Alicja Ganczarek

Weryfikacja modeli z grupy GARCH na dobowo-godzinnych rynkach energii elektrycznej w Polsce

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 9, 524-536

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

STUDIA I PRACE WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 9

ALICJA GANCZAREK

WERYFIKACJA MODELI Z GRUPY GARCH NA DOBOWO-GODZINNYCH RYNKACH ENERGII ELEKTRYCZNEJ W POLSCE[1]

Wprowadzenie

Do rynków energii elektrycznej funkcjonujących na terenie Polski w systemie dobowo-godzinnym można zaliczyć Rynek Dnia Następnego (RDN), Rynek Bilansującego (RB) oraz Rynek Dobowo-Godzinowy Internetowej Platformy Obrotu Energią Elektryczną poee. Wymienione rynki działają odrębnie.

RDN funkcjonuje na parkiecie Towarowej Giełdy Energii S. A. (TGE) od momentu jej postania. Cena 1 MWh energii elektrycznej ustalana jest na RDN odrębnie dla każdej godziny dzień przed realizacją dostawy. Jest to cena równowagi złożonych ofert kupna i sprzedaży. Zaletą giełdy energii jest to, że oferty kupna jak i sprzedaży mogą składać zarówno producenci jak i odbiorcy energii elektrycznej.

Rynek Bilansujący (RB), równoważy popyt i podaż na energię elektryczną w każdej godzinie. Na tym rynku cena energii elektrycznej Cena Rozliczeniowa Odchyleń (CRO), ustalana jest zgodnie z rozliczeniem odchyleń deklarowanego wolumenu. Od 2002 roku RB dyscyplinuje uczestników rynku do precyzyjnego przewidywania swojego przyszłego zapotrzebowania na energię elektryczną Ceną Rozliczeniową Odchyleń sprzedaży (CROs) oraz Cenę Rozliczeniową Odchyleń zakupu (CROz).

Oprócz RDN na TGE oraz RB, na których notowania są ogólno dostępne, transakcje zakupu i sprzedaży energii elektrycznej dokonywane są na Rynku Dobowo – Godzinowym Energii Konwencjonalnej poee, na którym do publicz-

[1] Praca wykonana w ramach projektu badawczego nr N111 003 32/0262 finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

nej wiadomości podawany jest indeks *poDeeK,* wyznaczany codziennie dla każdej godziny doby dostępnej w kalendarzu ofert jako średnia ważona cen wszystkich kontraktów zawartych w danej godzinie.[2]

W okresie funkcjonowania Kontraktów długoterminowych (KDT) niewielka cześć handlu energią elektryczną odbywała się poprzez TGE czy poee. Większość uczestników rynku energii elektrycznej miała nadzieję, że likwidacja KDT wyrażanie zmieni tę sytuacje. Po części tak się stało. Wielkość obrotów na rynkach dobowo-godzinnych w roku 2007 w stosunku do roku wcześniejszego wyraźnie się zwiększyła. Nadal jednak niewielka część handlu tym towarem realizowana jest na TGE i poee.

Celem tego artykułu jest analiza szeregów czasowych na rynkach dobowo- godzinnych po 1 lipca 2007, kiedy zostały umorzone długi wytwórców energii elektrycznej i rozwiązane KDT. Biorąc pod uwagę cykliczność energii elektrycznej podjęto próbę wyboru odpowiednich modeli do opisania szeregów czasowych logarytmicznych zmian cen energii elektrycznej na omawianych rynkach.

