Krzysztof Piasecki, Edyta Tomasik

# O sposobie nieprecyzyjnego określenia rozkładu stopy zwrotu

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 9, 98-107

2008

STUDIA I PRACE WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 9

KRZYSZTOF PIASECKI
EDYTA TOMASIK

# O SPOSOBIE NIEPRECYZYJNEGO OKREŚLENIA ROZKŁADU STOPY ZWROTU

## Problem badawczy

Podstawowym problemem, przed jakim staje zarządzający ryzykiem inwestycji w instrumenty finansowe jest określenie rozkładu prawdopodobieństwa stóp zwrotu z tych instrumentów finansowych. Mandelbrot [6] zaproponował wykorzystywanie tutaj takich rozkładów, które mogłyby uchwycić leptokurtyczność i grube ogony stóp zwrotu. Badania przeprowadzone przez Famę [3] potwierdziły hipotezy Mandelbrota. Wskazuje to na potrzebę poszukiwania innych, nieskończenie podzielnych rozkładów prawdopodobieństwa posiadających grubsze ogony niż rozkład normalny, za których pomocą można by lepiej modelować empiryczne rozkłady stóp zwrotu danych finansowych. Na przykład badania empiryczne przeprowadzone przez Eberleina i Kellera [2] potwierdziły słuszność stosowania rozkładów hiperbolicznych do modelowania finansowego na rynku niemieckim. Potwierdzono również, iż zasadne jest wykorzystywanie rozkładów α-stabilnych w przypadku rynku amerykańskiego.

Badania tego rodzaju prowadzone są także w odniesieniu do empirycznych rozkładów stóp zwrotu z instrumentów finansowych na polskim rynku. W pracy Jajugi [4] zaprezentowano badanie zgodności rozkładów empirycznych stóp zwrotu instrumentów finansowych notowanych na GPW w Warszawie z rozkładem normalnym.. Stwierdzono tam, że dla wszystkich spółek i indeksów giełdowych dzienne stopy zwrotu nie są zgodne z rozkładem normalnym. W przypadku tygodniowych oraz miesięcznych stóp zwrotu, w części przypadków nie było jednak podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności analizowanych szeregów czasowych. Analizując logarytmiczne stopy zwrotu wybranych instrumentów finansowych notowanych na GPW w Warszawie Szczepaniak [12] pokazał, że rozkłady α-stabilny i hiperboliczny lepiej niż rozkłady gaussowskie aproksymują badane szeregi czasowe. Analogicznie jak u Jajugi, także w pracy Tarczyńskiego [13] hipoteza o normalności rozkładu stóp zwrotu została odrzucona. Podobne wyniki uzyskał Rokita [11] Wyniki przedstawione w pracy Witkowskiej i Kompy [14] jednoznacznie wskazują, że empiryczne rozkłady analizowanych szeregów czasowych stop zwrotu nie są zgodne z rozkładem normalnym.

Purczyński [10] wykazał, że modelowanie dziennych stóp zwrotu z indeksu WIG przy wykorzystaniu rozkładu GED lub rozkładu Laplace'a daje lepsze wyniki niż przy wykorzystaniu do tego celu rozkładu normalnego. Łażewski [5] wykazał, że dla wybranych spółek rozkłady α-stabilne dają lepsze dopasowanie do danych empirycznych aniżeli rozkłady normalne.

Już to krótkie omówienie tych badań wskazuje na to, że poszczególni badacze zgodnie odrzucają rozkład normalny, jako model empirycznego rozkładu stopy zwrotu z instrumentu finansowego. Z drugiej strony jednak wyniki ich statystycznych analiz wskazują na różne rozkłady prawdopodobieństwa mogące być teoretycznymi modelami rozkładów stop zwrotu. Pewnym usprawiedliwieniem może być tutaj fakt, że w każdej ze wspomnianych prac badano różniące się okresem obserwacji szeregi czasowe różnych stóp zwrotu z różnych instrumentów finansowych. To zróżnicowanie rodzi postulat zaplanowania kompleksowych badań rozkładów stóp zwrotu obserwowanych na WGPW. Rozległy obszar tych badań i przypuszczalnie nieuniknione zróżnicowanie wniosków nakłada tutaj obowiązek przygotowania modelu syntezy wniosków zebranych w trakcie analizy empirycznych rozkładów stop zwrotu. Budowie pewnej propozycji takiego modelu będzie poświecona ta praca.

