Jerzy Jakubczyc

Obrazy perspektywiczne profilu rent rocznych

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 9, 65-78

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

STUDIA I PRACE WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 9

JERZY JAKUBCZYC

OBRAZY PERSPEKTYWICZNE PROFILU RENT ROCZNYCH

Wstęp

Od pewnego czasu obserwuje się wzrost zainteresowania procesami dyskontowania. Dzieje się tak z powodu nowego spojrzenia na dyskontowanie proste, które coraz częściej nazywa się dyskontowaniem hiperbolicznym (por. D. Laibson, [4]) oraz H. Rachlin, [5]). Wyniki badań eksperymentalnych sugerują, że to właśnie proces dyskontowania hiperbolicznego lepiej opisuje kształtowanie się preferencji niż faworyzowany dotąd proces dyskontowania wykładniczego (por. S. Frederick; G. Loewenstein; T. O'Donoghue, [3]). Zalety są również podkreślane przy omawianiu zagadnień oceny projektu (por. M. Cropper; D. Laibson, [1]). Czym wobec tego jest dyskontowanie i dlaczego odłożone do lamusa dyskontowanie proste staje się procesem coraz bardziej docenianym?

Według encyklopedii *Britannica*,

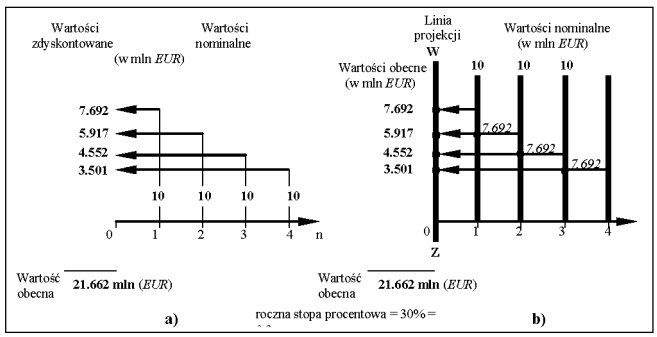
> dyskontowanie jest redukcją wartości lub wielkości

i można dodać, że wartości lub wielkości nominalne zmieniają się w użytkowe, odzwierciedlając znaczenie upływu czasu. Redukcja jest zatem celem dyskontowania, lecz nadal nie wiadomo – dlaczego należy dyskontować?

Jak się przekonamy, odpowiedź jest zaskakująco prosta i aż dziw bierze, że umyka uwadze. Otóż dyskontuje się dlatego, aby otrzymać realistyczne obrazy, a takimi są obrazy perspektywiczne. Jeśli więc dyskontowanie hiperboliczne jest bardziej akceptowane przez beneficjentów, to być może kryje się za tym podkreślony realizm.

O próbach zilustrowania procesu dyskontowania

Ekonomiści przytaczają rozmaite argumenty przemawiające za koniecznością dyskontowania (por. S. Frederick; G. Loewenstein; T. O'Donoghue, [2]). Wydaje się, że do najbardziej przekonywujących można zaliczyć preferencje, na podstawie których dochodzi do porównań oraz do dokonywania wyborów. Obserwuje się przy tym wyraźną niechęć do posługiwania się stosownymi ilustracjami, a zamieszczone na rys. 1 dwa wykresy można uznać jako wyjątki i jednocześnie jako akty odwagi. Przyznaje się w nich bowiem, że istota dyskontowania pozostaje zagadką, zaś przesłanką jest nierealność obu wykresów.



Rys. 1. Dwie wersje ilustrowania operacji dyskontowania wykładniczego.
Źródło: opracowanie własne.

Na obu wykresach z rys. 1 podstawę rozważań stanowi profil rent rocznych, równych nominalnie po 10 mln EUR każda. O wartości użytkowej profilu świadczy tzw. wartość obecna, obliczona dla chwili t = 0. Wartości nominalne trzeba więc poddać zdyskontowaniu, a otrzymane wartości użytkowe należy zsumować. Przyjmujemy, że coroczny spadek w wartościach wynosi 30%, zaś przy dyskontowaniu należy uwzględnić tzw. rachunek składany, czyli odpowiadający dyskontowaniu wykładniczemu.