Wartość oczekiwana szeregów na rynkach dobowo-godzinnych

Uwzględniając cykliczność obrotu energią elektryczną opisano szeregi czasowe logarytmicznych godzinowych przyrostów za pomocą zintegrowanego sezonowo modelu autoregresji i średniej ruchomej SARIMA *(ang. Seasonal Auto - Regressive Integrated Moving Average)* (p,d,q)× (P, D, Q):[3]

$$p(B)P_s(B^s)\nabla_s^d z_t = q(B)Q_s(B^s)\varepsilon_t, \tag{1}$$

gdzie:

$$p(B) = 1 - \sum_{i=1}^{p} p_i B^i, \qquad P_s(B) = 1 - \sum_{i=1}^{P} P_{si} B^i,$$

$$q(B) = 1 - \sum_{i=1}^{q} q_i B^i, \qquad Q_s(B) = 1 - \sum_{i=1}^{Q} Q_{si} B^i.$$

s – opóźnienie sezonowe, d – rząd zintegrowania szeregu

z_t – empiryczne wartości szeregu (w pracy logarytmiczne stopy zwrotu)

B – operator przesunięcia $B^s z_t = z_{t-s}$

∇ – operator różnicowy $\nabla^s z_t = z_t - z_{t-s} = (1 - B^s) z_t$,

ε_t – reszty modelu.

[2] Notowania wymienionych rynków są dostępne na stronie http://www.cire.pl/

[3] Brockwell P. J., Davis R. A. (1996).

Parametry modeli SARIMA szacowano w oparciu szeregi czasowe logarytmicznych godzinnych stóp zwrotu cen energii elektrycznej w okresie od 1 lipca do 31 grudnia 2007 roku (łącznie 4415 obserwacji):

$$z_t = \ln(\frac{y_t}{y_{t-1}}) \tag{2}$$

gdzie: y_t – cena energii elektrycznej w godzinie t.

Rozważono szeregi czasowe z Rynku Bilansującego: *CRO, CROs, CROz*; szeregi czasowe z RDN: *RDN* oraz szeregi indeksu z Rynku Dobowo-Godzinowego Energii Konwencjonalnej poee: *poDeek*. Wyniki estymacji metodą największej wiarygodności zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki estymacji modeli SARIMA[4]

SARIMA s =24	parametry	Oceny parametrów	p
CRO SARIMA (1,0,1)(0,1,1) MS= 0,01191	p(1)	0,5559	0,0000
	q(1)	0,9143	0,0000
	Qs(1)	0,9118	0,0000
CRO_S SARIMA (2,0,0)(1,1,1) MS=0 ,00154	p(1)	-0,1489	0,0000
	p(2)	-0,2809	0,0000
	Ps(1)	0,2070	0,0000
	Qs(1)	0,9220	0,0000
CROz SARIMA (1,0,0)(1,1,1) MS= 0,00306	p(1)	-0,1565	0,0000
	Ps(1)	0,1487	0,0000
	Qs(1)	0,9533	0,0000
RDN cena SARIMA(1,0,1)(1,1,1) MS= 0,00227	p(1)	0,7480	0,0000
	q(1)	0,9492	0,0000
	Ps(1)	0,1041	0,0000
	Qs(1)	0,8351	0,0000
poDeek cena SARIMA (1,0,0)(1,1,1) MS= 0,00156	p(1)	-0,0851	0,0000
	Ps(1)	0,1326	0,0000
	Qs(1)	0,8018	0,0000

Źródło: opracowanie własne.

Szeregi nie wykazywały istotnego trendu (rząd integracji szeregu d = 0). Na podstawie obserwacji funkcji autokorelacji oraz autokorelacji cząstkowej, zróżnicowano szeregi z opóźnieniem sezonowym s = 24, a następnie dobrano

[4] Estymację MNW przeprowadzono na bazie pakietu *STATISTICA*

rząd opóźnień części autokorelacji i średniej ruchomej. Z wyjątkiem *CROs* dla którego rząd opróżnień części autokorelacyjnej p = 2 w pozostałych modelach p = 1. Dla każdego z szeregów empirycznych uzyskano inne modele SARIMA. Modele te różnią się między sobą zarówno postacią analityczną jak również wielkościami poszczególnych parametrów odpowiadających za część autoregresyjną, średniej ruchomej oraz część zintegrowaną sezonowo. Dla ustalonych rzędów opóźnień wszystkie parametry są statystycznie istotne.

