Edward Nieznański

Formalizacja tomistycznych podstaw dowodu na istnienie Koniecznego Bytu Pierwszego

Studia Philosophiae Christianae 15/1, 163-180

1979

Studia Philosophiae Christianae
ATK
15/1979/1

EDWARD NIEZNAŃSKI

FORMALIZACJA TOMISTYCZNYCH PODSTAW DOWODU NA ISTNIENIE KONIECZNEGO BYTU PIERWSZEGO

WSTĘP

Zamierzeniem, które ma być realizowane w niniejszym artykule, jest formalizacja „materialnych" i „formalnych" podstaw „trzeciej drogi" w takim jej współczesnym ujęciu, jakie spotykamy np. w książce [5] Ks. Prof. K. Kłósaka na str. 118—119:

„(...) jakkolwiek daleko poszlibyśmy w uporządkowanej serii bytów przygodnych, nie posunęlibyśmy się ani o krok w naszym szukaniu wyczerpującego tłumaczenia dla przygodnego istnienia czegoś, gdyż każdy napotkany przez nas byt przygodny posiadałby poza sobą wystarczającą rację swego istnienia. (...) w takim razie każdy bez wyjątku układ bytów przygodnych, wzięty jako całość, nie posiadałby, gdyby miał istnieć sam jeden, wystarczającej racji swego konkretnego zaistnienia. Zaś w braku takiej racji nie mógłby zaistnieć. Ponieważ jednak, jak wiemy z doświadczenia, pewne byty istnieją, więc nie wszystkie byty istniejące są bytami przygodnymi. Prócz bytów przygodnych musi istnieć byt konieczny, który, mając wystarczającą rację swego istnienia w sobie samym, stanowi ostateczne wytłumaczenie dla istnienia każdego bytu przygodnego".

Materialne podstawy dowodu — to aksjomaty (twierdzenia przyjęte bez dowodu), zaś podstawy formalne stanowi rachunek, który niezawodnie — tj. bez błędów *non sequitur* — prowadzi od przyjętych aksjomatów do zamierzonego wniosku.

1. SFORMALIZOWANE TEORIE TOMISTYCZNEGO POJĘCIA STOSUNKU DOSTATECZNEJ RACJI BYTU

W językach teorii, które zostaną utworzone w obecnym rozdziale, będą używane spójniki logiczne: „$\sim$" (negacja), „$\rightarrow$" (implikacja), „$\equiv$" (równoważność), „." (koniunkcja) i „v" (alternatywa). Kwantyfikator duży będzie notowany przez ujmowanie w nawiasy okrągłe dowolnej zmiennej logicznej, np.: „(x)p", czytane: „dla każdego x-a : p"; zaś kwantyfikator mały — przez „(E...)", np.: „(Ex)p", czytane: „istnieje takie x, że p" (lub: „przynajmniej dla pewnego x-a : p"). Stosowane będą również kwantyfikatory o ograniczonym zakresie: „(Fw)p" — „dla każdego w będącego F : p" oraz „(EFw)p" — „istnieje takie w będące F, że p"; przy czym na miejscu schematowej zmiennej „F" występują pierwszego rzędu predykaty jednoargumentowe, na miejscu „w" — dowolne zmienne nazwowe, zaś na miejscu „p" — funkcje zdaniowe określonego języka. Sens kwantyfikatorów o ograniczonym zakresie ustalają równoważności:

$(Fw)p \equiv (w)\,(Fw \rightarrow p)$,

$(EFw)p \equiv (Ew)\,(Fw\,.\,p)$.

Używane będą również predykaty logiczne: identyczności „=" i nierówności „$\neq$".

1.1 System I

W systemie I wystąpią dwa pierwotne (tzn. nie definiowane równościowo) pozalogiczne predykaty:

„B" czyli „...jest bytem realnym" oraz

„R" czyli „...jest racją istnienia...".

Aksjomatami i definicjami tego systemu są:

A1. $(Ex)\,Bx$

Przynajmniej dla pewnego x-a: x jest bytem realnym. (Istnieją byty realne).

