Monika Krawiec, Joanna Landmesser

Zastosowanie modelu autoregresyjnego warunkowego czasu trwania do analizy danych transakcyjnych wysokiej częstotliwości na GPW w Warszawie

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 9, 651-662

2008

STUDIA I PRACE WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 9

MONIKA KRAWIEC
JOANNA LANDMESSER

ZASTOSOWANIE MODELU AUTOREGRESYJNEGO WARUNKOWEGO CZASU TRWANIA DO ANALIZY DANYCH TRANSAKCYJNYCH WYSOKIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI NA GPW W WARSZAWIE*

Wstęp

Dane transakcyjne wysokiej częstotliwości (tzw. dane tikowe) są obserwacjami zbieranymi w pewnych bardzo niewielkich odstępach czasu. W ostatnich latach przyciągają one coraz większą uwagę, zarówno praktyków rynku finansowego, jak i naukowców. Ich dostępność zwiększyła się niewątpliwie dzięki postępowi w technikach gromadzenia i przetwarzania informacji. Na rynku akcji, dane wysokiej częstotliwości, to dane typu „*transaction-by-transcation*" lub „*trade-by-trade*", a więc obserwowane transakcja po transakcji, w przypadku których czas mierzony jest w sekundach.

Finansowe dane wysokiej częstotliwości są niezwykle istotne w badaniach empirycznych związanych z procesem handlu i mikrostrukturą rynku. Można je wykorzystywać np. w analizach porównawczych różnych systemów transakcyjnych, w badaniach dynamiki kwotowań *bid-ask* (ofert sprzedaży i kupna) dla poszczególnych akcji oraz spreadów pomiędzy nimi lub do modelowania czasów trwania dla transakcji. Niestety dane wysokiej częstotliwości odznaczają się pewnymi własnościami, które nie występują w przypadku danych o mniejszej częstotliwości, dlatego analiza takich danych stanowi pewnego rodzaju wyzwanie.

* Praca wykonana w ramach grantów wewnętrznych SGGW nr 504-08270019 i 504-08270017.

Dynamika czasów trwania dostarcza użytecznych informacji o aktywności rynku w ciągu dnia transakcyjnego. Stosując koncepcję podobną do modeli ARCH, w 1998 roku Engle i Russel zaproponowali autoregresyjny model warunkowego czasu trwania (*autoregressive conditional duration model* – ACD), pozwalający na opis zmian czasów trwania dla akcji. Praca Engle'a i Russela wzbudziła ogromne zainteresowanie i znalazła wiele praktycznych zastosowań w dziedzinie finansów, choć Tsay (2005) wskazuje na możliwość wykorzystania tych metod także w innych obszarach, np. telekomunikacji. Pojawiło się również wiele innych modeli, stanowiących modyfikacje propozycji Engle'a i Russela i obecnie można już mówić o rodzinie modeli ACD (zob. Fernandes, Grammig 2006). Jednak w większości publikowanych prac przedstawia się zastosowania modeli ACD dla danych pochodzących z giełdy New York Stock Exchange (NYSE).

W Polsce badania w tym zakresie nie są jeszcze rozpowszechnione, stąd celem niniejszej pracy jest wykorzystanie wybranych modeli ACD do analizy czasu trwania transakcji zawieranych dla akcji PEKAO na Giełdzie Papierów Wartościowych (GPW) w Warszawie w okresie od 3 lipca do 29 grudnia 2006. W odróżnieniu od metodologii stosowanej w pracach Bień (2004, 2006), w celu eliminacji efektu deterministycznego, wynikającego z dziennej sezonowości transakcji, wykorzystano metodę estymatora jądrowego z funkcją jądra Epanechnikova oraz metodę wygładzania wielomianem trzeciego rzędu.

Charakterystyka modeli ACD

Niech $x_i = t_i - t_{i-1}$ oznacza czas trwania pomiędzy zdarzeniami procesu transakcyjnego (np. zawarcie transakcji), mającymi miejsce w chwilach t_i oraz t_{i-1}. Zbiór informacji do chwili t_{i-1} włącznie oznaczamy jako F_{i-1}.

