Mieczysław Lubański

Nazwy nieostre a zbiory rozmyte

Studia Philosophiae Christianae 14/1, 31-48

1978

Studia Philosophiae Christianae
ATK
14(1978)1

MIECZYSŁAW LUBAŃSKI

NAZWY NIEOSTRE A ZBIORY ROZMYTE

1. Wprowadzenie. 2. Zbiory rozmyte. 2.1. Pojęcie zbioru rozmytego. 2.2. Przykłady zbiorów rozmytych. 2.3. Działania na zbiorach rozmytych. 3. Zbiory rozmyte a nazwy. 3.1. Rozmytość i nieostrość. 3.2. Statyczne i dynamiczne ujmowanie rzeczywistości. 4. Próba poszerzenia zakresu stosowalności języka naukowego. 5. Uwagi końcowe.

1. Wprowadzenie

W języku potocznym obszerną klasę nazw tworzą tzw. nazwy nieostre [1]. Język potoczny jest punktem wyjścia dla języka naukowego. Ten ostatni ustala zarówno sposób rozumienia, jak również zakres wyrażeń zaczerpniętych z języka potocznego. W szczególności odnosi się to do nazw. Przyjęło się ujmować zakres nazw w postaci dychotomicznej, tzn. bądź

[1] Nazwy rozumiemy tu w ujęciu zaproponowanym przez T. Kotarbińskiego (*Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Wrocław — Warszawa — Kraków 1961; zob. także *Mała encyklopedia* logiki, Wrocław — Warszawa — Kraków 1970). Nazwa zwie się nieostra, jeżeli zwyczaj językowy względnie konwencja nie przyporządkowuje jej zakresu, chociaż pozwala o pewnych przedmiotach orzec, że są jej desygnatami, o innych zaś, że nie są nimi (K. Ajdukiewicz: *Logika pragmatyczna*, Warszawa 1965, 58; także *Mała encyklopedia logiki*, 186). Istnieją więc przedmioty, o których nie potrafimy (w oparciu o zwyczaj językowy lub przyjętą konwencję) orzec ani, że są jej desygnatami, ani że nimi nie są. O tych przedmiotach mówi się, że tworzą zakres nieostrości danej nazwy (K. Ajdukiewicz, dz. cyt., 60). Toteż, konsekwentnie, można wśród zdań, w których występują nazwy nieostre, wskazać takie zdania, o których nie potrafimy w sposób zasadniczy rozstrzygnąć, czy są one prawdziwe, czy fałszywe. Tego rodzaju zdania należy uznać za zdania pozbawione rzeczowej treści (Tamże).

przedmiot jakiś należy do zakresu nazwy, bądź też nie należy. Zakres nazwy, czyli zbiór jej desygnatów, bywa zwany jej denotacją. Denotacja jest więc zbiorem. Pojęcie zbioru natomiast jest ściśle powiązane z pojęciem własności. Być bowiem elementem jakiegoś zbioru znaczy mieć pewną własność. Określa się zbiór jako zespół przedmiotów względnie pojęć złączonych w całość pewną wspólną własnością [2]. Innymi słowy przedmiot jakiś należy do pewnego zbioru, gdy posiada określoną własność, zaś nie należy, gdy jej nie posiada. Przyjmuje się tu pogląd, zgodnie z którym konkretny przedmiot może posiadać daną własność, względnie jej nie posiadać. *Tertium non datur.* Zajmowanie tego rodzaju stanowiska może wystarczać, kiedy ma się do czynienia z pojęciowym ujmowaniem elementów statycznych, niezmiennych. Rzeczywistość nas otaczająca jednakże taka nie jest. Charakteryzuje się dynamizmem i zmiennością. Toteż wydaje się celowe dopuszczenie posiadania przez jakiś przedmiot pewnej cechy, własności w jakimś jedynie stopniu, a nie tylko w jej „pełni". W przypadkach skrajnych będą to dwie dotychczas rozważane możliwości: pełne posiadanie przez przedmiot danej cechy, bądź też pełne jej nieposiadanie. Własności ujmowane w sposób dychotomiczny prowadzą do pojęcia zbioru w znaczeniu klasycznym. Natomiast własności rozważane jako cechy przysługujące przedmiotom w pewnym jedynie stopniu prowadzą do pozaklasycznego pojęcia zbioru.

Celem artykułu jest przedstawienie koncepcji tzw. zbiorów rozmytych [3] oraz wskazanie na możliwość jej wykorzystania

---

[2] A. I. Malcew: *Ałgebraiczeskije sistiemy,* Moskwa 1970, 9. Zbiór rozumiemy tu, oczywiście, w znaczeniu dystrybutywnym.

[3] Pojęcie zbioru rozmytego wprowadził L. A. Zadeh (*Fuzzy sets,* „Information and Control", 8 (1965), 338 — 353). Pewne uogólnienie tego pojęcia zaproponował J. A. Goguen (*L-Fuzzy sets,* „Journal of Mathematical Analysis and Applications". 18 (1967), 145—174). Teoria zbiorów rozmytych jest rozbudowanym działem matematyki i znajduje wiele zastosowań. Mówi się o systemach rozmytych, automatach rozmytych, językach rozmytych itd. Dobrą orientację w tym zakresie daje książka C. V. Negoita, D. A. Ralescu: *Applications of fuzzy sets to systems*

do usensownienia nazw nieostrych w zakresie ich nieostrości. Dzięki temu zwiększa się dziedzina zdań, którym może być przypisana treść rzeczowa.

