

Robert Kruszewski

Heterogeniczne oczekiwania a konkurencja doskonała : model matematyczny

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 35/2, 125-137

2014

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

Robert Kruszewski*

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

HETEROGENICZNE OCZEKIWANIA A KONKURENCJA DOSKONAŁA. MODEL MATEMATYCZNY

STRESZCZENIE

W artykule skonstruowano model konkurencji doskonałej z nieliniową funkcją popytu i nieliniową funkcją podaży, uwzględniający heterogeniczne oczekiwania uczestników rynku co do poziomu ceny. Opisano możliwe typy ścieżek czasowych. Zbadano także wpływ parametrów na dynamikę modelu.

Słowa kluczowe: konkurencja doskonała, równowaga, chaos deterministyczny, bifurkacja

Wprowadzenie

Układy dynamiczne, w których opisywane zmienne przyjmują wartości w dyskretnych chwilach czasu, zwane także modelami dyskretnymi, zawsze stanowiły jedno z głównych narzędzi służących analizie i zrozumieniu zjawisk otaczającej nas rzeczywistości ekonomicznej. Szczególnym zainteresowaniem cieszą się modele nieliniowe ze względu na różnorodność dynamiki, jaka może je charakteryzować. Jest to związane z pojawieniem się nowych metod badawczych nieliniowych układów dynamicznych, będących matematyczną reprezentacją teorii ekonomicznych.

* Adres e-mail: rkrusz@sgh.waw.pl

Narzędzia te to teoria bifurkacji i wprowadzone w połowie lat 70. XX wieku, przez Li oraz Yorke'a, pojęcie chaosu deterministycznego. Odkrycie zjawiska chaosu deterministycznego postawiło w innym świetle zagadnienie wyjaśniania zjawisk ekonomicznych i przygotowywania prognoz zmiennych ekonomicznych.

Zjawisko chaosu deterministycznego, które może pojawić się już w bardzo prostych modelach mikroekonomicznych, rzuca nowe światło na teorię funkcjonowania rynków. Z metodologicznego punktu widzenia bardzo ważny jest fakt, że oto istnieje nowy typ zachowania się szerokiej klasy nieliniowych deterministycznych układów dynamicznych, w których występuje ruch chaotyczny. Ruch ten manifestuje się wysoką komplikacją trajektorii i lokalizuje się na pewnych podzbiorach przestrzeni fazowej zwanych atraktorami. Badanie chaotycznej dynamiki modeli ekonomicznych, w tym modeli mikroekonomicznych, od połowy lat 80. XX wieku stanowi jeden z głównych nurtów badań ekonomii matematycznej.

W artykule zaproponowano nieliniowy model konkurencji doskonałej uwzględniający heterogeniczne oczekiwania co do poziomu ceny zarówno po stronie podażowej, jak i popytowej. Problemami konkurencji doskonałej zajmowali się Robins¹, Stigler² oraz Nicols³. Analizą oczekiwań konsumentów zajmował się Kysar⁴. Nieliniowe modele konkurencji doskonałej rozważali m.in. Arstein⁵, Jensen i Urban⁶, Hommes⁷, Brock i Hommes⁸, Kruszewski⁹. Do zbudowania i analizy nieliniowego modelu konkurencji doskonałej użyto narzędzi ekonomii matematycznej, w tym teorii nieliniowych układów dynamicznych z czasem dyskretnym i teorii bifurkacji.

¹ J. Robins, *What is Perfect Competition?*, „The Quarterly Journal of Economics” 1934, t. 49.

² G.J. Stigler, *Perfect Competition, Historically Contemplated*, „Journal of Political Economy” 1957, t. 65.

³ A. Nicols, *The Rehabilitation of Pure Competition*, „The Quarterly Journal of Economics” 1947, t. 63.

⁴ D.A. Kysar, *The Expectations of Consumers*, „Columbia Law Review” 2003, t. 103, nr 7.

⁵ Z. Arstein, *Irregular cobweb dynamics*, „Economic Letters” 1983, t. 11.

⁶ R.V. Jensen., R. Urban, *Chaotic price behaviour in a nonlinear cobweb model*, „Economic Letters” 1984, t. 15.

⁷ C.H. Hommes, *Adaptive learning and roads to chaos*, „Economic Letters” 1991, t. 36.

