Edward Nieznański

Uproszczenie Jaśkowskiego interpretacji zdań kategorycznych

Studia Philosophiae Christianae 10/1, 101-113

1974

Studia Philosophiae Christianae
ATK
10(1974)1

EDWARD NIEZNAŃSKI

UPROSZCZENIE JAŚKOWSKIEGO INTERPRETACJI ZDAŃ KATEGORYCZNYCH

I. W artykule są zamierzone dwa uproszczenia dla interpretacji zdań kategorycznych zdefiniowanej w [5] przez Stanisława Jaśkowskiego. Pierwsze z nich polegać ma na ustaleniu takiej relacji będącej funkcją określoną na zbiorze wyrazów, termów i formuł CSn^1, która: 1° różni się od interpretacji Jaśkowskiego tylko prawą dziedziną; 2° wartość tej funkcji dla każdego funktora arystotelesowego ("A", "E", "I", "O") jest formułą krótszą (mającą mniej wyrazów) niż wartość interpretacji Jaśkowskiego dla tego samego funktora, 3° obie te wartości są inferencyjnie równoważne w klasycznym rachunku predykatów. Natomiast drugie z przewidywanych uproszczeń ma polegać na określeniu takiej funkcji, która spełnia warunki 1° i 2°, a jest zwolniona od ograniczeń jakie nakłada warunek 3°, o ile tylko funkcja ta odwzorowuje zbiór wszystkich praw CSn logiki w zbiór twierdzeń pewnej (różnej od KRP) teorii zbudowanej na klasycznym rachunku predykatów.

II. Interpretacje zdań kategorycznych.

1. Interpretacje w klasycznym rachunku predykatów.

1.1 Aby można było przeprowadzić (w sposób dostatecznie ścisły) rozważania w kierunku zapowiedzianych uproszczeń niezbędne jest dokonanie wpierw pewnych metajęzykowych (w stosunku do CSn i KRP) ustaleń terminologicznych. I tak: niech $V_p = \{"a", "b", "c", "m", "a_1", "a_2",...\}$, gdzie "a", "b",... — to zmienne logiczne używane w CSn jako zmienne nazwowe pierwszego rzędu, a w KRP — jako zmienne predykatowe pierwszego rzędu. Niech dalej $V_i = \{"x", "y", "z", "x_1", "x_2",...\}$, gdzie "x", "y", "z",... — to zmienne nazwowe zerowego rzędu. Niech $P = \{"A", "E", "I", "O"\}$, przy czym "A" ("każde... jest___"), "E" ("żadne...nie jest___"), "I" ("pewne... jest___"), "O" ("pewne..nie jest___") są arystotelesowymi predykatami drugiego rzędu. Niech $F=\{"n"\}$, gdzie "n" — to funktor negacji nazwotwórczej. Niech $S_1 = \{"\sim"\}$, "$\sim$" — spójnik negacji. Niech $S_2 = \{"\rightarrow", "\&", "v", "\equiv"\}$, gdzie „$\rightarrow$" — implikacja, "&" — koniunkcja, "v" — alternatywa i "$\equiv$" — równoważność. Niech wreszcie $Q = \{"\Pi", "\Sigma"\}$, gdzie "Π" jest kwantyfikatorem ogólnym, a "Σ" — szczegółowym. Po tych ustaleniach możemy zdefiniować klasę τ termów CSn:

Df.1 $\tau = (\cap X)\ [V_p \subset X \ \& \ (\Pi f \varepsilon F)\ (\Pi t \varepsilon X)\ \ulcorner ft \urcorner \ \varepsilon \ X]$.

Możemy również określić klasę φ_L formuł CSn:

Df.2 $\varphi_L = (\cap X)\ [(\Pi R \varepsilon P)\ (\Pi v, s \varepsilon \tau)\ \ulcorner Rvs \urcorner \ \varepsilon X \ \& \ (\Pi f \varepsilon S_1)\ (\Pi \alpha \varepsilon X)\ \ulcorner f\alpha \urcorner \ \varepsilon X \ \& \ (\Pi f \varepsilon S_2)\ (\Pi \alpha, \beta \varepsilon X)\ \ulcorner \alpha f \beta \urcorner \ \varepsilon X]$.

Mając natomiast określone termy i formuły dla CSn, definiujemy język L:

Df.3 $L = \langle V_p \cup P \cup F \cup S_1 \cup S_2, \tau, \varphi_L \rangle$.