Wartość oczekiwana reszt oszacowanych modeli jest bliska zeru oraz szeregi charakteryzują się brakiem autokorelacji. Jednak analiza kwadratów reszt, wskazuje na hetroskedastyczność wariancji. Ponadto rozkłady reszt różnią się istotnie od rozkładu normalnego. Charakteryzują się wyraźną leptokurtycznośćią oraz asymetrią (por. Tabala 2). Z wyjątkiem reszt modeli *CRO* oraz *CROs* rozkłady te charakteryzują się asymetrią lewostronną. Na uwagę zasługuje silna asymetria prawostronna oraz koncentracja reszt wokół wartości oczekiwanej dla modelu *CROs*.

Tabela 2. Parametry rozkładów reszt ε_t modeli SARIMA

T = 4391	Średnia	Odch.Std.	Skośność	Kurtoza
CRO	-0,0007	0,1086	0,0735	4,6518
CROs	0,0000	0,0391	2,6330	189,3441
CROz	0,0000	0,0550	-0,1020	6,3639
RDN	-0,0001	0,0475	-0,6091	10,5100
poDeek	0,0000	0,0395	-0,0442	8,1233

Źródło: opracowanie własne.

Zwiększenie rzędów opóźnień modeli SARIMA nie poprawiało własności szeregów reszt, a oceny parametrów modeli wyższych rzędów były statystycznie nieistotne na poziomie istotności 0,05. Dlatego w następnej kolejności do analizy heteroskeastycznych reszt modeli SARIMA wykorzystano modele z grupy GARCH.

Wariancja szeregów na rynkach dobowo-godzinnych

Ze względu na obecny w szeregach reszt efekt ARCH, w kolejnym etapie pracy próbowano opisać szeregi ε_t za pomocą rozkładów z warunkową wariancją:[5]

[5] Engle R. F. (1982)

$$\varepsilon_t = \xi_t \sigma_t \tag{3}$$

gdzie: ξ_t – biały szum (o dowolnym rozkładzie z $E(\xi_t) = 0, E(\xi_t^2)=1$)

σ_t – odchylenie standardowe reszt modelu (1).

Wśród rozkładów białego szumu rozpatrywano tradycyjnie rozkład normalny (N) oraz rozkład t Studenta (t-St). Ze względu na leptokurtyczność rozkładu reszt rozważono uogólniony rozkład błędu (GED), a ze względu na skośność rozkładów rozkład skośny t-Studenta (sk-t-St).

Do opisania warunkowej wariancji σ_t^2 wykorzystano modele klasy GARCH. Parametry opisujące warunkową część wariancji procesu ε_t oznaczono α, β, γ, parametry opisujące bezwarunkową część wariancji procesu ε_t oznaczono ω.

Wśród modeli z klasy stacjonarnych modeli GARCH brano pod uwagę:

- model GARCH(p,q) *(Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic)*, z warunkową wariancją daną następującym wzorem[6]:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(B)\varepsilon_t^2 + \beta(B)\sigma_t^2 \tag{4}$$

- model uwzględniający efekt dźwigni EGARCH(p,q) (Exponential GARCH) pierwotnie zaproponowany przez Nelsona w 1991 roku[7], w pracy wykorzystano zmodyfikowaną jego postać: [8]

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + [1-\beta(B)]^{-1}[1+\alpha(B)]g(\xi_{t-1}) \tag{5}$$

gdzie funkcja $g(\xi_t) \equiv \gamma_1 \xi_t + \gamma_2[|\xi_t| - E|\xi_t|]$ zależy zarówno od znaku wartości białego szumu (pierwsza składowa) w okresie t oraz wartości odchylenie białego szumu od wartości oczekiwanej w okresie t (druga składowa),