⁸ W.A. Brock, C.H. Hommes, *A Rational Route to Randomness*, „Econometrica” 1997, t. 65, nr 5.

⁹ R. Kruszewski, *Dynamika nieliniowego modelu konkurencji doskonałej z heterogenicznymi oczekiwaniami po stronie podażowej*, „Przegląd Zachodniopomorski” 2013, t. 1, nr 3.

1. Model liniowy

Liniowy model opisujący dynamikę ceny na rynku doskonale konkurencyjnym jest jednym z najprostszych modeli mikroekonomicznych. Model ten opisuje ewolucję w czasie ceny na pojedynczym rynku. Będzie stanowić odniesienie do modelu nieliniowego, który zostanie przedstawiony w dalszej części artykułu. Ze względu na specyfikę modelu nieliniowego, a dokładniej sposobu modelowania oczekiwań cenowych, w modelu liniowym założono, że strona popytowa i podażowa charakteryzują się naiwnymi oczekiwaniami.

Niech p_t – oznacza cenę dobra w chwili t , Q_t^d – oznacza wielkość popytu w chwili t , a Q_t^s – wielkość podaży dobra w chwili t . Standardowe założenie o równoważeniu się popytu i podaży w każdej chwili czasu t zostanie zastąpione mechanizmem rynkowym, który kształtuje cenę, uwzględniając relatywną moc oddziaływania sił popytu i podaży na rynku. Założono, że zmiana ceny w czasie Δp_t jest wprost proporcjonalna do nadwyżkowego popytu występującego w chwili t . Przyjmując liniowe funkcje popytu i podaży, funkcjonowanie takiego rynku jednego dobra można opisać równaniami:

$$Q_t^d = \alpha - \beta p_{t-1}, \quad \alpha, \beta > 0 \quad (1)$$

$$Q_t^s = -\gamma + \delta p_{t-1}, \quad \gamma, \delta > 0 \quad (2)$$

$$\Delta p_t = p_t - p_{t-1} = \tau(Q_t^d - Q_t^s), \quad \tau > 0 \quad (3)$$

Matematycznym modelem opisującym dynamikę rynku doskonale konkurencyjnego opisanego równaniami (1)-(3) jest równanie różnicowe liniowe pierwszego rzędu:

$$p_t = (1 - \tau(\beta + \delta))p_{t-1} + \tau(\alpha + \gamma), \quad \alpha, \beta, \gamma, \delta, \tau > 0. \quad (4)$$

Powyższe równanie różnicowe ma jedną równowagę stacjonarną, która jest punktem stałym równania (4) i spełnia warunek $p_t = p_{t-1} = p_e$, gdzie $p_e = (\alpha + \gamma) / (\beta + \delta)$ jest ceną, przy której popyt jest równy podaży ($\Delta p_t = 0 \Leftrightarrow Q_t^d - Q_t^s = 0$).

Istotną kwestią jest określenie warunków, jakie muszą być spełnione, by cena równowagi była stabilna. W przypadku równania liniowego wystarczy wyznaczyć te wartości parametrów badanego modelu, dla których rozwiązanie ogólne równania jednorodnego związanego z równaniem (4) zbiegało w długim okresie do zera lub równoważnie, by wartość bezwzględna pochodnej prawej strony równania (4)

policzona ze względu na p_{t-1} była mniejsza od jedności. Warunek ten jest spełniony gdy:

$$0 < \tau(\beta + \delta) < 2. \quad (5)$$

Możliwe typy ścieżek czasowych w przedstawionym modelu liniowym, w którym funkcje popytu i podaży są liniowe, to zbieżność do równowagi (monotoniczna lub z gasnącymi oscylacjami), cykliczne wahania (o okresie dwa) wokół równowagi i oscylacje o rosnącej amplitudzie. W odpowiedzi na powyższe ograniczenia modelu liniowego (uboga dynamika, trywialne atraktory) nieliniowa wersja modelu konkurencji doskonałej będzie przedstawiona w dalszej części artykułu. Zmianie ulegnie sposób modelowania zarówno popytowej, jak i podażowej strony rynku. W miejsce liniowej zależności od ceny z poprzedniego okresu będzie zastosowana zależność nieliniowa uwzględniająca oczekiwania cenowe producentów i konsumentów, których mechanizm kształtowania będzie przedstawiony w następnym punkcie.