W modelu ACD czas trwania pomiędzy zdarzeniami wyraża się jako iloczyn jego warunkowej wartości oczekiwanej Ψ_i oraz dodatniego składnika losowego ε_i:

$$x_i = \Psi_i \varepsilon_i, \tag{1}$$

gdzie ε_i ~iid, $E(\varepsilon_i) = 1$, $Var(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2$.

Warunkową wartość oczekiwaną czasu trwania parametryzuje się ze względu na opóźnione wartości x_i:

$$\Psi_i = E(x_i \mid F_{i-1}) = \Psi(x_i \mid x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_1; \theta). \tag{2}$$

Specyfikacja równania dla warunkowej wartości oczekiwanej czasu trwania przedstawiona przez Engle'a i Russella (1998) jest następująca:

$$\Psi_i = \omega + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j x_{i-j} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \Psi_{i-j}, \tag{3}$$

gdzie $\omega > 0, \forall\ j = 1,2,...,\max(p,q), \alpha_j \geq 0, \beta_j \geq 0$ oraz $\sum_{j=1}^{p} \alpha_j + \sum_{j=1}^{q} \beta_j < 1$.

Określony równaniami (1) i (3) model jest modelem ACD(p,q). Warunki nałożone na parametry modelu zapewniają nieujemność warunkowych czasów trwania oraz stacjonarność procesu.

Ze względu na podobną konstrukcję, model ACD dla czasów trwania, może być traktowany jak odpowiednik modelu GARCH dla zmienności. Przesłanki dla budowy obu modeli wynikają z potrzeby opisu zjawiska skupiania się napływu informacji i zdarzeń na rynkach finansowych. W modelu ACD odzwierciedlenie znajduje sklejanie się czasów między transakcjami, tzn. za krótkimi (długimi) odstępami czasu, podążają również krótkie (długie) odstępy, w podobny sposób, jak to ma miejsce w wypadku grupowania się wariancji w modelu GARCH. Engle i Russell (1998) wnioskują, że oceny parametrów wykładniczego modelu EACD(1,1) można uzyskać wykorzystując oprogramowanie stosowane do estymacji modeli GARCH, przyjmując za zmienną zależną w równaniu na wariancję warunkową $\sqrt{x_i}$ oraz za stałą, w równaniu średniej, zero.

Proces zawierania transakcji na rynku finansowym może być opisany za pomocą pojęć z dziedziny analizy przeżycia. Niech X będzie nieujemną ciągłą zmienną losową stanowiącą czas trwania pomiędzy zdarzeniami procesu transakcyjnego. Funkcję rozkładu dla zmiennej X definiujemy następująco: $F(t) = \Pr[X \leqslant t]$, natomiast $f(t) = dF(t)/dt$ stanowi funkcję gęstości. Z funkcją rozkładu koresponduje funkcja przeżycia $\overline{F}(t)$, która wyraża prawdopodobieństwo przeżycia chwili czasu t: $\overline{F}(t) = \Pr[X > t] = 1 - F(t)$.

Rozkład czasów trwania często przedstawia się również za pomocą funkcji hazardu $h(t)$. Funkcja hazardu $h(t) = f(t)/\overline{F}(t)$ szacuje bezpośrednie ryzyko tego, że wydarzenie nastąpi w przedziale czasowym pomiędzy t i $t+dt$, pod warunkiem, że do danego momentu t zajście jego nie nastąpiło. Funkcję tę uważa się za wskaźnik intensywności, z jaką następują zdarzenia.

Warunkowa funkcja gęstości czasu oczekiwania dla modelu ACD ma ogólną postać:

$$f(x_i \mid F_{i-1}) = f(x_i \mid \Psi_i;\theta) = \frac{1}{\Psi_i} f_\varepsilon\left(\frac{x_i}{\Psi_i}\right), \tag{4}$$

gdzie $f_\varepsilon(.)$ oznacza funkcję gęstości zmiennej ε_i.