Zamieszczony na rys. 1a) wykres jest jedynie schematem. W sposób ogólnikowy przedstawiono bowiem relacje między wartościami nominalnymi a wartościami zdyskontowanymi. Nie wiadomo przy tym, dlaczego zrezygnowano z pokazania odcinków pionowych, obrazujących wartości nominalne. Trzeba też zapytać, ku czemu prowadzą zaznaczone strzałki oraz dlaczego są równoległe z tzw. linią czasu?

Wymienione zastrzeżenia wyeliminowano na rys. 1b), a uwzględnione odcinki pionowe definiują regularny profil rent rocznych. Zwroty strzałek kończą się teraz na odcinku WZ, na którym zamieszczono wartości zdyskontowane. Nadal jednak strzałki są równoległe z linią czasu. To z kolei sprawia, że nie można wytłumaczyć, dlaczego początki strzałek nie rozpoczynają się w miejscach właściwych, czyli na końcach odcinków pionowych.

Można twierdzić, że wykres z rys. 1b) jest poprawniejszy od poprzedniego. Przede wszystkim podkreśla istnienie projekcji, a miejscem rzutowania jest linia WZ. Równoległość strzałek z linią czasu oznacza zaś, że bierze się pod uwagę projekcję izometryczną, zachowującą niezmienniczość wartości użytkowych. Zauważmy bowiem, że nie zależą od daty pojawienia się renty rocznej, lecz jedynie od długości okresu. Mówi się wtedy o tzw. zgodności względem upływu czasu (*time consistency*), czyli o własności, którą zapewnia wyłącznie dyskontowanie wykładnicze.

Stwierdzenie zgodności nie jest zadaniem trudnym. Na rys. 1b) ułatwiono to zamieszczając punkty koloru szarego. Widzimy, że odpowiadają im identyczne wielkości *7.692* mln *EUR*. To z kolei oznacza, że umiejscowienie punktów w poszczególnych chwilach nie ma znaczenia. Liczy się jedynie długość uwzględnionego okresu, czyli w tym wypadku $\Delta t = 1$ (*rok*).

Dziwny jest jednak fakt rozmieszczenia punktów koloru szarego na różnych wysokościach. Nierealność wykresu jest zatem ewidentna. Winić za to należy sugerowaną obecność projekcji izometrycznej i dlatego warto odwołać się do projekcji perspektywicznej.

Dyskontowanie hiperboliczne

Zanim zostanie przedstawiony obraz perspektywiczny rozpatrywanego profilu rent rocznych poznajmy najpierw interesującą własność dyskontowania hiperbolicznego. W wersji najczęściej spotykanej definiuje się:

$$PV = \sum_{n=1}^{N} A_n \times \left(\frac{1}{1 + g \times n \times \Delta t} \right) = A \times \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{1 + i \times n} \quad ; \tag{1}$$

gdzie: PV – wartość obecna profilu rent rocznych; $A_n = A$ – renta roczna (*annuity*); $i = g \times \Delta t$ – stopa procentowa (*interest rate*); g – stopa wzrostu (*growth*

rate); Δt – okres nominalny, równy zazwyczaj 1 (*rok*); n – krotność okresu nominalnego, N – horyzont profilu.

Stwierdzamy, że mamy do czynienia z tzw. rachunkiem dyskontowym prostym. Dlaczego więc wprowadza się nowe określenie dyskontowania hiperbolicznego oraz z jakich powodów przypomina się o rachunku, z którego korzysta się coraz rzadziej?

Wydaje się, że przyczyną zanikającej popularności dyskonta prostego jest domniemany brak procesu składania. Popatrzmy wobec tego na następujące obliczenia:

Dyskontowanie hiperboliczne
(w mln *EUR*)