2. Oczekiwania

Uczestnicy rynku są częściowo racjonalni, tzn. ze względu na niewystarczającą informację i możliwości analityczne nie są w stanie podejmować optymalnych decyzji. W zastępstwie stosują proste heurystyki, które sprawdziły się w przeszłości. Założono, że oczekiwania po stronie podażowej i popytowej są średnią ważoną dwóch typów oczekiwań. Pierwszy typ to oczekiwanie kontynuacji obecnego trendu, a drugi to oczekiwanie odwrócenia się obecnego trendu. Zagregowane oczekiwania poziomu cen w okresie t powstają na koniec okresu poprzedniego, tj. okresu $t-1$, i są średnią ważoną oczekiwań kontynuacji trendu ($E_{t-1}^1[p_t]$) i oczekiwań odwrócenia trendu ($E_{t-1}^2[p_t]$). Oczekiwania powstają w odniesieniu do długookresowej równowagi w modelu liniowym $p_e = (\alpha + \gamma)/(\beta + \delta)$, która jest punktem stałym równania (4). Oczekiwania pierwszego typu wyrażają się równością:

$$E_{t-1}^1[p_t] = p_{t-1} + \mu_1(p_{t-1} - p_e), \quad \mu_1 > 0. \quad (6)$$

Oczekiwania drugiego typu są opisane następującą regułą:

$$E_{t-1}^2[p_t] = p_{t-1} + \mu_2(p_e - p_{t-1}), \quad 0 < \mu_2 < 1. \quad (7)$$

Założono, że większe odchylenia ceny od poziomu p_e powodują zmniejszenie wagi związanej z oczekiwaniem kontynuacji trendu. Konsumenci i producenci odbierają sytuacje skrajne (duże odchylenia od równowagi p_e) jako niestabilne. Formalnie reguła opisująca zmienność wagi dla oczekiwań kontynuacji trendu przyjmuje postać:

$$w_t = \frac{p_e^2}{p_e^2 + \omega^2 (p_{t-1} - p_e)^2}, \quad \omega > 0. \quad (8)$$

Ostatecznie równanie opisujące zagregowane oczekiwania co do ceny przyjmuje postać:

$$E_{t-1}[p_t] = w_t E_{t-1}^1[p_t] + (1 - w_t) E_{t-1}^2[p_t], \quad 0 < w_t \leq 1. \quad (9)$$

3. Model nieliniowy

Zaproponowany model konkurencji doskonałej uwzględnia dwa nowe założenia po stronie podażowej i jedno po stronie popytowej. Popyt i podaż są uzależnione od oczekiwanego poziomu cen $E_{t-1}[p_t]$ w okresie bieżącym, w odróżnieniu od oczekiwań naiwnych założonych w modelu liniowym. Drugim założeniem poczynionym po stronie podażowej w proponowanym modelu jest wprowadzenie górnego ograniczenia na wielkość podaży, które jest związane z maksymalnym poziomem produkcji, jaki może być zrealizowany przez przedsiębiorców. Możliwości produkcyjne w krótkim okresie mogą okazać się niewystarczające do zaspokojenia zgłoszonego popytu. Standardowe założenie o równoważeniu się popytu i podaży w każdej chwili czasu t zostanie zastąpione mechanizmem rynkowym, który kształtuje cenę, uwzględniając relatywną moc oddziaływania sił popytu i podaży na rynku. Zmiana ceny w czasie Δp_t będzie wprost proporcjonalna do nadwyżkowego popytu występującego w chwili t . Równania opisujące funkcjonowanie rynku doskonale konkurencyjnego uwzględniające przyjęte założenia przyjmują następującą postać:

$$Q_t^d = \alpha - \beta E_{t-1}[p_t], \quad \alpha, \beta > 0, \quad (10)$$

$$Q_t^s = \min \{-\gamma + \delta E_{t-1}[p_t], \lambda\}, \quad \gamma, \delta, \lambda > 0, \quad (11)$$

$$\Delta p_t = p_t - p_{t-1} = \tau (Q_t^d - Q_t^s), \quad \tau > 0. \quad (12)$$

