Edward Nieznański

Próba wyprowadzenia sylogistyki arystotelesowej z rachunku zdań

Studia Philosophiae Christianae 1/1, 199-238

1965

Studia Philosophiae Christianae
ATK
1196/5

EDWARD NIEZNAŃSKI

PRÓBA WYPROWADZENIA SYLOGISTYKI ARYSTOTELESOWEJ Z RACHUNKU ZDAŃ

Wstęp

Całość niniejszej pracy zawiera część wstępną i dwie — rozwijające temat. Wstępna dotyczy zadań pracy (1). Natomiast obie części rozwijające temat — dla spełnienia zadań — są próbą redukcji — w systemie sylogistyki arystotelesowej — liczby aksjomatów do minimum większego od zera (2) i do zera (3)[1].

1: Zadania pracy

Wstępna część pracy najpierw zasadnicze zadania zaznacza (1.1), następnie zaś samo sformułowanie tych zadań wyjaśnia (1.2) i zakres badań określa (1.3).

[1] Każdą z trzech części pracy dzielę na dalsze fragmenty i podfragmenty. Stawiane przed nimi cyfry, ciągi cyfr (np: 3 lub 1.232.24 itp) mają na celu „ponumerowanie" tych wypowiedzi i eksplikację ich uporządkowania, czy też przyporządkowania, zależności. Oznaczniki te, gdy mają równą ilość cyfr i różnią się tylko co do cyfry ostatniej np: 1.123.2 i 1.123.3, wskazują wypowiedzi równorzędne a przyporządkowane (podrzędne, wynikające) względem wypowiedzi poprzedzającej o oznaczniku równokształtnym z ich częścią nie różniącą się (w podanym przykładzie — 1.123).

1.1: Wszystkie zadania, którym — wg zamierzeń — niniejsza praca ma sprostać, dotyczą rachunku (dedukcyjnego systemu, teorii) sylogistyki arystotelesowej, a zasadnicze — żąda wyprowadzenia jej z rachunku zdań.

1.2: Ten przedmiot i żądanie zaznaczonych zadań wymagają wyjaśniających omówień. Takich, które by wyeliminowały wieloznaczność nazwy „sylogistyka arystotelesowa" (1.21) i słowa „wyprowadzić" (1.22).

1.21: Terminu „sylogistyka arystotelesowa" używam zamiast określenia: „fragment logiki tradycyjnej obejmujący wyrażenia nie zawierające w swojej strukturze przynazwowej negacji i stanowiący przynajmniej grupę 24 tzw. sylogizmów wnioskujących".

1.22: Słowo „wyprowadzić" wyrwane z kontekstów jest wieloznaczne. Ale także w zestawieniach takich jak np.w tytule (temacie)pracy tj. w wyrażeniach typu „wyprowadzić Z z rachunku W" (gdzie Z symblizuje — rozumiany dystrybutywnie — zbiór twierdzeń w danym języku Z różnym od języka W) może być brane w sensie dalszym (1.221) i właściwym (1.222).

1.221: „Wyprowadzić Z z rachunku W" to — w sensie dalszym — tyle co: „zbudować wg specjalnych reguł dedukcji rachunek niezałożeniowy (dedukcja logistyczna) Z tak, by w nim twierdzeniami pierwotnymi (tzn. wyrażeniami zdaniowymi wprowadzonymi do systemu jako prawdziwościowe[2] lub prawdziwe i ważne bez dowodu) były aksjomaty (czyli twierdzenia pierwotne wyrażone w języku Z) i niektóre twierdzenia wybrane z rachunku W". W tym też znaczeniu „wyprowadzić Z z W" to tyle co: „zbudować aksjomatyczny system dedukcyjny Z logicznie późniejszy[3] względem rachunku W". Gdzie — „system dedukcyjny logicznie późniejszy względem rachunku W" — to tyle, co — „rachunek wyrażeń

[2] Nazw: „tautologia logiczna" lub „wyrażenie prawdziwościowe" lub „funkcja prawdziwościowa" używam zamiast: „funkcja zdaniowa która, po wstawieniu za występujące w niej zmienne dowolnych stałych z odpowiedniej kategorii, staje się wyłącznie zdaniem prawdziwym". Jest to określenie Kotarbińskiego w pracy Ktl str. 192.
Symbol: „Ktl" jest skrótem bibliograficznym. W pracy wystąpią następujące skróty bibliograficzne: „Bl", „B2", „Cz", „Gm", „Gr", „Km", „Ktl", „Kt2", „Lb", „Ln", „Ł1", „Ł2", „Ł3", „Ł4", „Ł5", „Łs", „Sle", „Sł1", „Sł2". Rozwinięcie (wyjaśnienie) tych skrótów podaję na końcu pracy.

[3] Por. Cz str. 177.

zawierających obok wyrazów własnych niektóre wyrazy przyjęte bez definicji wyłącznie z rachunku W i obok twierdzeń własnych — przyjęte bez dowodu wyłącznie z rachunku W".

1.222: „Wyprowadzić Z z rachunku W" to — w sensie właściwym — tyle co: „zbudować wg specjalnych reguł dedukcji rachunek logistyczny Z tak, by w nim twierdzeniami pierwotnymi były wyłącznie twierdzenia przyjęte z rachunku W". W tym także znaczeniu „wyprowadzić Z z W" to tyle co: „zbudować bezaksjomatowy (bez aksjomatów) system dedukcyjny Z logicznie późniejszy względem rachunku W".

1.3: Dalszą eksplikację zadań wprowadzę bliżej określając przedmiot (1.31), cel (1.32) i charakter (1.33) zamierzonych badań. 1.31: Pominę rozważanie możliwości wyprowadzenia sylogistyki arystotelesowej z rachunku zdań pośrednio, t.j. za pośrednictwem któregokolwiek trzeciego rachunku logicznego np. rachunku predykatów lub relacji. Natomiast zakres przedmiotu badań ograniczę — to ograniczenie jest dozwolone, bo nie wymaga zawężenia tematu — do zbadania możliwości i prób wyprowadzenia sylogistyki arystotelesowej bezpośrednio z dwuwartościowego rachunku zdań; „wyprowadzenia" w obu wskazanych znaczeniach, t.j. z udziałem aksjomatów i bez ich udziału.

1.32: Zapowiedziane „rozważanie prób" polegać ma tak na analizie prób dotychczasowych, jak i na podjęciu nowej. Jednakże właściwym zamierzeniem jest próba własna, której nowość ma zasadniczo dotyczyć rezultatu (choć także i sposobu dojścia). O ile rezultatem poprzednich — był system sylogistyki arystotelesowej o czterech aksjomatach, to celem tej — jest dalsza redukcja ilości aksjomatów.

1.33: Charakter badań prób dotychczasowych (1.331) różni się od charakteru próby własnej (1.332).

1.331: Analiza dotychczasowych systemów nie należy do żadnego z nich lecz do rozważań o tych i ich typu systemach; rozważań — sprawdzających, czy wymienione w nich układy aksjomatów są zbiorami funkcji prawdziwościowych i czy są podatne na redukcję liczby aksjomatów; sprawdzających — zasadniczo — metodą matrycową.

1.332: Natomiast badania nad możliwością wyeliminowania aksjomatów okażą się po prostu wykładem systemu bez aksjomatów łącznie z omawiającym, wyjaśniającym lub uzasadniającym komentarzem do składowych tego systemu.

2. Rachunek sylogistyki arystotelesowej jako aksjomatyczny system dedukcyjny logicznie późniejszy względem dwuwartościowego rachunku zdań

Ze względu na zadania pracy istotną sprawą jest poznanie osiągalnego minimum ilości aksjomatów w dotychczasowych systemach, czy raczej w określonym na ich podstawie typie systemów. Nadto, ponieważ podatność aksjomatyki (czyli układu aksjomatów) na redukcję liczby jej twierdzeń pierwotnych zależy od środków dedukcji, które dane są w systemie, w tej części pracy przedstawię — ilustrując przykładami systemów zbudowanych przez polskich logików — najpierw typowe (wspólne) środki dedukcji w systemach sylogistyki arystotelesowej wyprowadzanej bezpośrednio z dwuwartościowego rachunku zdań (2.1), a następnie rozważę efekt stosowania tych środków: możliwe układy aksjomatów (2.2).

2.1: Jako „*środki dedukcji*" zreferuję język (2.11), zakres zbioru tez wiązanych w system (2.12) i reguły dedukcji (2.13).

2.11: Wykład rachunku sylogistyki arystotelesowej w pracach: B1, Ł2, Ł3, Ł4, Sł1 i Sł2 jest niepełny, fragmentaryczny. Wykład kompletny — tzn. taki, w którym nie tylko zostały wypisane twierdzenia pierwotne i reguły dowodzenia, lecz także zaznaczono przebieg dowodu dla każdego, nie będącego aksjomatem, sylogizmu „wnioskującego" — występuje tylko w pracach: B2, Ł1 i Ł5. Sylogistyka arystotelesowa w tych i tego typu wykładach jest wyrażana przy pomocy specjalnego słownika (2.111) i wg określonych reguł składni (2.112).

2.111: Słownik sylogistyki arystotelesowej zawiera wyrazy „zmienne" (2.111.1) i „stałe" (2.111.2).

2.111.1: „Zmienne" — jedynie nazwowe: a, b, m.

2.111.2: Jako „stałe" występują: funktory przyjęte z rachunku zdań (2.111.21) i funktory własne sylogistyki arystotelesowej (2.111.22).

2.111.21: Słownik ma trzy funktory zdaniotwórcze od argumentów zdaniowych: N (negacji), C (implikacji), K (koniunkcji).

2.111.22: Oprócz tych — posiada cztery funktory zdaniotwórcze od argumentów nazwowych:

„każde...jest..." — symbolicznie: U;

„przynajmniej pewne... jest..." — I;

„żadne...nie jest..." — Y;
„przynajmniej pewne...nie jest..." — O;

2.112: Reguły składni w języku sylogistyki arystotelesowej stanowi zezwolenie na następujące — jako sensowne — zestawienia wyrazów:

2.112.1: „U" lub „I" lub „Y" lub „O" z dwiema następującymi po nim zmiennymi nazwowymi, np: „Uab" czytane: „każde a jest b"; „Ibm" czytane: „przynajmniej pewne b jest m"; „Yma" czytane: „żadne m nie jest a"; „Omb" czytane: „przynajmniej pewne m nie jest b".

2.112.2: „N" z następującym po nim wyrażeniem sensownym, np: NUab, NCKImbNYabNCOmbIam.

2.112.3: „C" lub „K" z dwoma następującymi po nim wyrażeniami sensownymi, np: CUabIab, KUbmOab, CKKUmbIbaOamYmb.

2.12: Omawiane systemy — aby stało się możliwe udowodnienie określonej grupy tez sylogistyki arystotelesowej (2.121) — zawierają pewne niezbędne minimum tez wybranych z rachunku zdań (2.122).

2.121: Następujące „prawa" sylogistyki arystotelesowej zostały powiązane w system dedukcyjny w pracy Ł1 (2.121.1), w B2 (2.121.2) i w Ł5 (2.121.3):

„2.121.1" oznacza przedział od S24 do S20 podanego niżej ciągu wyrażeń; „2.121.2" — od S5 do S57; „2.121.3" S13 — S52.

S24 CYabNIba[4]
S5 COabNUab
S6 CNUabOab
S7 CUabNOab
S8 CNOabUab
S9 CYabNIab
S10 CNIabYab
S11 CIabNYab
S12 CNYabIab
S13 CUabIab
S14 CNIabNUab

[4] Znajdujące się przed podanymi wyrażeniami sylogistyki arystotelesowej napisy takie jak „S1", „S2", „S3" itd aż do „S52" są oznaczeniami, które dla tych wyrażeń przyjął Łukasiewicz w pracy Ł1. Dla wyrażenia: CYabOba, nie występującego w systemie Ł1, przyjmuję oznaczenie: „S57".