Modele ACD szacowane są za pomocą metody największej wiarygodności przy założonym rozkładzie składnika losowego. Mając na uwadze równanie (4), funkcję wiarygodności można przedstawić jako:

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{n}\left[\ln f_\varepsilon\left(\frac{x_i}{\Psi_i}\right) - \ln(\Psi_i)\right]. \tag{5}$$

Z uwagi na to, że dziedzinę funkcji gęstości $f_\varepsilon(.)$ stanowić mogą tylko dodatnie liczby rzeczywiste, nie jest możliwe wykorzystanie w modelach ACD rozkładów symetrycznych, powszechnie stosowanych w modelowaniu GARCH. Przyjęty specjalny rozkład składnika losowego determinuje typ modelu ACD. Przykładowo zakładając, że zmienna losowa ε_i ma rozkład wykładniczy, otrzymujemy tzw. wykładniczy model ACD (*exponential* ACD – EACD). W takim wypadku funkcja gęstości dla ε_i ma postać:

$$f_\varepsilon(\varepsilon_i) = \exp(-\varepsilon_i), \tag{6}$$

natomiast warunkowa funkcja gęstości dla czasu trwania oraz warunkowa funkcja hazardu dane są wzorami:

$$f(x_i \mid \Psi_i;\theta) = \frac{1}{\Psi_i}\exp\left(-\frac{x_i}{\Psi_i}\right),\ h(x_i \mid \Psi_i;\theta) = \frac{1}{\Psi_i}. \tag{7}$$

Maksymalizowany logarytm funkcji wiarygodności modelu EACD wyraża się wzorem:

$$\ln L(\theta) = -\sum_{i=1}^{n}\left[\ln \Psi_i + \frac{x_i}{\Psi_i}\right]. \tag{8}$$

Pomimo dobrych własności estymatorów parametrów modelu EACD, stosowanie rozkładu wykładniczego jest zbyt restrykcyjne. Założenie stałego hazardu często nie znajduje potwierdzenia w praktyce, ponieważ hazard dla czasów trwania pomiędzy transakcjami jest w miarę upływu czasu albo malejący, albo niemonotoniczny.

Malejący przebieg warunkowej funkcji hazardu może być odzwierciedlony w ramach modelu WACD, wykorzystującego do opisu rozkładu zmiennej ε_i rozkład Weibulla. Funkcja gęstości dla tej zmiennej ma w tym wypadku postać:

$$f_\varepsilon(\varepsilon_i) = p\varepsilon_i^{p-1}\exp(-\varepsilon_i^p), \quad p > 0. \tag{9}$$

Przy wyznaczaniu funkcji warunkowej gęstości konieczna jest reparametryzacja z wykorzystaniem funkcji gamma tak, aby $E(\varepsilon_i) = 1$. Wtedy:

$$f(x_i \mid \Psi_i;\theta) = p\left[\frac{\Gamma(1+1/p)}{\Psi_i}\right]^p x_i^{p-1}\exp\left\{-\left[\frac{\Gamma(1+1/p)}{\Psi_i}x_i\right]^p\right\}. \tag{10}$$

Z tego wynika postać logarytmicznej funkcji wiarygodności modelu WACD:

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{n}\left[\ln(\frac{p}{x_i}) + p\ln(\frac{\Gamma(1+1/p)}{\Psi_i}x_i) - (\frac{\Gamma(1+1/p)}{\Psi_i}x_i)^p\right]. \tag{11}$$

Z kolei warunkowa funkcja hazardu dana jest wzorem:

$$h(x_i \mid \Psi_i;\theta) = \left[p\frac{\Gamma(1+1/p)}{\Psi_i}\right]^p x_i^{p-1}. \tag{12}$$

Dla $0<p<1$ jej przebieg jest malejący, dla $p=1$ otrzymujemy rozkład wykładniczy ze stałym hazardem, a dla $p>1$ hazard jest rosnący.

W literaturze spotykane są także inne specyfikacje modeli ACD dokonywane w oparciu o uogólniony rozkład gamma (modele GACD), rozkład log-logistyczny lub rozkład Burra.

Wyniki badań empirycznych

Oszacowań wybranych modeli ACD dokonano na podstawie szeregu czasowego dotyczącego momentów, w których realizowano transakcje na akcjach spółki PEKAO na GPW w Warszawie. Zakres czasowy analiz dotyczy sześciu miesięcy: od 3 lipca do 29 grudnia 2006. W badaniu uwzględniono transakcje zawarte w systemie notowań ciągłych od godz. 9:30 do 16:10. Na podstawie uzyskanych z GPW danych obliczono mierzone w sekundach czasy trwania pomiędzy transakcjami x_i. Podstawowe statystyki dla tego szeregu przedstawia tabela 1. Wysokie wartości statystyk testu Boxa-Pierce'a świadczą o silnej autokorelacji czasów trwania pomiędzy transakcjami.