- model uwzględniający znak wartości szeregu ε_t GJR(p,q)[9]:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q}(\alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_i S_{t-i}^- \varepsilon_{t-1}^2) + \beta(B)\sigma_t^2 \tag{6}$$

gdzie:

$$S_{t-1}^- = \begin{cases} 1 & \text{gdy} \quad \gamma_i < 0 \\ 0 & \text{gdy} \quad \gamma_i > 0 \end{cases}$$

[6] Bollerslev T. i Engle R. F. (1986)
[7] Nelson D (1991)
[8] Bollerslev T. i Mikklelsen H. O.(1996)
[9] Glosten, Jagannathan i Runkle (1993)

– model uwzględniający asymetrię szeregu ε_t APARCH(p,q)[10] :

$$\sigma_t^{\delta} = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i (|\varepsilon_{t-1}| - \gamma_i \varepsilon_{t-1}) + \beta(B)\sigma_t^{\delta}, \tag{7}$$

gdzie: $\delta > 0$; $-1 < \gamma_i < 1$.

Wśród modeli z klasy niestacjonarnych modeli GARCH:

– zintegrowany proces GARCH, którego bezwarunkowa wariancja nie istnieje ale sam proces jest stacjonarny w szerszym sensie opisany przez model IGARCH(p,q):[11]

$$\sigma_t^2 = \frac{\omega}{[1-\beta(B)]} + \{1 - [1-\alpha(B)-\beta(B)](1-B)^{-1}(1-B)[1-\beta(B)]^{-1}\varepsilon_t^2 \tag{8}$$

– model uwzględniający efekt długiej pamięci FIGARCH-BBM(p,d,q)[12]

$$\sigma_t^2 = \omega[1-\beta(B)]^{-1} + \{1 - [1-\beta(B)]^{-1}[1-\alpha(B)-\beta(B)](1-B)^d\}\varepsilon_t^2 \tag{9}$$

gdzie: $0 \le d \le 1$

– model uwzględniający efekt długiej pamięci FIGARCH-CHUNG(p,d,q)[13]

$$[1-\alpha(B)-\beta(B)](1-B)^d(\varepsilon_t^2 - \sigma^2) = [1-\beta(B)](\varepsilon_t^2 - \sigma_t^2) \tag{10}$$

σ^2 – niezależna wariancja szeregu ε_t

– model uwzględniający efekt długiej pamięci oraz efekt dźwigni FIEGARCH(p,d,q)[14]

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + [1-\alpha(B)-\beta(B)]^{-1}(1-B)^{-d}[1+\alpha(B)]g(\xi_{t-1}) \tag{11}$$

– model uwzględniający efekt długiej pamięci oraz skośność procesu ε_t FIAPARCH-BBM(p,d,q)[15]

$$\sigma_t^{\delta} = \omega + \{1 - [1-\beta(B)]^{-1}[1-\alpha(B)-\beta(B)](1-B)^d\}(|\varepsilon_t| - \gamma\varepsilon_t)^{\delta} \tag{12}$$

– model uwzględniający efekt długiej pamięci oraz skośność procesu ε_t FIAPARCH-CHUNG(p,d,q)[16]

$$[1-\alpha(B)-\beta(B)](1-B)^d(|\varepsilon_t| - \sigma)^{\delta} = [1-\beta(B)](|\varepsilon_t| - \sigma_t)^{\delta} \tag{13}$$

[10] Ding, Granger i Enle R.F.(1993)
[11] Bollerslev T. i Engle R. F. (1986)
[12] Baillie R., Bollerslev T. i Mikkelsen H (1996)
[13] Chung C.F. (1999)
[14] Bollerslev T. i Mikkelsen H (1996)
[15] Baillie R., Bollerslev T. i Mikkelsen H (1996)
[16] Chung C.F. (1999)

– uogólniony model FIGARCH, Hyperbolic GARCH - HYGARCH(p,q)[17]

$$\sigma_t^2 = \omega[1-\beta(B)]^{-1} + \{1-[1-\beta(B)]^{-1}[1-\alpha(B)-\beta(B)]\{1+\alpha[(1-B)^d]\}\}\varepsilon_t^2 \quad (14)$$