S15 CYabOab
S21 CIabIba
S22 CUabIba
S23 CNIabNIba
S25 CYabYba
S1 Uaa
S2 Iaa
S3 CKUmbUamUab
S26 CKUmbUamIab
S29 CKYmbUamYab
S30 CKYmbUamOab
S31 CKUmbIamIab
S33 CKYmbIamOab
S34 CKYbmUamYab
S35 CKYbmUamOab
S36 CKUbmYamYab
S37 CKUbmYamOab
S38 CKYbmIamOab
S40 CKUbmOamOab
S4 CKUmbImaIab
S41 CKUmbUmaIab
S42 CKYmbUmaOab
S43 CKImbUmaIab
S45 CKOmbUmaOab
S46 CKYmbImaOab
S47 CKUbmUmaIab
S48 CKUbmYmaYab
S49 CKUbmYmaOab
S50 CKIbmUmaIab
S51 CKYbmUmaOab
S52 CKYbmImaOab
S16 CNOabNYab
S17 CYabNUab
S18 CUabNYab
S19 CNIabOab
S20 CNOabIab
S57 CYabOba

2.122: Obok twierdzeń własnych (wyrażonych w języku syl. aryst.) systemy te przyjmują lub wymagają przyjęcia bez dowodu pewnej grupy twierdzeń z rachunku zdań. W Ł1 zostały wprowadzone do systemu — wymienione niżej — tezy: T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, T12; w B2 — T1, T2, T3, T4, T6, T7, T8, T9, T10, T11, T13 i T14; w Ł5 — T2, T3, T6, T8, T9, T10, T11, T12 i T15:

T13 CNNpp[5]
T14 CCKpqrCKqpr
T1 Cpp
T4 CCpNqCqNp
T7 CCKpqrCqCpr
T2 CCpqCCqrCpr
T3 CCpqCNqNp
T6 CCKpqrCpCqr
T8 CCKpqrCKpNrNq
T9 CCKpqrCKNrqNp
T10 CCKpqrCCspCKsqr
T11 CCKpqrCCsqCKpsr
T12 CCKpqrCCrsCKqps
T5 CCNpqCNqp
T15 CCpCqrCqCpr

2.13: Omawiane systemy zostały zbudowane (lub mogą być zbudowane) przy stosowaniu reguł: podstawiania za zmienne zdaniowe (2.131) — za zmienne nazwowe (2.132), odrywania (2.133) i zastępowania definicyjnego (2.134). Oto sformułowania wymienionych reguł:

2.131: Za zmienne zdaniowe wolno podstawiać w przyjętych tezach rachunku zdań jedynie wyrażenia sensowne sylogistyki arystotelesowej (Ł1, str. 89).

2.132: W przyjętych do systemu tezach sylogistyki arystotelesowej „za zmienne nazwowe a, b, m itd. wolno podstawiać dowolne inne litery, użyte jako zmienne nazwowe" (Ł4 str. 225).

[5] Oznaczenia wymienionych tez rachunku zdań „T1" — „T12" są wzięte z Ł1; dla nie występujących tam tez przyjąłem: „T13" dla CNNpp, „T14" dla CCKpqrCKqpr, „T15" dla CCpCqrCqCpr.

2.133: „Jeśli uznana jest implikacja $C\alpha\beta$ i jej poprzednik α, to wolno uznać i jej następnik β" (Ł4 str. 225).

2.134: „Wyrażenie równokształtne z prawą stroną definicji D1: Oab = NUab i D2: Yab = NIab wolno wszędzie zastąpić przez wyrażenie równokształtne z lewą stroną tychże definicyj i na odwrót, tak samo każde podstawienie[6] prawej strony definicji wolno zastąpić przez analogiczne podstawienie lewej strony definicji i na odwrót" (Ł4 str. 225).

2.2: Posługując się takimi środkami dedukcji można zbudować *rachunki sylogistyki arystotelesowej różniące się układami aksjomatów.* Zbadajmy, jakie jest *niezbędne minimum aksjomatów* — w tych rachunkach — osiągalne przy dysponowaniu wyłącznie poznanymi środkami. W tym celu należy: najpierw odnaleźć kandydujące do roli aksjomatyki grupy wyrażeń, z pomocą których staje się możliwe przeprowadzenie dowodów dla wszystkich „tez" wiązanych w system (2.21); następnie — zbadać prawdziwość tych wyrażeń (2.22) i ich dedukcyjną niezależność (2.23).

2.21: Poszukując aksjomaty trzeba wpierw poznać możliwe powiązania dedukcyjne „praw" sylogistyki arystotelesowej (2.211) i — znając je — wskazać możliwe układy o minimum tez wystarczającym do udowodnienia przynajmniej wszystkich sylogizmów „wnioskujących" (2.212).

2.211: Gdy nie zostały jeszcze wybrane i wprowadzone do systemu aksjomaty, związki dedukcyjne między „prawami" sylogistyki arystotelesowej dadzą się przedstawić — dla niektórych „praw" — w postaci procesu dowodowego (2.211.1), dla pozostałych — tylko w postaci schematu procesu dowodowego (2.211.2).

2.211.1: „Proces dowodowy" składa się z „wierszy dowodowych". Wyrażenia „wiersz dowodowy" używam zamiast: „trójczłonowy zapis składników określonego wnioskowania (dowodu):

a) zasady wnioskowania t.j. albo przyjętej tezy rachunku zdań albo już uznanej (aksjomatycznie lub dedukcyjnie) tezy sylogistyki arystotelesowej,

b) czynności: podstawiania albo definicyjnego zastępowania albo odrywania,

[6] Należy rozumieć: „każdy rezultat podstawiania wg 2.132".

c) konkluzji, t.j. rezultatu przeprowadzenia odpowiedniej czynności (podstawiania, zastępowania, odrywania) na danej zasadzie wnioskowania".

Nazwy „proces dowodowy" używam zamiast wyrażenia: „zestaw wierszy dowodowych uporządkowany w ten sposób, by konkluzja poprzedniego wiersza była bądź zasadą wnioskowania w wierszu następnym, bądź — wyrażeniem równokształtnym z poprzednikiem wyrażenia stanowiącego konkluzję wiersza następnego".

2.211.11: Lemat1: Tezy: S5, S6, S7, S8, S9, S10, S11 i S12 (wymienione pod: 2.121) dają się wyprowadzić bez udziału aksjomatów.

2.211.111: Dowód lematu1:

2.211.111.1: a_1) T1: Cpp
b_1) Rp (2.131) p/NUab w a_1 [7]
c_1) CNUabNUab
b_2) Rdz (2.134) D1 w I c_1
c_2) COabNUab (S5)

2.211.111.2: a_1) T1: Cpp
b_1) Rp (2.131) p/NUab w a_1
c_1) CNUabNUab
b_2) Rdz (2.134) D1 w II c_1
c_2) CNUabOab (S6).

2.211.111.3: a_1) T1: Cpp
b_1) Rp (2.131) p/NIab w a_1
c_1) CNIabNIab
b_2) Rdz (2.134) D2 w I c_1
c_2) CYabNIab (S9).

2.211.111.4: a^1) T1: Cpp
b_1) Rp (2.131) p/NIab w a_1
c_1) CNIabNIab
b_2) Rdz (2.134) D2 w II c_1
c_2) CNIabYab (S10)

[7] „Rp (2.131) p/NUab w a_1" oznacza podstawianie za p NUab wg reguły 2.131 w twierdzeniu: Cpp (a_1). „Rdz (2.134) D1 w I c_1" oznacza zastępowanie wg 2.134 i definicji D1 w poprzedniku (I) implikacji: CNUabNUab (c_1).

2.211.111.5: a_1) T4: CCpNqCqNp
b_1) Rp (2.131) p/Oab,q/Uab w a_1
c_1) CCOabNUabCUabNOab
b_2) R.o. (2.133) S5 od c_1
c_2) CUabNOab (S7).

2.211.111.6: a_1) T5: CCNpqCNqp
b_1) Rp (2.131) p/Uab,q/Oab w a_1
c^1) CCNUabOabCNOabUab
b_2) R.o. (2.133) S6 od c_1
c_2) CNOabUab (S8).

2.211.111.7: a_1) T4: CCpNqCqNp
b_1) Rp (2.131) p/Yab,q/Iab w a_1
c_1) CCYabNIabCIabNYab
b_1) R.o. (2.133) S9 od c_1
c_2) CIabNYab (S11).

2.211.111.8: a_1) T5: CCNpqCNqp
b_1) Rp (2.131) p/Iab,q/Yab w a_1
c_1) CCNIabYabCNYabIab
b_2) R.o. (2.133) S10 od c_1
c_2) CNYabIab (S12).

2.211.2: Dla pozostałych tez sylogistyki arystotelesowej wymienionych pod 2.121 — aby wskazać ich dedukcyjne powiązania — podam schematy procesów dowodowych. W nich zostanie zaznaczone, które tezy muszą uprzednio wystąpić w systemie, by można było — na ich podstawie — wyprowadzić nową określoną tezę. Terminu „schemat procesu dowodowego" używam zamiast określenia: „skrócony zapis procesu dowodowego złożony z napisów symbolizujących:

1) wyrażenia sylogistyki arystotelesowej (np. „S1", „S2", „S53"...)

2) przyjęte tezy z rachunku zdań (np. „T1", „T10", „T12", itp.);

3) definicje, na które należy się powołać przy definicyjnym zastępowaniu wg 2.134 w poprzedniku („D1I", „D2I") lub w następniku („D1II", „D2II") danego wyrażenia sylogistyki aryst.;

4) kierunek inferencyjnego wynikania — za pomocą strzałki poziomej od napisów reprezentujących wyrażenia założone do napisu wskazującego

wyrażenie wyprowadzone na podstawie tez i definicji zaznaczonych nad tą strzałką, np:

$$S33 \overset{T8}{\text{———}} S7 \overset{T11}{\text{———}} S1 \xrightarrow{T7,\ D2II} S22$$ [8].

Posługując się schematami procesów dowodowych wskażę tezy sylogistyki arystotelesowej inferencyjnie równoważne (2.211.21) i tezy pozostające w stosunku tylko inferencyjnego wynikania (2.211.22).

2.211.21: Tezy sylogistyki arystotelesowej inferencyjnie równoważne składają się na dwie odrębne rodziny zbiorów: jedną, której zbiory zawierają tezy równoważne, gdy przynajmniej jedna z każdego zbioru dowolna teza jest uprzednio — aksjomatycznie lub dedukcyjnie — wprowadzona do systemu (2.211.211) i drugą, która ponadto zakłada uprzednie uznanie przynajmniej jednego „prawa konwersji" (2.211.212).

2.211.211: Lemat 2: Tezy w każdym z następujących jedenastu zbiorów są inferencyjnie równoważne:

I: S13, S14, S15, S16, S17, S18, S19, S20;
II: S21, S23, S24, S25,;
III: S22, S57;
IV: S3, S40, S45;
V: S4, S33, S34;
VI: S29, S38, S43;
VII: S48, S50, S52;
VIII: S31, S36, S46;
IX: S26, S37, S42;
X: S47, S49, S51;
XI: S30, S35, S41.

2.211,211.1: Dowód lematu 2:

Ad I:

$S13 \xrightarrow{T3} S14$ [9]

$S14 \xrightarrow{D2\ I} S17$,

$S10 — S17 \xrightarrow{T2} S14$,

$S16 — S12 \xrightarrow{T2} S20$

$S20 — S11 \xrightarrow{T2} S16$,

$S17 \xrightarrow{T4} S18$,

[8] Budując proces dowodowy wg jego schematu należy najpierw tezę rachunku zdań — zaznaczoną nad pierwszą od lewej strony kreską schematu — napisać jako przesłankę w pierwszym wierszu dowodowym. W tezie tej należy przeprowadzić takie podstawienia za zmienne zdaniowe, by poprzednik stał się równokształtny z tezą sylogistyki aryst. zaznaczoną przed tą kreską schematu. W drugim wierszu należy wg reguły odrywania opuścić wspomnianą tezę sylogistyki itd.

