a więc w sposób prosty i intuicyjny.

Ta prostota i intuicyjność algebry sprawiła, że matematycy bardzo wiele działów matematyki zapisali za jej pomocą. Do najbardziej znanych działów należy algebra zbiorów, gdzie obiektami poddawanymi działaniom arytmetycznym są zbiory i algebra Bool'a, gdzie obiektami są stany logiczne. Do bardzo interesującego działu matematyki należy rachunek operatorów, nad którym badania prowadził J. Mikusiński[8]. Umożliwia on zastąpienie różniczkowania i całkowania operatorami matematycznymi. Funkcjonalność tradycyjnego podejścia i rachunku operatorów jest podobna, jednak posługiwanie się rachunkiem operatorów jest dużo prostsze. Rachunek operatorów z punktu widzenia działań na niepewnościach jest bardzo ważny, gdyż jako operatora arytmetycznego używa splotu, wykorzystywanego w statystyce do sumowania rozkładu niezależnych zmiennych losowych.

Niech $\{a_k\}$ i $\{b_k\}$ będą dwoma ciągami liczbowymi. Operację splotu tych ciągów możemy oznaczyć przez „*"[9]:

$$\{c_k\} = \{a_k\} * \{b_k\}. \tag{1}$$

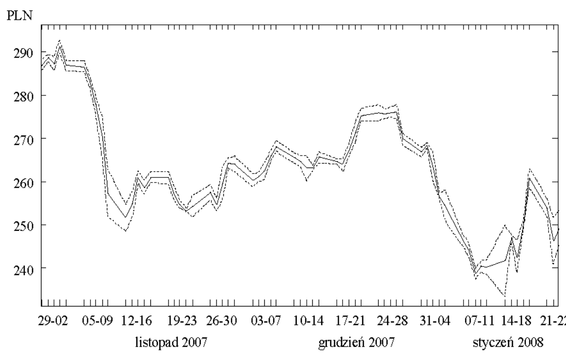
Co możemy zapisać:

$$c_r = a_0 b_r + a_1 b_{r-1} + a_2 b_{r-2} + \ldots + a_{r-1} b_1 + a_r b_0. \tag{2}$$

Tworząc operatory arytmetyczne dla niepewności w pierwszej kolejności należy zadać sobie pytanie jak zachowywać się będą podczas tych operacji. Najlepiej powiązać niepewność z jakimiś parametrami lub parametrem których zachowanie jest znane. W statystyce niepewność informacji można zapisać za pomocą rozkładu. Jako operatora sumowania rozkładów, jak wspomniano wcześniej, w statystyce używa się splotu. Jednak reprezentacja ta posiada dwie zasadnicze wady. Pierwszą z nich jest trudność oszacowania rozkładu. Często jest zbyt mało informacji, aby prawidłowo określić jego kształt. Drugą, jak to wykazał Milusiński, jest niemożność zdefiniowania prawidłowo splotu jako operatora arytmetycznego dla rozkładu w formie ciągłej.

[8] Mikusiński J., *Rachunek operatorów*, Warszawa, Polskie Towarzystwo Matematyczne 1953
[9] Feller W., *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, PWN, Warszawa 2006, t. 1

Zamiast rozkładu można jednak użyć wariancji lub odchylenia standardowego. Z punktu widzenia zapisu matematycznego wygodniej jest użyć wariancji, natomiast przy prezentacji wyników czytelniejsze jest odchylenie standardowe. Stąd, w dalszej części referatu w opisie użyta będzie wariancja, natomiast na wykresach przedstawione będzie odchylenie standardowe. Oszacowanie wariancji jest możliwe już dla niewielkiej liczby posiadanych danych. Niepewność kursu akcji można oszacować już dla dwóch znanych wartości, jednak im jest ich więcej, tym wynik oszacowania jest lepszy. Na rys. 1 linią przerywaną przedstawiono oszacowanie niepewności kursu akcji IBM na podstawie notowań na 9 giełdach światowych: w Berlinie, Dusseldorfie, Frankfurcie, Hanowerze, Hamburgu, Monachium, Nowym Jorku (Nasdaq), Studgardzie oraz Zürich'u (SWX).