Wysoka autokorelacja w szeregu x_i wynika częściowo ze zjawiska wewnątrzdziennej sezonowości procesu transakcyjnego. Postępując podobnie jak Engle i Russell (1998), Bauwens i Giot (1998) czy Veredas i in. (2001), oczyściliśmy czasy trwania z deterministycznego efektu sezonowego zgodnie z formułą:

$$\tilde{x}_i = \frac{x_i}{S(t_i)}, \tag{13}$$

gdzie $\widetilde{x}_i$ oznacza oczyszczony szereg, natomiast $S(t_i)$ jest składnikiem wewnątrzdziennej sezonowości. Czynnik sezonowy jest wyznaczany za pomocą: metody nieparametrycznej regresji czasów trwania względem czasu (*kernel smooth*) oraz wygładzania wielomianem trzeciego rzędu (*cubic spline*).

Tabela 1. Podstawowe statystyki dla szeregu czasów trwania przed i po wygładzeniu.

	Przed wygładzeniem	Po wygładzeniu	
	x_i	kernel smooth $\widetilde{x}_i$	cubic spline $\widetilde{x}_i$
liczba obserwacji	37119	37119	37119
średnia	81,237	0,99403	0,99647
odchylenie std.	136,02	1,6124	1,6155
wsp. skośności	3,9632	3,9815	3,9796
eksces	24,345	26,175	26,177
wartość min.	1	0,0071056	0,0071373
wartość max.	2379	30,283	30,702
Box-Pierce Q(5)	4364,10	3420,14	3428,64
Box-Pierce Q(10)	6136,01	4755,17	4776,18
Box-Pierce Q(20)	8542,2	6457,68	6477,65

Źródło: obliczenia własne.

Nieparametryczny estymator Nadarayi-Watsona dla x_i zadany jest wzorem:

$$S(t)=\left(\sum_{i=1}^{n}K\left(\frac{t-t_i}{h}\right)\right)^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n}K\left(\frac{t-t_i}{h}\right)x_i\right), \tag{14}$$

gdzie funkcja $K(.)$ – zwana jądrem – spełnia warunek $\int_{-\infty}^{\infty}K(x)dx=1$, a h jest tzw. szerokością okna. Jako funkcję $K(.)$ zastosowano jądro Epanechnikova:

$$K(u)=\begin{cases}0{,}75(1-u^2), & |u|\le 1\\ 0, & |u|>1\end{cases}. \tag{15}$$

Wyboru szerokości okna dokonano za pomocą minimalizacji GCV (*generalized cross validation)*:

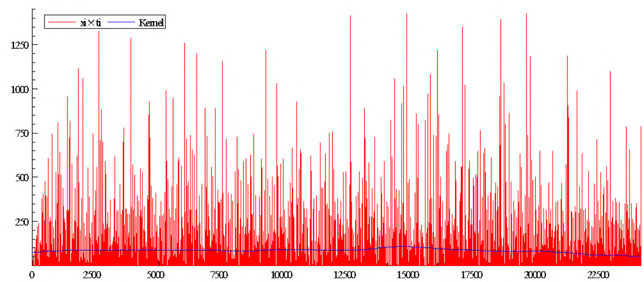
$$GCV(h)=n\left(\frac{RSS}{n-1{,}25k_e+0{,}5}\right),\quad \text{gdzie}\quad k_e=\frac{3}{4}\left[\frac{n-1}{12}\right]^{1/2}n^{-0{,}2} \tag{16}$$

W metodzie wygładzania wielomianem trzeciego rzędu (wielomian ten oznaczamy jako $g(t_i)$) ma miejsce minimalizacja sumy kwadratów odległości x_i od funkcji g, z uwzględnieniem kary:

$$\min\sum_{i=1}^{n}[x_i-g(t_i)]^2+h\int_a^b[g''(t)]^2dt. \tag{17}$$

Oba sposoby wygładzania szeregu x_i zastosowano najpierw dla wszystkich 37119 obserwacji. Na rys. 1 przedstawiono składnik wewnątrzdziennej sezonowości $S(t_i)$ uzyskany za pomocą estymatora jądrowego na tle rzeczywistych czasów trwania x_i. Natomiast rys. 2 sugeruje, że odwzorowania wewnątrzdziennej sezonowości, uzyskane obiema opisanymi metodami, niewiele się różnią.