[9] Dwie tezy są infer. równoważne, jeżeli z pierwszej wynika druga i z drugiej — pierwsza. Przy tym, wynikać mogą pośrednio. Np tak wynika S13 z S14: z S14 — S17, z S17 — S15 z S15 — S16, z S16 — S18 z S18 — S13.

$S14 \xrightarrow{D1II} S19,$

$S19\text{—}S5 \xrightarrow{T2} S14,$

$S15 \xrightarrow{T3} S16,$

$S15\text{—}S5 \xrightarrow{T2} S17,$

$S17 \xrightarrow{D1II} S15,$

$S7\text{—}S16 \xrightarrow{T2} S18,$

$S8\text{—}S18 \xrightarrow{T2} S16,$

$S18 \xrightarrow{T4} S17,$

$S18\text{—}S12 \xrightarrow{T2} S13,$

$S19 \xrightarrow{D2I} S15,$

$S10\text{—}S15 \xrightarrow{T2} S19,$

$S19 \xrightarrow{T5} S20,$

$S20 \xrightarrow{T5} S19.$

AdII: $S21 \xrightarrow{T3} S23,$

$S23 \xrightarrow{D2I} S24,$

$S10\text{—}S24 \xrightarrow{T2} S23,$

$S25\text{—}S9 \xrightarrow{T2} S24,$

$S24 \xrightarrow{D2II} S25,$

$S25 \overset{T3}{\text{—}} S11 \overset{T2}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T2} S21,$

AdIII: $S22 \xrightarrow{T3,\ D2I,\ D1II} S57,$

$S10\text{—}S57 \xrightarrow{T2} S5 \xrightarrow{T2,\ D2II,\ T4} S22$

AdIV: $S3 \xrightarrow{T8,\ D1I,\ D1II} S40,$

$S40 \overset{T8}{\text{—}} S7 \overset{T11}{\text{—}} S8 \xrightarrow{T2} S3,$

$S3 \xrightarrow{T9,\ D1I,\ D1II} S45,$

$S45 \overset{T9}{\text{—}} S7 \overset{T10}{\text{—}} S8 \xrightarrow{T12} S3$

$S40 \overset{T9}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T10,\ D1II} S45,$

$S45 \overset{T8}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T11,\ D1II} S40.$

AdV: $S4 \xrightarrow{T8,\ D2I,\ D1II} S33,$

$S33 \overset{T9}{\text{—}} S7 \overset{T10}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T2} S4,$

$S4 \xrightarrow{T8,\ D2I,\ D1II} S34,$

$S34 \overset{T9}{\text{—}} S11 \overset{T10}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T12} S4,$

$S33 \overset{T8}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T11,\ D2II} S34,$

$S34 \overset{T8}{\text{—}} S11 \xrightarrow{T11,\ D1II} S33.$

AdVI: $S29 \overset{T8}{\text{—}} S11 \xrightarrow{T11,\ D2II} S38,$

$S38 \overset{T8}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T11,\ D2II} S29,$

$S29 \overset{T9}{\text{—}} S11 \overset{T10}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T2} S43,$

$S43 \xrightarrow{T9,\ D2I,\ D2II} S29,$

$S38 \overset{T8}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T10,\ D1II} S43,$

$S43 \xrightarrow{T8,\ D2I,\ D2II} S38.$

AdVII:	$S48 \overset{T8}{\text{—}} S11 \overset{T11}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T12} S50,$	$S52 \overset{T8}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T11,\, D1II} S48,$
	$S50 \xrightarrow{T9,\, D2I,\, D2II} S48,$	$S50 \xrightarrow{T8\, D2I,\, D1II} S52,$
	$S48 \overset{T9}{\text{—}} S11 \xrightarrow{T10,\, D1II} S52,$	$S52 \overset{T9}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T10,\, D1II} S50.$
AdVIII:	$S31 \xrightarrow{T8,\, D2I,\, D2II} S36,$	$S46 \overset{T9}{\text{—}} S7 \overset{T10}{\text{—}} S12 \overset{T2}{\text{—}} S31,$
	$S36 \overset{T8}{\text{—}} S11 \overset{T11}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T2} S31,$	$S36 \overset{T9}{\text{—}} S11 \xrightarrow{T10,\, D1II} S46,$
	$S31 \xrightarrow{T9,\, D2I,\, D1II} S46,$	$S46 \overset{T8}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T11,\, D2II} S36,$
AdIX:	$S26 \xrightarrow{T8,\, D2I,\, D1II} S37,$	$S42 \overset{T9}{\text{—}} S7 \overset{T10}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T2} S26,$
	$S37 \overset{T8}{\text{—}} S7 \overset{T11}{\text{—}} S12 \overset{T2}{\text{—}} S26,$	$S37 \overset{T9}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T10,\, D1II} S42,$
	$S26 \xrightarrow{T9,\, D2I,\, D1II} S42,$	$S42 \overset{T8}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T11,\, D1II} S37.$
AdX:	$S47 \xrightarrow{T9,\, D2I,\, D1II} S49,$	$S51 \overset{T9}{\text{—}} S7 \overset{T10}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T12} S47,$
	$S49 \overset{T8}{\text{—}} S7 \overset{T11}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T12} S47,$	$S49 \overset{T9}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T10,\, D1II} S51,$
	$S47 \xrightarrow{T8,\, D2I,\, D1II} S51,$	$S51 \overset{T8}{\text{—}} S7 \xrightarrow{T11,\, D1II} S49.$
AdXI:	$S30 \text{—} S25 \xrightarrow{T10} S35,$	$S41 \xrightarrow{T9,\, D2I,\, D1II} S30,$
	$S35 \text{—} S25 \xrightarrow{T10} S30,$	$S35 \overset{T9}{\text{—}} S7 \overset{T10}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T12} S41,$
	$S30 \overset{T9}{\text{—}} S7 \overset{T10}{\text{—}} S12 \xrightarrow{T2} S41,$	$S41 \overset{T9}{\text{—}} S24 \xrightarrow{T10,\, D1II} S35.$

2.211.212: Lemat 3: Gdy do systemu należy przynajmniej jedno „prawo konwersji" (t.j. teza zbioru II z 2.211.211) inferencyjnie równoważne są:

1) wszystkie tezy tworzące jeden zbiór złączony z V, VI, VII, VIII (dowód tej części lematu podam pod 2.211.212.1);

2) tezy zbioru złączonego z IX i X (dowód pod 2.211.212.2).

2.211.212.1:

$$S33—S25 \xrightarrow{T10} S38,$$

$$S38—S25 \xrightarrow{T10} S33,$$

$$S29—S25 \xrightarrow{T12} S48,$$

$$S48—S25 \xrightarrow{T12} S29,$$

$$S48—S25 \xrightarrow{T11} S36,$$

$$S36—S25 \xrightarrow{T11} S48.$$

2.211.212.2:

$$S26—S21 \xrightarrow{T12} S47,$$

$$S47—S21 \xrightarrow{T12} S26.$$

2.211.22: Lemat 4: Inferencyjnie wynikają:

1) teza zbioru I z tez (po jednej) ze zbiorów II i III (dowód — pod: 2.211.221) albo z tez: IX i S1 (2. 211. 222) albo z V lub VIII i S2 (2.211.223);

2) teza zbioru II z V lub VII i S1 (2.211.224);

3) teza zbioru III z I i II (2.211.225) albo z VI lub VII i S2 (2.211.226);

4) S2 z I lub III i S1 (2.211.227);

5) teza zbioru IX lub X z tez zbiorów IV lub V lub VI lub VII lub VIII i I lub III (2.211.228);

6) teza zbioru XI z tez zbiorów: V lub VI lub VII lub VIII i I lub III (2.211.229).

2.211.221: $S22—S21 \xrightarrow{T2} S13$,

2.211.222: $S26—S1 \xrightarrow{T7} S13$.

2.211.223: $S4—S2 \xrightarrow{T7} S13$,

$S31—S2 \xrightarrow{T7} S13$.

2.211.224: $S4—S1 \xrightarrow{T6} S21$,

$S50—S1 \xrightarrow{T7} S21$.

2.211.225: $S13—S21 \xrightarrow{T2} S22$.

2.211.226: $S43—S2 \xrightarrow{T6} S22$,

$S50—S2 \xrightarrow{T6} S22$.

2.211.227: $S1 \xrightarrow{S13} S2$,

$S1 \xrightarrow{S22} S2$.

2.211.228: $S3—S13 \xrightarrow{T2} S26$, $S4—S22 \xrightarrow{T11} S26$,

$S43—S22 \xrightarrow{T10} S47$, $S50 \overset{T9}{—} S24 \overset{T10}{—} S19 \xrightarrow{T12} S37$,

$S31—S13 \xrightarrow{T11} S26$, $S3—S22 \xrightarrow{T12} S47$,

$S29—S57 \xrightarrow{T12} S49$, $S38—S22 \xrightarrow{T11} S51$,

$S48—S15 \xrightarrow{T2} S49$, $S31 \overset{T8}{—} S24 \overset{T11}{—} S19 \xrightarrow{T2} S49$.

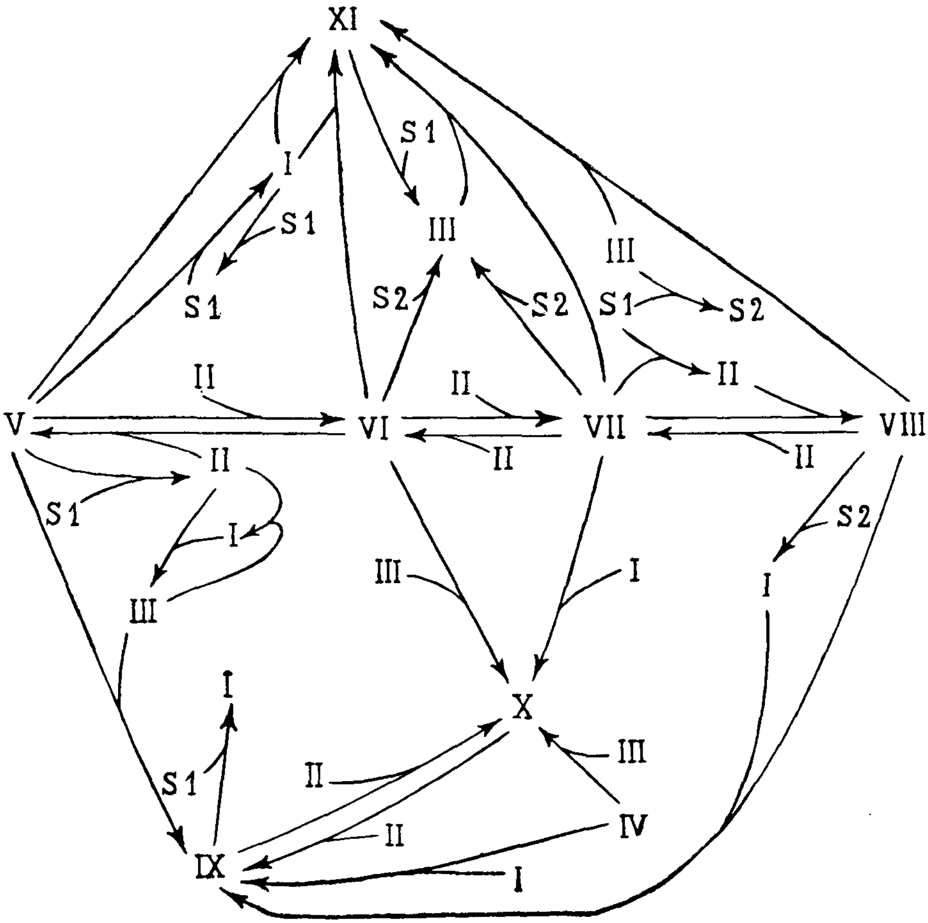
2.211.229: $S33—S13 \xrightarrow{T12} S30$, $S29—S15 \xrightarrow{T2} S30$,

$S48—S57 \xrightarrow{T12} S30$, $S31—S22 \xrightarrow{T11} S41$.