Celowe jest także określenie klasy φ_{L^*} formuł KRP:

Df.4 $\varphi_{L_*} = (\frown X)[(\Pi f \varepsilon V_p)(\Pi v \varepsilon V_i) \ulcorner fv \urcorner \varepsilon X \,\&\, (\Pi f \varepsilon S_1)(\Pi \alpha \varepsilon X) \ulcorner f\alpha \urcorner \varepsilon X \,\&\, (\Pi f \varepsilon S_2)(\Pi \alpha, \beta \varepsilon X) \ulcorner \alpha f \beta \urcorner \varepsilon X \,\&\, (\Pi \lambda \varepsilon Q)(\Pi v \varepsilon V_i)(\Pi \alpha \varepsilon X) \ulcorner \lambda \alpha \urcorner \varepsilon X]$.

V

Mając natomiast określony słownik i formuły dla KRP, definiujemy język L_*:

Df.5 $L_* = \langle V_p \cup V_i \cup S_1 \cup S_2 \cup Q, \varphi_{L_*} \rangle$.

Mając w ten sposób określone języki L i L_* dla CSn i KRP, możemy już przystąpić do definiowania obu tych teorii. Jednakże pojęcia operacji konsekwencji w tych teoriach są różne i dla ich określenia musimy uprzednio wprowadzić oznaczenia kilkunastu znanych operacji na formułach. Przyjmujemy więc, że:

o_1 — będące odwzorowaniem klasy twierdzeń KRZ w zbiór φ_L (o_1: $T_{KRZ} \to \varphi_L$) — jest funkcją podstawiania za zmienne zdaniowe formuł z języka CSn;

o_2: $T_{KRZ} \to \varphi_{L_*}$ — jest funkcją podstawiania za zmienne zdaniowe formuł języka KRP;

o_3: $\varphi_L \to \varphi_L$ jest operacją podstawiania za zmienne nazwowe ze zbioru V_p elementów zbioru τ;

o_4: $\varphi_{L_*} \to \varphi_{L_*}$ jest operacją podstawiania za zmienne nazwowe należące do V_i elementów tego samego zbioru V_i;

o_5: $\varphi_{L_*} \to \varphi_{L_*}$ jest operacją podstawiania za zmienne predykatowe ze zbioru V_p wyrażeń powstałych przez usunięcie należącej do V_i zmiennej wolnej z tych formuł φ_{L_*}, które posiadają tylko jedną z V_i zmienną wolną;

o_6: $\varphi_L \times \varphi_L \to \varphi_L$ jest operacją odrywania dla φ_L;

o_7: $\varphi_{L_*} \times \varphi_{L_*} \to \varphi_{L_*}$ jest operacją odrywania dla φ_{L_*};

o_8: $\varphi_L \times \varphi_L \to \varphi_L$ jest operacją równoważnościowego zastępowania dla φ_L;

o_9: $\varphi_{L_*} \to \varphi_{L_*}$ jest operacją opuszczania Σ w poprzedniku implikacji dla φ_{L_*};

o_{10}: $\varphi_{L_*} \to \varphi_{L_*}$ jest operacją dołączania Σ w poprzedniku implikacji dla φ_{L_*};

o_{11}: $\varphi_{L_*} \to \varphi_{L_*}$ jest operacją opuszczania Π w następniku implikacji dla φ_{L_*};

o_{12}: $\varphi_{L_*} \to \varphi_{L_*}$ jest operacją dołączania Π w następniku implikacji dla φ_{L_*};

o_{13}: $\varphi_{L_*} \to \varphi_{L_*}$ jest operacją uogólniania dla φ_{L_*}.

Po tych ustaleniach i przypomnieniu, że napis typu $o_i(Z)$ oznacza o_i-obraz zbioru Z, możemy określić operację konsekwencji Cn_L dla CSn:

Df.6 $Cn_L X = (\cap Z)[X \subseteq Z \cap \varphi_L \,\&\, (o_1(T_{KRZ}) \cup o_3(Z) \cup o_6(Z \times Z) \cup o_8(Z \times Z) \subset Z)]$.

Możemy również zdefiniować operację konsekwencji Cn_{L_*} dla KRP:

Df.7 $Cn_{L_*} X = (\cap Z)[X \subset Z \cap \varphi_{L_*} \,\&\, (o_2(T_{KRZ}) \cup o_4(Z) \cup o_5(Z) \cup o_9(Z) \cup o_{10}(Z) \cup o_{11}(Z) \cup o_{12}(Z) \cup o_{13}(Z) \cup o_7(Z \times Z) \subset Z)]$.

