M. Lubański

"Rol analogii w sistemie matematiczeskich znanij", E.A. Beljajew, "Fiłosofie Nauki" Nr 5 (1971) : [recenzja]

Studia Philosophiae Christianae 8/2, 174-178

1972

zgadywania. Wszelka ekstrapolacja skomplikowanych funkcji w przyszłości wiąże się z dużym ryzykiem. Pomimo tego teorie historyczne i ekonomiczne wraz z ich weryfikacją są ważne, ponieważ pozwalają na lepsze zrozumienie zmiennych znaczących w przeszłości.

Autor bogato ilustruje zagadnienia przykładami zaczerpniętymi z historii nauki. Poprzedzanie każdego rozdziału przedmową i zamknięcie wykazem literatury przedmiotu oraz indeksem rzeczowym nadają tej niewielkiej książce charakter zebranych wykładów, co sprawia, że może ona zainteresować szersze grono czytelników.

Intencją autora było napisanie książki w sposób „... zrozumiały zarówno dla humanistów, jak i przedstawicieli nauk przyrodniczych i technicznych", wydaje się, że cel ten został osiągnięty całkowicie. Wobec braku w naszym piśmiennictwie pracy omawiającej problem metody naukowej w zwięzły sposób, uzasadnionym byłby przekład na język polski tej cennej pozycji.

Z. Iwanicki

Beljajew E. A., Rol analogii w sistemie matiematiczeskich znanij, Fiłosofskie Nauki 1971, Nr 5, 59—66

Z analogią spotykamy się na każdym kroku. W życiu codziennym, w nauce, w filozofii. Całe nasze myślenie jest nią przeniknięte. Analogia bywa używana na różnych poziomach. I jednocześnie z różnym stopniem ścisłości[1]. Można mówić także o wnioskowaniu przez analogię[2]. W metafizyce rozważa się zagadnienie analogiczności bytu[3]. Pojęcie izomorfizmu jest powiązane z pojęciem analogii. Stąd też wszędzie tam, gdzie mamy do czynienia z izomorfizmem, konsekwentnie mamy również do czynienia z analogią. Widać to dobrze np. w przypadku jednej z najmłodszych nauk — cybernetyki[4]. Toteż w sposób zupełnie naturalny powstaje pytanie o miejsce analogii w matematyce. Ta ostatnia bowiem zajmuje stopniowo w świecie współczesnym coraz wybitniejszą pozycję. Polega ona na ustawicznie wzrastającej matematyzacji wiedzy. Dlatego badanie praw rozwoju oraz funkcjonowania matematyki jest problemem ważnym i aktualnym.

Historia matematyki nie zna przykładu matematyka, który negowałby znaczenie analogii dla rozwoju matematyki. Uczeni tej klasy

---

[1] G. Polya, Jak to rozwiązać? (tłum. L. Kubik), Warszawa 1964, 61—62.

[2] Por. np. T. Czeżowski, Logika, Warszawa 1968², 201—202.

[3] Por. np. M. A. Krąpiec, Metafizyka, Poznań 1966, 417—505.

[4] Por. np. W. Ross Ashby, Wstęp do cybernetyki, Warszawa 1963², 138—148.

co Laplace, Weierstrass, Gauss, Łobaczewski, Riemann, Poincare, Hilbert, Brouwer, Wiener wysoko cenili analogię. Wysoko ją cenią także uczeni współcześni. Wymieńmy tu Kołmogorowa, Couranta, Sawyera. Matematyk polski Stefan Banach tak się kiedyś wyraził: „... Matematykiem jest, kto umie znajdować analogie między twierdzeniami; lepszym, kto widzi analogie dowodów; jeszcze wyższym, kto dostrzega analogie teoryj; a można wyobrazić sobie i takiego, co między analogiami widzi analogie"[5]. Nasuwa się przeto, z kolei, pytanie o to, jaka jest przyczyna tak wysokiej oceny analogii w matematyce?