Matematycznym modelem opisującym dynamikę zmian ceny na rynku funkcjonującym według zasad opisanych równaniami (10)-(12) jest nieliniowe równanie różnicowe pierwszego rzędu:

$$p_t = p_{t-1} + \tau [\alpha - \beta E_{t-1}[p_t] - \min\{-\gamma + \delta E_{t-1}[p_t], \lambda\}], \quad \alpha, \beta, \gamma, \delta, \tau, \mu_1 > 0, 0 < \mu_2 < 1. \quad (13)$$

Powyższe równanie jest nieliniowe i dodatkowo nie istnieje jego analityczne rozwiązanie opisujące zachowanie się ceny p_t w każdej chwili czasu t . Do analizy równania (13) zostaną użyte narzędzia jakościowej teorii nieliniowych równań różnicowych. Niech $F: R_+ \rightarrow R_+$ oznacza prawą stronę równania (13):

$$F(p_{t-1}) = p_{t-1} + \tau [\alpha - \beta E_{t-1}[p_t] - \min\{-\gamma + \delta E_{t-1}[p_t], \lambda\}]. \quad (14)$$

Odwzorowanie F zadane jest przez dwie funkcje $F_i (i=1,2)$, które są określone na podzbiorach R_i przestrzeni fazowej:

$$F_1(p_t) = p_{t-1} + \tau [\alpha + \gamma - (\beta + \delta)E_{t-1}[p_t]]$$

$$R_1 = \left\{ p_{t-1} : E_{t-1}[p_t] \leq \frac{\lambda + \gamma}{\delta} \right\}$$

$$F_2(p_t) = p_{t-1} + \tau [\alpha - \lambda - \beta E_{t-1}[p_t]]$$

$$R_2 = \left\{ p_{t-1} : E_{t-1}[p_t] > \frac{\lambda + \gamma}{\delta} \right\}$$

Pierwszym elementem jakościowej analizy równania (13) jest wyznaczenie położenia równowagi (rozwiązania stacjonarnego). Równowaga równania (13) jest punktem stałym funkcji F . By wyznaczyć wszystkie położenia równowagi modelu (13), należy wyznaczyć punkty stałe funkcji F_i . Punkty stałe spełniają równanie:

$$p_t = p_{t-1} = p = const \quad (15)$$

Dla funkcji F_1 równanie (15) jest równoważne równaniu:

$E_{t-1}[p] = (\alpha + \gamma) / (\beta + \delta)$, które przy założeniu, że $\frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \leq \frac{\lambda + \gamma}{\delta}$ prowadzi do równania: $(p_e - p)[1 - \mu_2 + w^*(\mu_1 + \mu_2)] = 0$, gdzie $w^* = p_e^2 / (p_e^2 + \omega^2(p - p_e)^2)$, mającego dokładnie jedno rozwiązanie $p^* = p_e$, gdyż równanie $w^*(\mu_1 + \mu_2) = \mu_2 - 1$ jest sprzeczne (lewa strona jest dodatnia, a prawa ujemna).

Dla funkcji F_2 równanie (15) jest równoważne równaniu:

$E_{t-1}[p] = (\alpha - \lambda) / \beta$, które przy założeniu, że $\frac{\alpha - \lambda}{\beta} > \frac{\lambda + \gamma}{\delta}$ prowadzi do równania: $w^*(\mu_1 + \mu_2) = \mu_2 + \frac{1}{p_e - p} \left(p - \frac{\alpha - \lambda}{\beta} \right)$, mającego jeden pierwiastek p^* taki, że $p^* > p^e$.

Wniosek. Równanie różnicowe (13) ma jedną równowagę stacjonarną $p^* = (\alpha + \gamma) / (\beta + \delta)$, gdy $\frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \leq \frac{\lambda + \gamma}{\delta}$, oraz jedną równowagę $p^* > \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}$, gdy $\frac{\alpha - \lambda}{\beta} > \frac{\lambda + \gamma}{\delta}$.