2. Zbiory rozmyte

Zajmiemy się obecnie podaniem określenia zbioru rozmytego, operacji dokonywanych na tego rodzaju zbiorach, jak również ilustracją na konkretnych przykładach wprowadzonych pojęć.

2.1. Pojęcie zbioru rozmytego

Zbiór pełny oznaczać będziemy literą P. Zwać go będziemy także przestrzenią.

Przez zbiór rozmyty A w przestrzeni P rozumie się zbiór par uporządkowanych postaci (x, m), gdzie x jest elementem P, zaś m jest funkcją określoną na P, przyjmującą wartości z domkniętego przedziału od zera do jeden.

Innymi słowy zbiór rozmyty jest pewnym podzbiorem iloczynu kartezjańskiego przestrzeni P przez domknięty odcinek o końcach w punktach zero oraz jeden. Można także utożsamiać zbiór rozmyty A z przyporządkowaną mu funkcją m, która bywa zwana funkcją charakterystyczną zbioru rozmytego.

Funkcja charakterystyczna m określa „stopień przynależności" elementu do zbioru rozmytego. Wspomniany stopień przynależności zawiera się w granicach między liczbami zero oraz jeden. Może więc wynosić np. jedną trzecią, jedną drugą, dwie trzecie itd. Jeżeli funkcja charakterystyczna m przyjmuje tylko dwie wartości, mianowicie zero i jeden, to mamy do czynienia ze zbiorem w zwykłym tego słowa znaczeniu. Zatem każdy zbiór w sensie zwykłym (klasycznym) jest także zbiorem w znaczeniu rozmytym. A więc klasa zbiorów

---

analysis, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1975. Zawiera się tam także obszerna bibliografia przedmiotu.

rozmytych zawiera w sobie klasę zbiorów w znaczeniu dotychczasowym.

Zbiór wszystkich tych elementów przestrzeni P, dla których funkcja m przyjmuje wartości dodatnie zwie się nośnikiem danego zbioru rozmytego.

Niech dany będzie zbiór rozmyty A. Rozważmy jego funkcję charakterystyczną m. W przypadku ogólnym można wyróżnić trzy klasy elementów przestrzeni P w odniesieniu do zbioru rozmytego A. Do pierwszej klasy zaliczymy te elementy przestrzeni P, dla których funkcja m przyjmuje wartość równą jeden. Do klasy drugiej — te elementy ,dla których funkcja m jest dodatnia, ale mniejsza od jedności. Trzecia klasa składa się z tych elementów przestrzeni, dla których funkcja charakterystyczna jest równa zeru. Elementy wchodzące w skład drugiej klasy zwać będziemy częścią rozmytą zbioru rozmytego, zaś elementy klasy pierwszej — częścią ostrą zbioru rozmytego A. Klasa trzecia składa się z elementów nie wchodzących w skład zbioru rozmytego A. W przypadku zbiorów w znaczeniu zwykłym klasa druga jest pusta. Elementy klasy pierwszej tworzą dany zbiór, zaś elementy klasy trzeciej — jego dopełnienie (uzupełnienie). Jest widoczne, że nośnik zbioru rozmytego A tworzą elementy klasy pierwszej oraz drugiej.

Niech dane będą dwa zbiory rozmyte A oraz B w przestrzeni P. Mówimy, że zbiory te są równe, co zapisujemy: A = B, jeżeli ich funkcje charakterystyczne są równe, tzn. przyjmują jednakowe wartości dla każdego elementu przestrzeni, a więc $m_A(x) = m_B(x)$, gdzie x jest dowolnym elementem P.

2.2. Przykłady zbiorów rozmytych

Zilustrujemy teraz pojęcie zbioru rozmytego na konkretnych przykładach.

Rozważmy zbiór ludzi w wieku średnim. Dla prostoty przyjmiemy tylko pełne, całkowite lata wspomnianych osób. Zbiór ten określimy przez podanie jego nośnika. Argumentami funkcji charakterystycznej będą liczby oznaczające wiek osób. Wartości tej funkcji niech określają następujące równości: m(40) = 0,3, m(41) = 0,5, m(42) = 0,8, m(43) = 0,9, m(44) = 1, m(45) = 1, m(46) = 1, m(47) = 1, m(48) = 1, m(49) = 0,9, m(50) = = 0,8, m(51) = 0,7, m(52) = 0,5, m(53) = 0,3. W ten sposób otrzymujemy zbiór rozmyty [4], obejmujący ludzi w tzw. wieku średnim.

W tym przypadku część ostrą rozważanego zbioru rozmytego stanowią lata 44, 45, 46, 47 i 48. One są w „pełni" wiekiem średnim. Część rozmytą stanowią tutaj lata 40, 41, 42, 43, 49, 50, 51, 52 i 53. Konsekwentnie osoby w wieku 39 lat i niżej oraz w wieku 54 lat i wyżej nie są zaliczane do osób w wieku średnim.