W tym celu należy najpierw przyjrzeć się samemu pojęciu analogii, która jest używana w matematyce, jej ewentualnym różnym rodzajom oraz charakterowi jej funkcjonowania. Wymienione tematy są bardzo szerokie i złożone. Toteż Autor ogranicza się jedynie do pewnych momentów podstawowych. A więc wskazuje na powiązanie zachodzące między analogią a podobieństwem. Rdzeniem pojęcia analogii jest pojęcie podobieństwa. Analogia to pewnego rodzaju podobieństwo. W ten sposób mamy sprowadzone pojęcie analogii do ogólniejszej kategorii — podobieństwa. Warunki obiektywne dla zachodzenia podobieństwa Autor widzi w jedności materialnej świata. Dla analogii matematycznej proponuje określenie następujące: analogia matematyczna to tożsamość, w szerokim znaczeniu tego słowa, pewnych układów własności, bądź relacji mających miejsce między obiektami matematycznymi (s. 61). Można wyróżnić co najmniej trzy rodzaje analogii matematycznej, mianowicie: analogię zastosowania, analogię uogólnienia, analogię przekształcenia. Kilka słów o każdej. Analogia zastosowania zachodzi wówczas, gdy jeden i ten sam aparat matematyczny bywa stosowany do badania różnych klas obiektów. Ten rodzaj analogii, z kolei, może być podwójny. A więc bądź wewnętrzny, bądź zewnętrzny, zależnie od tego, czy rozważany aparat matematyczny jest odnoszony do jakiegoś innego działu matematyki, czy też do badania samej rzeczywistości. Ten ostatni rodzaj analogii jest najstarszą postacią analogii w matematyce. Klasycznym przykładem tego rodzaju analogii jest posługiwanie się aparaturą teorii równań różniczkowych do opisywania różnych obiektów rzeczywistości. Na ten fakt już dawno zwrócili uwagę i matematycy i fizycy i filozofowie. Gdy idzie o wewnętrzną analogię zastosowania, to tutaj przykładami mogą służyć: teoria mnogości, teoria grup, teoria funkcji uogólnionych, topologia. Ta ostatnia odgrywa tu szczególną rolę. Aparatura pojęciowa topologii wchodzi do wszystkich podstawowych dziedzin matematyki. Dzięki temu uzyskuje się bardziej

[5] H. Steinhaus, Stefan Banach, Matematyka 1 (1948), Nr 1, 22. Autor cytuje wypowiedź S. Banacha za A. Empacherem (Siła analogij, Moskwa 1965, 15).

wszechstronny rozwój rozważanych dziedzin i ich wzbogacenie. Analogia uogólnienia polega na dojrzewaniu wśród różnych teorii matematycznych podobieństwa, które pozwala sformułować nową, bardziej „abstrakcyjną“ teorię. Tego rodzaju postępowanie jest w matematyce częste. Przykładów z dziedziny teorii mnogości, analizy matematycznej, teorii funkcji rzeczywistych, geometrii wielowymiarowej itd. można podać dowolnie dużo. W. W. Sawyer, na interesujący nas temat, tak pisze: „Badanie, wykrywanie i wynajdowanie prawidłowości, wyjaśnienie znaczenia każdej prawidłowości oraz tworzenie innych prawidłowości na wzór dawniejszych — każdy rodzaj tych czynności rozszerza wielką dziedzinę matematyki. [...] Matematycy, jako artyści, a jednocześnie ludzie rzeczowi, czują potrzebę zebrania wszystkich tych odrębnych rezultatów w jedną całość. Toteż dzieje rozwoju matematyki są obrazem kolejnych rozszerzeń i zwężeń zakresów różnych pojęć“ [6]. Zdaniem Autora i analogia zastosowania i analogia uogólnienia przenikają całą architekturę matematyki. Występują we wszystkich działach matematyki. Natomiast analogia przekształcenia (polegająca na tym, że za równo obiekt przekształcany, jak i obiekt przekształcony posiadają pewną wspólną własność) jest od powyższych nieco mniej ogólna. Trzeba ją bowiem rozpatrywać w odniesieniu do danych operacji (s. 64). Powyższy pogląd Beljajewa wymaga pewnej uwagi. Jeżeli będziemy termin „przekształcenie“ rozumieć w znaczeniu węższym, to wówczas należy przyznać słuszność wywodom Autora. Analogia przekształcenia jest mniej ogólna, niż dwie poprzednie. Jednakże można szeroko rozumieć termin „przekształcenie“ i wówczas nie wydaje się, by teza sugerowana była słuszna. Wszystkim trzem typom analogii należy przyznać ten sam stopień ogólności. A nawet można bronić stanowiska, które uważa, że analogia przekształcenia zawiera w sobie oba pozostałe typy analogii. Bowiem i zastosowanie i uogólnianie mogą być traktowane jako pewnego rodzaju odwzorowania, przekształcenia, operacje, oczywiście szeroko rozumiane.