Przyjmując znaną (choćby od C. A. Mereditha wg [10] s. 310, czy też z [17], [15], [11], lub [2]) aksjomatykę dla CSn:

Df.8 $A_L = \{$"Aaa", "Iaa", "Amb & Aam$\to$Aab", "Eab $\equiv$ $\equiv$Aanb", "Iab$\equiv \sim$ Eab", "Oab $\equiv \sim$ Aab"$\}$

możemy wreszcie zdefiniować teorię T dla CSn:

Df.9 $T = \langle \varphi_L, Cn_L, A_L \rangle$

i zauważyć, że zbiór twierdzeń tradycyjnego CSn zawiera się w zbiorze $Cn_L A_L$. Możemy także zdefiniować każdą teorię T_i zbudowaną na operacji konsekwencji z KRP i aksjomatyce $X_i \subset \varphi_{L_*}$:

Df.10 $T_i = \langle \varphi_{L_*}, Cn_{L_*}, X_i \rangle$, gdzie $X_i \subset \varphi_{L_*}$, $i = 1,2,\ldots$

Zauważamy przy tym, że zbiór twierdzeń KRP pokrywa się ze zbiorem $Cn_{L_*}\Lambda$ (gdzie "Λ" oznacza pusty zbiór formuł z φ_L).

1.2. Mając opisane interesujące nas języki L, L_* i teorie T, T_i możemy określić (w ograniczeniu do faktycznych potrzeb artykułu) istotne dla dalszych rozważań pojęcia interpretacji (syntaktycznej) i syntaktycznego modelu:

Df.11 Interpretacja syntaktyczna jest funkcją określoną na zbiorze wyrazów, termów i formuł jednego języka i przyjmującą wartości w zbiorze wyrażeń języka drugiego.

Df.12 (Teoria $T_i = \langle L_*, Cn_{L_*}, X_i \rangle$ jest modelem syntaktycznym teorii $T = \langle L, Cn_L, A_L \rangle$ przy interpretacji $\varphi_i : L \to L_*$) $\equiv$ $\equiv (\Pi \alpha \varepsilon A_L)[\varphi_i(\alpha) \,\varepsilon\, Cn_{L_*} X_i]$

1.3 Rozważymy obecnie sześć interpretacji zdań kategorycznych w KRP. Ich wspólną cechą jest to, że dla każdego naturalnego i, $1 \leqslant i \leqslant 6$ interpretacja wyrażeń języka L w języku L_* jest funkcją, dla której: $\varphi_i (V_p) = V_p$, $\varphi_i (S_1) = S_1$, $\varphi_i (S_2) = S_2$, φ_i ("n") = "$\sim$", φ_i ("E..._____") = φ_i ("A... n___"), φ_i ("I..._____") = φ_i("$\sim$ A... n_____"), φ_i("O..._____") = φ_i("$\sim$ A..._____") oraz $(\Pi\alpha \in A_L)[\varphi_i(\alpha) \in Cn_{L_*} X_i]$ czyli że $T_i = \langle L_*, Cn_{L_*}, X_i \rangle$ jest modelem syntaktycznym dla $T = \langle L, Cn_L, A_L \rangle$ przy interpretacji φ_i.

1.3.1 Podana w 1924 r. (wg [16]) przez H. B. Smitha interpretacja zdań kategorycznych, przy której: φ_1 ("Aab") = "$\prod_x (ax \to bx) \,\&\, \{\prod_x (bx \to ax) \vee [\sum_x (ax \& bx) \,\&\, \sum_x (\sim ax \,\&\, \sim bx)]\}$" posiadała tę zaletę, że w modelu T_1 zbiór aksjomatów jest pusty ($X_1 = \Lambda$).

1.3.2 Następnie (1950 r.) Stanisław Jaśkowski w [5] przyjął interpretację φ_2, przy której: φ_2 ("Aab") = "$\sum_x ax \,\&\, \sum_x \sim ax \,\&\, \sum_x bx \,\&\, \sum_x \sim bx \to \prod_x (ax \to bx)] \,\&\, [\sim (\sum_x ax \,\&\, \sum_x \sim ax \,\&\, \sum_x bx \,\&\, \sum_x \sim bx) \to \prod_x (ax \equiv bx)]$".

1.3.3. Wskazana w [16] przez A. R. Turquette'a interpretacja: φ_3 ("Aab") = "$\prod_x (ax \to bx) \,\&\, [\prod_x (bx \to ax) \vee (\sum_x ax \,\&\, \sum_x \sim ax \,\&\, \sum_x bx \,\&\, \sum_x \sim bx)]$" jest równoważna interpretacji φ_2, gdyż $[(p \to q) \,\&\, (\sim p \to q \& r)] \equiv [q \,\&\, (r \vee p)]$ z podstawieniami: p) $\sum_x ax \,\&\, \sum_x \sim ax \,\&\, \sum_x bx \,\&\, \sum_x \sim bx$, q) $\prod_x (ax \to bx)$, r) $\prod_x (bx \to ax)$. Ponieważ wreszcie $p \,\&\, (q \vee r) \equiv (p \& r \vee p \& q)$, stosując podstawienia: p) $\prod_x (ax \to bx)$, q) $\prod_x (bx \to ax)$, r) $\sum_x ax \,\&\, \sum_x \sim ax \,\&\, \sum_x bx \,\&\, \sum_x \sim bx$, ustalamy, że równoważnymi są interpretacje φ_3 i φ_1, a pośrednio także — φ_2 i φ_1.