*Rys. 1. Wartość oczekiwana i odchylenie standardowe notowań aukcji IBM*
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z finance.yahoo.com, oraz http://bossa.pl/notowania/daneatech/metastock/

Wariancja danej akcji jest ryzykiem dywersyfikowalnym[10] związanym z daną akcją. Można ją interpretować jako rozbieżność w ocenie wartości firmy dokonanej przez różnych inwestorów, w tym przypadku związanych z różnymi giełdami. Rozbieżność ta wynika z różnej dostępnej informacji, posiadanej przez poszczególnych inwestorów, na temat danej spółki. Samo pojawienie się rozbieżności wskazuje zatem na możliwość zmiany trendu. Na prezentowanym wykresie sytuacje takie pojawiły się 12 listopada i 14 stycznia. Do zwiększenia stopnia niepewności co do wartości akcji należy podejść bardzo ostrożnie i korzystać z niej jako informacji wspomagającej decyzje podejmowane na podsta-

[10] Tarczyński W., Mojsiewicz M., *Zarządzanie ryzykiem. Podstawowe zagadnienia*, Polskie Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2001.

wie innych czynników. Należy zwrócić uwagę, że rozbieżność cen nigdy nie będzie przekraczać kosztu operacji finansowych kupna i sprzedaży akcji na giełdzie. Jeżeli pojawi się rozbieżność cen na giełdach przekraczająca ten próg, spowoduje to reakcję inwestorów, którzy będą dokonywać zakupu na jednej giełdzie, a sprzedaży na drugiej. W konsekwencji doprowadzi to do wyrównania cen.

Analiza samej wartości wariancji nie ma sensu. Zawsze jest ona związana z pewną wartością liczbową – wartością oczekiwaną, której niepewność reprezentuje. W oderwaniu od niej traci sens. Budując algebrę niepewności możemy zbudować ją tylko łącząc wariancję z wartością oczekiwaną. Charakter algebry niepewności będzie zatem zbliżony do operacji na wartościach zespolonych, w których liczba jest dwuskładnikowa. Osobna analiza obu składników liczby zespolonej nie powinna być przeprowadzana. W przypadku algebry niepewności, wartość oczekiwana jest niezależna i może funkcjonować samodzielnie, natomiast wariancja jest zależna i wszelkie operacje na niej mogą być wykonywane tylko w powiązaniu z wartością oczekiwaną.

Zbiorem, na którym będą wykonywane operacje będzie zatem zbiór $\mathbb{L}_u$, który tworzą pary uporządkowane $(\bar{x};\tilde{\chi})$ dla których zachodzi $\bar{x}\in\mathbb{R}$ oraz $\tilde{\chi}\in\mathbb{R}$, gdzie $\bar{x}$ jest wartością oczekiwaną, a $\tilde{\chi}$ pseudowariancją, będącą elementem zbioru wartości, którego podzbiorem są wszystkie możliwe wartości wariancji. Dodawanie w ramach zbioru $\mathbb{L}_u$ można zdefiniować następująco:

$$\forall \bar{x}_a,\bar{x}_b,\tilde{\chi}_a,\tilde{\chi}_b\in\mathbb{R}:\ (\bar{x}_a;\tilde{\chi}_a)+(\bar{x}_b;\tilde{\chi}_b)=(\bar{x}_a+\bar{x}_b;\tilde{\chi}_a+\tilde{\chi}_b)\quad (3)$$

Każdy element $(\bar{x};\tilde{\chi})$ zbioru $\mathbb{L}_u$ posiada swój element przeciwny $-(\bar{x};\tilde{\chi})=(-\bar{x};-\tilde{\chi})$. Oznacza to, że jeżeli użyje się wariancji do określenia niepewności, to element przeciwny powinien mieć równą jej wartość ujemną. Element przeciwny można porównać do wartości urojonej w zbiorze liczb zespolonych. Nie jest wymagane, aby odpowiadał jakimś rzeczywistym sytuacjom. Wartość ujemna dla $\tilde{\chi}$ może się pojawić przejściowo w trakcie obliczeń, a uzyskanie jej jako wyniku, może oznaczać rozwiązanie niedopuszczalne, czyli brak rozwiązania.