A2. $(x)\,(y)\,(xRy \rightarrow Bx\,.\,By)$

Dla każdego x-a i y-a: jeżeli x jest racją istnienia y-a, to x jest bytem realnym i y jest bytem realnym. (Pole stosunku racji bytu stanowi ogół bytów realnych i nic poza tym).

Predykatem wtórnym jest:

„S" czyli „...jest dostateczną racją istnienia...",

rozumiany zgodnie z definicją:

D1. $xSy \equiv xRy\,.\,(z)\,(zRx \rightarrow z = x)$

x jest dostateczną racją istnienia y-a wtedy i tylko wtedy, gdy x jest racją istnienia y-a i każde z będące racją istnienia x-a jest identyczne z x-em. (Dostateczna racja bytu jest to taka racja bytu, która z kolei nie posiada już żadnej różnej od siebie racji bytu).

Kolejnym aksjomatem jest tzw. zasada dostatecznej racji bytu:

A3. $(Bx)(Ey)\, ySx$

Dla każdego x-a będącego bytem realnym, istnieje takie y, że y jest dostateczną racją istnienia x-a. (Każdy byt posiada dostateczną rację swojego istnienia).

A4. $(x)(y)(xSx \,.\, ySy \rightarrow x = y)$

Dla każdego x-a i y-a: jeżeli x jest dostateczną racją istnienia x-a oraz y jest dostateczną racją istnienia y-a, to x jest identyczne z y-iem. (Co najwyżej jeden byt ma dostateczną rację istnienia w sobie samym).

Dodajemy na koniec cztery wtórne predykaty:

„K" czyli „...jest Bytem Koniecznym",

„I" czyli „...jest Bytem Pierwszym",

„KI" czyli „...jest Koniecznym Bytem Pierwszym" i

„1KI" czyli „...jest Jedynym Koniecznym Bytem Pierwszym",

których sens określają definicje:

D2. $Kx \equiv xSx$

x jest Bytem Koniecznym wtedy i tylko wtedy, gdy x jest dostateczną racją istnienia x-a. (Byt Konieczny jest to byt posiadający dostateczną rację istnienia w sobie samym).

D3. $Ix \equiv (By)xSy$

x jest Bytem Pierwszym wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego y-a będącego bytem realnym, x jest dostateczną racją istnienia y-a. (Byt Pierwszy jest to byt będący dostateczną racją istnienia każdego bytu realnego).

D4. $KIx \equiv Kx \,.\, Ix$

x jest Koniecznym Bytem Pierwszym wtedy i tylko wtedy, gdy x jest Bytem Koniecznym i x jest Bytem Pierwszym.

D5. $1KIx \equiv KIx \,.\, (y)(KIy \rightarrow x = y)$

x jest Jedynym Koniecznym Bytem Pierwszym wtedy i tylko wtedy, gdy x jest Koniecznym Bytem Pierwszym i dla każdego y-a: jeżeli y jest Koniecznym Bytem Pierwszym, to x jest identyczne z y-iem. (Jedyny Konieczny Byt Pierwszy jest to Konieczny Byt Pierwszy identyczny z każdym Koniecznym Bytem Pierwszym).

Posługując się środkami dedukcji naturalnej określonymi w podręczniku [11] J. Słupeckiego i L. Borkowskiego (lub w [3]) możemy już udowodnić — na podstawie dotąd przytoczonych ustaleń — że Jedyny Konieczny Byt Pierwszy istnieje.

Wykażemy na początek dwa twierdzenia pomocnicze (lematy).

L1. $(Ex)(Ey)\, xSy$

Istnieje takie x i y, że x jest dostateczną racją istnienia y-a. (Stosunek dostatecznej racji bytu nie jest pusty).

dowód:

1. Ba, bo A1 (z zastosowania reguły opuszczania małego kwantyfikatora)

2. (Ey)ySa, bo A3 i 1
3. bSa, bo 2
4. (Ex) (Ey) xSy, bo 3.