1.3.4 Interpretacja (a dokładniej wartości tej funkcji, która jest interpretacją) Smitha-Jaśkowskiego jest pleonastyczna i można ją uprościć przez usunięcie treści konsekutywnych, posługując się tautologią: $\Pi_x (ax \to bx) \ \& \ \Sigma_x ax \ \& \ \Sigma_x \sim ax \ \& \ \Sigma_x bx \ \& \ \Sigma_x \sim bx \equiv \Pi_x (ax \to bx) \ \& \ \Sigma_x ax \ \& \ \Sigma_x \sim bx$, czyli przyjąć interpretację:

φ_4 ("Aab") = "$[\Pi_x (ax \to bx) \ \& \ \Sigma_x ax \ \& \ \Sigma_x \sim bx] \vee \Pi_x (ax \equiv bx)$".

O interpretacji φ_4 można też wykazać, że przy niej model syntaktyczny T_4 ma pusty zbiór aksjomatów ($X_4 = \Lambda$), czyli $(\Pi \alpha \varepsilon \varepsilon A_L) [\varphi_4 (\alpha) \varepsilon Cn_L.\Lambda]$. Twierdzenie to wynika z następujących lematów (L1 — L 6):

L1 $\varphi_4(\ulcorner Aaa \urcorner) \varepsilon Cn_L.\Lambda$, bo $\ulcorner \Pi_x (ax \to ax) \ \& \ \Sigma_x ax \ \& \ \Sigma_x \sim ax \vee \Pi_x (ax \equiv \equiv ax) \urcorner \varepsilon Cn_L.\Lambda$.

L2 $\varphi_4 (\ulcorner Iaa \urcorner) \varepsilon Cn_L.\Lambda$, $\ulcorner [\Sigma_x (ax \& ax) \vee \sim \Sigma_x ax \vee \sim \Sigma_x ax] \ \& \ \Sigma_x (ax \equiv \equiv ax) \urcorner \ \varepsilon Cn_L.\Lambda$.

L3 $\varphi_4 (\ulcorner Iab \equiv \sim Eanb \urcorner) \varepsilon CnL.\Lambda$, bo $\ulcorner (\sim p \vee \sim q \vee \sim r) \ \& \sim s \equiv \sim (p \& q \& r \vee s) \urcorner \varepsilon T_{KRZ}$, o_1: p) $\Pi_x (ax \to \sim bx)$, q) $\Sigma_x ax$, r) $\Sigma_x bx$, s) $\Pi_x (ax \equiv \sim bx)$.

L4 $\varphi_4 (\ulcorner Oab \equiv \sim Aab \urcorner) \varepsilon Cn_L.\Lambda$bo $\ulcorner (\sim p \vee \sim q \vee \sim r) \ \& \sim s \equiv \equiv \sim (p \& q \& r \vee s) \urcorner \varepsilon T_{KRZ}$, o_1: p) $\Pi_x (ax \to bx)$, q) $\Sigma_x ax$, r) $\Sigma_x bx$, s) $\Pi_x (ax \equiv bx)$.

L5 $\varphi_4 (\ulcorner Eab \equiv Aanb \urcorner) \varepsilon Cn_L.\Lambda$, bo $\ulcorner p \equiv p \urcorner \varepsilon T_{KRZ}$ i z definicji φ_4.

L6 $\varphi_4 (\ulcorner Amb \ \& \ Aam \to Aab \urcorner) \ \varepsilon Cn_L.\Lambda$, bo:

(1) $\Pi_x (ax \to mx) \ \& \ \Sigma_x ax \ \& \ \Sigma_x \sim mx \ \& \ \Pi_x (mx \equiv bx) \to \Pi_x (mx \to bx) \ \& \ \& \ \Sigma_x mx \ \& \ \Sigma_x \sim bx \urcorner \varepsilon Cn_L.\Lambda$, bo $\ulcorner \Pi_x (mx \equiv bx) \to \Pi_x (mx \to bx) \urcorner$, $\ulcorner \Pi_x (ax \to mx) \ \& \ \Sigma_x ax \to \Sigma_x mx \urcorner$, $\ulcorner \Pi_x (\sim mx \to \sim bx) \ \& \ \Sigma_x \sim mx \to \Sigma_x \sim bx \urcorner \varepsilon \varepsilon Cn_L.\Lambda$