	Wersja bez składania	Wersja ze składaniem
n = 1	$10\times\left(\frac{1}{1+0.3\times1}\right)=10\times0.7692=7.692$	$10\times\left(\frac{1}{1+\frac{0.3}{1+0.3\times0}}\right)=10\times0.7692=7.692$
n = 2	$10\times\left(\frac{1}{1+0.3\times2}\right)=10\times0.6250=6.250$	$7.692\times\left(\frac{1}{1+\frac{0.3}{1+0.3\times1}}\right)=7.692\times0.8125=6.250$
n = 3	$10\times\left(\frac{1}{1+0.3\times3}\right)=10\times0.5263=5.263$	$6.250\times\left(\frac{1}{1+\frac{0.3}{1+0.3\times2}}\right)=6.250\times0.8421=5.263$
n = 4	$10\times\left(\frac{1}{1+0.3\times4}\right)=10\times0.4545=4.545$	$5.263\times\left(\frac{1}{1+\frac{0.3}{1+0.3\times3}}\right)=5.263\times0.8636=4.545$
	Suma = 23.750	Suma = 23.750

Okazuje się, że rachunek prosty również można nazwać składanym (*compounded*). W odróżnieniu od rachunku wykładniczego stopy zwrotu zależą jednak od długości uwzględnianego okresu. Wynika to z następującego porównania:

Dyskontowanie wykładnicze	Dyskontowanie hiperboliczne
Funkcje dyskontujące:	
$F_n^W=\left(\frac{1}{1+r}\right)^n$	$F_n^H=\frac{1}{1+i\times n}$

Stopa zwrotu

$$r_n = \frac{F_n - F_{n-1}}{F_{n-1}}$$

Stopy dyskontowe:

$$r_n^W = r^W = \frac{r}{1+r} \qquad r_n^H = \frac{i}{1+i\times n}$$

Nie jest więc prawdą podkreślany często dynamiczny charakter rachunku wykładniczego. Taki natomiast posiada rachunek prosty, gdzie stopa zwrotu zależy od wielokrotności okresu nominalnego. Bardziej przekonywująco widać

Dyskontowanie hiperboliczne:

$$PV^H = 10\times 0.7692 + 10\times 0.7692\times 0.8125 + 10\times 0.7692\times 0.8125\times 0.8421 + 10\times 0.7692\times 0.8125\times 0.8421\times 0.8636$$
$$= 23.750 \text{ (mln EUR)};$$

Dyskontowanie wykładnicze:

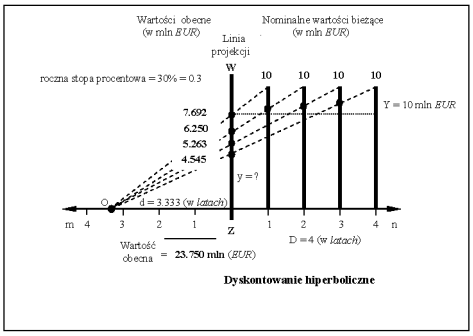
$$PV^W = 10\times 0.7692 + 10\times 0.7692\times 0.7692 + 10\times 0.7692\times 0.7692\times 0.7692 + 10\times 0.7692\times 0.7692\times 0.7692\times 0.7692$$
$$= 21.662 \text{ (mln EUR)}$$

to po bezpośrednim porównaniu obu rodzajów dyskontowania, a mianowicie:

Prawdą jest zaś to, że dyskontowanie proste lub hiperboliczne nie spełnia tzw. warunku zgodności w czasie. Tym razem popatrzmy na wykres zamieszczony na rys. 2. Zamieszczone linie przerywane zastąpiły prezentowane wcześniej strzałki. Teraz jednak linie nie są równoległe z linią czasu, a punkty koloru szarego nie są rozmieszczone wzdłuż zaznaczonej linii poziomej. Otrzymujemy więc graficzne uzasadnienie braku zgodności – znacznie przystępniejsze niż opisywane w literaturze przykłady oraz przypadki. Zawdzięczamy to zastąpieniu sugerowanej projekcji izometrycznej projekcją perspektywiczną.

Zalet powiązania dyskontowania z projekcją perspektywiczną jest znacznie więcej. Okazuje się, że w celu obliczenia wartości obecnej nie musimy znać wielkości stopy dyskonta prostego. Z rys. 2 wynika, że:

- D = 4 jest pomierzoną *w latach* odległością między chwilą pojawienia się wypłaty renty ostatniej a linią projekcji;
- d = 3.333 jest pomierzoną *w latach* odległością między linią projekcji a punktem obserwacyjnym, O;
- Y= 10 mln *EUR* jest wartością nominalną renty ostatniej;
- y = ? oznacza poszukiwaną wartość obecną renty ostatniej.