Do estymacji modeli wykorzystano metodę największej wiarygodności *(ang. Maximum Likelihood Estimation).* W doborze postaci modelu, oraz doborze rzędu opóźnienia modelu kierowano się jednym z kryteriów informacyjnych, kryterium Schwarza[18]:

$$SC = -2\frac{\ln L}{T} + 2\frac{\ln k}{T} \quad (15)$$

gdzie: T – długość szeregu, L – wartość funkcji największej wiarygodności, k – liczba szacowanych parametrów modelu

Dla rozważanych pięciu modeli SARIMA (1) próbowano dobrać odpowiedni model wariancji heteroskedastycznych reszt. W tym celu MNW oszacowano parametry wymienionych modeli wariancji warunkowych. Na mocy statystyki t-Studenta, wszystkie parametry oszacowanych modeli były istotne na poziomie 0,05. Zwiększenie rzędu modeli nie poprawiało jakości dopasowania modeli do danych, a parametry rozbudowanych modeli były statystycznie nieistotne na mocy testu t-Studenta.

W tabelach 3-7 zamieszczono wartości funkcji straty modeli z rozkładem reszt, dla którego wartość kryterium SC była najmniejsza.[19] Najniższą wartość funkcji straty wśród podstawowych modeli GARCH zaznaczono pogrubioną czcionką. Wycieniowaną komórką tabeli zaznaczono najlepszy model spośród omawianych dla danego szeregu.

W przypadku najprostszego modelu SARIMA-GARCH(1,1) dla *CRO* (Tabela 3) najodpowiedniejszy rozkład reszt, to skośny rozkład t-Studenta. W przypadku bardziej zaawansowanych modeli najniższe wartości funkcji straty miały modele z rozkładem reszt GED oraz skośnym t-Studenta.

Wychodząc od podstawowego modelu GARCH można zauważyć, że procesy stochastyczne na dobowo-godzinnych rynkach energii elektrycznej najlepiej opisują niestacjonarne modele GARCH. W przypadku *CRO*, jest to niestacjonarny proces uwzględniający efekt dźwigni oraz skośny rozkład z grubymi ogonami. Wariancja warunkowa CROs zachowuje się jak proces FIGARCH z grubymi ogonami (Tabela 4), a CROz jak proces HYGARCH z

[17] Davidson J. (2001)
[18] Schwarz G. (1978)
[19] Do estymacji wykorzystano moduł G@RCH programu Ox S. Laurent'a i J.P. Peters'a

z grubymi ogonami (Tabela 4), a CROz jak proces HYGARCH z rozkładem leptokurtycznym (Tabela 5).

Tabela 3. Ocena modeli warunkowej wariancji reszt SARIMA dla CRO

ROZKLAD	MODEL	LnL	k	SC
N	GARCH(1,1)	-6161,89	2	2,8069
t-St	GARCH(1,1)	-5434,86	3	2,4760
GED	GARCH(1,1)	-5435,07	3	2,4761
Skt-St	GARCH(1,1)	-5431,04	4	2,4743
Skt-St	EGARCH (1, 1)	-5279,78	6	2,4056
Skt-St	GJR(1,1)	-5421,77	5	2,4702
Skt-St	APARCH(1,1)	-5402,99	6	2,4618
GED	IGARCH (1, 1)	-5444,44	3	2,4803
GED	FIGARCH-BBM(1,1)	-5314,58	4	2,4213
GED	FIGARCH-CHUNG(1,1)	-5308,00	4	2,4183
Skt-St	FIEGARCH(1,1)	-5264,95	7	2,3989
GED	FIAPARCH-BBM(1,1)	-5292,57	6	2,4115
GED	FIAPARCH-CHUNG(1,1)	-5293,43	6	2,4119
Skt-St	HYGARCH(1,1)	-5277,74	7	2,4047

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Ocena modeli warunkowej wariancji reszt SARIMA dla *CROs*