2.212: Po zaznaczeniu powiązań „praw" sylogistyki arystotelesowej możemy przejść do wskazania możliwych układów kandydujących do roli aksjomatyki. Aby możliwość tego przejścia zrobić bardziej naoczną, zilustruję najpierw wykresem — określone w lematach 2, 3 i 4 — związki inferencyjne (2.212.1) i dopiero potem — odczytując wykres — wymienię zapowiedziane układy (2.212.2).

2.212.1:

[10]



[10] Gdy strzałka prowadzi np. od I i VI w kierunku XI, to należy rozumieć, że o ile uprzednio są wprowadzone do systemu którekolwiek z wyrażeń grupy I (2.211.211) i grupy VI, to z nich możemy wywieść wyrażenia grupy XI.

2.212.2: Możliwe układy aksjomatów w systemach uznających prawdziwość S1 i S2 (2.212.21) są różne od układów w systemach odrzucających S1 i S2 (2.212.22).

2.212.21: O ile do wiązanego w system zbioru należą także Uaa („S1") i Iaa („S2"), to następujące układy wyrażeń — o ile wyrażenia te są dedukcyjnie niezależnymi funkcjami prawdziwościowymi — mogą pełnić rolę aksjomatyki:

A1: S1

A2: S2 lub S13 lub S14 lub S15 lub S16 lub S17 lub S18 lub S19 lub S20 lub S22 lub S26 lub S30 lub S35 lub S37 lub S41 lub S42 lub S47 lub S49 lub S51 lub S57

A3: S3 lub S40 lub S45

A4: S4 lub S33 lub S34 lub S48 lub S50 lub S52

Spośród wymienionych układów zestawienie: S1—S2—S3—S4 zostało uznane za układ aksjomatów w pracach: B1, Ł1, Ł2, Ł3, Ł4, Ł5 i Sł2; zestawienie: S1—S22—S3—S50 — w pracy Ł3; S1—S2—S3—S33 — w pracy B2.

2.212.22: Jeżeli systematyzowany zbiór nie zawiera S1 i S2, to następujący układ wyrażeń — o ile wyrażenia te są dedukcyjnie niezależnymi funkcjami prawdziwościowymi — mogą pełnić rolę aksjomatyki:

A1: S13 lub S14 lub S15 lub S16 lub S17 lub S18 lub S19 lub S20 lub S22 lub S57

A2: S21 lub S23 lub S24 lub S25

A3: S3 lub S40 lub S45

A4: S4 lub S33 lub S34 lub S29 lub S31 lub S36 lub S38 lub S43 lub S46 lub S48 lub S50 lub S52.

Jeden z tych układów, mianowicie: S13—S21—S3—S31 został uznany za układ aksjomatów w pracy Sł1.

2.22: Po wskazaniu układów wyrażeń w dowodzeniu maksymalnie operatywnych należy z kolei sprawdzić, czy są to układy aksjomatów. To znaczy, należy najpierw wykazać, że — przy niezawodnych regułach dedukcji — nie wprowadzą do systemu sprzeczności, czyli dowieść, że są funkcjami prawdziwościowymi (że żadne podstawienia reprezentowanych stałych za zmienne nie zmienią tych funkcji w zdania fałszywe). Wartość logiczną „praw wnioskowania bezpośredniego" (2.221), wyrażeń: Uaa i Iaa (2.222) i sylogizmów „wnioskujących" (2.223) sprawdzę metodą matrycową.

2.221: Dokładniej, chodzi nie tyle o sprawdzanie ile o metodę sprawdzania. Zasadę sposobu sprawdzania „praw wnioskowania bezpośredniego" sylogistyki arystotelesowej stanowią odpowiednie matryce (2.221.1) i stwierdzanie spełnienia tych matryc.

(2.221.2). 2.221.1: Niech zapis „(ab)" reprezentuje nazwy iloczynowo złożone z nazw reprezentowanych przez „a" i „b". Np. dla a/ „fizyk", b/ „eksperymentator" — (ab) /„fizyk- eksperymentator"; dla a/ „koło", b/ „kwadrat" — (ab)/ „koło-kwadrat"; itp. Niech „v" symbolizuje wartość prawdy, „f";—fałsz, „0" — międzyzakresowy stosunek wykluczania, „1" — stosunek podrzędności, „2" — nadrzędności[11]. Warunki prawdziwości i fałszu dla Uab, Iab, Yab i Oab zestawiam w matrycach MI — MIV. Obok kreski pionowej tych matryc zapisane są symbole zakresowych stosunków a do (ab); nad poziomą — b do (ab).

MI:

Uab	0	1	2
0	f	f	f
1	f	v	v
2	f	f	f

MII:

Iab	0	1	2
0	f	f	f
1	f	v	v
2	f	v	v

MIII:

Yab	0	1	2
0	v	v	v
1	v	f	f
2	v	f	f

MIV:

Oab	0	1	2
0	v	v	v
1	v	f	f
2	v	v	v

2.221.2: Stosując wprowadzone matryce MI—MIV łącznie ze znanymi z opracowań rachunku zdań matrycami dla funktorów N, C, K możemy sprawdzić, że wszystkie tradycyjne „prawa wnioskowania bezpośredniego" sylogistyki arystotelesowej są funkcjami prawdziwościowymi. Np. sprawdzając: CUabIab podstawiamy przypadki decydujące: a/ 1 i b/1 lub a/1 i b/2, czyli wszystkie w których Uab jest prawdziwe. Ponieważ przy tych podstawieniach Iab nie jest fałszywe, więc funkcja CUabIab jest tautologią. Podstawienia sprawdzające zapisuję tak:

CUabIab
11 11 = v
12 12 = v

[11] Dla określenia stosunku zamienności i krzyżowania np. dla a z b wystarczą dotąd wprowadzone symbole, bo K1a(ab) 1b(ab)określa zamienność zakresową a z b; K2a(ab)-2b(ab) — krzyżowanie.

2.222: Odnośnie Uaa i Iaa przytoczę zarzut Kotarbińskiego (2.222.1) i uwagę Łosia (2.222.2) oraz wskażę warunek odrzucenia tych dwu funkcji (2.222.3).

2.222.1: Układy aksjomatów zawierające Uaa i Iaa spotkały się z krytyką w pracy Kt2 (str. 19) za wprowadzenie nieobecnych w autentycznym wykładzie sylogistyki Arystotelesa obu tych „praw tożsamości". Ponieważ jednak przedmiotem analizy jest dla nas sylogistyka arystotelesowa a nie sylogistyka Arystotelesa, wspomniany zarzut jest tu nieistotny.

2.222.2: Jest natomiast sprawą pierwszorzędnej wagi to, co J. Łoś pisze o Uaa w Łs (str. 215): „należy jeszcze podkreślić, że w systemie Sł wyrażenie Uaa będące odpowiednikiem aksjomatu $AŁ_1$ systemu Ł jest wyrażeniem fałszywym".

2.222.3: Wprowadzenie do systemu bądź odrzucenie Uaa i Iaa zależy od tego, czy reguła podstawiania w danym systemie żąda, czy też nie żąda, by za równokształtne zmienne podstawiać równokształtne stałe, tylko równowartościowe (czyli pozostające w tym samym stosunku zakresowym do zbioru wspólnych desygnatów) czy nadto i równoznaczne (wiadomo, że niektóre równokształtne nazwy nie są równoznaczne). Inaczej mówiąc, dla zachowania ważności Uaa i Iaa trzeba by było wprowadzić w systemie sylogistyki arystotelesowej ograniczenie reguły podstawiania; ograniczenie żądające podstawiania za równokształtne zmienne danej funkcji, równokształtnych i równowartościowych stałych tylko tych, które są także równoznaczne. To ograniczenie, uzależniające wartość funkcji od znaczenia reprezentowanych stałych, wypada odrzucić dla zachowania formalnego charakteru sylogistyki arystotelesowej. W takim razie wyrażenia Uaa i Iaa są funkcjami fałszywymi wg matryc MI i MII:

Uaa	Iaa
00 = f	00 = f
11 = v	11 = v
22 = f	22 = v

Np. zdanie: „każdy zamek jest zamkiem" jest fałszywe, gdy równokształtne nazwy: „zamek" w podmiocie i „zamek" w orzeczeniu mają zakresy wykluczające się (gdy: 0,0) lub krzyżujące się (gdy: 2,2). (Tak jest przy różnoznaczności tych równokształtnych i równowartościowych nazw).

2.223: Odnośnie sprawdzania (wartości logicznej) sylogizmów przytoczę najpierw nowe matryce (2.223.1) i określenie sylogizmu „wnioskującego" jako „wnioskującego" (2.223.2), a następnie omówię sprawę spełniania matryc przez sylogizmy (2.223.3).

2.223.1: Wartość funkcji Uab, Iab, Yab, Oab może być określona na podstawie stosunków zakresowych bezpośrednich: a do (ab) i b do (ab) (czyli bez pośrednictwa terminu trzeciego, różnego od a i b np. m) lub pośrednio ze stosunków a do m (czyli a do (am) i m do (am)) i b do m (czyli b do (mb) i m do (mb)). Oczywiście warunki prawdziwości w obu wypadkach są różne. Warunki prawdziwości przy rozważaniu stosunków bezpośrednich zostały zestawione w matrycach MI—MIV; dla — pośrednich zestawię poniżej w matrycach MV—MVIII. Za każdą zmienną w matrycach MV—MVIII podstawiam dwie wartości: za a w relacji do m (obok kreski pionowej) — symbole stosunków a do (am) i m do (am); za b w relacji do m (nad kreską poziomą) — b do (mb) i m do (mb). Dla skrócenia matryc zapisuję stosunek wykluczenia a z b przez O zamiast 0,0 lub 1,0 lub 0,1 lub 2,0 lub 0,2.

MV:

Uab	0	11	12	21	22
0	f	f	f	f	f
11	f	v	f	v	f
12	f	v	f	v	f
21	f	f	f	f	f
22	f	f	f	f	f

MVI:

Iab	0	11	12	21	22
0	f	f	f	f	f
11	f	v	v	v	v
12	f	v	f	v	f
21	f	v	v	v	v
22	f	v	f	v	f

MVII:

Yab	0	11	12	21	22
0	f	v	v	f	f
11	v	f	f	f	f
12	v	f	f	f	f
21	f	f	f	f	f
22	f	f	f	f	f

MVIII:

Oab	0	11	12	21	22
0	f	v	v	f	f
11	v	f	v	f	v
12	v	f	f	f	f
21	v	v	v	f	v
22	v	v	v	f	f

2.223.2: Sylogizm jest prawdziwościowy („wnioskujący") wtedy i tylko, gdy dla wszystkich podstawień wartości za zmienne nazwowe, przy których poprzednik jest prawdziwy wg matryc MI—MIV i matrycy dla K, następnik jest wg matryc MV—MVIII wyłącznie prawdziwy.

2.223.3: Posługując się matrycami MI—MVIII oraz dla C i K a także określeniem sylogizmu „wnioskującego" (2.223.2) możemy sprawdzić, że faktycznie są funkcjami prawdziwościowymi wszystkie sylogizmy proponowane (pod 2.212.2) jako ewentualne aksjomaty. Oto przykłady sprawdzania sylogizmów:

CKUmbUamU a b	CKUbmUamU a b
11 11 11 11 = v	11 11 11 11 = v
11 12 12 11 = v	11 12 12 11 = v
12 11 11 21 = v	12 11 11 12 = f
12 12 12 21 = v	12 12 12 12 = f

2.23: Przystępuję do rozważenia możliwości redukcji liczby aksjomatów rachunku sylogistyki arystelesowej. Najpierw przedstawię pewne matrycowe sprawdzanie niezależności aksjomatów (2.231), a następnie „redukcję" przez wiązanie aksjomatów funktorami od argumentów zdaniowych (2.232).