L2. (x) (y) (xSy → xSx)

Dla każdego x-a i y-a: jeżeli x jest dostateczną racją istnienia y-a, to x jest dostateczną racją istnienia x-a. (Każdy byt będący dostateczną racją istnienia jakiegoś bytu jest też dostateczną racją istnienia siebie samego).

dowód:

1. xSy, założenie dowodu
2. xRy
3. (z) (zRx → x = z)

$\left.\begin{array}{l} \text{2. xRy} \\ \text{3. (z) (zRx} \rightarrow \text{x = z)} \end{array}\right\}$ bo 1 i D1

4. Bx, bo A2 i 2
5. (Ez)zSx, bo A3 i 4
6. aSx, bo 5
7. aRx, bo 6 i D1
8. x = a, bo 3 i 7
9. xSx, bo 6 i 8.

Dowodzimy dwa twierdzenia podstawowe:

T1. (Ex)Kx

Istnieje takie x, że x jest Bytem Koniecznym. (Istnieje Byt Konieczny).

dowód:

1. (Ey)aSy, bo L1
2. (Ey)aSy → aSa, bo L2
3. aSa, bo 2 i 1
4. Ka, bo D2 i 3
5. (Ex)Kx, bo 4.

Lematy L1, L2 i teza T1 (zamykająca najczęściej całą „trzecią drogę") zostały udowodnione bez stosowania aksjomatu A4, który jest natomiast potrzebny dla wykazania mocniejszej tezy:

T2. (Ex) 1KIx

Istnieje takie x, że x jest Jedynym Koniecznym Bytem Pierwszym. (Istnieje Jedyny Konieczny Byt Pierwszy).

dowód:

1. Ka, bo T1
2. aSa, bo 1 i D2
   1.1 By, założenie dowodu
   1.2 (Ez)zSy, bo A3 i 1.1
   1.3 bSy, bo 1.2
   1.4 bSb, bo L2 i 1.3
   1.5 a = b, bo A4, 2 i 1.4
   1.6 aSy, bo 1.3 i 1.5
3. (By)aSy, bo 1.1—1.6

4. Ia, bo 3 i D3
5. KIa, bo D4, 1 i 4
   2.1 KIz, założ. dow.
   2.2 Kz, bo 2.1 i D4
   2.3 zSz, bo D2 i 2.2
   2.4 a = z, bo A4, 2 i 2.3
6. (z) (KIz $\rightarrow$ a = z), bo 2.1—2.4
7. 1KIa, bo D5, 5 i 6
8. (Ex)1KIx, bo 7.

1.2 System II

System II zostanie wyłożony w dwu wersjach: jako system IIa z dwoma aksjomatami i jako system IIb z jednym tylko aksjomatem.

1.2.1 System IIa

Twierdzeniem dowodzonym w systemie IIa jest:

Tw. Tylko jeden byt realny jest Bytem Koniecznym i Bytem Pierwszym zarazem.

Jeśli w tym twierdzeniu zastąpimy nazwę „byt realny" przez zmienną „N", „Byt Konieczny" przez zmienną „M" i „Byt Pierwszy" przez zmienną „P", to otrzymamy funkcję zdaniową:

F1. Tylko jeden N jest M i P zarazem.

Przyjmijmy z kolei skróty:

S1. „MP" dla „M i P zarazem";

S2. „NuP" dla „tylko jeden N jest P".

Funkcja zdaniowa F1 przyjmuje — na podstawie skrótów S1 i S2 — postać:

F2. NuMP (Tylko jeden N jest M i P zarazem).

Iloczyn MP rozumiemy zgodnie z definicją:

Df1. MPx $\equiv$ Mx . Px

Przyjmijmy dalsze dwa skróty:

S3. „NiM" dla „przynajmniej pewne N jest M" i

S4. „NjM" dla „co najwyżej jedno N jest M".

Znaczenie obu operatorów „i" oraz „j" określają definicje:

Df2. NiM $\equiv$ (Ex) (Nx . Mx)

Df3. NjM $\equiv$ (Nx) (Ny) (Mx . My $\rightarrow$ x = y)

(Co najwyżej jedno N jest M wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego x-a i y-a będącego N-em: jeżeli Mx i My, to x = y).