Dla dalszych analiz zdecydowano się jednak wygładzać szereg x_i osobno dla każdego dnia tygodnia, aby uchwycić ewentualną sezonowość również w okresie tygodniowym. Na rys. 3 przedstawiono składniki sezonowe $S(t_i)$ uzyskane metodą estymatora jądrowego dla pięciu dni tygodnia. Każdego dnia najwyższa częstotliwość zawierania transakcji ma miejsce po otwarciu sesji oraz przed zakończeniem sesji, podczas gdy środek dnia cechuje niska aktywność rynku.



Rys. 1. Czasy trwania pomiędzy transakcjami i ich wewnątrzdzienna sezonowość uzyskana za pomocą estymatora jądrowego.
Źródło: opracowanie własne.

Statystyki umieszczone w tabeli 1 wskazują na dalsze występowanie autokorelacji w wygładzonym szeregu czasów trwania, aczkolwiek słabszej. Celem jej usunięcia szacowano następnie modele EACD i WACD.

Estymacji modeli ACD dokonano posługując się oprogramowaniem PcGive (moduł GARCH wykorzystano do oszacowania modeli EACD(1,1)) oraz MatLab (estymacja EACD(1,2), WACD(1,1) i WACD(1,2)).

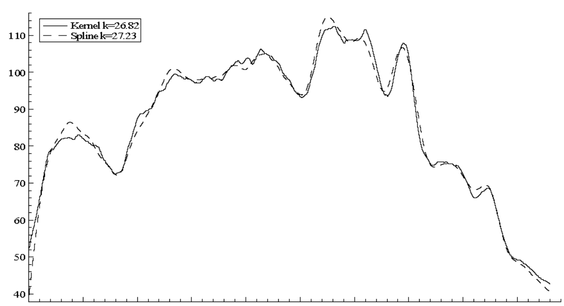
W tabeli 2 zamieszczono oszacowania modeli EACD(1,1). Parametry modeli okazały się statystycznie istotne i niewiele się różnią, pomimo zastosowanych odmiennych metod wygładzania wyjściowego szeregu.

Warunki nałożone na parametry równania (3) modelu ACD są spełnione. Niestety wysoka wartość statystyk testu Boxa-Pierce'a świadczy o dalszej autokorelacji w szeregu czasów trwania. Konieczna zatem jest próba oszacowania modeli ACD wyższych rzędów.

Tabela 2. Wyniki estymacji modeli EACD(1,1).

	EACD(1,1)					
	kernel smooth			cubic spline		
	Coeff.	Std.Err.	T	Coeff.	Std.Err.	t
ω	0,040675	0,0036	11,39	0,040841	0,0036	11,48
α_1	0,138278	0,0064	21,78	0,139193	0,0063	21,97
β_1	0,826363	0,0085	96,92	0,825475	0,0085	97,40
$\alpha_1+\beta_1$	0,96444			0,96447		
l. obserwacji	37119			37119		
lnL	-50678,397			-50715,772		
Box-Pierce dla reszt Q(5)	248,338			245,655		
Box-Pierce dla reszt Q(10)	332,993			328,868		
Box-Pierce dla reszt Q(20)	347,474			343,397		

Źródło: obliczenia własne.

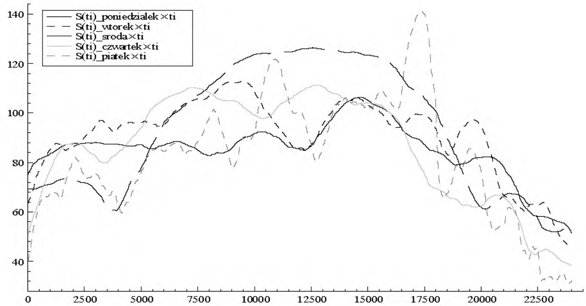


Rys. 2. Wewnątrzdzienna sezonowość dla czasów trwania uzyskana za pomocą estymatora jądrowego oraz wygładzania wielomianowego.
Źródło: opracowanie własne.