Weźmy teraz pod uwagę zbiór wszystkich kół o polu równym jedności. Niech on będzie przestrzenią P. Przypuśćmy, że rozpatrujemy cztery kolory: żółty, czerwony, zielony i niebieski. Każde ze wspomnianych kół może być pomalowane jednym z wymienionych kolorów, względnie kilkoma z nich. Powiedzmy, że interesuje nas kolor zielony. W odniesieniu do niego definiujemy, iż wartość funkcji charakterystycznej jest równa wielkości pola pomalowanego na zielono. Zatem będzie ona równa jedności w przypadku, gdy całe koło jest zielone, ułamkowi, gdy jedynie jego pewna część będzie zielona, zaś zeru, gdy na danym kole nie będzie w ogóle koloru zielonego. Jest widoczne, że otrzymujemy zbiór rozmyty, którego elementami są rozważane koła. Można powiedzieć, że określony przed chwilą zbiór rozmyty charakteryzuje stopień „zieloności" rozważanego koła.

Jako trzeci przykład rozważmy jakiś wypiek cukierniczy, powiedzmy pączki. Dla prostoty przyjmijmy, że bierzemy pod uwagę wypiek dzisiejszy (d), wczorajszy (w) oraz przedwczorajszy (p). Umówmy się, że wartość funkcji charakterystycz-

---

[4] M. P. Rebrowa: *Razmatyje mnożestwa o tieorii klasifikacii, Naucno-techniczeskaja informacija*, Serija 2: *Informacionnyje processy i sistiemy*, Moskwa 1976, No 10, 15.

nej dana będzie następującymi równościami: m(d)=1, m(w)= =0,5, m(p)=0,2. Otrzymujemy zbiór rozmyty, który można traktować jako matematyczne ujęcie terminu „wypiek świeży".

Przypuśćmy, że interesuje nas zagadnienie klasyfikacji pewnej klasy dokumentów. Intuicyjnie rzecz biorąc jest jasne, że dwa dokumenty uznamy za pokrewne sobie, jeżeli zawierają podobne pojęcia. Na tej podstawie można mówić o korelacji zachodzącej między rozważanymi dokumentami. W zależności od jej wartości zaliczymy je do takiej, względnie innej grupy. W ten sposób otrzymujemy pewien zbiór rozmyty, który stanowi realizację interesującej nas klasyfikacji [5]. Nie wchodzimy tu w precyzyjne określenie funkcji charakterystycznej danego zbioru z racji czysto technicznych, które są nieistotne dla celu przyświecającego temu artykułowi, odwiodły by zaś nas zbyt daleko od samego zagadnienia [6].

2.3. Działania na zbiorach rozmytych

Wprowadzimy najpierw pojęcie zbioru rozmytego pustego [8].

Zbiór rozmyty A zwie się pusty, co notujemy: $A = \emptyset$, jeżeli jego funkcja charakterystyczna m jest tożsamościowo równa zeru, tj. $m_A(x) = 0$ dla każdego x należącego do przestrzeni P.

Określimy teraz dopełnienie zbioru rozmytego A. Oznaczać je będziemy przez A z kreską na górze, a więc symbolem $\bar{A}$. Przez dopełnienie (uzupełnienie) zbioru rozmytego A rozumieć będziemy zbiór rozmyty, którego funkcja charakterystyczna $m_{\bar{A}} = 1 - m_A$. Innymi słowy: funkcja charakterystyczna dopełnienia zbioru rozmytego jest równa dopełnieniu do

---

[5] SMART — automatyczny system wyszukiwania informacji, praca zbiorowa pod redakcją G. Saltona, Warszawa 1975, 28 i 31.

[6] Czytelnika, który chciałby bliżej zapoznać się z problemem wiązania dokumentów w grupy i definiowania funkcji charakterystycznej zbioru, odsyłamy do pracy cytowanej w poprzednim przypisku.

[7] Prezentujemy tu pojęcia wprowadzone w pracy: L. A. Zadeh: *Fuzzy sets*, „Information and Control", 8 (1965), 338—353.

jedności funkcji charakterystycznej zbioru wyjściowego, dopełnianego. A więc elementy klasy pierwszej zbioru dopełnianego przejdą w elementy klasy trzeciej dopełnienia, elementy klasy trzeciej zbioru dopełnianego — w elementy klasy pierwszej dopełnienia, zaś elementy klasy drugiej przejdą w siebie, z tym tylko, że ich stopień przynależności ulegnie zmianie, z pierwotnego przejdzie w dopełnienie do jedności. Widzimy więc, że część rozmyta zbioru rozmytego przechodzi przy operacji dopełniania w część rozmytą dopełnienia danego zbioru.

Jest widoczne, że w przypadku zbiorów w znaczeniu zwykłym otrzymujemy zgodność z przyjmowaną tam definicją dopełnienia, tj. $\bar{A} = P - A$.

Niech dane będą teraz dwa zbiory rozmyte A oraz B. Przypuśćmy, że dla każdego elementu x należącego do nośnika zbioru A wartość funkcji charakterystycznej zbioru A jest niewiększa od wartości funkcji charakterystycznej zbioru B dla tegoż elementu. Powiemy wówczas, że zbiór rozmyty A jest podzbiorem zbioru rozmytego B. Notujemy to następująco: $A \subset B$.