Możemy teraz również zdefiniować — wprowadzony skrótem S2 — operator „u":

Df4. NuM $\equiv$ NiM . NjM (Tylko jeden N jest M wtedy i tylko wtedy, gdy przynajmniej pewne N jest M i co najwyżej jedno N jest M)

Wobec definicji Df4 funkcję zdaniową F2 można teraz rozbić na dwie funkcje składowe:

F2a. NiMP,

F2b. NjMP,

ponieważ F2 ≡ F2a . F2b. Oznacza to, że nasze twierdzenie podstawowe Tw o formie F2 jst połączeniem dwu twierdzeń składowych:

Tw1. Przynajmniej jeden byt realny jest Bytem Koniecznym i Bytem Pierwszym zarazem (zgodnie z F2a) oraz

Tw2. Co najwyżej jeden byt realny jest Bytem Koniecznym i Bytem Pierwszym zarazem (wg F2b).

Przyjmijmy teraz dalsze cztery skróty:

S5. „B" dla „byt realny",

S6. „S" dla „...jest dostateczną racją istnienia...",

S7. „K" dla „Byt Konieczny",

S8. „I" dla „Byt Pierwszy".

System IIa posiada dwa aksjomaty, które wprowadzają pierwotne pojęcia: „B" i „S".

Ax1. (N) [(Nx)Bx → (EBy) (Nx)ySx]

Dla każdego N: jeżeli dla każdego x-a będącego N-em, x jest bytem realnym, to istnieje takie y będące bytem realnym, że dla każdego x-a będącego N-em, y jest dostateczną racją istnienia x-a. (Dla każdego rodzaju bytów realnych istnieje taki byt realny, który jest dostateczną racją istnienia każdego przedstawiciela tego rodzaju).

Ax2. (Bx) (By) (Bz) (xSy . ySz → x = y)

Dla każdego realnego bytu x, y i z: jeżeli x jest dostateczną racją istnienia y-a i y jest dostateczną racją istnienia z-a, to x jest identyczne z y-iem. (Każdy byt będący dostateczną racją istnienia czegokolwiek ma co najwyżej w sobie samym dostateczną rację swojego istnienia).

Znaczenie pozostałych dwu pojęć wtórnych „K" i „I" określają definicje:

Df5. Kx ≡ Bx . xSx

Df6. Ix ≡ Bx . (By)xSy

Na podstawie przyjętych skrótów S1—S8 dowodzone twierdzenia Tw1, Tw2 i Tw przyjmują ostatecznie postać:

Tw1. BikI, Tw2. BjKI i Tw. BuKI.

Oto dowody dla przytoczonych twierdzeń:

Tw1. BiKI, bo:

1. (N) [Nx) Bx → (EBy) (Nx)ySx], Ax1
2. (EBy) (Bx)ySx, bo 1, N/B, (Bx)Bx
3. Ba } bo 2
4. (Bx)aSx } bo 2
5. Ia, bo Df6, 3, 4

6. aSa, bo 4 i 3
7. Ka, bo Df5, 3, 6
8. KIa, bo Df1, 7, 5
9. (Ex) (Bx . KIx), bo 3 i 8
10. BiKI, bo Df2 i 9.

Tw2. BjKI, bo:

1.1 Bx
1.2 By
1.3 KIx
1.4 KIy

(1.1–1.4: założ. dow.)

1.5 Ix, bo Df1 i 1.3
1.6 Ky, bo Df1 i 1.4
1.7 xSy, bo 1.5, Df6 i 1.2
1.8 ySy, bo 1.6 i Df5
1.9 x = y, bo Ax2, 1.1, 1.2, 1.7 i 1.8

1. (Bx) (By) (KIx . KIy → x = y), bo 1.1—1.9
2. BjKI, bo Df3 i 1.

Tw. BuKI, bo Df1, Tw1 i Tw2.