Rys. 2. Liniowa projekcja perspektywiczna profilu rent rocznych.
Źródło: opracowanie własne.

W wypadku projekcji perspektywicznej odwołujemy się do wyrażenia:

$$y = Y \times \frac{d}{d+D} = 10 \times \frac{3.333}{3.333+4} = 4.545 \text{ (mln } EUR\text{)}.$$

Co więcej, niewielka modyfikacja:

$$y = \frac{Y}{d+D} \times d;$$

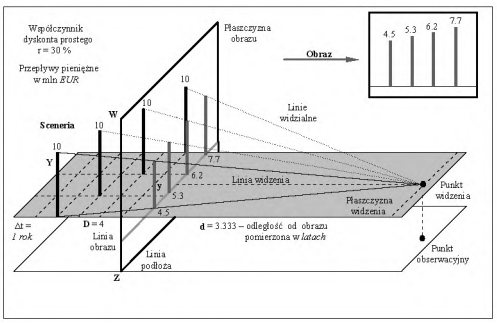
podkreśla, że mamy do czynienia z równaniem wartości, gdzie Y/(d +D) jest ceną, zaś d oznacza ilość towaru kupowanego lub sprzedawanego. Dodajmy, że towarem jest upływ czasu, a płaci się walutą. Nie musimy więc używać pojęć: stopy procentowej; stopy dyskontowej; czy też stopy zwrotu.

Zamieszczony na rys. 2 wykres nie do końca jednak zadowala. Ilustruje wprawdzie istotę projekcji perspektywicznej, czyli odwołanie się do zasady proporcjonalności oraz do podobieństwa trójkątów prostokątnych, lecz zamiast obrazu mamy do czynienia z uproszczonym schematem ideowym.

Ilustrację pełniejszą i zarazem bardziej komunikatywną przedstawiono na rys. 3. Przede wszystkim zauważmy, że uwzględniana dotąd linia projekcji jest płaszczyzną obrazu. Obiektami obserwowanymi są „słupki" koloru czarnego o identycznych wysokościach, równoważnych kwocie 10 mln *EUR*. Zasada perspektywy głosi, że „słupek" bardziej oddalony jest postrzegany jako krótszy. Fakt ten odzwierciedlono na obrazie. Obserwowana na obrazie redukcja wysokości „słupków" jest więc zgodna z procesem widzenia. Uzasadniając dyskontowanie nie musimy zatem odwoływać się do sztucznych interpretacji. Celem dyskontowania jest bowiem stworzenie realistycznego obrazu, a bez perspektywy jest to niemożliwe.

Korzystając z okazji, na rys. 3 zaprezentowano pojęcia używane w projekcji perspektywicznej. Wśród nich zwróćmy uwagę na płaszczyznę widzenia, umieszczoną na wysokości oka obserwatora. Płaszczyzna widzenia jest jednak konstrukcją wyłącznie pomocniczą i dlatego jako błąd należy potraktować zaznaczenie na niej siatki opisującej upływ czasu. Siatkę należy uwzględnić, lecz na podłożu. To z kolei oznacza, że upływ czasu również powinien być pokazany na obrazie, a tego na rys. 3 brakuje. Przedstawiony w prawym, górnym rogu obraz jest zatem osobliwy w tym sensie, że nie pokazuje istniejącej „głębi" scenerii.

Obraz pożądany i zarazem realistyczny zamieszczono na rys. 4. Zauważmy, że redukcji poddano nie tylko nominalne wysokości „słupków", lecz również następujące po sobie okresy nominalne. Wydaje się, że tego właśnie dotąd brakowało. Niezgodność w czasie dyskontowania hiperbolicznego odpowiada prawdzie, ale wyłącznie w wypadku uwzględnianej projekcji izometrycznej. Taki rodzaj projekcji jest jednak sprzeczny z procesem widzenia. Jeśli natomiast zastosujemy projekcję perspektywiczną, to stwierdzenie powinno być odmienne. Na udowodnienie czeka więc hipoteza, iż obrazy perspektywiczne są nie tylko realistyczne, lecz również zgodne.