Analizując szeregi czasowe obserwowane na rynkach finansowych wielokrotnie zauważamy, że ścisłe badania zjawisk ilościowych na rynkach finansowych nie poddają się zasadzie generalizacji historycznej[1]. Spełnienie zasady generalizacji historycznej jest konieczne w przypadku badań naukowych polegających na poszukiwaniu predykatorów. Z sytuacją taką mamy do czynienia w przypadku poszukiwań rozkładów stóp zwrotu. Stanowi to przesłankę do

[1] Zobacz na przykład [9]

takiego poszukiwania takiego sposobu formułowania wniosków z analizy empirycznych rozkładów stóp zwrotu takiego, ze zostanie zachowana zasada generalizacji historycznej. Jednym z takich sposobów może być nieprecyzyjne wyrażanie wniosków wynikających z analizy materiału empirycznego. Z tego powodu zostaną tutaj zaproponowane metody wypowiadania ostatecznych wniosków w kategoriach zbiorów rozmytych.

**Rozkłady dopuszczalne**

Określamy zbiór

$$\mathcal{M} = \{M_i : i = 1,2,\dots,n\} \tag{1}$$

wybranych rozkładów prawdopodobieństwa nad zbiorem liczb rzeczywistych. Do zbioru $\mathcal{M}$ zaliczamy wszystkie te rozkłady prawdopodobieństwa, które w literaturze przedmiotu są łączone z empirycznymi rozkładami stóp zwrotu z instrumentów finansowych.

Głównym przedmiotem naszego badania będzie pochodzący z przedziału czasu $[0,T]$ szereg czasowy kolejnych stóp zwrotu z wybranego instrumentu finansowego. Przedział $[0,T]$ dzielimy na $m$ równych podprzedziałów czasowych $T_j$ o identycznej długości. Zapiszmy

$$\mathcal{F} = \{T_j : j = 1,2,\dots,m;\ \bigcup_{j=1}^{m} T_j = [0,T]\} \tag{2}$$

Każdej parze $(M_i, T_j) \in \mathcal{M} \times \mathcal{F}$ przypisujemy hipotezę zerową:

$\mathcal{H}_0^{(i,j)}$: Stopy zwrotu z przedziału $T_j$ mają rozkład $M_i$,

której przeciwstawiamy hipotezę alternatywną:

$\mathcal{H}_1^{(i,j)}$: Stopy zwrotu z przedziału $T_j$ mają rozkład różny od $M_i$ .

Do weryfikacji wszystkich postawionych hipotez zerowych wykorzystujemy ten sam ustalony test statystyczny. Prowadząc weryfikację tych hipotez, dla każdego przedziału czasowego $T_j \in \mathcal{F}$ wyróżniamy podzbiór $\mathcal{M}_0^{(j)} \subset \mathcal{M}$ wszystkich takich rozkładów $M_i \in \mathcal{M}$ , dla których brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej $\mathcal{H}_0^{(i,j)}$. Można śmiało tutaj przypuszczać, że istnieją takie zbiory $\mathcal{M}_0^{(j)}$, które zawierają więcej, niż jeden rozkład. Przykłady takich zbiorów możemy znaleźć w [12].

Za pomocą symbolu $m_i$ oznaczmy częstość braku podstaw do odrzucenia hipotezy $\mathcal{H}_0^{(i,j)}$ w kolejnych przedziałach $T_j$ , co w formalny sposób możemy zapisać:

$$m_i = \frac{\overline{\overline{\{T_j : M_i \in \mathcal{M}_0^{(j)}\}}}}{m} \tag{3}$$

W ten sposób funkcja $\mu_0 : \mathcal{M} \to [0, 1]$ określona za pomocą tożsamości

$$\mu_0(M_i) = m_i \tag{4}$$

jest funkcją przynależności rozmytego podzbioru $\mathcal{M}_0 \in [0,1]^{\mathcal{M}}$ rozkładów dopuszczalnych.