Przykład. Niech $A = \{(x, 0{,}5), (y, 0{,}2)\}$, zaś $B = \{(x, 0{,}7), (y, 0{,}4), (z, 0{,}3)\}$. Wówczas $A \subset B$.

Jest widoczne, że nośniki zbiorów A oraz B mogą być równe, bądź też pierwszy z nich zawierać się może w drugim (zawieranie rozumie się tu, rzecz jasna, w sensie zwykłym).

Sumą mnogościową dwu zbiorów rozmytych A oraz B zwie się zbiór rozmyty C, którego funkcja charakterystyczna m_C jest określona jako $\max(m_A, m_B)$.

Inaczej można powiedzieć, że suma mnogościowa dwu zbiorów rozmytych jest najmniejszym zbiorem rozmytym zawierającym zarówno jeden, jak i drugi zbiór.

Przypomnijmy, że zbiór zwie się najmniejszym zbiorem posiadającym pewną własność W, jeżeli zawiera się w każdym zbiorze mającym własność W.

Częścią wspólną dwu zbiorów rozmytych A oraz B zwie się zbiór rozmyty C, którego funkcja charakterystyczna m_C jest określona jako $\min(m_A, m_B)$.

Podobnie, jak poprzednio, można powiedzieć, że część wspólna dwu zbiorów rozmytych jest największym zbiorem rozmytym zawartym zarówno w jednym, jak i w drugim zbiorze.

Przypominamy także, że zbiór zwie się największym zbiorem posiadającym pewną własność W, jeżeli zawiera każdy zbiór mający własność W.

Z definicji sumy wynika, że każdy zbiór rozmyty można traktować jako zwykłą sumę mnogościową zbiorów jednoelementowych, którymi są pary uporządkowane utworzone z elementów przestrzeni P oraz z liczb rzeczywistych zawartych między zero oraz jeden.

Można wykazać, że suma mnogościowa zbiorów rozmytych jest przemienna i łączna. Podobnie operacja tworzenia części wspólnej zbiorów rozmytych jest również przemienna i łączna. Zachodzą także dwa prawa rozdzielności, a więc rozdzielności sumy względem operacji tworzenia części wspólnej oraz rozdzielności tej ostatniej względem operacji tworzenia sumy mnogościowej.

Słuszne są także, dla zbiorów rozmytych, prawa de Morgana. A więc dopełnienie sumy mnogościowej jest równe części wspólnej dopełnień składników sumy. Podobnie dopełnienie części wspólnej jest równe sumie mnogościowej dopełnień poszczególnych członów części wspólnej.

Określimy jeszcze trzy operacje algebraiczne w odniesieniu do zbiorów rozmytych, mianowicie różnicę bezwzględną, iloczyn algebraiczny i sumę algebraiczną dwu zbiorów rozmytych.

Różnica bezwzględna dwu zbiorów rozmytych A oraz B jest to taki zbiór rozmyty C, którego funkcja charakterystyczna jest równa wartości bezwzględnej różnicy między funkcją charakterystyczną zbioru A i funkcją charakterystyczną zbioru B.

Łatwo jest zauważyć, że jeżeli A oraz B są zbiorami w znaczeniu zwykłym, to różnica bezwzględna tych zbiorów jest po prostu równa ich różnicy symetrycznej.

Iloczyn algebraiczny dwu zbiorów rozmytych A i B jest to taki zbiór rozmyty C, którego funkcja charakterystyczna jest równa iloczynowi funkcji charakterystycznych zbiorów A i B.

Iloczyn algebraiczny zbiorów A i B oznaczamy symbolem A.B.

Jeżeli A i B są zbiorami w znaczeniu zwykłym, to iloczyn algebraiczny oraz operacja części wspólnej są działaniami równoważnymi.

Jest widoczne, że iloczyn algebraiczny A.B jest zawarty w części wspólnej zbiorów rozmytych A i B.

Przez sumę algebraiczną dwu zbiorów rozmytych A i B rozumie się taki zbiór rozmyty C, którego funkcja charakterystyczna jest równa sumie funkcji charakterystycznych zbiorów A i B o ile tylko suma ta nie przekracza liczby 1; w przypadku przeciwnym rozważanego elementu nie zalicza się do sumy algebraicznej zbiorów.

W przypadku sumy algebraicznej nie zachodzi odpowiednik zależności mającej miejsce dla iloczynu algebraicznego (o ile rozważamy zbiory w znaczeniu zwykłym). Aby go uzyskać trzeba dokonać pewnego uzupełnienia w zakresie operacji dokonywanych na zbiorach. Sprawa przedstawia się następująco. Niech A i B będą danymi zbiorami rozmytymi. Weźmy dopełnienie każdego z nich. Następnie utwórzmy iloczyn algebraiczny wspomnianych dopełnień. Wreszcie weźmy raz jeszcze dopełnienie całego iloczynu algebraicznego. Oznaczmy wynik opisanego ciągu operacji symbolem A+B. Wówczas zachodzi następujące twierdzenie: Dla zbiorów w znaczeniu zwykłym operacja sumy mnogościowej oraz operacja + są operacjami równoważnymi.