ROZKŁAD	MODEL	LnL	k	SC
N	GARCH(1,1)	-3627,32	2	1,6525
t-St	GARCH(1,1)	-553,21	3	0,2525
GED	GARCH(1,1)	-382,46	3	0,1747
Skt-St	GARCH(1,1)	-553,19	4	0,2526
t-St	EGARCH (1, 1)	-139,30	5	0,0642
t-St	GJR(1,1)	-439,37	4	0,2008
GED	APARCH(1,1)	-71,89	5	0,0335
GED	IGARCH (1, 1)	-621,07	3	0,2834
t-St	FIGARCH-BBM(1,1)	157,01	4	-0,0709
Skt-St	FIGARCH-CHUNG(1,1)	-186,68	5	0,0858
GED	FIEGARCH(1,1)	-81,61	6	0,0380
GED	FIAPARCH-BBM(1,1)	-124,43	6	0,0575
GED	FIAPARCH-CHUNG(1,1)	-93,55	6	0,0434
GED	HYGARCH(1,1)	67,10	6	-0,0297

Źródło: opracowanie własne.

Poza rynkiem bilansującym, procesy na TGE jak i poee kształtują się podobnie. W przypadku RDN najlepiej do empirycznego szeregu reszt SARIMA dopasowuje się model HYGARCH z rozkładem skośnym t-Studenta. Niewiele wyższą wartość funkcji straty obserwujemy dla modelu FIEGARCH, również ze skośnym rozkładem t-Studenta (Tabela 6).

Tabela 5. Ocena modeli warunkowej wariancji reszt SARIMA dla *CROz*

ROZKŁAD	MODEL	LnL	k	SC
N	GARCH(1,1)	-5939,24	2	2,7055
t-St	GARCH(1,1)	-5092,31	3	2,3199
GED	GARCH(1,1)	-4533,95	3	2,0656
Skt-St	GARCH(1,1)	-5090,14	4	2,3191
GED	EGARCH (1, 1)	-4376,80	5	1,9943
GED	GJR(1,1)	-4527,84	4	2,0630
GED	APARCH(1,1)	-4625,63	5	2,1076
GED	IGARCH (1, 1)	-4581,53	3	2,0873
GED	FIGARCH-BBM(1,1)	-4450,62	4	2,0278
GED	FIGARCH-CHUNG(1,1)	-4478,55	4	2,0405
GED	FIEGARCH(1,1)	-4297,31	6	1,9581
GED	FIAPARCH-BBM(1,1)	-4373,69	6	1,9929
GED	FIAPARCH-CHUNG(1,1)	-4382,13	6	1,9968
GED	HYGARCH(1,1)	-4242,60	6	1,9332

Źródło: opracowanie własne.

Dla *poDeek* modele HYGARCH nie osiągnęły zbieżności. Natomiast najmniejszą wartość funkcji straty dla szeregu *poDeek* osiągnął model FIEGARCH ze skośnym rozkładem t-Studenta (Tabela 7).

Analizując wartości funkcji autokorelacji stwierdzono, że wybrane modele (modele z Tabel 3 – 5) oszacowane dla logarytmicznych godzinnych stóp zwrotu cen z Rynku Bilansującego wyeliminowały autokorelacje wariancji.

Natomiast występuje istotna wartość współczynnika autokorelacji przy 24 opróżnieniu funkcji autokorelacji kwadratów reszt modelu SARIMA-HYGARCH(1,1) (model z Tabeli 6) oraz SARIMA – FIEGARCH(1,1) (model z Tabeli 7) ze skośnym rozkładem t-Studenta dla szeregów z RDN oraz poee.

Co oznacza, że efekt cykliczności widoczny jest zarówno w analizie wartości oczekiwanej jak i wariancji szeregów czasowych energii elektrycznej, czego nie udało się wyeliminować rozważanymi modelami klasy GARCH.