Jakości informacji reprezentowanych przez podzbiór rozkładów dopuszczalnych $\mathcal{M}_0$ oceniać będziemy z punktu widzenia jej nieprecyzji. W obrazie nieprecyzji pojedynczej informacji wyróżnia się niewyrazistość informacji oraz niejednoznaczność informacji.

Niewyrazistość informacji interpretujemy, jako brak jednoznacznego rozróżnienia pomiędzy daną informacją i jej zaprzeczeniem. Oceniamy ją za pomocą miary entropowej [3] tutaj danej przez zależność

$$\mathcal{E}(\mathcal{M}_0) = 2 \cdot \sum_{i=1}^{n} min\{m_i , 1 - m_i\} \tag{5}$$

Pożądanym jest oczywiście korzystanie z informacji o możliwie niskiej entropii.

Niejednoznaczność informacji interpretujemy, jako brak jednoznacznego wyróżnienia pomiędzy wieloma wskazanymi alternatywami jednej rekomendowanej alternatywy. Oceniamy je za pomocą miary energetycznej [10] tutaj danej przez zależność

$$\mathrm{F}(\mathcal{M}_0) = \sum_{i=1}^{n} m_i \tag{6}$$

Pożądanym jest korzystanie z informacji o możliwie niskiej energii.

Zastosowanie tych kryteriów pozwoli na wybór zbioru rozkładów dopuszczalnych spośród takich zbiorów uzyskanych za pomocą różnych testów statystycznych.

## Studium przypadku

Głównym przedmiotem naszego badania będzie pochodzący z przedziału czasu od 17.11.1995 do 16.11.2007 szereg czasowy kolejnych dobowych logarytmicznych stóp zwrotu z notowań spółki BRE. Ten okres badań podzielono na następujące roczne podprzedziały obserwacji:

– $T_1$ okres od 17.11.1995 do 16.11.1996,

- $T_2$ okres od 17.11.1996 do 16.11.1997,
- $T_3$ okres od 17.11.1997 do 16.11.1998,
- $T_4$ okres od 17.11.1998 do 16.11.1999,
- $T_5$ okres od 17.11.1999 do 16.11.2000,
- $T_6$ okres od 17.11.2000 do 16.11.2001,
- $T_7$ okres od 17.11.2001 do 16.11.2002,
- $T_8$ okres od 17.11.2002 do 16.11.2003,
- $T_9$ okres od 17.11.2003 do 16.11.2004,
- $T_{10}$ okres od 17.11.1004 do 16.11.2005,
- $T_{11}$ okres od 17.11.2005 do 16.11.2006,
- $T_{12}$ okres od 17.11.2006 do 16.11.2007.

Punktem wyjścia do powyższego podziału przedziału czasowego Obserwacji jest data 17.11.2000. W dniu tym wprowadzono na WGPW systemu WARSET, co w znaczący sposób wpłynęło na zachowania inwestorów, a co zatem idzie także na rozkłady zmian stóp zwrotu.

Do zbioru $\mathcal{M}$ badanych rozkładów prawdopodobieństwa zaliczymy następujące rozkłady:

- $M_1$ rozkład normalny;
- $M_2$ rozkład $\alpha$ −stabilny;
- $M_3$ rozkład hiperboliczny;
- $M_4$ rozkład uogólniony hiperboliczny;
- $M_5$ rozkład NIG;
- $M_6$ rozkład VG;
- $M_7$ rozkład skośny t-Studenta;
- $M_8$ rozkład t-Studenta;
- $M_9$ rozkład GED.

Do weryfikacji każdej z hipotez zerowych $\mathcal{H}_0^{(i,j)}$, której przeciwstawiono hipotezę alternatywną $\mathcal{H}_1^{(i,j)}$ zastosowano kolejno testy $\chi^2$ i Kołmogorowa. Hipotezę zerową każdorazowo weryfikowano na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$. Uzyskane wyniki przedstawiono w Tabeli 1.