3. Zbiory rozmyte a nazwy

Po prezentacji pojęcia zbioru rozmytego oraz kilku, wybranych jedynie, operacji dokonywanych na zbiorach rozmytych przejdziemy obecnie do dyskusji relacji zachodzącej między zbiorami rozmytymi a nazwami, zwłaszcza nazwami nieostrymi. W tym celu przyjrzymy się najpierw „istocie" rozmytości oraz nieostrości.

3.1. Rozmytość i nieostrość

Podając określenie zbioru rozmytego wyróżniliśmy w nim „część ostrą" oraz „część rozmytą". Pierwsza z nich zawiera te elementy, które przynależą do zbioru ze stopniem równym jedności, druga natomiast składa się z tych elementów przestrzeni, których stopień przynależności wyraża się ułamkiem właściwym.

Przyjrzyjmy się bliżej „części rozmytej". Jej pozytywne scharakteryzowanie zostało przed chwilą przypomniane. Zwiemy je pozytywnym, gdyż mówi ono o stopniu przynależności elementu do zbioru rozmytego.

Jeżeli zgodzimy się, że stopień przynależności równy jeden odpowiada pełnej przynależności elementu do zbioru, zaś mniejszy od jedności — przynależności niepełnej, niecałkowitej, to możemy na cały problem spojrzeć również od strony przeciwnej, nazwijmy ją, niepozytywnej. Chodzi o to, że w przypadku przynależności niepełnej danego elementu można także mówić o jego nieprzynależności w pewnym stopniu. Niech element a wchodzi w skład zbioru rozmytego ze stopniem przynależności równym x. Wówczas wydaje się rzeczą uzasadnioną powiedzieć także, że wspomniany element a nie przynależy do danego zbioru rozmytego ze stopniem równym jeden minus x (zakładamy, oczywiście, że x jest mniejsze od jedności). Zatem w tym przypadku mielibyśmy do dyspozycji dwie terminologie: pozytywną oraz niepozytywną. Według pierwszej z nich orzekamy o przynależności elementu do zbioru rozmytego, zaś według drugiej o jego nieprzynależności. Suma stopnia przynależności oraz stopnia nieprzynależności elementu jest zawsze równa jedności.

Jeżeli przedstawiona przed chwilą propozycja jest słuszna, to pojęcie zbioru rozmytego, zwłaszcza jego „części rozmytej", daje podstawę do przypisywania pewnym elementem dwu charakterystyk: posiadania pewnej własności w jakimś stopniu oraz jej nieposiadania w stopniu będącym dopełnieniem do jedności. Na tej drodze wychodzimy poza tradycyjne *tertium non datur*.

Jeżeli teraz weźmiemy pod uwagę nazwy nieostre, to mamy do czynienia z dość podobną sytuacją, jaka zachodzi w przypadku zbiorów rozmytych. A więc w odniesieniu do pewnych przedmiotów daje się orzec, że są one desygnatami rozważanej nazwy, w odniesieniu do innych, że nimi nie są; jednakże istnieje klasa przedmiotów w stosunku do których nie jesteśmy w stanie, w sposób zasadniczy, przypisać im własności bycia desygnatem danej nazwy, bądź też nie przypisać jej. Wspomniana klasa przedmiotów zwie się zakresem nieostrości danej nazwy [8]. Zatem zakres nieostrości nazwy zawiera przedmioty, które mogą być scharakteryzowane własnością „nieorzekalności". Nie można w stosunku do nich orzec ani za, ani przeciw pewnej cesze. Toteż zdania, zawierające nazwy nieostre, a zarazem odnoszone do przedmiotów należących do zakresu nieostrości, nie posiadają rzeczowej treści.

Powstaje pytanie, czy opisana przed chwilą sytuacja jest nie do przezwyciężenia. Czy jedynym wyjściem byłoby posłużenie się pewną konwencją, która by przekształciła daną nazwę nieostrą w nazwę ostrą? Ale wówczas trzeba by się zgodzić na pewnego rodzaju aprioryzm. Nie jest to jednak rozwiązanie, które mogłoby budzić zbyt wielki entuzjazm, gdy chodzi o rzeczowy punkt widzenia. Jeżeli nie chcemy wchodzić w kolizję z danymi idącymi do nas od strony rzeczywistości, należy treść naszych terminów, wyrażeń kształtować w oparciu o wspomnianą rzeczywistość, nie zaś dość arbitralnie o niej dekretować. Szacunek dla rzeczywistości, szacunek dla tego co jest, co istnieje, co się rozwija, zmienia, ewoluuje itd. (bo rzeczywistość jest niesłychanie bogata w swej różno-

---

[8] Przypominamy, że sprawy tu poruszane sygnalizowaliśmy już w przypisie 1.