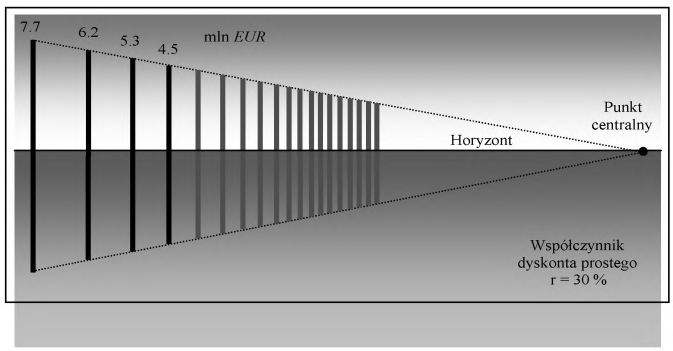
Rys. 3. Zgodność dyskontowania hiperbolicznego z projekcją perspektywiczną.
Źródło: opracowanie własne.

W celu podkreślenia realizmu obrazu powiększono liczbę „słupków", a efekt wzmocniono grafiką gradientową. Rozpoznajemy istniejącą „głębię", zaś wysokości wszystkich „słupków" postrzegamy jako identyczne. Co więcej, ze zdziwieniem potraktujemy kogoś, kto w celu sprawdzenia identyczności sięgnie po linijkę i dokona na obrazie pomiarów. Bez uwzględnienia poprawek takie postępowanie jest bowiem niepoprawne.

Dyskontowanie wykładnicze

Od strony wizualnej poprawność dyskontowania hiperbolicznego nie budzi zastrzeżeń. Problem tkwi w tym, że jest mało popularne, a zalety są przypisywane dyskontowaniu wykładniczemu. Sprawdźmy wobec tego, czy wiarygodność dyskontowania wykładniczego może być potwierdzona realistycznym obrazem perspektywicznym.

Rozpatrujemy inwestycję wymagającą początkowego nakładu finansowego na kwotę 1500 mln *EUR*. Oczekuje się, że po upływie roku, coroczne zyski pieniężne będą identyczne i wyniosą po 500 mln *EUR*. Przyjmując nominalną stopę procentową, r = 12%, należy zbadać dopuszczalność inwestycji. Trzeba też opracować obraz perspektywiczny profilu przepływów pieniężnych, by stwierdzić, czy jest realistyczny.



Rys. 4. Renty roczne w perspektywie liniowej.
Źródło: opracowanie własne.

Zbadanie finansowej dopuszczalności inwestycji jest zadaniem trywialnym. Odwołujemy się do kryterium NPV i otrzymujemy następujący wynik:

$$\begin{aligned}\mathrm{NPV} &= -1500 + 500\times e^{-0.12\times 1} + 500\times e^{-0.12\times 2} + 500\times e^{-0.12\times 3} + 500\times e^{-0.12\times 4} + 500\times e^{-0.12\times 5}\\ &= -1500 + 500\times 0.8869 + 500\times 0.7866 + 500\times 0.6977 + 500\times 0.6188 + 500\times 0.5488\\ &\approx -1500 + 443 + 393 + 349 + 309 + 274 = 268\ (\text{mln } EUR).\end{aligned}$$

Stwierdzamy, że inwestycja jest dopuszczalna finansowo.

Otrzymane wyniki oraz dostępne dane ujęto w formie tablicy – nazywanej też macierzą, którą zamieszczono na rys. 5. Dołączono również skumulowane wielkości przepływów pieniężnych. Zauważmy, że wiersze dotyczą kolejnych

okresów, zaś poszczególne kolumny opisują zmiany w zdyskontowanych wartościach pieniężnych.