2.231: Badanie możliwości redukcji liczby aksjomatów sprowadza się zasadniczo do stwierdzenia niezależności aksjomatów. Po odrzuceniu Uaa i Iaa a tym samym wszystkich układów „aksjomatów" w skład których wchodziły te wyrażenia jako tezy pierwotne systemu, możemy rozważać jedynie niezależność aksjomatów tych układów, które wymieniłem pod 2.212.22. Są tam zebrane cztery grupy równoważnych tautologii sylogistyki arystotelesowej, pomiędzy którymi nie dało się już ustalić (pod 2.211.2) powiązań inferencyjnych. Wypada z kolei wykazać, że tych powiązań — między wyrażeniem jednej grupy a wyrażeniami grup pozostałych — w ogóle brak. Układy wymienione pod 2.212.22 faktycznie spełniają postulat niezależności. Można się o tym przekonać stosując matrycową metodę sprawdzania niezależności aksjomatów. Wg takiej metody, jeżeli potrafimy skonstruować matryce, które, prócz jednego aksjomatu, spełniają wszystkie aksjomaty pozostałe, to tym samym wykażemy niezależność aksjomatu niespełniającego matryc od tych, które je spełniają. Np. dla aksjomatyki:

A1: CUabIba

A2: CIabIba

A3: CKUmbUamUab
A4: CKUmbIamIab

możemy podać matryce dla Uab i Iab takie, które:

1) A1 nie spełnia a A2, A3 i A4 — spełniają:

Uab	0	1	2
0	f	v	v
1	f	v	v
2	f	f	f

Iab	0	1	2
0	f	f	f
1	f	v	v
2	f	v	v

Uab	0	11	12	21	22
0	v	f	f	v	f
11	v	v	f	v	f
12	v	f	f	v	f
21	f	f	f	f	f
22	f	f	f	f	f

Iab	0	11	12	21	22
0	f	f	f	f	f
11	v	v	f	v	f
12	v	v	f	v	f
21	v	v	f	v	f
22	v	v	f	v	f

2) A2 nie spełnia: A1, A3 i A4 — spełniają:

Uab	0	1	2
0	f	f	f
1	f	v	v
2	f	f	f

Iab	0	1	2
0	v	v	v
1	f	v	v
2	f	v	v

Uab	0	11	12	21	22
0	f	f	f	f	f
11	f	v	f	v	f
12	f	v	f	v	f
21	f	f	f	f	f
22	f	f	f	f	f

Iab	0	11	12	21	22
0	f	v	f	v	f
11	f	v	f	v	f
12	f	v	f	v	f
21	f	v	f	v	f
22	f	v	f	v	f

3) A3 nie spełnia: A1, A2, A4 — spełniają:

Uab	0	1	2
0	f	f	f
1	f	v	v
2	f	v	f

Iab	0	1	2
0	v	f	f
1	f	v	v
2	f	v	v

Uab	0	11	12	21	22
0	f	v	f	f	f
11	f	v	v	v	f
12	f	f	v	f	f
21	f	f	v	v	f
22	f	f	v	v	f

Iab	0	11	12	21	22
0	f	v	v	v	f
11	f	v	v	v	f
12	f	v	v	v	f
21	f	v	v	v	f
22	f	v	v	v	f

4) A4 nie spełnia: A1, A2, A3 — spełniają:

Uab	0	1	2
0	f	f	f
1	v	v	v
2	f	f	f

Iab	0	1	2
0	f	v	f
1	v	v	v
2	f	v	v

Uab	0	11	12	21	22
0	v	v	f	v	f
11	v	v	f	v	f
12	v	v	f	v	f
21	f	f	f	f	f
22	f	f	f	f	f

Iab	0	11	12	21	22
0	v	v	f	v	f
11	v	v	f	v	f
12	v	v	f	v	f
21	f	v	f	v	f
22	v	f	f	f	f

Dalsza więc redukcja ilości aksjomatów sylogistyki arystotelesowej w systemach rozważanego typu nie jest możliwa[12].

2.232: Możliwe jest wiązanie funktorami (np. K) czterech aksjomatów w jeden, dwa lub trzy, ale takie wiązanie nie jest redukcją liczby aksjomatów, a tylko redukcją ilości odrębnych zapisów. Niektóre z tych graficznych redukcji są interesujące; te mianowicie, przy których osiąga się zmniejszenie liczby wyrazów w aksjomatach. Jeżeli np. do zbioru założonych tez rachunku zdań w miejsce T6 i T7 przyjąć tezy: CCCNpqrCpr i CCCNpqrCqr, to można dwa aksjomaty: CUabIba i CIabIba zapisać łącznie: CCNUabIabIba, przez co zyskuje się skrócenie aksjomatyki o dwa wyrazy. Po wprowadzeniu do języka sylogistyki arystotelesowej

[12] Można natomiast znacznie zredukować ilość twierdzeń pierwotnych dobierając takie dowody dla tez rachunku sylogistyki arystotelesowej, by ilość założonych tez rachunku zdań zredukować do minimum. Np. w systemie Ł1 liczbę założonych tez rachunku zdań można zmniejszyć z 12 do 6. Można mianowicie zbudować system, w którym wystąpią tylko: T4, T5, T6, T8, T11 i T12. Oto schematy procesów dowodowych w systemie Ł1 o zredukowanej w ten sposób liczbie twierdzeń pierwotnych:

$S3\overset{T8,D1I}{\relbar\relbar\relbar}S1\xrightarrow{T6}S5$, $S4-S21\xrightarrow{T11}S31$, $S31-S6\xrightarrow{T6}CIabIab$, $S14\xrightarrow{D1II}S19$,

$S3\xrightarrow{T8,D1II}S1\xrightarrow{T6}S6$, $S31\xrightarrow{T8,D2I}S1\xrightarrow{T3}S9$, $S31-CIabIab\xrightarrow{T12}S2\xrightarrow{T6}S13$, $S19\xrightarrow{D21}S15$,

$S5\xrightarrow{T4}S7$, $S31\overset{T8,D2II}{\relbar\relbar\relbar}S1\xrightarrow{T6}S10$, $S31-CIabIab\overset{T12,T8}{\relbar\relbar\relbar}S2\xrightarrow{T6}S14$, $S19\xrightarrow{T5}S20$,

$S6\xrightarrow{T5}S8$, $S9\xrightarrow{T4}S11$, $S14\xrightarrow{D2I}S17$, $S31-S21\xrightarrow{T12}S50$, $S4-S1\xrightarrow{T6}S21$, $S10\xrightarrow{T5}S12$,

$S17\xrightarrow{T4}S18$, $S50-S2\xrightarrow{T6}S22$ $S4\overset{T8}{\relbar\relbar}S1\xrightarrow{T6}S23$, $S4-S22\xrightarrow{T11}S26$, $S3\xrightarrow{T8,D1I,D1II}S40$,

$S4\xrightarrow{T8,D2I,D1II}S33$, $S23\xrightarrow{D2I}S24$, $S26\xrightarrow{T8,D2I,D1II}S37$, $S3\overset{T8}{\relbar\relbar}S1\xrightarrow{T6}CNUabNUab$,

$S4\xrightarrow{T8,D2I,D2II}S34$, $S24\xrightarrow{D2II}S25$, $S37\overset{T8}{\relbar\relbar}S1\xrightarrow{T6}S16$, $S3\overset{T8}{\relbar\relbar}CNUabNUab\xrightarrow{T12D1ID1II}S45$,

$S31\xrightarrow{T8D2ID2II}S36$, $S33-S21\xrightarrow{T11}S46$, $S52\overset{T8}{\relbar\relbar}S7\xrightarrow{T11,D2II}S48$, $S4-S21\xrightarrow{T12}S43$,

$S33-S22\xrightarrow{T11}S42$, $S50\xrightarrow{T8D2ID1II}S52$, $S52-S21\xrightarrow{T11}S38$, $S3-S22\xrightarrow{T12}S47$,

$S51\overset{T8}{\relbar\relbar}S7\xrightarrow{T11D1II}S49$, $S52-S13\xrightarrow{T11}S51$, $S4-S13\xrightarrow{T11}S41$, $S33-S13\xrightarrow{T11}S30$,

$S38\overset{T8}{\relbar\relbar}S7\xrightarrow{T11,D2II}S29$, $S52-S22\xrightarrow{T11}S35$.

również funktora alternatywy (A) i w miejsce T6 i T7 tez: CCApqrCpr i CCApqrCqr wszystkie cztery aksjomaty rachunku sylogistyki arystotelesowej można także zapisać w formie następującej:

A1 i A2 : CAUabIabIba
A3 : CKUmbUamUab
A4 : CKUmbIamIab.

3. Rachunek sylogistyki arystotelesowej jako bezaksjomatowy system dedukcyjny logicznie późniejszy względem dwuwartościowego rachunku zdań

W tej części pracy najpierw próbę Greniewskiego i Kamińskiego omówię (3.1), t.zn. zreferuję, co — dla niniejszego rozdziału — w niej ważne (3.11) i zbadam, czy jest systemem bez aksjomatów (3.12), a następnie wyłożę próbę własną (3.2). W wykładzie tym — najpierw — zajmę się dowodzeniem „praw wnioskowania bezpośredniego" (3.21) — potem — sylogizmów „wnioskujących" (3.22).

3.1: Zamierzam zbudować — o ile możliwe — *system dedukcyjny sylogistyki arystotelesowej bez aksjomatów.* Tylko zbliżone do tego zamiaru zadanie i odnośnie drugorzędnych fragmentów sylogistyki arystotelesowej stawiają swoim pracom Greniewski w Gr i Kamiński w Km.

3.11: Greniewski mianowicie stara się zbudować „rachunek kwadratu logicznego stanowiący rozdział dwuwartościowego rachunku zdań"; Kamiński — „tradycyjną teorię wnioskowania bezpośredniego jako pewien fragment dwuwartościowego rachunku zdań". Zasadniczym celem obu tych prac było „uogólnienie" (wg określenia Greniewskiego), t.j. „przekład" wymienionych działów logiki tradycyjnej na język rachunku zdań. Uogólnienia takiego Greniewski i Kamiński dokonali dzięki wprowadzeniu — do budowanych przez siebie rachunków — funktorów czteroargumentowych:

a) czteroczłonowej przeciwstawności prawdziwościowej (uogólnienie kwadratu logicznego): $\square\begin{pmatrix} p & r \\ q & s \end{pmatrix}$ (w Gr i Km);

b) czteroczłonowej równoważności przekształceniowej (uogólniona konwersja i ekwipolencja): $\rightleftarrows$(pqrs) (w Km).

Czteroczłonową przeciwstawność Greniewski defininiuje za pomocą funktorów: implikacji ($\rightarrow$), koniunkcji (.) i spójności ($\div$) w następujący sposób: $\Box\begin{pmatrix} p_1q_1 \\ p_2q_2 \end{pmatrix} = [(p_1 \rightarrow p_2) \cdot (p_1 \div q_2) \cdot (p_2 \div q_1)]$. Kamiński natomiast wprowadza ten funktor za pomocą implikacji, koniunkcji i alternatywy wyłączającej ($\perp$) w sposób następujący: $\Box\begin{pmatrix} p_2 & p_4 \\ p_1 & p_3 \end{pmatrix} = [(p_2 \perp p_2) \cdot (p_1 \perp p_4) \cdot (p_2 \rightarrow p_1)]$.

Różnice między tymi defininicjami nie są zasadnicze i polegają jedynie na odmienności zapisu tych samych relacji (ponieważ funktor spójności określa te same warunki logicznej wartości pary argumentów co i alternatywa wyłączająca). Funktor $\rightleftarrows$ został wprowadzony tylko w pracy Km przy pomocy funktorów równoważności ($\equiv$) i koniunkcji w następującej definicji: $\rightleftarrows(p\ q\ r\ s) = [(p \equiv r) \cdot (q \equiv r) \cdot (r \equiv s)]$.