Kolejnym etapem analizy jakościowej badanego modelu jest ustalenie warunków, jakie muszą spełniać zmienne egzogeniczne, by stany stacjonarne były lokalnie asymptotycznie stabilne. Stabilność stanu stacjonarnego równania (13) zależy od wartości pochodnej funkcji F , która wyraża się wzorem:

$$\frac{dF(p_{t-1})}{dp_{t-1}} = \begin{cases} 1 - \tau(\beta + \delta) \frac{dE_{t-1}[p_t]}{dp_{t-1}} & \text{dla } E_{t-1}[p_t] < \frac{\lambda + \gamma}{\delta} \\ 1 - \tau\beta \frac{dE_{t-1}[p_t]}{dp_{t-1}} & \text{dla } E_{t-1}[p_t] > \frac{\lambda + \gamma}{\delta} \end{cases}, \quad (16)$$

gdzie
$$\frac{dE_{t-1}[p_t]}{dp_{t-1}} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{1 + \left(\omega \frac{p_{t-1} - p_e}{p_e} \right)^2} \left[1 - \frac{1 + 2\omega \left(\frac{p_{t-1} - p_e}{p_e} \right)^2}{1 + \left(\omega \frac{p_{t-1} - p_e}{p_e} \right)^2} \right] + 1 - \mu_2.$$

Równowaga równania (13) jest lokalnie asymptotycznie stabilna, gdy wartość pochodnej zadanej równaniem (16) obliczona w tejże równowadze jest, co do modułu, mniejsza od jedności. W równowadze $p^* = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} = p_e$ waga $w_t = 1$ i wówczas

$$\frac{dF(p_{t-1})}{dp_{t-1}} = 1 - \tau(\beta + \delta)(1 + \mu_1).$$

Wniosek. Równowaga $p^* = (\alpha + \gamma) / (\beta + \delta) = p_e$ równania (13) jest lokalnie asymptotycznie stabilna, gdy $\tau(\beta + \delta)(1 + \mu_1) < 2$.

4. Dynamika globalna i bifurkacje

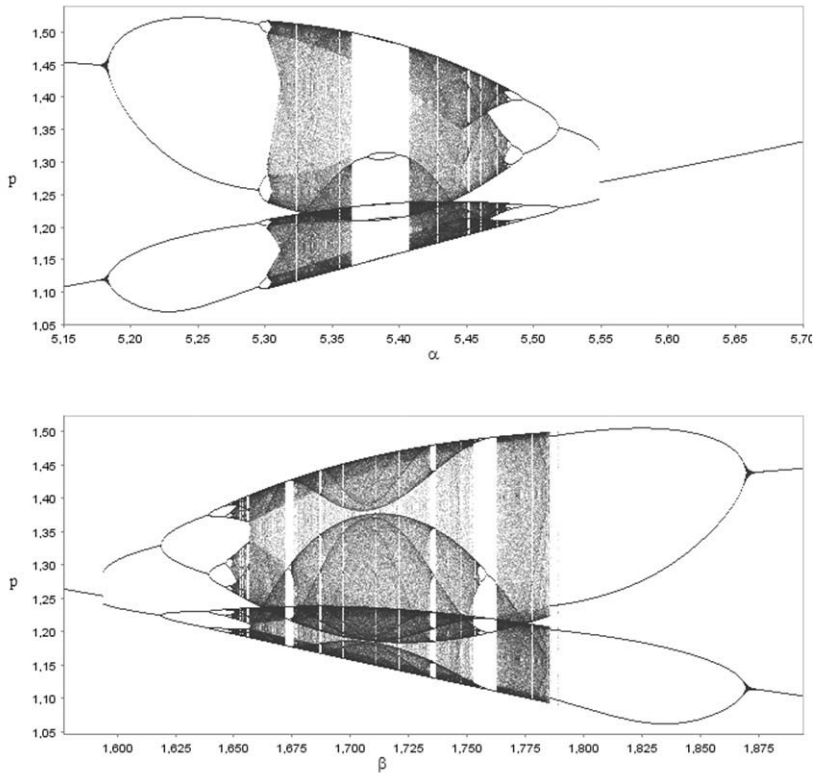
Jedną z fundamentalnych cech nieliniowych równań różnicowych jest duża różnorodność możliwych scenariuszy opisujących dynamiczne własności rozwiązań. Rozwiązania mogą zbiegać do równowagi stacjonarnej, rozwiązania okresowe lub zachowywać się chaotycznie. Rozwiązania chaotyczne są wrażliwe na małe zmiany warunku początkowego. Własność ta istotnie ogranicza zakres prognozy badanej zmiennej ekonomicznej i uwypukla istotność badania dynamiki nieliniowych modeli ekonomicznych pod kątem występowania zjawiska chaosu deterministycznego. W dalszej części artykułu zostaną omówione wybrane elementy dynamiki globalnej badanego modelu. Symulacje numeryczne długookresowego zachowania hipotetycznego rynku będą przedstawione na odpowiednich diagramach bifurkacyjnych, przedstawiających istniejące atraktory, jako multifunkcje wybranego parametru modelu, dla danego warunku początkowego (początkowej ceny).