(2) $\ulcorner \Pi_x (mx \to bx) \ \& \ \Sigma_x mx \ \& \ \Sigma_x \sim bx \ \& \ \Pi_x (ax \equiv mx) \to \Pi_x (ax \to mx) \ \& \ \& \ \Sigma_x ax \ \& \ \Sigma_x \sim mx \urcorner \varepsilon Cn_L.\Lambda$

(3) $\{[\Pi_{x}(mx \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} mx\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx]\ v\ \Pi_{x}(mx \equiv bx)\}\ \&\ \{[\Pi_{x}(ax \to mx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim mx]\ v\ \Pi_{x}(ax \equiv mx\} \to \{[\Pi_{x}(ax \to mx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim mx\ \&\ \Pi_{x}(mx \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} mx\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx]\ v\ [\Pi_{x}(ax \equiv mx)\ \&\ \Pi_{x}(mx \equiv bx]\}^{\urcorner}\ \varepsilon\ Cn_{L}.\Lambda$, bo $^{\ulcorner}(p\&s \to q) \to \{(q\&r \to p) \to [(q v s)\ \&\ (p v r) \to (p\&q v r\&s)]\}^{\urcorner}\ \varepsilon\ T_{KRZ}$, o_1: p) $\Pi_{x}(ax \to mx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim mx$, q) $\Pi_{x}(mx \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} mx\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx$, r) $\Pi_{x}(ax \equiv mx)$, s) $\Pi_{x}(mx \equiv bx)$, o_7: (1), (2).

(4) $^{\ulcorner}\Pi_{x}(ax \to mx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim mx\ \&\ \Pi_{x}(mx \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} mx\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx \to \Pi_{x}(ax \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx^{\urcorner}\ \varepsilon\ Cn_{L}.\Lambda$.

(5) $^{\ulcorner}\Pi_{x}(ax \equiv mx)\ \&\ \Pi_{x}(mx \equiv bx) \to \Pi_{x}(ax \equiv bx)^{\urcorner}\ \varepsilon\ Cn_{L}.\Lambda$.

(6) $\{[\Pi_{x}(ax \to mx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim mx\ \&\ \Pi_{x}(mx \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} mx\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx]\ v\ [\Pi_{x}(ax \equiv mx)\ \&\ \Pi_{x}(mx \equiv bx)]\} \to \{[\Pi_{x}(ax \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx]\ v\ \Pi_{x}(ax \equiv bx]^{\urcorner}\ \varepsilon\ Cn_{L}.\Lambda$, bo: $^{\ulcorner}(p \to w) \to \{(q \to t) \to [(p\ v\ q) \to (w\ v\ t)]\}^{\urcorner}\ \varepsilon\ T_{KRZ}$, o_1: p) $\Pi_{x}(ax \to mx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim mx\ \&\ \Pi_{x}(mx \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} mx\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx$, q) $\Pi_{x}(ax \equiv mx)\ \&\ \Pi_{x}(mx \equiv bx)$, w) $\Pi_{x}(ax \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx$, t) $\Pi_{x}(ax \equiv bx)$; o_7: (4), (5).

(7) $\{[\Pi_{x}(mx \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} mx\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx]\ v\ \Pi_{x}(mx \equiv bx)]\ \&\ \{[\Pi_{x}(ax \to mx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim mx]\ v\ \Pi_{x}(ax \equiv mx)\} \to [\Pi_{x}(ax \to bx)\ \&\ \Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx]\ v\ \Pi_{x}(ax \equiv bx)\}^{\urcorner}\ \varepsilon\ Cn_{L}.\Lambda$, bo $^{\ulcorner}(p \to q) \to [(q \to r) \to (p \to r)]^{\urcorner}\ \varepsilon\ T_{KRZ}$, o_1, o_7: $3 \to (6 \to 7)$.

(8) $\varphi_4(^{\ulcorner}Amb\ \&\ Aam \to Aab^{\urcorner})\ \varepsilon\ Cn_{L}.\Lambda$, bo (7) i definicja φ_4.