Porównując tutaj wyniki uzyskane przy pomocy testu $\chi^2$ i testu Kołmogorowa, widzimy tutaj takie przypadki, kiedy hipoteza zerowa została odrzucona jedynie przy pomocy jednego z tych testów. Są to takie różnice, których nie można uzasadnić różną mocą testu. Fakt ten sygnalizuje potrzebę dyskusji nad kryteriami doboru testu weryfikującego hipotezę zerową o rozkładzie stóp zwrotu.

Tabela 1. Wyniki testu hipotezy o rozkładzie stóp zwrotu.

| Okres obserwacji | Test $\chi^2$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Typ rozkładu | | | | | | | | |
| | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ | $M_5$ | $M_6$ | $M_7$ | $M_8$ | $M_9$ |
| $T_1$ | | ■ | ■ | | ■ | | ■ | ■ | ■ |
| $T_2$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ | | ■ |
| $T_3$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ | | ■ |
| $T_4$ | | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |
| $T_5$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |
| $T_6$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |
| $T_7$ | | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ | ■ | ■ |
| $T_8$ | | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ | ■ | ■ |
| $T_9$ | | ■ | ■ | | ■ | | ■ | ■ | ■ |
| $T_{10}$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |
| $T_{11}$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |
| $T_{12}$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 1(Cd.). Wyniki testu hipotezy o rozkładzie stóp zwrotu.

| | Test Kołmogorowa | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Typ rozkładu | | | | | | | | |
| Okres obserwacji | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ | $M_5$ | $M_6$ | $M_7$ | $M_8$ | $M_9$ |
| $T_1$ | | | | | | | | | |
| $T_2$ | ■ | | | ■ | ■ | | ■ | | |
| $T_3$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |
| $T_4$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |
| $T_5$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |
| $T_6$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |
| $T_7$ | | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ | | ■ |
| $T_8$ | | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ | ■ | ■ |
| $T_9$ | ■ | ■ | ■ | | ■ | | ■ | ■ | ■ |
| $T_{10}$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |
| $T_{11}$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |
| $T_{12}$ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | ■ |

■ Brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej

Źródło: opracowanie własne.

Uderzający jest tez fakt, że przy zastosowaniu testu Kołmogorowa zostały odrzucone wszystkie hipotezy zerowe dla okresu $\mathbf{T_1}$ od 17.11.1995 do 16.11.1996. Oznacza to brak możliwości wskazania rozkładu stopy zwrotu.

Wydaje się, ze z takim zjawiskiem możemy mieć do czynienia w przypadku młodych rynków wschodzących.

Korzystając z danych zebranych w Tabeli 1 oraz z zależności (3), (4), (5), (6) wyznaczamy dla każdego testu funkcję przynależności rozmytego podzbioru rozkładów dopuszczalnych oraz entropię i energię tego zbioru.

Tabela 2. Rozmyte zbiory rozkładów dopuszczalnych

| | Stopnie przynależności | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Test | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ | $M_5$ | $M_6$ | $M_7$ | $M_8$ | $M_9$ | Entropia | Energia |
| $\chi^2$ | 7 | 12 | 12 | 10 | 12 | 6 | 12 | 5 | 12 | 3,00 | 7,33 |
| Kołmogorowa | 9 | 10 | 10 | 10 | 11 | 7 | 11 | 3 | 10 | 3,50 | 6,75 |

Źródło: Opracowanie własne

Zatem można stwierdzić, że przy zastosowaniu testu $\chi^2$ uzyskaliśmy informację bardziej wyrazistą, niż w przypadku stosowania testu Kołmogorowa. Z drugiej strony za pomocą testu Kołmogorowa otrzymaliśmy informację bardziej jednoznaczną niż za pomocą testu $\chi^2$. Brak jednak tutaj jakichkolwiek przesłanek, aby moc to spostrzeżenie uogólnić.

Jesteśmy w studiowanym przypadku bardzo odlegli od jednoznacznego wskazani „dopuszczalnych" rozkładów stopy zwrotu. Zatem kategoryczna generalizacja historyczna nie jest możliwa.