rodności) zniewala nas do poszukiwania innego rozwiązania, niż wskazanego przed chwilą. Wydaje się, że zasadna jest próba zmierzająca do usensownienia samego zakresu nieostrości danej nazwy. Tą drogą winno się iść w celu otrzymania rozwiązania problemu. Wspomniane usensownienie zakresu nieostrości może nastąpić przez odniesienie do elementów rzeczywistości „ostrej" treści danej nazwy w pewnym tylko stopniu, który może być dla różnych elementów różny. Jest to sugestia idąca ze strony koncepcji zbiorów rozmytych. Wcale nie głosimy, że to jest jedyna drogą prowadząca do celu. Jest jednak niewątpliwie jedną z dróg, które do niego wiodą. A to już jest wiele. Droga ta wydaje się mieć dwie własności: 1° przyznaje priorytet rzeczywistości w stosunku do naszych koncepcji poznawczych, 2° nie mieści się w wąsko rozumianym klasycznym schemacie logiki dwuwartościowej. Gdy idzie o ostatnią własność, to mamy tu na myśli możność wypowiadania zdań postaci: „element a ma własność W w stopniu x", „element a nie ma własności W w stopniu 1—x", natomiast niemożność jednoczesnego uznania zdań: „element a ma własność W w stopniu x" oraz „element a nie ma własności W w stopniu x". Wymienione cechy prowadzą prosto do problemu statycznego oraz dynamicznego ujmowania rzeczywistości. Przejdziemy teraz do tego zagadnienia.

3.2. Statyczne i dynamiczne ujmowanie rzeczywistości

Powszechne są dwa podstawowe modele rzeczywistości: model statyczny i model dynamiczny.

Pierwszy z nich ujmuje rzeczywistość jako zespół indywiduów o stałej „naturze" i stałym sposobie działania. Indywidua mogą powstawać i zanikać, ale w czasie swego istnienia charakteryzują się pewną „istotową" stałością. Taka koncepcja rzeczywistości prowadzi w naturalny sposób do przyjęcia za właściwą logiki klasycznej, dwuwartościowej. W szczególności więc jesteśmy skłonni uznać za słuszne zdania orzekające, że dany przedmiot p istnieje, bądź też nie istnieje, że ma pewną własność, bądź też jej nie ma. Nieprawdziwymi wydają się koniunkcje postaci: przedmiot p ma własność W i przedmiot p nie ma własności W.

Drugi ze wspomnianych modeli ujmuje rzeczywistość nie jako zespół indywiduów, ale jako zespół pewnych procesów. W świecie zachodzą przecież nieustannie zmiany. Mają one miejsce w dziedzinie atomowej, subatomowej, wśród istot żywych, zachodzą także w skali kosmicznej. Aspekt zmienności wydaje się być istotny w odniesieniu do rzeczywistości. Wyrażając się nieco paradoksalnie można by powiedzieć, że rzeczywistości nie ma, że ona staje się, i to ustawicznie, stale na nowo. I nie tyle „rzeczywiste" są poszczególne etapy zmian, ile raczej sam proces wspomnianych zmian.

Stojąc na tym stanowisku nie budzi zastrzeżeń uznawanie niewystarczalności logiki dwuwartościowej. Co więcej, pojawia się konieczność przyjęcia logiki wielowartościowej. Wówczas dostajemy do ręki aparat logiczny, który pozwala bardziej adekwatnie oddawać rzeczywistość, niż to daje się uczynić przy pomocy logiki dwuwartościowej.

Zilustrujemy powyższe dość ogólne uwagi konkretnym przykładem. Weźmy pod uwagę człowieka. Ujmowanie go statycznie widzi w nim zespół dwu elementów: animalnego i intelektualnego. Tym samym jednak dokonujemy petryfikowania bogatej, zmiennej rzeczywistości człowieka. Lepszym przybliżeniem rzeczywistego stanu rzeczy wydaje się być koncepcja człowieka jako tworu, który, nie tyle jest, ile raczej staje się (lub jeszcze lepiej: może stawać się) rozumny. Analiza zachowania się przeciętnego człowieka wykazuje przecież jak wiele jest w nim elementu nawykowego, automatycznego itd., w porównaniu do istotnie twórczego myślenia. Ludzie, z reguły, postępują według pewnych schematów, szablonów, nawyków. Trzeba dużego wysiłku intelektualnego, aby móc i potrafić zająć własne, krytyczne stanowisko. Trzeba w sobie wypracowywać krytyczną postawę umysłu. Ona nie jest nam „dana". Człowiek jest bogatym, złożonym tworem, który winien kształtować siebie w biegu swego życia.

Możemy więc konkludować, że dla statycznego modelu rzeczywistości wystarczająca jest logika dwuwartościowa, natomiast dla modelu dynamicznego — nie. Aby móc adekwatnie opisywać własności procesów zachodzących w świecie nie wystarczy prosty schemat logiki dwuwartościowej. Logika wydaje się być czymś wtórnym w stosunku do rzeczywistości i naszego jej poznawania [9]. Toteż winna być wzbogacona w miarę zwiększania się bogactwa i różnorodności naszego poznania. Otwiera to przed myślą naszą szerokie horyzonty.

Na tle powyższych uwag spojrzyjmy teraz na koncepcję zbiorów rozmytych i płynące z niej konsekwencje w odniesieniu do problemu , któremu jest poświęcony ten artykuł.

4. Próba poszerzenia zakresu stosowalności języka naukowego

Wyjdziemy z przykładu zaczerpniętego z metrologii. Mamy na myśli pojęcie pomiaru.