Z powiedzianego wynika, że aktywna rola analogii w procesie rozwoju matematyki polega na tym, że dzięki niej następuje „cementowanie“ matematyki. Analogia pomaga, w wybitnym stopniu, do uzyskiwania nowych wyników i jednocześnie przez wskazywanie na zachodzące powiązania przyczynia się do tworzenia jednolitego systemu. Jest więc i „sercem“ rozwoju i „duszą“ całości. Te czynniki usprawiedliwiają tak wysoką ocenę analogii w matematyce. Oczywiście nie należy sądzić, że analogia to matematyczne panaceum. Nie, nie jest nim. Najprościej jednakże rolę analogii można przedstawić wyobrażając sobie czym byłaby matematyka, gdyby analogii nie było. Mielibyśmy nie-

[6] W. W. Sawyer, Ścieżki wiodące do matematyki (przełożył S. Kartasiński), Warszawa 1970, 35.

spójny zbiór różnych, niepowiązanych ze sobą teorii. Mówiąc obrazowo (a przez to i nieco przesadnie) matematyka rozsypałaby się na matematyczne atomy.

Autor przypomina, że na XIV Międzynarodowym Kongresie Matematyków (Moskwa, 1966; w Kongresie brało udział ponad 4000 uczonych) widać było wyraźnie wzrastające znaczenie analogii w uprawianiu matematyki oraz w jej systematyzacji. Jego zdaniem można to uważać za przyznanie słuszności poglądowi D. Hilberta, który już w 1900 roku pisał, że matematyka jest żywym organizmem, stanowiącym jedność, w którym występuje w szerokim zakresie analogia.

W zakończeniu artykułu wspomniano jeszcze o tzw. analogii banalnej. Rozumie się przez to posługiwanie się przez matematyków takimi zwrotami jak „analogicznie", „przez analogię" oraz ich synonimami. Ma to miejsce przy dowodach twierdzeń. Gdy zostało udowodnione twierdzenie T_1, zaś dowód twierdzenia T_2 uzyskuje się przez proste naśladowanie myśli dowodu twierdzenia T_1, to wówczas przyjęte jest mówić, że to drugie twierdzenie dowodzi się analogicznie. Podobna sytuacja zachodzi także przy rozwiązywaniu zadań.