**Podsumowanie**

Pomimo przedstawionych powyżej pesymistycznych wniosków, rozpatrywane studium przypadku prowadzi do pewnych konstruktywnych ustaleń. W każdym wierszu Tabeli 2 obserwujemy rozmyty podzbiór dopuszczalnych rozkładów stop zwrotu. Stwierdzony w studium przypadku brak wyrazistego rozgraniczenia pomiędzy rozkładami dopuszczalnymi a pozostałymi w pełni uzasadnia to podejście. Wskazuje to na możliwość wykorzystania metod rozmytej matematyki finansowej do zarządzania ryzykiem finansowym.

W szczególnym przypadku możemy tutaj rozważać problem estymacji parametru $\mathrm{Y} \in \mathbb{R}$ charakteryzującego dany instrument finansowy. Podstawą empiryczną do wyznaczenia wartości tego parametru jest wektor obserwacji $\bar{\mathrm{Y}} \in \mathbb{R}^n$. Jeśli dla rozkładu $M_i \in \mathcal{M}$ istnieje estymator parametru $\mathrm{Y} \in \mathbb{R}$, to zapisujemy go w postaci

$$\tilde{\mathrm{Y}}_i = f(\bar{\mathrm{Y}}|M_i) \qquad (7)$$

Ostateczne oszacowanie wartości estymatora parametru $\Upsilon \in \mathbb{R}$ przedstawiamy wtedy, jako podzbiór rozmyty $\tilde{\Upsilon} \in [0,1]^{\mathbb{R}}$ opisany za pomocą funkcji przynależności $\mu: \mathbb{R} \to [0, 1]$określonej przez tożsamość

$$\mu(\tilde{\Upsilon}_i) = m_i \tag{8}$$

gdzie wartości $m_i$ zostały wyznaczone przez (3).

Jeśli estymowanym parametrem jest oczekiwana stopa zwrotu, to wtedy zależność (7) jest empirycznie uzasadnionym rozkładem oczekiwań stopy zwrotu opisanym w [7,8]. Obrazem ryzyka nieprecyzji rozkładu oczekiwań są wtedy wartości miar entropowej i energetycznej zbioru dopuszczalnych rozkładów prawdopodobieństwa stop zwrotu. Wartości wspomnianych miar zostały określone odpowiednio przez (5) i (6). Zatem istnieją formalne podstawy zastosowania zaprezentowanych nieprecyzyjnych oszacowań stóp zwrotu w analizie rynku finansowego.

Proponując w studium przypadku podział na przedziały obserwacji $T_j \in \mathcal{F}$ pominięto problem identyfikacji stanów hossy, stagnacji i bessy. Zrobiono to z premedytacją, gdyż stosowanie narzędzi prognostycznych odrębnych dla poszczególnych rodzajów trendu jest zawsze obarczone błędem prognozy przyszłych tendencji na rynku finansowym. Ponadto w [9] pokazano, że wyodrębnienie rodzaju trendu może pogorszyć precyzję formułowanych wniosków. Fakt ten pokazuje, że dostępna prognoza trendu rynku wcale nie musi podnosić precyzji stawianych prognoz rynkowych.

W badaniu statystycznym zastosowano tutaj poziom istotności $\alpha = 0{,}05$. Ten poziom jest najwyższym ze stosowanych w praktyce ekonometrii. Zastosowanie niższego poziomu istotności powodowało jedynie nieuzasadniony wzrost niejednoznaczności informacji o rozkładzie stopy zwrotu. Należy jednak rozważyć i prześledzić skutki dalszego podniesienia wartości poziomu istotności, tym bardziej, że wtedy będzie malał błąd II rodzaju, to jest w tym przypadku błąd zaakceptowania niewłaściwego rozkładu stóp zwrotu.

## Literatura

1. Czogała E., Gottwald S., Pedrycz W., *On the concepts of measures of fuzziness and their application in decision making*, 8th Trenniol World Congress IFAC, Kyoto 1981.
2. Eberlein E., Keller U., *Hyperbolic distributions in finance*, Bernoulli 1, 1994.
3. Fama E., *The behavior of stock market prices*, Journal of Business, 38, 1965.