Otóż przez pomiar rozumie się zespół czynności, po wykonaniu których można stwierdzić, że w chwili pomiaru dokonanego w określonych warunkach, a więc przy posłużeniu się takimi to środkami i wykonaniu takich to czynności, wielkość mierzona miała wartość zawartą między liczbami r oraz s. Wynikiem pomiaru zwie się stwierdzenie, że wielkość mierzona jest nie mniejsza niż r i jednocześnie nie większa niż s. Wyniku pomiaru nie doprowadza się do równości $r=s$, ponieważ zmniejszenie różnicy $s-r=t$ jest niemożliwe lub niecelowe [10]. Przyjęcie, że różnica t jest dodatnia, stanowi podstawowy postulat metrologii. Zasadniczą przyczyną jego wprowadzenia jest, jak łatwo się domyśleć, ograniczona doskonałość naszych zmysłów oraz narzędzi, którymi się posługujemy przy dokonywaniu pomiaru. Próg czułości zawsze istnieje w odniesieniu zarówno do naszych zmysłów, jak i narzędzi. Naturalną jego podstawą jest kwantowy charakter zjawisk [11]. Postulowanie możliwości posiadania absolutnie dokładnych wyni-

---

[9] A. Grzegorczyk: *Zarys logiki matematycznej*, Warszawa 1969, 66.
[10] J. Piotrowski: *Podstawy metrologii*, Warszawa 1976, 16.
[11] Tamże, 17.

ków pomiaru jest życzeniem niemożliwym do zrealizowania. Pomiar jest, ze swej natury, zawsze obarczony pewnym błędem, lub może lepiej: zawiera się w pewnym przedziale wartości, albo: jest „rozmyty", w większym, lub mniejszym stopniu.

Pomiar należy zaliczyć do jednej z podstawowych czynności naukowych. Wszędzie tam, gdzie on występuje, pojawiają się skutki jego właściwości. Innymi słowy trzeba uznać potrzebę, celowość i konieczność pojęć nieostrych, nazw nieostrych. Wynik pomiaru jest, i musi być, wielkością „nieostrą". A to rzutuje na charakter naszego języka, na charakter terminów, w szczególności nazw.

Oczywiście, trzeba się zgodzić, że nieostrość sama w sobie nie musi być dla nas ideałem (a nawet nie może być), który by powodował demobilizację intelektualną. W pewnych przypadkach nieostrość nie może być inaczej traktowana, jak jedynie jako wyraz naszej niewiedzy w odniesieniu do rzeczywistości. To jest niewątpliwe. Jednakże można wskazać dużą ilość przypadków, kiedy nieostrość nie jest ani zwykłą wadą naszego języka, ani wyrazem naszego braku odpowiedniego poznania rzeczywistości, a stanowi znamię naszego odbicia rzeczywistości. Wówczas nieostrość wydaje się być „nieuleczalna" i „obiektywna" zarazem. A zatem posiadanie tylko nazw ostrych i możność posługiwania się nimi może być raczej traktowana jako dość odległy cel, do którego zmierzamy, aniżeli jako niezbędny warunek do spełnienia tu i teraz [12]. Nieostrość utrzymana w „rozsądnych" granicach wystarcza do uprawiania nauki i zarazem oddaje względnie wiernie, tak przynajmniej można postulować, bogatą, zmienną i złożoną rzeczywistość.

Wobec tego nasuwa się myśl, aby skorzystać z koncepcji zbiorów rozmytych w celu usensownienia nazw nieostrych.

---

[12] Może powstać pytanie, czy nasz obecny język nie jest zbyt „statyczny". Gdyby udało się skonstruować język „dynamiczny", być może, że cały problem nieostrości trzeba by postawić zupełnie inaczej.

Zakres ich nieostrości może zostać usensowniony przez odniesienie go do „części rozmytej" zbioru rozmytego. Dzięki temu możliwe się staje posługiwanie się nazwami nieostrymi w pełnym ich zakresie. Konsekwentnie zwiększa się klasa zdań o treści rzeczowej.

Jest rzeczą łatwą i widoczną w jaki sposób da się dokonywać usensownianie zakresu nieostrości w oparciu o zreferowane pojęcie zbioru rozmytego oraz wybranych, prostych operacji na zbiorach rozmytych.

Z drugiej strony jest także widoczne, że „dobre" sprecyzowanie treści w odniesieniu do zakresu nieostrości nazwy nie jest wcale łatwe. „Dobre" znaczy tutaj zgodne z rzeczywistym stanem rzeczy, a więc zgodne zarówno z samą rzeczywistością, jak i ustaloną wcześniej i powszechnie przyjętą konwencją językową. Co do tego nie ma wątpliwości. Nie znaczy to jednak, aby było tym samym nie do wykonania, aby było przedsięwzięciem beznadziejnym.

Problem jest złożony. Łączy się z zagadnieniem konwencji, logik wielowartościowych, sięga do podstawowych problemów odnoszących się do ontologii i gnoseologii. Tym samym wydaje się być problemem typowo filozoficznym. A więc im więcej będzie się pojawiać nowych myśli tyczących się jego rozwiązania, tym lepiej będzie się widzieć całe zagadnienie. To zaś przybliżać będzie możliwość wypracowania stanowiska, które by uzyskało ogólną aprobatę i przyjęcie. Wydaje się, że sprawa warta jest wnikliwej uwagi badawczej.