Przekraczanie obszaru lokalnej asymptotycznej stabilności równowagi p^* wiąże się z występowaniem zjawiska bifurkacji lokalnych. Dla jednoparametrowej rodziny dyskretnych, jednowymiarowych układów dynamicznych stabilne położenie równowagi traci stabilność w wyniku bifurkacji podwajania okresu, gdy przy zmianie parametru bifurkacyjnego jedyna rzeczywista wartość własna macierzy linearyzacji $\left[\frac{dF(p^*)}{dp_{t-1}} \right]$, zmniejszając swoją wielkość, przekracza -1. Skutkiem tej bifurkacji jest powstanie orbity okresowej o okresie 2. W wyniku następujących po sobie bifurkacji podwajania okresu (kaskada podwajania okresu) mogą powstawać orbity o okresie 4, 8, 16, ..., a także może wystąpić zjawisko chaosu deterministycznego.

W badanym modelu utrata stabilności następuje w wyniku bifurkacji podwajania okresu, gdyż dla $\tau(\beta + \delta)(1 + \mu_1) = 2$ wartość pochodnej $dF(p^*)/dp_{t-1}$ w położeniu równowagi jest równa minus jeden, co stanowi warunek konieczny zaistnienia tego typu bifurkacji.

Na rysunku 1 przedstawiono diagramy bifurkacyjne analizowanego modelu ze względu na parametry charakteryzujące stronę popytową. Długookresowe zachowanie się ceny w zależności od parametru α , który zarówno w rozważanym, jak i li-

Rysunek 1. Diagramy bifurkacyjne dla parametrów α i β

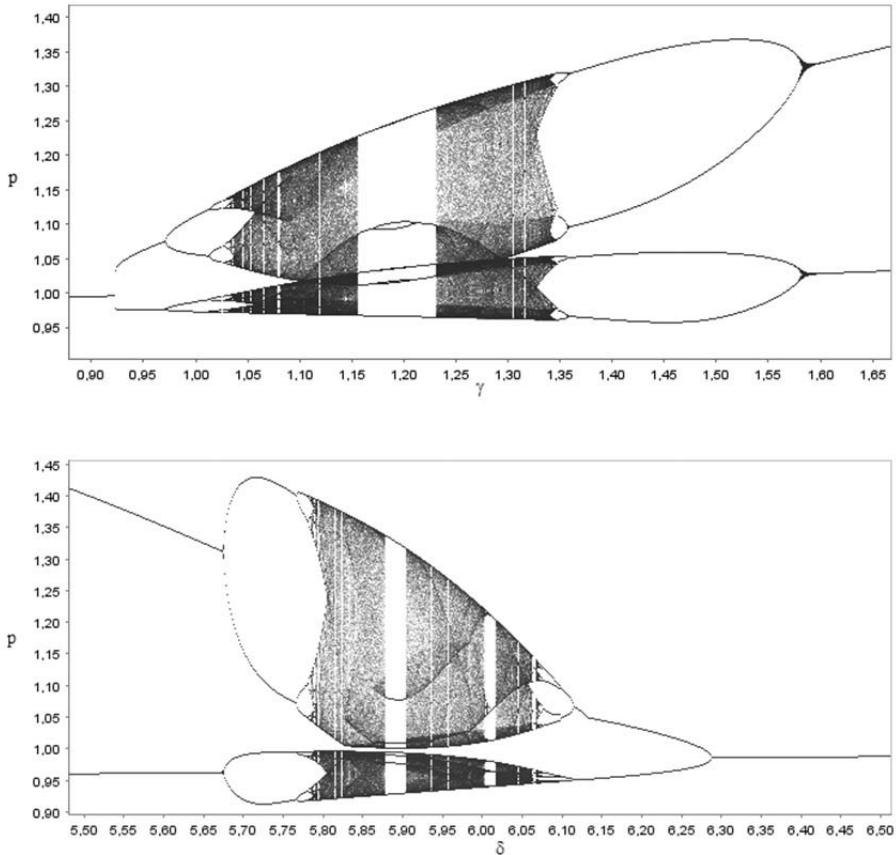


Źródło: obliczenia własne.