Posługując się definicjami wyrażeń z funktorami wieloargumentowymi Greniewski i Kamiński budują i łączą w rachunek — równoważnościowe lub implikacyjne — funkcje, których poprzednikiem (lub lewą stroną równoważności) jest wyrażenie równokształtne z definiensem lub jego składową lub z innym — wynikającym z definiensu — wyrażeniem, np:

1) $\Box\begin{pmatrix} p_2p_4 \\ p_1p_3 \end{pmatrix} \equiv [(p_2 \perp p_3) \cdot (p_1 \perp p_4) \cdot (p_2 \rightarrow p_1)]$,

2) $\Box\begin{pmatrix} p_2p_4 \\ p_1p_3 \end{pmatrix} \rightarrow (p_2 \perp p_3)$,

3) $\Box\begin{pmatrix} p_2p_4 \\ p_1p_3 \end{pmatrix} \rightarrow (p_2 \rightarrow p_1)$,

4) $\rightleftarrows(p_2q_2r_2s_2) \rightarrow (p_2 \equiv q_2)$.

3.12: Czy przy okazji uogólniania rachunku kwadratu logicznego i teorii wnioskowania bezpośredniego nie został przypadkowo zbudowany w pracy Gr lub Km bezaksjomatowy system pewnych działów sylogistyki arystotelesowej? Otóż — mimo pozorów — nie, bo definiujące wyrażenia występujące w postaci skróconej (definiendum) w poprzednikach tez analizowanych rachunków nie są — jak łatwo przekonać się metodą zerowojedynkowego sprawdzania — funkcjami prawdziwościowymi. Stąd odrywanie z tych tez następników, które są odpowiednikami „praw logiki tradycyjnej", jest niedopuszczalne bez aksjomatycznego uznania poprzedników. Przykład. Teza: $\square \begin{pmatrix} p_2 p_4 \\ p_1 p_3 \end{pmatrix} \rightarrow (p_2 \rightarrow p_1)$ podana przez Kamińskiego i nazwana „prawem nadrzędności dla zdań twierdzących" zapisana bez definicyjnego skrócenia poprzednika ma postać:

$$[(p_2 \perp p_3) \cdot (p_1 \perp p_4) \cdot (p_2 \rightarrow p_1)] \rightarrow (p_2 \rightarrow p_1)]$$

Ta funkcja jest, ale jej poprzednik nie jest, tautologią logiczną. Podstawmy w tym twierdzeniu — zgodnie z przyjętą w pracy Km umową — za p_1/Iab, p_2/Uab, p_3/Oab, p_4*l*Yab. Otrzymamy następujące wyrażenie tautologiczne:

$$[(\text{Uab} \perp \text{Oab}). \ (\text{Iab} \perp \text{Yab}). \ (\text{Uab} \perp \text{Iab})] \rightarrow (\text{Uab} \rightarrow \text{Iab})$$

Otrzymanie takiej tautologii jest osiągnięciem małointeresującym i może być zrealizowane bez zabiegu wprowadzania funktorów wieloargumentowych. W rachunku Greniewskiego i Kamińskiego nie da się przejść od tej tautologii do wykazania, że tautologią jest również jej następnik: Uab→Iab. Rolę aksjomatów w tradycyjnym (nie „uogólnionym") rachunku kwadratu logicznego (na podstawie definicji czteroczłonowej przeciwstawności prawdziwościowej) z pracy Gr i Km pełnią funkcje: Uab→Iab; Uab $\perp$ Oab; Yab $\perp$ Iab. W aksjomatyce tej należałoby zredukować Uab $\perp$ Oab do Oab≡NUab (bo z COabNUab można wyprowadzić CUabNOab i z i z CNUabOab — CNOabUab), jak również Yab $\perp$ Iab — do Yab≡NIab (bo z CYabNIab można wyprowadzić CIabNYab a z CNIabYab — CNYabIab). Dalsze i bardziej szczegółowe rozważanie rachunku Greniewskiego i Kamińskiego byłoby niecelowe, skoro na drodze stosowanego przez nich „uogólniania" nie znajduję sposobu na eliminowanie aksjomatów nawet z fragmentu rachunku „nieuogólnionej" sylogistyki arystotelesowej.

3.2: W jaki w ogóle sposób jest możliwe, czy przynajmniej może być rozważane jako możliwe, wyprowadzenie sylogistyki arystotelesowej z dwuwartościowego rachunku zdań bez przyjmowania aksjomatów? Wyprowadzenie to stanie się możliwe, gdy traktując funkcje typu: Uab Iab, Yab, Oab jak definicyjne skróty odszukamy definiujące wyrażenia — sensowne w pewnym języku symbolicznym — takie, których wprowadzenie do „praw" sylogistyki arystotelesowej w miejsce wszystkich funkcji typu definiowanych przekształci każde z tych „praw" w wyrażenie, które również można otrzymać z wybranej tezy rachunku zdań przez odpowiednie podstawianie za zmienne zdaniowe.

3.21: Na dowodzenie „praw wnioskowania bezpośredniego" sylogistyki arystotelesowej złożą się niezbędne wyjaśnienia i sformułowania przygotowujące dowodzenie (3.211) i procesy dowodowe (3.212).

3.211: W uwagach poprzedzających wykład procesów dowodowych wypadnie wyjaśnić zależność wartości logicznej sensownych wyrażeń sylogistyki arystotelesowej od zakresów, stałych reprezentowanych przez zmienne nazwowe (3.211.1) a dokładniej — od stosunków zakresowych (3.211.11) i od pustości nazw (3.211.12); określić wartość logiczną wyrażeń typu U(ab)a i Ua(ab) (3.211.2) i sformułować definicje dla Uab, Iab, Yab, Oab (3.211.3) oraz reguły dedukcji (3.211.4).

3.211.1: We własnej próbie zbudowania bezaksjomatowego systemu sylogistyki arystotelesowej, próbie, którą poniżej rozwijam, wyrażenia typu Uab, Iab, Yab, Oab potraktowałem jako definicyjne skróty innych wyrażeń, sensownych w nieco rozszerzonym języku sylogistyki arystotelesowej. Wprowadzam mianowicie do słownika sylogistyki — obok zmiennych: a,b,m — zmienne dwuliterowe — reprezentanty nazw iloczynowo złożonych: (ab), (am), (mb) i przyjmuję dodatkowo regułę składni zezwalającą także na zestawienia typu: „Ua(ab)" — czytane: „każde a jest ab" (przykład: „Każdy naukowiec [a] jest[13] naukowcem - eksperymentatorem [(ab)]); „U(ab)a" — czytane: „każde ab jest a" (np.: „każdy naukowiec-eksperymentator jest naukowcem").

3.211.11: Każda klasa iloczynowa symbolizowana przez (ab) tak niepusta jak i pusta — niezależnie od sposobu rozumienia pustości termi-

[13] Oczywiście nie interesuje nas, czy faktycznie „jest", bo chodzi o przykłady zdań, a nie akurat zdań prawdziwych.

nów — zawiera się w zakresie każdego ze swych czynników (a, b). Dla każdego więc, kto uzna za dostateczne kryterium prawdziwości zdań twierdzących sam tylko fakt zakresowego zawierania się podmiotu w orzeczniku, wyrażenia typu U(ab)a i U(ab)b wydawać się będą funkcjami prawdziwościowymi. W szczególności np. zdanie: każdy koło-kwadrat jest kołem — byłoby prawdziwe.

3.211.12: Inaczej przedstawia się sprawa orzekania wartości zdań, gdy przyjąć kryterium Leśniewskiego: „wszelkie zdanie ma symbolizować posiadanie przez przedmiot symbolizowany przez podmiot, cech współoznaczonych przez orzeczenie „(Ln). W porównaniu z poprzednim, kryterium to żąda dodatkowo dla prawdziwości zdania, by podmiot symbolizował przedmiot i by symbolizowany przedmiot posiadał cechy współoznaczone przez orzeczenie. Podmiot o treści „wewnętrznie sprzecznej", czyli o treści współoznaczającej wykluczające się wzajemnie cechy (cechy wykluczające możliwość współwystępowania w przedmiocie) nie oznacza żadnego w ogóle przedmiotu, a tym samym — zgodnie z kryterium Leśniewskiego — zdania twierdzące o takim podmiocie są fałszywe (jako że „przedmiot", którego w ogóle nie ma, nie może niczego posiadać, również cech). Oczywiście, z racji tego kryterium, fałszywe jest także każde zdanie, które symbolizuje posiadanie przez przedmiot cech współoznaczonych przez orzeczenie o treści „wewnętrznie sprzecznej". Wyrażenia „nazwa o treści wewnętrznie sprzecznej" będę używał zamiennie z terminem „nazwa pusta". Pustość terminów jest rozumiana na różne sposoby i brana jest od strony bądź formy istnienia, będź ilości, elementów symbolizowanego zakresu. Same natomiast sposoby rozumienia są wypowiadane ze stanowisk dających się sklasyfikować w jedno „niewyraźne" i dwa „wyraźne". Niewyraźnym nazwałem to stanowisko (najliczniej reprezentowane), w którym pustość pojmuje się jako brak przyporządkowania nazwie zwanej „pustą" elementów (desygnatów) o „określonym" charakterze, gdy określoność ta w pewnym aspekcie znana jest jako realne istnienie. Rozumienie takie dopuszcza pytanie nie znajdujące w tym stanowisku wyraźnej odpowiedzi: czy zakres nazwy „pustej" nie posiadający elementów realnie istniejących posiada w ogóle jakieś elementy, czy nie posiada żadnych? Możliwe są dwie odpowiedzi. Stanowiska, które dają je, nazwałem wyraźnymi. Wg jednego z nich nazwa pusta to ta, której przyporządkowane są (która desygnuje) elementy nie istniejące realnie, ale dające się wyobrazić lub pomyśleć jako jednostkowe twory (stanowisko to reprezentuje np. Gumański, który nazwę „pustą" określa w Gm jako nazwę desygnującą „przedmioty nieistniejące czyli abstrakty"). Stanowisko dające drugą z możliwych odpowiedzi „pustą" uznaje tylko nazwę, której nie jest przyporządkowany żaden w ogóle element (nie desygnującą żadnego elementu), t.j. nazwę, której treść współoznacza wykluczające się cechy (wykluczające możliwość współwystępowania), czyli nazwę iloczynowo złożoną z nazw o wykluczających się zakresach (również ich definicyjne skróty) i ich „uniwersum": „nieprzedmiot" (także jego synonimy).

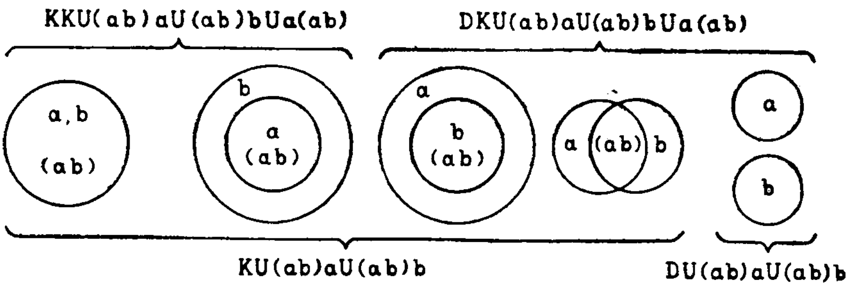
3.211.2: W nieniejszej pracy stosuję do oceny wartości logicznej zdań kryterium Leśniewskiego, a decydujące — niezależnie od stosunków zakresowych — o fałszywości zdań występujące w nich w roli podmiotu lub orzecznika nazwy o treści wewnętrznie sprzecznej i „nieprzedmiot" (oraz jego synonimy) i tylko te nazwy będę nazywał pustymi. Odrzuciłem kryterium oparte wyłącznie na badaniu stosunków zakresowych, bo dopuszcza niekonsekwencję, gdy np. zewzala na przypisywanie cech przedmiotowych nie istniejącym i nie dającym się wyobrazić ani pomyśleć odpowiednikom „desygnowanym" przez nazwy o treści wewnętrznie sprzecznej. (Np. kwadratowe koło — wg odrzuconego kryterium — może — na równi z drożdżami — rozmnażać się przez pączkowanie). Terminu „nazwa pusta" będę używał w znaczeniu wyróżnionym powyżej jako trzecie stanowisko, bo nie znajduję powodu do przypisywania pustości wyrazom, które nazywają — w jakikolwiek bądź sposób istniejące — indywidua. Stosując kryterium Leśniewskiego możemy stwierdzić, że zdania o strukturze U(ab)a lub U(ab)b są prawdziwe wtedy i tylko, gdy (ab) jest niepuste, czyli gdy zakresowo a nie wyklucza b. Gdy (ab) jest puste, zdanie o takiej budowie jest fałszywe. Zdanie o strukturze Ua(ab) jest prawdziwe wtedy i tylko, gdy (ab) jest niepuste i zakres a jest podrzędny względem zakresu (ab). Zdanie o tej budowie jest fałszywe wtedy i tylko, gdy bądź (ab) jest puste, bądź — przy niepustym (ab) — a nie jest podrzędne względem (ab).