Tabela 6. Ocena modeli warunkowej wariancji reszt SARIMA dla *RDN*

ROZKŁAD	MODEL	Ln L	k	SC
N	GARCH(1,1)	-5881,73	2	2,6793
t-St	GARCH(1,1)	-4947,68	3	2,2541
GED	GARCH(1,1)	-4933,19	3	2,2475
Skt-St	GARCH(1,1)	-4946,58	4	2,2537
Skt-St	EGARCH (1, 1)	-4736,02	6	2,1580
GED	GJR(1,1)	-4925,32	4	2,2440
Skt-St	APARCH(1,1)	-4892,24	6	2,2291
GED	IGARCH (1, 1)	-4946,04	3	2,2533
GED	FIGARCH-BBM(1,1)	-4751,37	4	2,1648
GED	FIGARCH-CHUNG(1,1)	-4762,34	4	2,1698
Skt-St	FIEGARCH(1,1)	-4690,92	7	2,1375
Skt-St	FIAPARCH-BBM(1,1)	-4717,19	7	2,1495
Skt-St	FIAPARCH-CHUNG(1,1)	-4706,13	7	2,1444
Skt-St	HYGARCH(1,1)	-4677,16	7	2,1312

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 7. Ocena modeli warunkowej wariancji reszt SARIMA dla *poDeek*

ROZKŁAD	MODEL	Ln L	k	SC
N	GARCH(1,1)	-5748,18	2	2,6185
t-St	GARCH(1,1)	-5047,57	3	2,2996
GED	GARCH(1,1)	-4998,13	3	2,2770
Skt-St	GARCH(1,1)	-5046,68	4	2,2993
GED	EGARCH (1, 1)	-4792,26	5	2,1835
GED	GJR(1,1)	-4991,29	4	2,2740
GED	APARCH(1,1)	-4976,88	5	2,2676
GED	IGARCH (1, 1)	-5010,60	3	2,2827
GED	FIGARCH-BBM(1,1)	-4792,54	4	2,1835
GED	FIGARCH-CHUNG(1,1)	-4796,55	4	2,1854
GED	FIEGARCH(1,1)	-4720,18	6	2,1508
Skt-St	FIEGARCH(1,1)	-4718,11	7	2,1499
GED	FIAPARCH-BBM(1,1)	-4753,67	6	2,1660
GED	FIAPARCH-CHUNG(1,1)	-4731,69	6	2,1560

Źródło: opracowanie własne.

Porównując procent wyjaśnianej wariancji szeregów (Tabela 8) możemy stwierdzić, że z wyjątkiem *CRO*s uwzględnienie wariancji warunkowej poprawiło dopasowanie modeli do szeregów empirycznych, co jest ważne z punktu

widzenia prognozowania wartości oczekiwanej szeregów jak również oceny ryzyka zmiany ceny na dobowo-godzinnych rynkach energii elektrycznej.

Tabela 8. Współczynniki determinacji modeli

Zmienna modelu	SARIMA R^2	SARIMA-GARCH R^2
CRO	0,35521	0,55213
CROz	0,27144	0,27608
RDN	0,76215	0,85984
poDeek	0,80925	0,84652

Źródło: opracowanie własne.

Dla wybranych modeli SARIMA-GARCH zbadano dopasowanie empirycznych rozkładów reszt do teoretycznych rozkładów uwzględnionych przy szacowaniu parametrów modeli. Na bazie testu zgodności χ^2-kwadrat Pearsona jedynie dla modelu *RDN* brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy, że reszty otrzymanego modelu mają zakładany skośny rozkład t-Studenta. W przypadku pozostałych modeli największe różnice między empirycznymi wartościami a wybraną postacią procesu otrzymano dla CROs.