1.3.5 Albert Menne w tzw. G-systemie w [7], s. 115, podał interpretację: φ_5 ("Aab") $=$ „$[(\Sigma_{x} ax\ \&\ \Sigma_{x} bx\ \&\ \Sigma_{x} \sim ax\ \&\ \Sigma_{x} \sim bx) \to$

$\rightarrow \prod_{x}$ (ax$\rightarrow$bx)] v $\prod_{x}$ (ax $\equiv$ bx)". O interpretacji tej twierdził bez dowodu — twierdzenie to następnie powtórzyli A. R. Turquette w [16] i L. Gumański w [4], s. 35 — że jest ona równoważna interpretacji Smitha-Jaśkowskiego. Dla obalenia tej hipotezy można pokazać chociażby to, że T_5-model nie może posiadać pustego zbioru aksjomatów, bo φ_5 ("Amb & Aam$\rightarrow$Aab"), φ_5 ("Iab $\equiv \sim$ Eab"), φ_5 ("Oab $\equiv \sim$ Aab") nie należą[2] do zbioru $Cn_{L*}\Lambda$. Modelem dla T przy interpretacji φ_5 jest np. $T_5 = \langle \varphi_{L*}, Cn_{L*}, \{"\prod_{x} ax"\}\rangle$ ale założenie uniwersalności wszelkich predykatów jest obce zarówno logice współczesnej jak i tradycyjnej.

1.3.6 Szczególnie bliską (ze względu na modele syntaktyczne) interpretacjom Smitha i Jaśkowskiego jest podana przez P.F. Strawsona w [14], s. 173 (1952 r.) a następnie przez W. A. Smirnowa w [13] (1967 r., z przeświadczeniem o pierwszeństwie autorstwa) interpretacja φ_6 ("Aab") = "$\prod_{x}$ (ax$\rightarrow$bx) & & $\sum_{x}$ax & $\sum_{x}\sim$bx". Wyrażenie będące wartością funkcji φ_4 („Aab") jest wzbogacone względem wartości φ_6 ("Aab") jedynie o składnik "... v $\prod$ (ax $\equiv$ bx)". Przy tej różnicy obu interpretacji, ze zbioru A_L jedynie φ_6 ("Aaa") nie jest elementem zbioru $Cn_{L*}\Lambda$. Natomiast CSn-teorie bez praw Aaa i Iaa[3] zbudowane na klasycznym rachunku zdaniowym (np. teorie Adama Wiegnera w [18] i [19], z aksjomatami: Oab $\equiv$ $\sim$Aab, Eab $\equiv$ Aanb, Iab $\equiv \sim$ Eab, Aab$\rightarrow\sim$ Eab, Eab $\equiv$ Eba, Amb & Aam$\rightarrow$Aab, bądź analogiczne systemy A. Mennego z [8], czy A. A. Zinowiewa w [20]) przy interpretacji φ_6 posiadają model z pustym zbiorem aksjomatów.

2. Interpretacja zdań kategorycznych w elementarnej teorii relacji zwrotnych.

2.1 Zauważmy rzecz znamienną: jedynie interpretacje zdań kategorycznych równoważne transkrypcjom Jaśkowskiego pozwalają logikę tradycyjną CSn wyłożyć jako fragment logistyki, bez wprowadzania aksjomatów pozalogistycznych.

2.1.1 Ale interpretacja ta (i każda jej równoważna) wypacza tradycyjny i potoczny sens zdań kategorycznych. Już chociażby dlatego, że każde zdanie ogólno-twierdzące z podmiotem ogólnym i orzecznikiem uniwersalnym — tradycyjnie i potocznie prawdziwe — w interpretacji tej jest fałszywe. Sam zresztą Jaśkowski wykazał, że „wspomniana interpretacja nie odznacza się naturalnością i jest dość odległa od zwyczajów języka potocznego" ([5], s. 2). W tej sytuacji, kiedy nie można uzyskać adekwatnej interpretacji w samej logice klasycznej, pozostaje już tylko szukać jej w utworzonych na klasycznym rachunku logicznym teoriach z aksjomatami specjalnymi.

2.1.2 Rzecz oczywista, syntaktyczne interpretacje w KRP mogły by znacznie być uproszczone, gdybyśmy — jak to się zwykło robić — dopuścili w tym rachunku aksjomat: $\Sigma_x ax$. Niestety, "$\Pi_a \Sigma_x ax$" — jak to zauważył już Stanisław Leśniewski[4] — jest zdaniem fałszywym. Jest też ono sprzeczne z uznawanym w logistyce twierdzeniem[5]: $\sim \Pi_a \Sigma_x ax$. Unikanie natomiast wspomnianego fałszu i sprzeczności przez specjalne ograniczenia reprezentacji i podstawiania za zmienne predykatowe do niepustych tylko predykatów — nadaje tej teorii charakter dyscypliny empirycznej[6].