4. Jajuga K., Metody ekonometryczne i statystyczne w analizie rynku kapitałowego, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław 2000.
5. Łażewski M., Zastosowanie α-stabilnych rozkładów prawdopodobieństwa do analizy danych finansowych o wysokiej częstotliwości, rozprawa doktorska, Akademia Ekonomiczna, Poznań 2007.
6. Mandelbrot B., *The variation of certain speculative process*, w: Cootner P.H. (red.), The random character of stock market prices, MIT Press, Cambridge, MA 1964.
7. Piasecki K., *Trójwymiarowy obraz ryzyka*, w: Hozer J. (red.) Metody ilościowe w ekonomii, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego Nr 450, Szczecin 2007.
8. Piasecki K., *Obraz ryzyka w rozmytych przestrzeniach probabilistycznych*, w: Chrzan P. (red.) Matematyczne i ekonometryczne metody oceny ryzyka finansowego, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2007.
9. Piasecki K., *O sposobie poszukiwania dobrej metody inwestowania na giełdzie*, w Chrzan W. (red.) Innowacje w finansach i ubezpieczeniach. Metody matematyczne, ekonometryczne i informatyczne", (przyjęte do druku).
10. Purczyński J., *Estymacja parametrów rozkładu GED*, w: Tarczyński W. (red.), Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie, część I, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2002.
11. Rokita P., *Próba estymacji VaR na rynku polskim*, w: Tarczyński W. (red.), Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie, część I, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2000.
12. Szczepaniak W., *Zastosowanie rozkładów stabilnych i hiperbolicznych do aproksymacji rozkładów stóp zwrotu GPW w Warszawie*, Materiały konferencyjne XXXVII Konferencji Ekonometryków, Statystyków i Matematyków Polski Południowej, Ustroń 2001.
13. Tarczyński W., Mojsiewicz M., *Zarządzanie ryzykiem*, PWE, Warszawa 2001.
14. Witkowska D., Kompa K., *Analiza własności stóp zwrotu akcji wybranych spółek*, w: Tarczyński W. (red.), Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie, część I, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2007.

## STRESZCZENIE

Teoretyczny model rozkładu prawdopodobieństwa zgodny z empirycznym rozkładem obserwowanej zmiennej nazywamy rozkładem dopuszczalnym tej zmiennej. W tej pracy jest dyskutowany problem wyboru dopuszczalnego rozkładu stopy zwrotu. Jest tutaj pokazane, że taki wybór jest niewyrazisty i niejednoznaczny. To było przesłanką do określenia rozkładu dopuszczalnego, jako podzbioru rozmytego kolekcji rozpatrywanych rozkładów. Konieczność takiego ujęcia jest zilustrowana za pomocą studium empirycznego przypadku. Pokazano możliwość zastosowań otrzymanych wyników w analizie rynków finansowych. Na zakończenie autorzy zasugerowali dalszy kierunek statystycznych badań własności nieprecyzyjnie zdefiniowanego rozkładu dopuszczalnego.

## ABOUT THE WAY OF IMPRECISE DEFINITION OF RETURN RATE DISTRIBUTION

### SUMMARY

The theoretical model of the probability distribution consistent with the empirical distribution of the observed variable is called the acceptable distribution of this variable . There is a discussed problem of choice of the acceptable return rate distribution. Here it is shown that such choice is indistinct and ambiguous. It was a premise for determining the acceptable distribution as a fuzzy subset of considered distributions collection. The necessity of such a presentation is illustrated by means of the empirical case study. The possibility of application obtained results to financial markets analysis was shown. At the end authors suggested a further direction of the statistical research of imprecise defined acceptable distribution properties.

*Translated by K. Piasecki*

*Prof. zw. dr hab. Krzysztof Piasecki*
Academia Ekonomiczna w Poznaniu
k.piasecki@ae.poznan.pl

*Mgr Edyta Tomasik*
Academia Ekonomiczna w Poznaniu
edyta.tomasik@ae.poznan.pl