Podsumowanie

Na bazie analizowanego okresu badawczego można stwierdzić, że do opisu szeregów czasowych na polskim dobowo-godzinnym rynku energii elektrycznej najlepiej wykorzystać niestacjonarne procesy GARCH a w szczególności, te które uwzględniają efekt dźwigni oraz skośne rozkłady reszt. Jednak ułamkowo zintegrowane modele GARCH nie są w stanie wyeliminować z szeregu autokorelacji będącej skutkiem cykliczności energii elektrycznej. Ponadto na uwagę zasługuje fakt, że pomimo podobnego charakteru funkcjonowania dobowo-godzinowych rynków obrotu energią elektryczną, empiryczne szeregi czasowe logarytmicznych godzinnych zmian cen energii elektrycznej kształtują się inaczej a przede wszystkim w obrębie wartości oczekiwanej.

Literatura

1. Baillie R., Bollersev T., Mikkelsen H. O., *Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, Journal of Econometrics, 1996, 74,s. 3-30.

2. Bollerslev T., Engle R. F., *Modeling the Persistence of Conditional Variance*, Econometric Review, 1986, 5, s. 1-50.
3. Bollerslev T., Mikklelsen H. O., *Modeling and Pricing Long-Memory in Stock Market Volatility*, Journal of Econometrics, 1996, 73, 151-184.
4. Brockwell P. J., Davis R. A., *Introduction to Time Series and Forecasting*, Springer – Verlag, New York, 1996.
5. Chung C. F., *Estimating the Fractionally Integrated GARCH Model*, National Taiwan University working paper, 1999.
6. Davidson J., *Moment and Memory Properties of Linear Conditional Heteroscedastity Models*, Manuscript, Cardiff University, 2001.
7. Ding Z., Granger C.W.J., Engle R. F., *A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model*, Journal of Empirical Finance, 1993, 1, 83-106.
8. Engle R. F., Autoregressive Conditional Heteroscedasticy with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, Econometrica, 1982, 50, s. 987-1007.
9. Engle R. F., Bollerslev T., *Modeling the Persistence of Conditional Variance*, Econometric Review, 1986, 5, s. 1-50.
10. Glosten L. R., Jagannathan R. i Runkle D. E., *On the relation between expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks*, Journal of Finance, 1993, 48, s. 1779-1801.
11. Nelson D., *Conditional Heteroskedasticity in Basset Returns: a New Approach*, Econometrica, 1991, 59, s. 347-370.
12. Schwarz G., *Estimating the Dimension of a Model*, The Annals of Statistics, 7978, nr 6, s. 461-464.

STRESZCZENIE

Celem artykułu był dobór odpowiednich modeli, do opisu szerów czasowych na polskich dobowo-godzinnych rynkach energii elektrycznej. W pracy rozważono szeregi czasowe godzinnych logarytmicznych stóp zwrotu cen notowanych na Rynku Bilansującym, Rynku Dnia Następnego oraz Rynku Dobowo-Godzinowego Energii Konwencjonalnej poee w okresie od 1 lipca do 31 grudnia 2007 roku. Szeregi z wyodrębnioną cyklicznością oraz autokorelacją wartości oczekiwanej próbowano opisać za pomocą modeli klasy GARCH. Wśród analizowanych modeli tej grupy, do danych z rynku energii najlepiej dopasowany okazały się niestacjonarne modele FIGARCH, FIEGARCH oraz HYGARCH z rozkładem skośnym t-Studenta.

THE GARCH MODELS ON DAY-AHEAD ELECTRIC ENERGY MARKETS IN POLAND

SUMMARY

The aim of this paper is an appropriate choice of model, which may be applied to describe time series on whole day electric energy market. Time series of hourly logarithmic rates of return quoted on Balance Market, Day Ahead Market and Conventional Energy Spot Market on Internet Electricity Trading Platform from 1-th July to 31-th December 2007 year are considered. The time series without seasonal and autoregression in mean were modelled by GARCH models. The results favor nonstationary models like FIGARCH, FIEGARCH and HYGARCH with skewed Student-t distribution.

Translated by A. Ganczarek

Dr Alicja Ganczarek
Akademia Ekonomiczna w Katowicach
alicjaganczarek@wp.pl