3.211.3: Opierając się na tych stwierdzeniach wyrażenia typu Uab, Iab, Yab, Oab definiuję w sposób następujący:

Df1: Uab = KKU(ab)aU(ab)bUa(ab),
Df2: Iab = KU(ab)aU(ab)b,

Df3: Yab = D[14]U(ab)aU(ab)b,
Df4: Oab = DKU(ab)aU(ab)bUa(ab).

Istnieje zgodność między podanymi definicjami a tradycyjną zakresową interpretacją wyrażeń Uab, Iab, Yab, Oab.[15] Podkreśloną zgodność łatwo spostrzeżemy z następującego diagramu:



Definicje Df1—Df4 pozostają również w znacznej zgodności z tymi definicjami funktorów U, I, Y, O, które podał Leibniz (Lb str. 19):

U: SP = S
I: SP est Ens[16]
Y: SP est non-Ens
O: SP≠S.

3.211.4: Przy dowodzeniu „praw wnioskowania bezpośredniego" sylogistyki arystotelesowej posłużę się regułą podstawiania za zmienne zdaniowe w sformułowaniu jak pod 2.131 i następującą regułą definicyjnego zastępowania (3.211.41):

3.211.41: W wyrażeniach tautologicznych sylogistyki arystotelesowej wolno — wyrażenie równokształtne z prawą stroną definicji Df1, Df2, Df3 lub Df4 — zastąpić wyrażeniem równokształtnym z lewą stroną tej definicji.

3.212: W podanych niżej dowodach „praw wnioskowania bezpośredniego" sylogistyki arystotelesowej stosując regułę 2.131 podstawiam stale za p*l*U(ab)a, q*l*U(ab)b, r*l*Ua(ab), y*l*Ub(ab). Przyjmuję oznaczenia:

---

[14] „D" — to funktor dysjunkcji

[15] Por. Sl, str. 7.

[16] „Ens is the class of all things (entia)" Lb, str. 9.
"As objects (entia), Leibniz holds ‚one can take either all actually existing things, or else alle which are (logically) possible" Lb, str. 6.

„T w1" — „Tw20" dla wprowadzonych do dowodu tez rachunku zdań;

„SyL1" — „SyL20" — dla wybranych „praw wnioskowa bezpośredniego";

„w Tw1 Rp:p,q,r" itp. — podstawiania w Tw1 wg reguły 2.131 p*l*U(ab)a, q*l*U(ab)b,r*l*Ua(ab), itp.;

„w I Df1" itp. — zastępowania definicyjnego wg Df1, 3.211.41 w poprzedniku przesłanki, itp.;

„w II Df1" itp. — wg Df1, 3.211.41 w następniku przesłanki, itp.

(1) Tw1: CDKpqrNKKpqr

— w Tw1 Rp:p,q,r —

CDKU(ab)aU(ab)bUa(ab)NKKU(ab)aU(ab)bUa(ab)

— w I Df4, w II Df1 —

SyL1: COabNUab

(2) Tw2: CNKKpqrDKpqr

— w Tw2 Rp:p,q,r —

CNKKU(ab)aU(ab)bUa(ab)DKU(ab)aU(ab)bUa(ab)

— w I Df1, w II Df4 —

SyL2: CNUabOab.

(3) Tw3: CKKpqrNDKpqr

— w Tw3 Rp:p,q,r —

CKKU(ab)aU(ab)bUa(ab)NDKU(ab)aU(ab)bUa(ab)

— w I Df1, w II Df4 —

SyL3: CUabNOab.

(4) Tw4: CNDKpqrKKpqr

— w Tw4 Rp:p,q,r — w I Df4, w II Df1 —

SyL.4: CNOabUab.

(5) Tw5: CDpqNKpq

— w Tw5 Rp:p,q — w I Df3, w II Df2 —

SyL.5: CYabNIab.

(6) Tw6: CNKpqDpq

— w Tw6 Rp:p,q — w I Df2, w II Df3 —

SyL.6: CNIabYab.

(7) Tw7: CKpqNDpq

— w Tw7 Rp: p,q — w I Df2, w II Df3 —

SyL.7: CIabNYab.
(8) Tw8: CNDpqKpq
— w Tw8 Rp:p,q — w I Df3, w II Df2 —

SyL.8:CNYabIab.
(9) Tw9: CKKpqrNDpq
— w Tw9 Rp:p,q,r — w I Df1, w II Df3 —

SyL.9: CUabNYab.
(10) Tw10: CDpqNKKpqr
— w Tw10 Rp:p,q,r — w I Df3, w II Df1 —

SyL10: CYabNUab.
(11) Tw11: CNKpqDKpqr
— w Tw11 Rp:p,q,r — w I Df2, w II Df4 —

SyL.11: CNIabOab.
(12) Tw12: CNDKpqrKpq
— w Tw12 Rp:p,q,r — w I Df4, w II Df2 —

SyL.12: CNOabIab.
(13) Tw 13: CKKpqrKpq
— w Tw13 Rp:p,q,r — w I Df1, w II Df2 —

SyL.13: CUabIab.
(14) Tw14: CDpqDKpqr
— w Tw14 Rp:p,q,r — w I Df3, w II Df4 —

SyL.14: CYabOab.
(15) Tw15: CKpqKqp
— w Tw15 Rp:p,q — w I Df2, w II Df2 —

SyL.15: CIabIba.
(16) Tw16: CKqpKpq
— w Tw16 Rp:p,q — w I Df2, w II Df2 —

SyL.16: CIbaIab.
(17) Tw17: CDpqDqp
— w Tw17 Rp:p,q — w I Df3, w II Df3 —

SyL.17: CYabYba
(18) Tw18: CDqpDpq
— w Tw18 Rp:p,q — w I Df3, w II Df3 —

SyL.18: CYbaYab.
(19) Tw19: CKKpqrKqp
— w Tw19 Rp:p,q,r — w I Df1, w II Df2 —

SyL.19: CUabIba.

(20) Tw20: CDpqDKqpy

— w Tw20 Rp:p,q,y — w I Df3, w II Df4 —

SyL.20: CYabOba.

3.22: Z kolei przedstawię rachunek sylogizmów „wnioskujących". Przedtem przeprowadzę rozważania wykazujące potrzebę dopełnienia (nowymi definicjami) reguły (spod 3.211.41) definicyjnego zastępowania (3.221); „przeprowadzę rozważania", t.j. wyprowadzę definicje dla Uab, Iab, Yab, Oab, w których do definiensu wprowadzę termin trzeci: m (3.221.1); „wyprowadzę", t.j. każdemu możliwemu zestawieniu wartości funkcji wyrażających za pomocą funktorów: U, I, Y, O stosunki a do m, m do a, m do b i b do m przyporządkuję odpowiadający związek zakresowy a z m, m z b (3.221.11) i sformułuję na tej podstawie definicje (3.221.12), a na podstawie definicji — dopełnienie reguły zastępowania (3.221.2). Następnie wyłożę procesy dowodowe dla każdego sylogizmu „wnioskującego" (3.222).

3.221: W definicjach Df1—Df4 został określony funktorami U, I, Y, O bezpośredni (bez pośrednictwa terminu trzeciego: m) stosunek a do b.

3.221.11: W sylogizmach funkcja (U,I,Y,O)ab wynika z funkcji (U,I,Y,O)mb lub (U,I,Y,O)bm i (U,I,Y,O)am lub (U,I,Y,O)ma. Wszystkie te funkcje wg definicji Df1—Df4 dają się przełożyć na wyrażenia złożone z funktorów zdaniotwórczych rachunku zdań i następujących funkcji: Ua(am), U(am)a, U(am)m, Um(am), Um(mb), U(mb)m, Ub(mb), U(mb)b. Jakimi funktorami zdaniotwórczymi od argumentów zdaniowych należy powiązać funkcje podanego ciągu, by otrzymane wyrażenie było równoważne funkcji Uab, Iab, Yab lub Oab? By znaleźć odpowiedź zestawię wszystkie możliwe układy wartości (v, f) ciągu funkcji:

Ua(am)-U(am)a-U(am)m-Um(am)-Um(mb)-U(mb)m-Ub(mb)-U(mb)b

i zbadam, w jakich związkach zakresowych przy tych zestawieniach pozostaje a do m do b i — w konsekwencji — a do b.

Niech znak: $=$ symbolizuje stosunek międzyzakresowego pokrywania się, $<$ — podrzędności, $>$ — nadrzędności, $\times$ — krzyżowania, $\neq$ — wykluczania. Np. zapis: $a = m > b$ przedstawia pokrywanie się m z a i nadrzędność m w stosunku do b (czyli także — podrzędność b względem m).

W podanym niżej zestawieniu, wartości każdej funkcji: Ua(am), U(am)a, U(am)m, itd. ustawione są w kolumnach. W kolumnie I znajdują się symbole wartości, które można przyporządkować funkcji: Ua(am), w kolumnie II — wartości U(am)a, w III — Um(am), w IV — U(am)m, w V — Um(mb), w VI — U(mb)m, w VII Ub(mb) i w VIII — U(mb)b. Ciąg tych funkcji posiada 25 możliwych układów wartości. W przedłużeniu tych szeregów znajdują się napisy określające związki zakresowe a z m i m z b zachodzące przy danym układzie (szeregu) wartości funkcji z rozważanego ciągu.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
v	v[17]	v	v	v	v	v	v	$a=m=b$
v	v	f	v	v	v	v	v	$a<m=b$
v	v	v	v	v	v	f	v	$a=m<b$
v	v	f	v	v	v	f	v	$a<m<b$
v	v	v	v	f	v	v	v	$a=m>b$
v	v	v	v	f	v	f	v	$a=m\times b$
v	v	v	v	f	f[18]	f	f	$a=m\neq b$
v	v	f	v	f	v	v	v	$a<m>b$
f	v	f	v	v	v	f	v	$a\times m>b$
v	v	f	v	f	v	f	v	$a<m\times b$
v	v	f	v	f	f	f	f	$a<m\neq b$
f	v	v	v	v	v	v	v	$a<m=b$
f	v	v	v	f	v	v	v	$a>m>b$
f	v	v	v	v	v	f	v	$a>m<b$
f	v	v	v	f	v	f	v	$a>m\times b$
f	v	v	v	f	f	f	f	$a>m\neq b$
f	v	f	v	v	v	v	v	$a\times m=b$
f	v	f	v	f	v	v	v	$a\times m>b$
f	v	f	v	f	v	f	v	$a\times m\times b$

[17] Funkcje U(am)a i U(am)m, a także U(mb)m i U(mb)b, zgodnie z 3.211.2 nie mogą posiadać różnych wartości, bo gdy np. U(am)a = v, to a nie wyklucza m, czyli również U(am)m = v.

[18] Gdy funkcja tego typu (np. U(mb)m) jest fałszywa, to i wszystkie funkcje z tą parą zmiennych (Um(mb), U(mb)m, Ub(mb), U(mb)b) są fałszywe (bo m wyklucza b).