Mnożenie w ramach zbioru $\mathbb{L}_u$ zapisuje się następująco:

$$\forall \bar{x}_a,\bar{x}_b,\tilde{\chi}_a,\tilde{\chi}_b\in\mathbb{R}:\ (\bar{x}_a;\tilde{\chi}_a)(\bar{x}_b;\tilde{\chi}_b)=(\bar{x}_a\bar{x}_b;\bar{x}_a\tilde{\chi}_b+\bar{x}_b\tilde{\chi}_a)\quad (4)$$

Przy czym element odwrotny można zapisać: $\frac{1}{(\overline{x};\widetilde{\chi})}=\left(\frac{1}{\overline{x}};-\frac{\widetilde{\chi}}{\overline{x}^2}\right)$. Jest to mnożenie, które można nazwać mnożeniem przez wielokrotne sumowanie. Istnieje też mnożenie, które związane jest ze zmianą skali:

$$\forall \overline{x}_a,\overline{x}_b,\widetilde{\chi}_a,\widetilde{\chi}_b \in \mathbb{R}: (\overline{x}_a;\widetilde{\chi}_a)(\overline{x}_b;\widetilde{\chi}_b)=(\overline{x}_a\overline{x}_b;\overline{x}_a^2\widetilde{\chi}_b+\overline{x}_b^2\widetilde{\chi}_a). \tag{5}$$

Z elementem odwrotnym zdefiniowanym następująco: $\frac{1}{(\overline{x};\widetilde{\chi})}=\left(\frac{1}{\overline{x}};-\frac{\widetilde{\chi}}{\overline{x}^4}\right)$.

Pierwszy z przedstawionych sposobów mnożenia odzwierciedla kolejne notowania, w których niepewność jest niezależna – wyłącznie losowa. Przykładem może być prognoza w przód. Zakłada się, że niepewność liczy się na podstawie notowań z pewnej liczby następujących po sobie dni. Jeżeli przyjmie się, że prognozując kilka dni naprzód, niepewność kolejnych notowań będzie niezależna od siebie, to stosuje się wzór na mnożenie przez wielokrotne dodawanie. Jeżeli natomiast założy się, że niepewność będzie zależna (będzie wynikała ze zmiany trendu), to zastosuje się wzór na mnożenie związane ze zmianą skali. Niepewność, określająca w tym przypadku błąd prognozy, będzie narastała znacznie szybciej. W praktyce są to dwa skrajne przypadki, gdyż zwykle niepewność liczona z kolejnych dni zawiera zarówno czynnik losowy, jak i wynikający ze zmiany trendu.

## Średnia ruchoma

Średnia ruchoma jest jednym z najbardziej popularnych narzędzi stosowanych do określania trendów akcji. Można ją zapisać wzorem[11]:

$$\overline{x}_n=\frac{\sum_{i=n-k+1}^{n} x_i}{k}, \text{ dla } n \geq k, \tag{6}$$

gdzie:
$k$ – przesunięcie średniej ruchomej,
$x_i$ – kurs akcji na $i$-tej sesji.

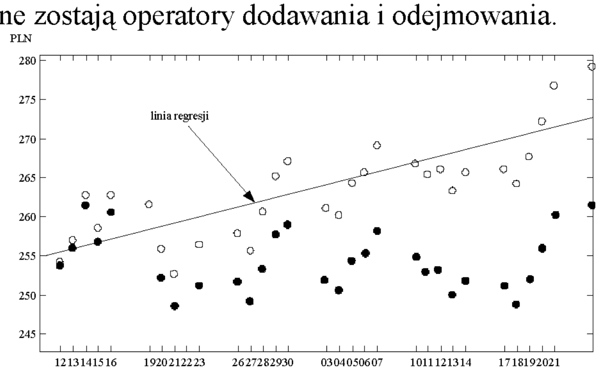
Podobnie jak średnią akcji można zapisać średnią wariancji. Ze względu na to, że są dwa operatory mnożenia, powstaje pytanie, który z nich wybrać. Zależy to od tego czy, i w jakim stopniu, uwzględnia się trend akcji przy wyliczaniu

[11] Tarczyński W., *Rynki kapitałowe, metody ilościowe*, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa 2001, t. 1

wariancji. Jeżeli składnik trendu w niepewności będzie niewielki, to można przyjąć mnożenie typu sumacyjnego.