W ten sposób czytelnik otrzymuje kompletne ujęcie problematyki analogii w matematyce. Kompletne, ale nie wyczerpujące. Zaznaczono bowiem już wyżej bogactwo zagadnienia. W artykule zostały zasygnalizowane problemy wszystkie, chociaż nie absolutnie wyczerpująco. Dyskusja objęła, jak widzieliśmy, zarówno stronę merytoryczną całego zagadnienia, jak również i stronę semiotyczną. Zdaniem piszącego te słowa referowany artykuł jest dobrą próbką rozprawy z zakresu filozofii matematyki. Myśli wyrażone w artykule winny się znaleźć w każdym wykładzie z wymienionego przedmiotu. Wydaje się nadto, że pojęcie analogii (to, które ma miejsce w matematyce) zasługuje na dalsze wnikliwe badania. Każdy przyczynek z tej dziedziny pozwoli głębiej wniknąć w strukturę samej matematyki. A może także uzyskać, choćby nawet tylko prowizoryczną, definicję matematyki. Do chwili obecnej bowiem żywa matematyka wymyka się wszelkim próbom ujęcia jej w jakąś, możliwie precyzyjną, definicję. Zdaniem R. Couranta [7] na pytanie „co to jest matematyka" nie można odpowiedzieć sensownie posługując się ogólnikami filozoficznymi. Konieczne jest tu wniknięcie w istotę matematyki.

Zaznaczone uwagi wskazują, że Autor poświęcił swe rozważania

---

[7] R. Courant, Matematyka w świecie współczesnym, w: Matematyka w świecie współczesnym, Zbiór artykułów z „Scientific American", Warszawa 1966, 12.

tematowi aktualnemu naukowo, ważnemu i ciekawemu. Szkoda, że nie poruszył problemu określenia matematyki. Zaproponowana sugestia byłaby bardzo interesująca.

M. Lubański

Problemy metodologii sistemnogo issledowanija, Izdatelstwo „Mysl", Moskwa 1970

Nauka zajmuje w kulturze współczesnej coraz bardziej centralną pozycję. Przyczyniają się do tego wybitne osiągnięcia różnych nauk, np. przyrodniczych, technicznych, społecznych. Nie jest rzeczą potrzebną wymieniać tu odpowiednie przykłady. Są one powszechnie znane. Zupełnie innym zagadnieniem jest pytanie, czy owe osiągnięcia są wykorzystywane zawsze dla dobra człowieka. Niewątpliwe jest jednak istnienie tych osiągnięć. Są one warunkowane głównie przez powstawanie nowych metod badawczych, bez których byłyby one nie do pomyślenia. Na tle tak powszechnej obecnie funkcji nauki można nawet snuć myśli o unifikacyjnej, jednoczącej roli pełnionej przez naukę. Ona istotnie przyczynia się do zbliżania się ludzi do siebie. Stajemy się sobie wzajemnie bliżsi przez udział we wspólnych dobrach, które zastawia przed nami nauka. Łącznie z zaznaczonymi przed chwilą faktami występuje w nauce coraz większa samoświadomość. Jesteśmy świadkami coraz powszechniejszej tendencji rozważań typu metodologicznego. Nauka dostatecznie rozwinięta sama niejako stawia wymagania przeprowadzenia badań o charakterze metodologicznym.

Referowana praca poświęcona jest właśnie problematyce metodologicznej odnoszącej się do młodej metody badań naukowych, mianowicie metody systemowej, badania systemowego. Książka jest dziełem zbiorowym pod redakcją I. W. Blauberga, W. N. Sadowskiego i E. G. Judina. W przedmowie Redaktorzy zwracają uwagę na to, że w nauce współczesnej ogromny rozwój różnych nowych form, metod badania już nie poszczególnych prostych obiektów, ale złożonych systemów, doprowadził do pojawienia się całego szeregu specyficznych zagadnień metodologicznych. Odnośnie do tzw. podejścia systemowego wszechstronne naświetlenie metodologiczne jest absolutnie konieczne. Dzisiaj stało się jasne, że zbudowanie ogólnej teorii systemu jest zadaniem wspólnym różnych nauk. W dziele tym winni wziąć udział przedstawiciele różnych dziedzin wiedzy, którzy uświadamiają sobie konieczność doskonalenia środków badania złożonych obiektów rzeczywistości. Zatem prace tego rodzaju muszą posiadać charakter kompleksowy. Tego rodzaju stan rzeczy spowodował, że w książce starano się unikać przedwczesnych uogólnień. Kolektyw autorski troszczył się głównie o to, aby