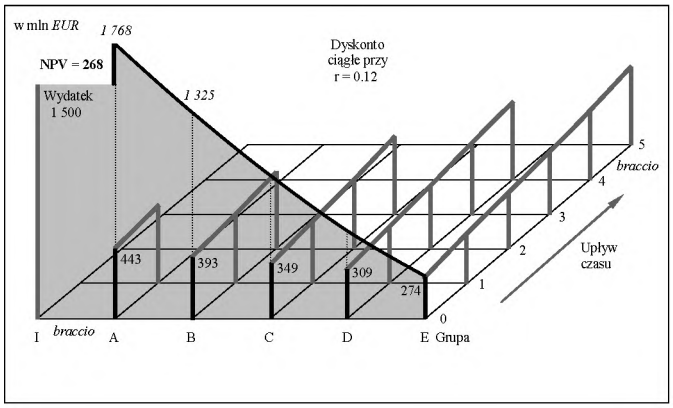
Na podstawie macierzy przepływów pieniężnych można sporządzić obraz nazywany niezbyt poprawnie „przestrzennym". W tym celu należy najpierw opracować siatkę. Nastawieni niechętnie do perspektywy decydujemy się na sporządzenie siatki izometrycznej. Nie może to jednak być siatka prostokątna, gdyż wtedy trzeba zapomnieć o możliwości odwzorowania trzeciego wymiaru, czyli głębokości scenerii.

Obraz siatki izometrycznej przedstawiono na rys. 6. W ujęciu horyzontalnym przyjęto, że 2 (*cm*) = 1 (*braccio*), przy czym *braccio* jest umowną jednostką czegokolwiek, stosowaną przez artystów-malarzy i jest odpowiednikiem uwzględnianego przez ekonomistów *utilu*, oznaczającego jednostkę preferencji. Podobnie postąpiono w wypadku ujęcia wertykalnego, lecz tym razem założono, że 1 (*rok*) = 2 (*cm*) = 1 (*braccio*).

Współczynnik dyskontowy	Chwila	Przepływy pieniężne (w mln *EUR*)						
0.5488	5	*	*	*	*	*	500	
0.6188	4	*	*	*	*	500	443	
0.6977	3	*	*	*	500	443	393	Upływ czasu
0.7866	2	*	*	500	443	393	349	
0.8869	1	*	500	443	393	349	309	
1.0000	0	**–1500**	443	393	349	309	274	
Skumulowane			***1768***	*1325*	*932*	*583*	*274*	
Grupa		I	A	B	C	D	E	

Rys. 5. Macierz przepływów pieniężnych.
Źródło: opracowanie własne.

Dysponując siatką izometryczną, wykonanie pozostałej części ilustracji nie jest zadaniem skomplikowanym. Zamieszczone w macierzy przepływów pieniężnych wielkości należy najpierw zamienić na *braccia*, a następnie nanieść na siatkę. W tym wypadku przyjęto, że 500 tys *EUR* = 2 (*cm*) = 1 (*braccio*). Szerokość, głębokość oraz wysokość zostały zatem wyrażone za pomocą identycznej jednostki pomiaru. To oczywiście nie przeszkadza przy „czytaniu" obrazu. Nie musimy przecież ujawniać uwzględnionej jednostki i dlatego na ryc. 6 zamieszczono wielkości wyrażone pieniężnie.



Rys. 6. Izometryczny obraz profilu przepływów pieniężnych.
Źródło: opracowanie własne.

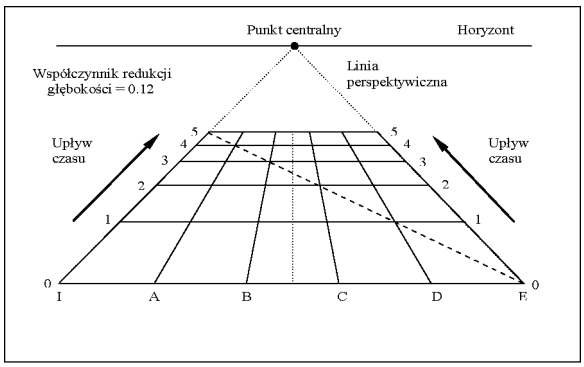
„Przeczytajmy" wobec tego otrzymany obraz izometryczny. Sekwencja „barierek" symbolizuje zdyskontowane na bieżąco wartości pieniężne. Dziwi zaś to, że w miarę upływu czasu wysokości „barierek" rosną, gdy tymczasem powinny być coraz mniejsze. Wydaje się jednocześnie, że cała konstrukcja jest u góry szersza, a u dołu węższa. Jeśli tak, to na ilustracji postrzegamy tzw. perspektywę odwrotną, stosowaną dawniej w Bizancjum oraz na Dalekim Wschodzie. Oczywiście, mamy do czynienia ze złudzeniem optycznym, gdyż w obu wypadkach szerokości są identyczne. Trzeba jednak postawić pytanie – czy efekt *tromp d'oeil* jest dopuszczalny na obrazie i nie kłóci się z pojęciem zgodności?