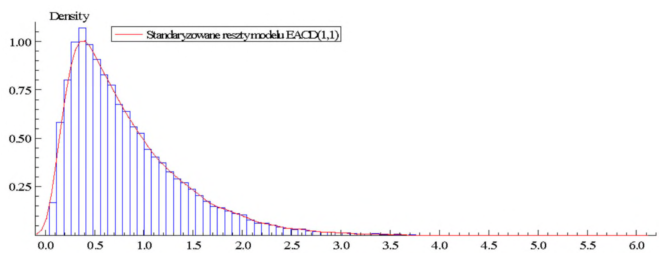
Rys. 4 funkcji gęstości dla standaryzowanych reszt modelowych potwierdza skośność rozkładu czasów trwania, wynikającą z obliczonych statystyk opisowych. Zasadne było zatem założenie innego rozkładu składnika losowego niż normalny.

Wyniki dalszych oszacowań modeli EACD(1,2) oraz WACD(1,1) i WACD(1,2) wskazują na lepszą jakość tych ostatnich ze względu na wyższą wartość logarytmu funkcji wiarygodności (tabela 3).

Wartość parametru p, $p<1$, w wypadku modeli z rozkładem Weibulla sugeruje malejący przebieg funkcji hazardu dla czasów trwania. Jest to sprzeczne z założeniem o wykładniczym rozkładzie czasów trwania, w wypadku którego hazard jest stały w czasie. Wydaje się więc, że szacowane modele EACD są gorszej jakości niż uzyskane modele WACD.



Rys. 3. Wewnątrzdzienna sezonowość czasów trwania pomiędzy transakcjami w pięciu dniach tygodnia.
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Funkcja gęstości dla standaryzowanych reszt modelu EACD(1,1).
Źródło: opracowanie własne.

Zakończenie

Celem niniejszej pracy było zastosowanie wybranych modeli ACD do analizy czasów trwania transakcji zawieranych dla akcji PEKAO na GPW w Warszawie. Do analizy czasów trwania procesu transakcyjnego można podejść w dwojaki sposób. Przedziały czasowe mogą oznaczać odstępy pomiędzy kolejnymi transakcjami dokonywanymi na akcjach danej spółki (tę koncepcję zastosowano w niniejszej pracy) lub też odstępy czasu, w których następuje zmiana ceny analizowanego waloru. W tym pierwszym przypadku dłuższe czasy trwania oznaczają brak lub małą aktywność transakcyjną, a co za tym idzie – brak nowych informacji. Drugie podejście powoduje znaczne zmniejszenie liczby obserwacji, ponieważ nie wszystkie transakcje skutkują zmianą ceny. Niemniej, modelowanie procesu czasów trwania, w odniesieniu do cen, znajduje zastosowanie np. w wycenie opcji i zarządzaniu ryzykiem w ciągu dnia transakcyjnego (zob. Prigent i in. 2001, Giot 2000).

Tabela 3. Wyniki estymacji modeli EACD oraz WACD.

Typ wygładzania	Parametr	EACD	WACD	
		EACD(1,2)	WACD(1,1)	WACD(1,2)
kernel smooth	ω	0,04756	0,05322	0,05766
	α_1	0,17138	0,16436	0,19336
	β_1	0,50602	0,78654	0,49347
	β_2	0,28178		0,26023
	p		0,75787	0,75866
	lnL	-43097,3479	-40202,5986	-40167,9481
cubic spline	ω	0,04760	0,05311	0,05764
	α_1	0,17226	0,16506	0,19336
	β_1	0,50616	0,78619	0,49347
	β_2	0,28094		0,26023
	p		0,75798	0,75866
	lnL	-43171,3597	-40280,4987	-40167,9481

Źródło: obliczenia własne.