2.2 Szczególnie prostą interpretację zdań kategorycznych uzyskamy budując w roli syntaktycznego modelu pewną elementarną „logikę nazw" (z jednym tylko rodzajem zmiennych logicznych reprezentujących wszelkie nazwy bez ich rozróżniania na nazwy zerowego i pierwszego rzędu). W rachunku tym formułą atomową jest każde wyrażenie o postaci: *ujw* — czytanie: "u jest w" — gdy na miejscach "u" i "w" występują termy utworzone ze zmiennych nazwowych: a, b, c, m... i funktora negacji nazwowej: "n". Formuły nieatomowe otrzymujemy w znany sposób z formuł atomowych, spójników logicznych i kwantyfikatorów. Przyjmując aksjomat zwrotności: $\Pi_a aja$ oraz interpretacje:

D1. $Aab \equiv \prod_{c} (cja \to cjb)$,

D2. $Iab \equiv \sum_{c} (cja \,\&\, cjb)$,

D3. $Eab \equiv \prod_{c} (cja \to \sim cjb)$,

D4. $Oab \equiv \sum_{c} (cja \,\&\, \sim cjb)$,

D5. $cjnb \equiv \sim cjb$,

otrzymujemy w oparciu o klasyczny rachunek logiczny:

Aaa, bo D1.

Iaa, bo D2 i aja.

$Amb \,\&\, Aam \to Aab$, bo $\prod_{c} (cjm \to cjb) \,\&\, \prod_{c} (cja \to cjm) \to \prod_{c} (cja \to cjb)$ i D1.

$Eab \equiv Aanb$, bo $Eab \equiv \prod_{c} (cja \to \sim cjb) \equiv \prod_{c} (cja \to cjnb) \equiv Aanb$, D2, D5 i D1.

$Iab \equiv \sim Eab$, bo D2 i D3.

$Oab \equiv \sim Aab$, bo D4 i D1.

Ponieważ dowiedzione tezy są aksjomatami ze zbioru A_L, przeto cała tradycyjna logika CSn posiada w proponowanym rachunku syntaktyczny model. A ponieważ poza tym każda uporządkowana para złożona z relacji zwrotnej i jej pola jest semantycznym modelem dla zbioru wszystkich logicznych konsekwencji aksjomatu $\prod_{a} aja$, możemy stwierdzić, że tradycyjna asertoryczna logika formalna z terminami negatywnymi jest fragmentem elementarnej teorii relacji zwrotnych[7].

III. Dodajmy w zakończeniu, że przedstawiona tu elementarna teoria (przy absolutnym rozumieniu predykatu "j") jest istotnie różna od elementarnej ontologii Stanisława Leśniewskiego zbudowanej na aksjomacie: $\prod_{a} \prod_{b} [ajb \equiv \sum_{c} cja \,\&\, \prod_{c} \prod_{m} (cja \,\&\, mja \to cjm) \,\&\, \prod_{c} (cja \to cjb)]$. Aksjomat bowiem $\prod_{a} aja$ jest zdaniem dedukcyjnie niezależnym od aksjomatu ontologii, czyli zarówno $\prod_{a} aja$ jak i zdanie $\sum_{a} \sim aja$ nie są twierdzeniami ontologii Leśniewskiego. Oznaczając aksjomat ontologii przez "L_s" możemy bowiem wykazać, że: 1°. $\prod_a aja$ nie wynika z L_s, bo np. system relacyjny $\langle N, R\rangle$, gdzie N to zbiór liczb naturalnych oraz $xRy \equiv x \cdot y = 1$, jest modelem semantycznym zdania L_s & $\sum_a \sim aja$, oraz 2°. $\sum_a \sim aja$ nie wynika z L_s, bo każdy system relacyjny z relacją równoważnościową jest semantycznym modelem dla zdania: L_s & $\prod_a aja$.

IV. Wykaz bibliograficzny

[1] Ajdukiewicz K.: *Główne zasady metodologii nauk i logiki formalnej*, Warszawa 1928

[2] Bird O.: *Syllogistic and Its Extension*, New Jersey 1964

[3] Czeżowski T.: *Logika*, Warszawa 1949

[4] Gumański L.: *Logika klasyczna a założenia egzystencjalne*, "Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu", Nauki Humanistyczno-Społeczne, z. 4, Filozofia I, Toruń 1960

[5] Jaśkowski St.: *O interpretacjach zdań kategorycznych Arystotelesa w rachunku predykatów*, "Studia Societatis Scientiarum Torunensis", t. 2, nr 3, sectio A, Toruń 1950

[6] Mc Call Storrs: *Connexive Implication and the Syllogism*, "Mind", t. 76 (1967), nr 303, 346—356

[7] Menne A.: *Logik und Existenz*, Meisenheim-Glan 1954

[8] Menne A.: *Einige Ergebnisse der Syllogismus-Forschung und ihre philosophischen Konsequenzen*, w: J. M. Bocheński, *Logisch-philosophische Studien*, Freiburg-München 1959, 61—70

[9] Nieznański E.: *Elementarna teoria systemów porządkowych*, "Studia Philosophiae Christianae", 1973, nr 1