W celu wyliczenia wariancji składnika losowego konieczne jest wyeliminowanie trendu liniowego. W tym przypadku można posiłkować się funkcją regresji. Funkcję regresji wykorzystuje się do oszacowania trendu w zadanym przedziale czasowym, w którym wyliczana jest wariancja, przy czym wykonywane jest to dla notowania jednej spółki na jednej giełdzie. Następnie oblicza się różnice pomiędzy punktami na linii regresji, a punktami na dowolnej prostej poziomej. Różnicę między tymi punktami odejmuje się od odpowiadających im wartości notowań. W ten sposób odległość w pionie między linią regresji a notowaniami i między linią poziomą a wyliczonymi wartościami jest identyczna (rys. 2). Wariancja wyliczona dla tych wartości nie będzie uwzględniała trendów o długości obranego przedziału czasowego i jego wielokrotności.

Wyliczonej w podany wyżej sposób wariancji można użyć do wyznaczenia średniej ruchomej niepewności, zastępując wartości zmiennych określających kursy akcji przez wartości zmiennych określających kursy akcji i niepewność. Dla odróżnienia oznacza się je daszkiem nad zmienną. Ze względu na to, że zbiór liczb rzeczywistych uległ zastąpieniu przez zbiór $\mathbb{L}_u$, automatycznie przedefiniowane zostają operatory dodawania i odejmowania.



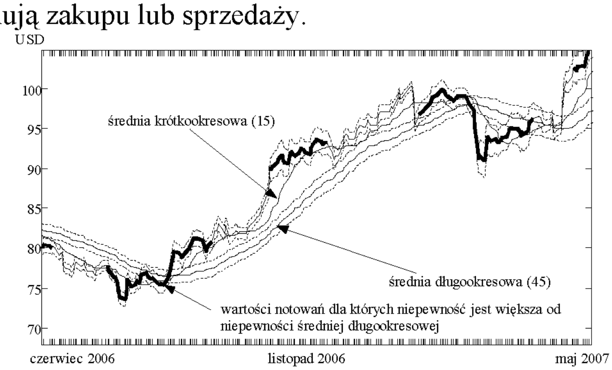

*Rys. 2. Eliminacja trendu przy użyciu linii regresji*
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z finance.yahoo.com, oraz http://bossa.pl/notowania/daneatech/metastock/

W przypadku mnożenia i dzielenia trzeba przyjąć jedno z dwóch mnożeń za podstawowe. Ze względu na to, że mnożenie przez sumowania spełnia więcej aksjomatów algebry przyjęto je za podstawowe i użyto zwykłych oznaczeń zapisu mnożenia i dzielenia na jego oznaczenia. Wzór (4) dla zbioru $\mathbb{L}_u$ przestawia się następująco:

$$\hat{\bar{x}}_n = \frac{\sum_{i=n-k+1}^{n} \hat{x}_i}{\hat{k}}, \text{ dla } n \geq k, \tag{7}$$

Liczba sumowanych elementów jest znana i nie posiada żadnej niepewności, stąd $\hat{k} = (k;0)$. Dodatkową informację o niepewności, którą uzyskuje się z tak zmienionego wzoru można wykorzystać, na przykład do prognozowania zmiany trendu. W momencie kiedy trend ulega zmianie zachodzą dwa czynniki: zwiększenie wariancji wynikające z „gorszego" usunięcia trendu, oraz, niekiedy, zwiększenie wariancji wynikające z reakcji inwestorów, którzy posiadają informację dotyczącą możliwej zmiany trendu.

Założono, że wylicza się wariancję na podstawie piętnastodniowego okresu z notowania jednej akcji na jednej giełdzie oraz dwie średnie ruchome – krótkookresową z piętnastu dni daną wzorem (4), oraz z długookresową z czterdziestu pięciu dni według wzoru (5). Porównując wariancję wyliczoną dla danego dnia z wariancją średniej długookresowej można określić te notowania, dla których wartość wariancji z danego dnia jest większa od wariancji średniej długookresowej (zostały one wyróżnione linią pogrubioną na rys. 3). Można zauważyć, że pojawiają się one już w momencie zmiany trendu albo nieco przed zmianą trendu średniej krótkookresowej. Ten drugi przypadek zachodzi najprawdopodobniej wtedy, gdy inwestorzy mający informację o możliwej zmianie trendu dokonują zakupu lub sprzedaży.