Wyniki oszacowań modeli ACD, przedstawione w niniejszej pracy, potwierdzają przydatność tych narzędzi do analizy czasu trwania transakcji na GPW w Warszawie, przy czym w badanym okresie dla czasów trwania transakcji, dokonywanych na akcjach PEKAO, lepszym dopasowaniem charakteryzowały się modele WACD. Ponadto, mniejsza od jedności wartość parametru *p* w modelach z rozkładem Weibulla wskazuje na malejący przebieg funkcji hazardu dla analizowanych czasów trwania. Kolejnym krokiem w prowadzonych badaniach mogłoby być wprowadzenie do szacowanych modeli dodatkowych zmiennych objaśniających, odnoszących się np. do poziomów cen, wielkości wolumenów transakcyjnych lub stóp zwrotu. Jednak nie zawsze wprowadzanie dodatkowych zmiennych objaśniających lub kolejnych opóźnień poprawia jakość modelu, co potwierdzają wyniki prezentowane w pracy Bień (2006).

Literatura

1. Bauwens L., Giot P., Asymmetric ACD models: introducing price information in ACD models with two state transition model. CORE DP 9844, Université Catholique de Louvain, Louvain-La-Neuve 1998.

2. Bień K., Wykorzystanie modeli autoregresyjnego warunkowego czasu trwania do analizy intensywności transakcyjnej na GPW w Warszawie, [w:] Orłowski A. [red.], Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – IV. Wyd. SGGW, Warszawa 2004.
3. Bień K., *Model ACD - podstawowa specyfikacja i przykład zastosowania*. Przegląd statystyczny – Statistial Review, Tom 53, 3, Komitet Statystyki PAN, Dom Wydawniczy Elipsa, Warszawa 2006.
4. Engle R. F., Russel J. R., Autoregressive conditional duration: A new model for irregularity spaced transaction data. Econometrica, 1998, N° 66.
5. Fernandes M., Grammig J., *A family of autoregressive conditional duration models*. Journal of Econometrics, 2006, N° 130.
6. Giot P., Time transformations, intraday data and volatility models. Journal of Computational Finance, 2000, N° 4.
7. Prigent J. L., Renault O., Scaillet O., *An autoregressive conditional binomial option pricing model*. Selected Papers from the First World Congress of Bachelier Finance Society, Springer, Heidelberg 2001.
8. Tsay R. S., *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley&Sons Inc., New Jersey 2005.
9. Veredas D., Rodriguez-Poo J., Espasa A., *On the (intradaily) seasonality of a financial point process*. WP 01-33 Statistics and Econometrics Series, University Carlos III de Madrid, Madryt 2001.

STRESZCZENIE

Model ACD (*autoregressive conditional duration model*) to interesujące narzędzie stosowane w analizie danych transakcyjnych wysokiej częstotliwości. Po raz pierwszy zaproponowali go w 1998 roku Engle i Russel i od tamtej pory stał się popularny w modelowaniu szeregów czasowych dla czasów trwania. Pojawiły się również rozmaite modyfikacje modeli ACD. Jednakże liczne praktyczne zastosowania, prezentowane w literaturze, na ogół odnoszą się do danych pochodzących z NYSE. W Polsce badania w tym zakresie nie są jeszcze rozpowszechnione, stąd celem niniejszej pracy jest zastosowanie modeli ACD do analizy danych pochodzących z GPW w Warszawie. Szacujemy różne postacie modeli ACD w odniesieniu do czasów trwania transakcji dokonywanych na akcjach PEKAO od początku czerwca do końca grudnia 2006. Uzyskane wyniki potwierdzają przydatność tych modeli w badaniach rynku kapitałowego w Polsce.

APPLICATION OF THE AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL DURATION MODEL FOR ANALYSIS OF HIGH-FREQUENCY TRANSACTION DATA AT THE WARSAW STOCK EXCHANGE

SUMMARY

The autoregressive conditional duration model (ACD model) is an interesting tool for analysis of high-frequency transaction data. In 1998 it was proposed by Engle and Russel and since that time has become very popular in modeling time series of duration data. Following Engle and Russel numerous other models with features of ACD have been proposed. However, many empirical applications presented in the literature are based on data on price and trade durations coming from the NYSE. In Poland researches in this area are not common, yet. Thus, the aim of the paper is an application of ACD models in order to analyze data obtained from the Warsaw Stock Exchange. We estimate different ACD specifications using PEKAO trade durations at the Exchange from June through December 2006. The results obtained confirm usefulness of these models in studies on the capital market in Poland.

Translated by M. Krawiec

Dr Monika Krawiec
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
krawiec.monika@gmail.com

Dr Joanna Landmesser
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
jmlg@poczta.onet.pl