niowym modelu odpowiada za pionowe przesunięcie krzywej popytu, widoczne jest u góry. Dla przyjętych parametrów symulacji numerycznej początkowo cena oscyluje pomiędzy dwoma wartościami (stabilny cykl o okresie dwa). Przesuwanie krzywej popytu do góry powoduje, w wyniku bifurkacji podwajania okresu, pojawienie się stabilnego cyklu o okresie cztery. Dalszy wzrost parametru α prowadzi, poprzez kaskadę podwajania okresu, do atraktorów chaotycznych. Następnie chaotyczna dynamika zanika i obserwujemy występowanie atraktorów cyklicznych o niskim okresie. W kolejnej fazie wzrastająca wartość parametru α prowadzi do obszaru chaotycznej dynamiki i w wyniku odwrotnej bifurkacji podwajania okresu do atraktorów cyklicznych o malejącym okresie i zmniejszającej się amplitudzie. Finalnie rynek osiąga

równowagę. Dalszy wzrost parametru bifurkacyjnego, zgodnie ze statyką porównawczą ($dp^*/d\alpha > 0$), prowadzi jedynie do wzrostu ceny. Długookresowa dynamika badanego modelu ze względu na parametr β , który opisuje reakcję popytu na zmiany poziomu oczekiwanej ceny (dolny diagram rysunku 1), może zostać podzielona na trzy główne typy: zbieżność do równowagi stacjonarnej, zbieżność do atraktora okresowego i zbieżność do atraktora chaotycznego. Scenariusz zmian w zależności od parametru β przebiega jednak w odwrotnym kierunku niż dla parametru α . Wzrastająca wartość parametru β wpływa destabilizująco na rynek, tzn. prowadzi do cykli i atraktorów chaotycznych oraz zwiększa amplitudę wahań.

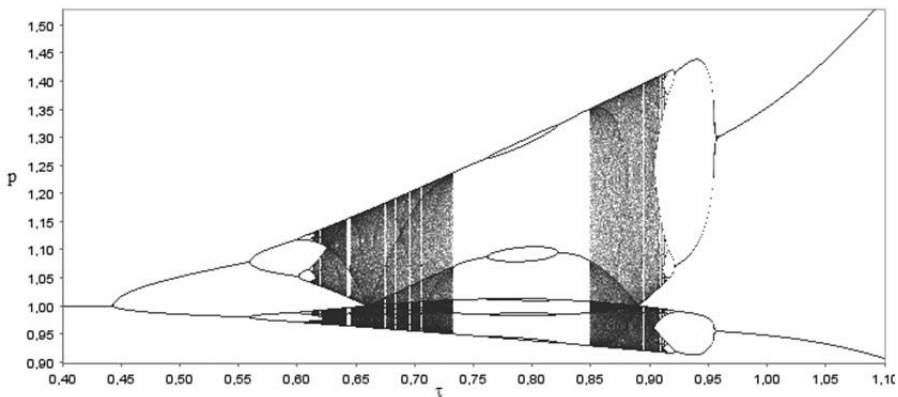
Rysunek 2. Diagramy bifurkacyjne dla parametrów γ δ



Źródło: obliczenia własne.

Na rysunku 2 przedstawiono diagramy bifurkacyjne analizowanego modelu ze względu na parametry charakteryzujące stronę podażową. Długookresowe zachowanie się ceny w zależności od parametru γ , który w badanym modelu odpowiada za pionowe przesunięcie krzywej podaży, jest widoczne u góry. Dla przyjętych parametrów symulacji numerycznej początkowo rynek jest w równowadze. Przesuwanie krzywej podaży do góry prowadzi do pojawienia się oscylacji oraz chaotycznej dynamiki. Amplituda wahań jest rosnącą funkcją parametru γ . Długookresowa dynamika badanego modelu ze względu na parametr δ , który opisuje reakcję podaży na zmiany poziomu oczekiwanej ceny (dolny diagram rysunku 2), może zostać podzielona na trzy główne typy: zbieżność do równowagi stacjonarnej, zbieżność do atraktora okresowego i zbieżność do atraktora chaotycznego. Scenariusz zmian w zależności od parametru δ przebiega jednak w odwrotnym kierunku. Wzrastająca wartość parametru δ wpływa stabilizująco na rynek, wahania ceny (okresowe lub chaotyczne) charakteryzują się malejącą amplitudą i ostatecznie wygasają, tworząc przestrzeń dla równowagi stacjonarnej.