*Rys. 3. wyliczenie okresów zmiany trendu dla średniej krótkookresowej.*
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z finance.yahoo.com, oraz http://bossa.pl/notowania/daneatech/metastock/

Prezentowany sposób określania momentu zmiany trendu może wspomagać inwestora w podjęciu decyzji. Nie może być jednak głównym elementem analizy wykonywanej przez inwestora, a jedynie metodą dodatkową, która uzupełnia inne metody. Wynika to z faktu, że rzeczony sposób obrazuje reakcje innych inwestorów, a więc zawsze reakcja oparta o tę metodę będzie nieco spóźniona w porównaniu do reakcji osób dysponujących informacją często niedostępną dla innych. Czasami jednak można uzyskać wyniki wyprzedzające nieco zmianę trendu, co daje szanse na jeszcze odpowiednio szybką reakcję.

## Podsumowanie

Definiując odpowiednie operacje arytmetyczne dla niepewności można, bez znaczącej zmiany metod, uzyskać dodatkową informację – informację o niepewności. W pokazanym przykładzie ze średnią ruchomą zapis wzoru uległ bardzo niewielkiej zmianie, ale dzięki tej modyfikacji uzyskano możliwość analizy wariancji zmiany akcji. Zawsze po modyfikacji wzoru pozostaje kwestia odpowiedniego wykorzystania uzyskanej w ten sposób dodatkowej informacji. W prezentowanym przykładzie wykorzystano ją do prognozowania zmian trendu akcji na podstawie wahań wariancji akcji.

## Literatura

1. Feller W., *Wstęp do rachunku prawdopo*dobieństwa, PWN, Warszawa 2006, t. 1.
2. Jajuga K. Kuziak K., *Risk of options - impact of volatility parameter*, w: Ruan D., Kacprzyk J., Fedrizzi J. (ed.), Soft computing for risk evaluation and management, s. 487-500, Physica-Verlag, Heidelberg, 2001.
3. Mikusiński J., *Rachunek operatorów*, Warszawa, Polskie Towarzystwo Matematyczne 1953.
4. Piegat A., *Modelowanie i sterowanie rozmyte*, Warszawa, Akademicka Oficyna, Wydawnicza EXIT 1999.
5. Tarczyński W., Łuniewska M., *Dywersyfikacja ryzyka na polskim rynku kapitałowym*, Placet, Warszawa 2004.
6. Tarczyński W., Łuniewska M., Og*raniczanie ryzyka inwestycji na rynku kapitałowym – dywersyfikacja ryzyka pionowa i pozioma*, w: Modelowanie preferencji a ryzyko ’05, Akademia Ekonomiczna w Katowicach, Katowice 2006.
7. Tarczyński W., Łuniewska M., *Risk diversification on the Polish capital market*, International Advances in Economic Research, VII 2006.

8. Tarczyński W., Łuniewska M., *Teoria dywersyfikacji ryzyka – podejście fundamentalne*, w: Modelowanie preferencji a ryzyko '03, Akademia Ekonomiczna w Katowicach, Katowice 2003.
9. Tarczyński W., Mojsiewicz M., *Zarządzanie ryzykiem. Podstawowe zagadnienia*, Polskie Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2001.
10. Tarczyński W., *Rynki kapitałowe, metody ilościowe*, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa 2001, t. 1
11. Zadeh L. A., *Fuzzy sets*, Inform. and Control. 8:338–353 1965

## STRESZCZENIE

W referacie przedstawiono sposób wykorzystania algebry do modyfikacji wzorów w celu uwzględnienia niepewności danych wyrażonej przez wariancję. Dzięki zaszyciu niepewności w zbiorze liczbowym i odpowiedniej modyfikacji operatorów matematycznych możliwe jest uwzględnienie niepewności przy bardzo niewielkiej modyfikacji wzoru. Zaprezentowano to na przykładzie średniej ruchomej długookresowej, którą wykorzystano do prognozowania zmian trendu zmiennej krótkookresowej.

# THE PROBLEM OF UNCERTAINTY OF DATA IN FORECASTING THE TREND'S CHANGES

## SUMMARY

In the article, the way of using algebra to modify the formulas, in order to take into account the uncertainty of data expressed by the variance, is shown. Thanks to the 'hiding' the uncertainty in the set of numbers and the appropriate modification of the mathematical operators is possible to take the uncertainty into account changing the formula only a little. It is presented on the example of the long-term movable mean used to forecast the short-term variable's change of the trend.

*Translated by M. Borawski*

*Dr inż. Mariusz Borawski*
Politechnika Szczecińska
mborawski@wi.ps.pl