Rezygnujemy z dalszej analizy ilustracji, by przystąpić do wykonania obrazu perspektywicznego przepływów pieniężnych. W tym celu sporządzamy najpierw właściwą siatkę, którą przedstawiono na rys. 7. Dołączone opisy są takie same jak w macierzy z rys. 5. Dzięki temu bez trudu rozpoznajemy miejsca na siatce, gdzie ulokujemy wielkości pieniężne.

W odróżnieniu od obrazów izometrycznych, na obrazach perspektywicznych ważną rolę odgrywa horyzont. Na nim znajduje się bowiem punkt centralny, do którego muszą zbiegać się linie perspektywiczne, nazywane też liniami ortogonalnymi. Dodajmy, że zostały narysowane poprawnie, a świadczy o tym linia przerywana, przechodząca przez punkty przecięcia linii perspektywicznych z liniami poziomymi. Na zakończenie zauważmy, że linie perspektywiczne nie są prostymi. To z kolei oznacza, że już teraz mamy do czynienia z perspektywą

nieliniową. Nie jest to dobra wiadomość, gdyż taki rodzaj perspektywy jest słabo poznany. Zastosowania praktyczne są zatem utrudnione, a dokładniejsza weryfikacja obrazu jest wręcz niemożliwa. Jeśli tak, a perspektywa nieliniowa jest powiązana z dyskontowaniem wykładniczym, to faworyzowana metoda jest wyborem niezbyt szczęśliwym.

Jesteśmy pewni, że siatka perspektywiczna jest poprawna. Jeśli więc na obrazie wystąpią osobliwości, to przyczyna musi kryć się gdzie indziej. Popatrzmy wobec tego na obraz przepływów pieniężnych, który zamieszczono na ryc. 8. Stwierdzamy, że prezentuje się wbrew oczekiwaniom. Przede wszystkim zaskakuje dokonana zmiana w kierunku upływu czasu. Plan położony najdalej dotyczy chwili obecnej, zaś plany bliższe sięgają w przyszłość. Uczyniono tak dlatego, że „barierki" zamiast podążać do punktu centralnego wykazywały tendencję odwrotną. Obecne na obrazie izometrycznym złudzenie optyczne nie tylko pozostało, lecz uległo urzeczywistnieniu.

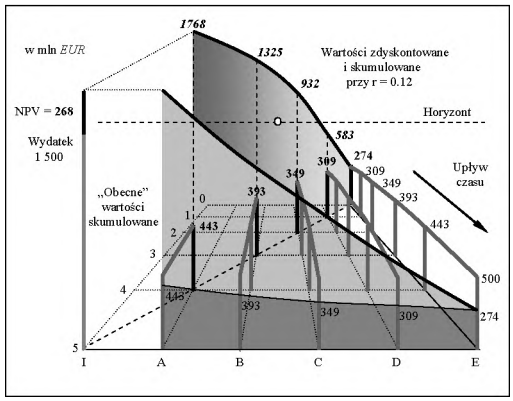


Rys. 7. Siatka do perspektywy nieliniowej.
Źródło: opracowanie własne.

Osobliwością kolejną jest odmienność w kształtowaniu się dwóch krzywych skumulowanych. Widzimy, że jedna z nich jest wklęsła, natomiast druga jest wypukła. Mamy więc do czynienia nie tylko z zagadką, lecz również z osobliwą niezgodnością. Winić za to należy obecność siatki perspektywicznej, a dokładniej – oddziaływanie perspektywy. Lecz przecież jej stosowanie nie jest zabronione. Tym samym pojawia się kolejna hipoteza, iż projekcja perspektywiczna oferuje realizm, który jednak może być okupiony brakiem zgodności.