Rysunek 3. Diagram bifurkacyjny dla parametru τ



Źródło: obliczenia własne.

Parametr τ charakteryzujący mechanizm rynkowy ma znaczący wpływ na dynamikę zmian ceny. Umiarkowana reakcja rynku na nadwyżkowy popyt ($\tau < 0.45$) działa stabilizująco i w tym obszarze zmienności tego parametru rynek, w długim okresie, zawsze będzie się oczyszczał. Następnie w wyniku bifurkacji podwajania

okresu pojawiają się atraktory cykliczne, chaotyczne i ponownie cykliczne. Rosnąca szybkość reakcji mechanizmu rynkowego na nadwyżkowy popyt rozregulowuje rynek oraz zwiększa amplitudę zmian ceny.

Podsumowanie

W artykule zaproponowano model konkurencji doskonałej, w którym uwzględniono oczekiwania heterogeniczne po stronie popytowej i podażowej, będące mieszkanką oczekiwań kontynuacji trendu i oczekiwań odwrócenia trendu. Uwzględniono także wpływ ograniczonych mocy produkcyjnych po stronie podażowej rynku. Dynamika skonstruowanego nieliniowego modelu jest złożona, występują atraktory okresowe oraz występuje zjawisko chaosu deterministycznego. Równowaga występująca w modelu liniowym jest także stanem stacjonarnym zbadanego modelu nieliniowego. Wyznaczono wartości parametrów, dla których równowaga stacjonarna jest lokalnie asymptotycznie stabilna. Zbadano dynamikę globalną modelu za pomocą diagramów bifurkacyjnych. Wykazano, że w pewnych warunkach mechanizm rynkowy nie jest w stanie zapewnić równowagi stacjonarnej na rynku. Przyczyn takiej nieefektywności mechanizmu rynkowego należy upatrywać z jednej strony w parametrach natury behawioralnej związanych z formowaniem oczekiwań, a z drugiej z parametrem τ charakteryzującym sam mechanizm rynkowy. Zbyt gwałtowna reakcja mechanizmu rynkowego na nadwyżkowy popyt skutkuje pojawieniem się stabilnych atraktorów cyklicznych i chaotycznych.

Literatura

- Arstein Z., *Irregular cobweb dynamics*, „Economic Letters” 1983, t. 11, s. 15–17.
- Brock W.A., Hommes C.H., *A Rational Route to Randomness*, „Econometrica” 1997, t. 65, nr 5, s. 1059–1095.
- Hommes C.H., *Adaptive learning and roads to chaos*, „Economic Letters” 1991, t. 36, s. 127–132.
- Jensen R.V., Urban R., *Chaotic price behaviour in a nonlinear cobweb model*, „Economic Letters” 1984, t. 15, s. 235–240.

- Kruszewski R., *Dynamika nieliniowego modelu konkurencji doskonałej z heterogenicznymi oczekiwaniami po stronie podażowej*, „Przegląd Zachodniopomorski” 2013, t. 1, nr 3, s. 169–182.
- Kysar D.A., *The Expectations of Consumers*, „Columbia Law Review” 2003, t. 103, nr 7, s. 1700–1790.
- Nicols A., *The Rehabilitation of Pure Competition*, „The Quarterly Journal of Economics” 1947, t. 63, nr 1, s. 31–63.
- Robins J., *What is Perfect Competition?*, „The Quarterly Journal of Economics” 1934, t. 49, nr 1, s. 104–120.
- Stigler G.J., *Perfect Competition, Historically Contemplated*, „Journal of Political Economy” 1957, t. 65, nr 1, s. 1–17.

HETEROGENEOUS EXPECTATIONS AND PERFECT COMPETITION. MATHEMATICAL MODEL

Abstract

We investigate the dynamics of the proposed demand-supply model with heterogeneous expectations, and nonlinear demand and supply curves. The possible price behaviour has been described. We investigate, how the dynamics of the model depends on parameters.

Translated by Robert Kruszewski

Keywords: market, expectations, bifurcation, chaos

JEL Code: D41