5. Uwagi końcowe

Podsumowując przeprowadzone rozważania stwierdzamy, że problem nazw nieostrych nie musi być rozumiany jako jedynie przejaw wady naszego języka. Nieostrość nazw, jak się zdaje, sięga głębiej, do podstaw bytu i naszego poznania. Jest rzeczą możliwą usensownianie zakresu nieostrości nazw nieostrych. Jedną z dróg prowadzących do tego celu może stanowić koncepcja zbiorów rozmytych. Dzieje się to przez przypisywanie elementom przysługującej im własności w pewnym tylko stopniu.

Problem nieostrości, jak to było już sygnalizowane, wiąże się ściśle z zagadnieniem logik nieklasycznych. Dla ilustracji wspomnimy tu o pewnych pracach poświęconych nowszym koncepcjom i ich zastosowaniom.

Jak pamiętamy, zbiory rozmyte spowodowały eksplozję różnych koncepcji „rozmytych". A więc, w szczególności, mówi się również o logikach rozmytych, teoriach rozmytych, automatach rozmytych itd. Ostatnio logika rozmyta jest wykorzystywana do zagadnienia rozpoznawania pisma ręcznego [13]. Nie trzeba dodawać, że problem jest interesujący nie tylko naukowo, ale również filozoficznie. Ma także wydźwięk światopoglądowy. Aspekt praktyczny jego nie budzi wątpliwości. Znajduje bezpośrednie zastosowanie przy budowie urządzeń wejściowych do maszyny liczącej.

Oznaczmy teraz ryzyko związane z przyjęciem zdania F symbolem #F#. Jeżeli pewien podmiot uznaje zdanie F za prawdziwe, to znakować to będziemy symbolem # F. Można wykazać [14], że istnieje dokładnie jedna funkcja, która przyporządkowuje każdemu zdaniu F wartość ryzyka #F# i spełniająca następujące warunki:

1) $0 \leqq$ #F# $\leqq 1$
2) #F i G# = sup{#F#, #G#}
3) #F lub G# = inf{#F#, #G#}
4) #F implikuje G# = sup{0, #G# — #F#}
5) # nie F# = 1 — #F#
6) # dla każdego x F(x)# = sup #F(a)#
7) # dla pewnego x F(x)# = inf #F(a)#
8) (# F) wtedy i tylko, gdy (#F# = 0)

[13] Pepe Siy, C. S. Chen: *Fuzzy logic for handwritten numeral character recognition, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics,* 1974, 570—575.

[14] R. Giles: *Łukasiewicz logic and fuzzy set theory,* "Int. J. Man-Mach. Stud". 8 (1976), 313—327.

9) Zdanie może być brane pod uwagę wtedy i tylko, gdy wartość jego ryzyka jest niedodatnia.

W rozważanym przypadku mamy do czynienia ze zdaniami rozmytymi. Funkcja ryzyka #F# daje interpretację w odniesieniu do logiki nieskończenie wielowartościowej Łukasiewicza.

Nasuwa się prosta konkluzja: koncepcja „rozmytości" otwiera przed myślą badawczą szerokie horyzonty i wdzięczne pole do twórczej pracy.

Unscharfe Namen und Fuzzy-Mengenlehre

(Zussamenfassung)

Man spricht in Bezug auf die unscharfen Namen von diesen Unschärfebereichen. Jeder solcher Bereich ist von diesen Objekten gebildet über denen (gemäss dem aufgetroffenen Sprachgebrauch oder der Konvention) kann man weder dass sie die Bezeichneten des gegebenen Namens sind, noch dass sie solche nicht sind, urteilen. Wer der Meinung ist, gemäss welcher beliebige Engenschaft einigen Objekten entweder zukommen, oder nicht zukommen kann, der möge den Unschärfebereich des Namens sinnvoll machen nur durch das Fassen des Entschlusses, der entscheiden erlaubt welche Objekte die Bezeichneten des Namens sind und welche sie nicht sind. Solcher Entschluss doch aber im erheblichen Grade apriorisch ist. Weder die Realität, noch die Wissenschaft fordern und auch brauchen solche Lösung des Unschärfeproblems. Es scheint wünschenswert der Meinung sein, die den Objekten den Besitz irgendeiner Eigenschaft nur im gewissen Grade zuschreiben erlaubt. Dieser Gedanke ermöglicht den Unschärfebereich des Namens sinnvoll machen. Die Konzeption von Fuzzy-Mengen im Sinne von L. A. Zadeh kann die formale Apparatur zu diesen Bemühungen werden. Im Aufasatz bespricht man die Grundelemente der Fuzzy-Mengenlehre, zeigt man auch die Möglichkeit der Anwendung dieser Konzeption zur Frage die Uschärfebereiche der Namen sinnvoll zu machen, signalisiert man noch die Verbindung der erwägten Probleme mit der Frage der nichtklassischen Logiken. Es scheint, dass die Unschärfe der Namen eine Eigenschaft unserer Srache ist, welche greift zu den Gründen der Realität und unseres Erkenntnisses und drückt in gemässem Grade die „Struktur" des ersten und sowohl des zweiten Elements aus.