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
f	v	f	v	f	f	f	f	$a \times m \neq b$
f	f	f	f	v	v	v	v	$a \neq m = b$
f	f	f	f	f	v	v	v	$a \neq m > b$
f	f	f	f	v	v	f	v	$a \neq m < b$
f	f	f	f	f	v	f	v	$a \neq m \times b$
f	f	f	f	f	f	f	f	$a \neq m \neq b$

3.221.12: Niech „Su" będzie skrótowym zapisem funkcji: KUa(am)Um(mb); „Si" — AKU(am)mUm(mb)KU(mb)mUm(am); „Sy" — AKUa(am)DU(mb)mU(mb)bKUb(mb)DU(am)aU(am)m; „So" — AAKU(am)aDU(mb)mU(mb)bKUb(mb)DKU(am)aU(am)m-Ua(am)KUm(am)DKU(mb)mU(mb)bUm(mb).

Warunkowe definicje stosunków U,I,Y,O a do b możemy sformułować — na podstawie 3.221.11 — w następujący sposób:

Df5: CSu(Uab = Su),
Df6: CSi(Iab = Si),
Df7: CSy(Yab = Sy),
Df8: CSo(Oab = So).

3.221.2: Regułę definicyjnego zastępowania możemy teraz uzupełnić następującym przepisem:

W prawdziwych implikacyjnych wyrażeniach sylogistyki arystotelesowej wolno zastąpić w ich następniku wyrażenie będące dowolnym członem alternatywnego wyrażenia równokształtnego z definiensem definicji Df5—Df8 przez wyrażenie równokształtne z definiendum wtedy, gdy (niewłaściwą) część poprzednika stanowi wyrażenie równokształtne z wyrażeniem zastępowanym.

3.222: W podanych niżej dowodach sylogizmów „wnioskujących" stosując regułę 2.131 podstawiam stale za: p*l*U(am)a q*l*U(am)m, r*l*Ua(am), s*l*U(mb)m, t*l*U(mb)b, w*l*Um(mb), z*l*Um(am), u*l*Ub(mb). Przyjmuję oznaczenia:

„Tw21" — „Tw42" dla tez rachunku zdań;
„SyL.21" — „SyL.44" dla sylogizmów;

„w Tw21 Rp:p,q,r,s,t,w" itp. — podstawiania w Tw21 wg reguły 2.131 za p/U(am)a, q/U(am)m, r/Ua(am), s/U(mb)m, t/U(mb)b, w/Um(mb), itp.;

„w I Df1,Df1" itp. — definicyjnego zastępowania obu członów koniunkcji poprzednika przesłanki wg reguły 3.211.41;

„w II Df5" itp. — w następniku wg 3.221.2, itp.

(21) Tw21: CKKKstwKKpqrKrw

— w Tw21 Rp:p,q,r,s,t,w —

CKKKU(mb)mU(mb)bUm(mb)KKU(am)aU(am)m-Ua(am)KUa(am)Um(mb)

— w I Df1, Df1; w II Df5 —

SyL.21: CKUmbUamUab.

(22) Tw22: CKKKstwKKpqrKqw

— w Tw22Rp: p,q,r,s,t,w —

CKKKU(mb)mU(mb)bUm(mb)KKU(am)a(am)m-Ua(am)KU(am)mUm(mb)

— w 1 Dfl, Dfl; w II Df6 —

SyL.22: CKUmhUamIab.

(23) Tw23: CKDstKKpqrKrDst

— w Tw23 Rp;p,q,r,s,t,w —

CKDU (mb)mU(mb)bKKU(am)aU(am)mUa(am)-KUa(am)DU(mb)mU(mb)b

— w I Df3, Dfl; w II Dź7 —

SyL.23: CKYmbUamYab.

(24) Tw24: CKKKstwKpqKqw

— w Tw24 Rp:p,q,s,t,w — w I Dfl,Df2; w II Df6 —

SyL.24: CKUmbIamIab.

(25) Tw25: CKDstKKpqrKpDst

— w Tw25 Rp:p,q,r,s,t — w I Df3,Df1; w II Df8 —

SyL.25: CKYmbUamOab.

(26) Tw26: CKDstKpqKpDst

— w Tw26 Rp:p,q,s,t — w I Df3, Df2; w II Df8 —

SyL.26: CKYmbIamOab.

(27) Tw27: CKDtsKKpqrKrDst

— w Tw27 Rp:p,q,r,s,t — w I Df3,Df1; w II Df7 —

SyL.27: CKYbmUamYab.

(28) Tw28: CKDtsKKpqrKpDst

— w Tw28 Rp:p,q,r,s,t — w I Df3,Df1, w II Df8 —

SyL.28: CKYbmUamOab.

(29) Tw29: CKKKtswDpqKwDpq

— w Tw29 Rp:p,q,s,t,w — w I Df1,Df3; w II Df7 —

SyL.29: CKUbmYamYab.

(30) Tw29: CKKKtswDpqKwDpq

— w Tw29 Rp:p,q,s,t,w — w I Df1,Df3; w II Df8 —

SyL.30: CKUbmYamOab.

(31) Tw30: CKDtsKpqKpDst

— w Tw30 Rp: p,q,s,t — w I Df3, Df2; w II Df8 —

SyL.31: CKYbmIamOab.

(32) Tw31: CKKKtswDKpqrKwDKpqr

— w Tw31 Rp:p,q,r,s,t,w — w I Df1,Df4; w II Df8 —

SyL.32: CKUbmOamOab.

(33) Tw32: CKKKstwKqpKqw

— w Tw32 Rp:p,q,s,t,w — w I Df1,Df2; w II Df6 —

SyL.33: CKUmbImaIab.

(34) Tw33: CKKKstwKKqpzKqw

— w Tw33 Rp:p,q,s,t,w,z — w I Df1,Df1; w II Df6 —

SyL.34: CKUmbUmaIab.

(35) Tw34: CKDstKKqpzKpDst

— w Tw35 Rp:p,q,s,t,w,z — w I Df3,Df1; w II Df8 —

SyL35: CKYmbUmaOab.
(36) Tw35: CKKstKKqpzKsz
— w Tw35 Rp:p,q,s,t,z — w I Df2,Df1; w II Df6 —

SyL.36: CKImbUmaIab.
(37) Tw36: CKDKstwKKqpzKzDKstw
— w Tw36 Rp: p,q,s,t,w,z — w I Df4,Df1; w II Df8 —

SyL.37: CKOmbUmaOab.
(38) Tw37: CKDstKqpKpDst
— w Tw37 Rp:p,q,s,t — w I Df3,Df1; w II Df8 —

SyL.38: CKYmbImaOab.
(39) Tw38: CKKKtsuKKqpzKsz
— w Tw38 Rp:p,q,s,z,t,u — w I Df1,Df1: w II Df6 —

SyL.39: CKUbmUmaIab.
(40) Tw39: CKKKtsuDqpKuDpq.
— w Tw39 Rp:p,q,s,t,u — w I Df1,Df3; w II Df7 —

SyL.40: CKUbmYmaYab.
(41) Tw39: CKKKtsuDqpKuDpq
— w Tw39 Rp:p,q,s,t,u — w I Df1,Df3; w II Df8 —

SyL.41: CKUbmYmaOab.
(42) Tw40: CKKtsKKqpzKsz
— w Tw40 Rp:p,q,s,t,z — w I Df2,Df1; w II Df6 —

SyL.42: CKIbmUmaIab.
(43) Tw41: CKDtsKKqpzKpDst
— w Tw41 Rp:p,q,s,t,z — w I Df3,Df1; w II Df8 —

SyL.43: CKYbmUmaOab.

(44) Tw42: CKDtsKqpKpDst[19]

— w Tw42: Rp:p,q,s,t — w I Df3,Df2; w II Df8 —

SyL.44: CKYbmImaOab.

4: Skróty bibliograficzne

W cytatach bilbiograficznych, podanych w niniejszej pracy, używam następujących skrótów:

„B1" zamiast „J. M. Bocheński, Formale Logik, München 1956",

„B2" zamiast „J. M. Bocheński, Logisch-philosophische Studien, Freiburg — München 1959";

„Cz" zamiast „T. Czeżowski, Główne zasady nauk filozoficznych, III wyd,. Wrocław 1959";

„Gm" zamiast „I. Gumański, logika klasyczna a założenia egzystencjalne, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu M. Kopernika w Toruniu, zeszyt 4. Filozofia 1. Toruń 1960";

„Gr" zamiast „H. Greniewski, Próba „odmłodzenia" kwadratu logicznego, Studia Logica, tI, 1953";

„Km" zamiast „S. Kamiński, Tradycyjna teoria wnioskowania bezpośredniego jako pewien fragment dwuwartościowego rachunku zdań, Studia Logica, TXI, 1961";

„Kt1" zamiast „T. Kotarbiński, Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk, Lwów 1929";

„Kt2" zamiast „T. Kotarbiński, Wykłady z dziejów logiki, Łódź 1957";

„Lb" zamiast „N. Rescher, Leibniz's interpretation of his logical calculi, The Journal of Symbolic Logic, Vol. 19, Nr 1, 1954";

„Ln" zamiast „S. Leśniewski, Przyczynek do analizy zdań egzystencjalnych, Przegląd Filozoficzny, Rocz. XIV, 1911";

„Ł1" zamiast „J. Łukasiewicz, Elementy logiki matematycznej, II wyd., Warszawa 1958";

„Ł2" zamiast „J. Łukasiewicz, Znaczenie analizy logicznej dla poznania, Przegląd Filozoficzny XXXVII, Warszawa 1934";

„Ł3" zamiast „J. Łukasiewicz, W obronie logistyki, Myśl katolicka wobec logiki współczesnej, Studia Gnesnensia XV, Poznań 1937";

„Ł4" zamiast „J. Łukasiewicz, O sylogistyce Arystotelesa, Z zagadnień logiki i filozofii, Warszawa 1961";

„Ł5" zamiast „J. Łukasiewicz, Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic, Oxford 1951";

[19] Rzecz oczywista, ilość wprowadzonych tez rachunku zdań można zredukować. Pomijam omawianie tej sprawy poprzestając na tym, co zasadniczo ważne: na wykazaniu, że sylogistykę arystotelesową można wyprowadzić z rachunku zdań bez przyjmowania aksjomatów.

„Ls" zamiast „J. Łoś, Próba aksjomatyzacji logiki tradycyjnej, Annales Univ. M. Curie-Skłodowska, sectio F, vol. I, 3, Lublin 1946";

„Sl" zamiast „J. Sleszyński, O logice tradycyjnej, Odczyt wygłoszony na zebraniu Towarzystwa Filozoficznego w Krakowie dnia 29 listopada roku 1917, Kraków 1921";

„Sł1" zamiast „J. Słupecki, Uwagi o sylogistyce Arystotelesa, Annales Univ. M. Curie-Skłodowska, sectio F, vol. I, 3, Lublin 1946";

„Sł2" zamiast „J. Słupecki, Z badań nad sylogistyką Arystotelesa, Prace Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego, seria B, Nr 6, Wrocław 1948".

5. „TOWARDS A DERIVED (INFERRED) ARISTOTELIAN SYLOGISTIC FROM THE PROPOSITIONAL CALULUS"
(Sumary)

An object of investigations in this paper conteins systems of the aristotelian syllogistic (a part of traditional logic without laws with negative terms). I research namely whether a deduction system of the syllogistic without axioms is possible to built. Firstly this paper presents and analyzes these systems of the aristotelian syllogistic which have as the primitive theses (unproved) formulas of the two-valued propositional calculus and some laws of the aristotelian syllogistic. Further I construct a system of the syllogistic (in which no law of the arist. syll, is a primitive thesis i. e. the system without axioms), a system of which the primitive theses contein exclusively truth-functions of the propositional calculus. Primitive expressions (undefined) of the arist. syll. in this theory without axioms are functions of this type: „Every A is an AB" (Ua(ab)) and „Every AB is an A" (U(ab)a). I formulate definitions for expressions of the following type: „Every A is a B" (Uab), „Some A is a B" (Iab), „No A is a B" (Yab) and „Some A is not a B" (Oab). In these definitions there are in defining formulas expressions of the type U (ab)a, Ua(ab) and truth-functors: K (conjunction), A (alternative), D (disjunction). I apply two rules of inference: a rule of substitution (for the propositional variables) and a second — rule of substitutability for definitions (of defining by defined).