[10] Prior A. N.: *Formal Logic*, sec. ed., Oxford 1962

[11] Shepherdson J. C.: *On the Interpretation of Aristotelian Syllogistic*, "The Journal of Symbolic Logic", t. 21, June 1956, nr 2, 137—147

[12] Smiley T.: *Mr Strawson on the Traditional Logic*, "Mind", t. 76, January 1967, nr 301, 118—120

[13] Smirnow W. A.: *Pogrużenije siłłogistiki w isczislenije predikatow*, w: *Łogiczeskaja semantika i modalnaja łogika*, Moskwa 1967, 254—258

[14] Strawson P. F.: *Introduction to Logical Theory*, London-New York 1952

[15] Thomas Ivo: *A New Decision Procedure for Aristotle's Syllogistic*, "Mind", t. 61 (1952), nr 244, 564—566

[16] Turquette A. R.: *A. Menne Logik und Existenz*, "The Journal of Symbolic Logic", t. 21 (1956), nr 4, 389—390

[17] Wedberg A.: *The Aristotelian Theory of Classes*, "Ajatus", t. 15 (1948), 299—314
[18] Wiegner A.: *Elementy logiki formalnej*, Poznań 1948
[19] Wiegner A.: *Zarys logiki formalnej*, Poznań 1952
[20] Zinowiew A. A.: *Obobszczenije siłłogistiki*, w: *Problemy łogiki*, Moskwa 1963, 38—63

V. A Simplification of the Jaśkowski's Interpretation of the Categorical Propositions (summary)

I. Introduction II. Interpretations of the categorical propositions: 1. Interpretations in the calculus of predicates 1.1 Languages and theories of CSn (categorical syllogism with negative terms) and KRP (calculus of predicates) 1.2 The notion of interpretation and syntactical model 1.3 Synonimous notions with regard to Jaśkowski's interpretation: 1.3.1 H. B. Smith's function 1.3.2 St. Jaśkowski's interpretation 1.3.3 A. R. Turquette's function 1.3.4 A simplified form of Smith-Jaśkowski's interpretation and synactical model built on it 1.3.5 Menne's function in compare with Jaśkowski's interpretation 1.3.6 Strawson-Smirnow's function 2. An interpretation of the categorical propositions in the elementary theory of reflexive relations 2.1 Critique the interpretations in KRP 2.1.1 Critique the Jaśkowski's interpretation 2.1.2 Critique interpretations in models with axiom about non-emptiness of all predicates III. Ending IV. Bibliographical list.

In this paper are achieved two simplifications of the Jaśkowski's interpretation of the categorical propositions. The first of these is attained by determination the function φ_4 in clasical calculus of predicates (the values of the function φ_4 have less symbols than in Jaśkowski's one). Also second interpretation is gived — because Jaśkowski's interpretation is not adequate — not in clasical logic but in the elementary theory of reflexive relations.

[1] "CSn" — to symbol wprowadzony przez Ivo Thomasa w [15] na oznaczenie tradycyjnej asertorycznej logiki formalnej zawierającej w swym języku również funktor negacji nazwotwórczej. Dalej będę także używał skrótu: "KRP" na oznaczenie klasycznego rachunku predykatów (jednoargumentowych) i "KRZ" — dla klasycznego rachunku zdań.

Występujące w tekscie cyfry w kwadratowych nawiasach są numerami publikacji opisanych w wykazie bibliograficznym na końcu artykułu.

2 Każdy zresztą spośród 24 tradycyjnie uznawanych trybów sylogistycznych jest odrzucony przy tej interpretacji w T_5 z pustym zbiorem aksjomatów.

3 Ponieważ φ_6(„Iaa") $\varepsilon Cn_{L_*}\Lambda$ i φ_6(„Aaa") nie należy do $Cn_{L_*}\Lambda$ wobec tego zarzut, który interpretacji φ_6 Strawsona postawił w [12] Smiley Timothy: "... the inference from Iaa to Aaa holds good under his interpretation, yet it cannot be part of the traditional system..." (s. 118)-nie ma podstaw.

4 Zob. przypis na s. 22 w [1].

5 Zob. np. [3], s. 92.

6 Storrs Mc Call w [6] pisze w tej sprawie: "In fact the whole question of what inferences are logically valid ought to be entirely independent of what things may or may not exist — it would be rediculous to think that the discovery of unicorns in the mountains of the moon would affect the validity of an inference".

7 Tradycyjna asertoryczna logika formalna bez terminów negatywnych jest natomiast — jak to pokazałem w [9] — fragmentem elementarnej teorii relacji słabo-porządkujących (czyli zwrotno- antysymetryczno-przechodnich).