Można wreszcie sprawdzić, że „barierki" wprawdzie zmierzają do punktu centralnego, oznaczonego kolorem białym, lecz do punktu nie trafiają. Mamy

więc do czynienia z perspektywą niepoprawną. Czy fakt ten świadczy o niedopuszczalności inwestycji, a może coś niedobrego kryje się w dyskontowaniu wykładniczym? Udzielenie właściwych odpowiedzi czeka na odkrywców.



Rys. 8. Profil przepływów pieniężnych w perspektywie nieliniowej.
Źródło: opracowanie własne.

Podsumowanie

Otrzymanie niepoprawnego obrazu perspektywicznego profilu przepływów pieniężnych wspiera formułowany zarzut, iż dyskontowanie wykładnicze jest sprzeczne z oczekiwaniami beneficjentów inwestycji. W celu wyeliminowania sprzeczności proponuje się dyskontowanie hiperboliczne, znane bardziej jako dyskontowanie proste. Propozycja miała dotąd charakter arbitralny, a brak merytorycznego uzasadnienia sprawił, że w ramach dyskontowania hiperbolicznego pojawiło się wiele wariantów. Doszło zatem do inflacji rozwiązań, na dodatek matematycznie trudnych i skomplikowanych.

Wydaje się, że skutecznym antidotum jest taka wizualizacja proponowanych rozstrzygnięć, aby każdy beneficjent mógł samodzielnie rozstrzygnąć, czy ma do czynienia z obrazem realnym. Właśnie dlatego odwołano się do obrazów perspektywicznych, które pozostają w zgodzie z procesem widzenia. Co więcej, pozwalają na kontrolę i weryfikację różnego rodzaju osobliwości, lecz jest to temat na odrębne opracowanie.

Literatura

1. Cropper M., Laibson D., *The Implications of Hyperbolic Discounting for Project Evaluation*, NBER Working Paper 5635, June 1996.
2. Frederick S., Loewenstein G., O'Donoghue T., *Time Discounting: A Critical Review* (http://mitsloan.mit.edu/facstaff/loewenstein.html), October 31, 2001,
3. Frederick S., Loewenstein G., O'Donoghue T., *Time Discounting and Time Preference: A Critical Review*, Journal of Economic Literature, XL, s. 351-401.
4. Laibson D., *Golden Eggs and Hyperbolic Discounting*, Quarterly Journal of Economics, 112(2), s. 443-447.
5. Rachlin H., *Notes on Discounting*, Journal of the Experimental Analysis of Behavior, 85(3), s. 425-435.

STRESZCZENIE

Coraz częściej podkreśla się, że dyskontowanie proste, nazywane też hiperbolicznym, jest lepsze od dyskontowania wykładniczego, i to pomimo takich wad, jak brak procedury składania, oraz możliwość niezgodnego uporządkowania preferencji względem upływu czasu. W pracy wykazano, że brak procedury składania jest zarzutem nieprawdziwym oraz co więcej, że to właśnie dyskontowanie hiperboliczne zasługuje na miano dynamicznego. Jeśli zaś chodzi o niezgodność uporządkowania preferencji, to problem dotyczy kontrowersyjnej projekcji izometrycznej. W wypadku uwzględnienia projekcji perspektywicznej, zdyskontowane hiperbolicznie wielkości prowadzą do obrazów realistycznych, na których osobliwości nie stwierdzono. Takie natomiast pojawiają się na obrazach perspektywicznych wynikających z dyskontowania wykładniczego.

PERSPECTIVE IMAGES OF THE ANNUITIES PROFILE

SUMMARY

It is saying more frequently that the simple discounting, known also as the hyperbolic one, is better than the exponential discounting despite of such defaults as the lack of the compounding procedure and of the time inconsistency in the preference ordering. It has been proved that the absence of the compounding procedure is untrue and what's more, it is the hyperbolic discounting which can be named as the dynamic one. For the time inconsistency problem it has been shown that it is about a controversial isometric projection. When a perspective projection is applied, the discounted hyperbolically

values form the realistic images on which none of curiosities were present. The last ones have appeared however on the perspective images based on the exponential discounting.

Translated by J. Jakubczyc

Prof. zw. dr hab. Jerzy Jakubczyc
Uniwersytet Wrocławski
jakubjez@prawo.uni.wroc.pl