1.2.2 System IIb

Jedynym aksjomatem systemu IIb jest:

Aks1. (N) {(Nx)Bx → (EBy) (Nx) [ySx.((Bz) ((zSy v zSx) → z = = y)]}

Dla każdego N: jeżeli dla każdego x-a będącego N-em, x jest bytem realnym, to istnieje takie y będące bytem realnym, że dla każdego x-a będącego N-em, y jest dostateczną racją istnienia x-a oraz: dla każdego z-a będącego bytem realnym, jeżeli z jest dostateczną racją istnienia y-a lub z jest dostateczną racją istnienia x-a, to z jest identyczne z y-iem.

Przyjmujemy dodatkowo cztery definicje predykatów: „...jest Bytem Koniecznym" („K"), „...jest Bytem Pierwszym" („I"), „... jest Koniecznym Bytem Pierwszym" („KI") i „...jest Jedynym Koniecznym Bytem Pierwszym" („1KI"):

Def1. Kx ≡ Bx.xSx
Def2. Ix ≡ Bx.(By) xSy
Def3. KIx ≡ Kx.Ix
Def4. 1KIx ≡ KIx.(y) (KIy → x = y).

Dowód — w tym systemie — podstawowej tezy: (Ex)1KIx połączymy z dowodem tej tezy w systemie III.

1.3 System III

Jedynym aksjomatem systemu III jest:

Aksl*. (N){(Nx)Bx → (EBy) (Nx) [ySx.((xSy v xSx) → x = y)]}

Dla każdego N: jeżeli dla każdego x-a będącego N-em, x jest bytem realnym, to istnieje takie y będące bytem realnym, że dla każdego x-a będącego N-em, y jest dostateczną racją istnienia x-a oraz: jeżeli x jest dostateczną racją istnienia y-a lub x jest dostateczną racją istnienia x-a, to x jest identyczne z y-iem.

Przyjąwszy wszystkie skróty i definicje (Def1—Def4) z systemu IIb dowodzimy twierdzenie:

(Ex) 1KIx, bo:

1. (EBy) (Bx) [ySx.((xSy v xSx) → x = y)], bo Aksl,* N/B, (Bx) Bx
2. Ba } bo 1
3. (Ba) [aSx.((xSa v xSx) → x = a)] } bo 1
4. (Bx) aSx, bo 3
5. (Bx) [(xSa v xSx) → x = a], bo 3
6. Ia, bo Def2, 2 i 4
7. aSa, bo 4 i 2
8. Ka, bo Def1, 2 i 7
9. KIa, bo Def3, 8 i 6

   1.1 KIx, założ. dow.
   1.2 Bx, bo 1.1, Def3 i Def2
   1.3 (By) xSy, bo 1.1, Def3 i Def2
   1.4 xSa, bo 1.3 i 2
   1.5 x = a, bo 5, 1.2 i 1.4

10. (x) (KIx → x = a), bo 1.1—1.5
11. 1KIa, bo Def4, 9 i 10
12. (Ex) 1KIx, bo 11.

Ponieważ jest oczywistą ważność implikacji Aksl → Aksl *, więc przytoczony dowód uzasadnia też tę tezę w systemie IIb.

1.4 Inne sytemy

Zastępując w systemie IIa aksjomat Ax2 różnymi jego osłabieniami, możemy uzyskać szereg systemów różnych od systemu II i systemu III, np. przy:

Ax2*. (Bx) (By) (xSy.ySy → x = y) lub
Ax2**. (Bx) (By) (xSy.ySx → x = y) lub
Ax2***. (Bx) (By) (Bz) (xSz.ySz → x = y).

2. UWAGI METASYSTEMOWE

2.1 Ustalenia syntaktyczne

2.1.1. Związki między systemami

2.1.1 — 1 Porównanie systemu I z systemem II

2.1.1 — 1.1 System I i system IIa

Weźmy pod uwagę dwa zdania:

A3*. (Bx) (EBy) [ySx.(Bz) (zSy → z = y)] oraz
A4*. (Bx) (By) [xSx.(Bz) (zSx → x = z).ySy.(Bz) (zSy → y = = z) → x = y]

Bez większego trudu można wykazać, że w systemie I:

(1) $A3^* \equiv A3$ oraz

(2) $A4^* \equiv A4$.

Związek systemu IIa z systemem I określa metateza:

(3) $Ax2 \rightarrow (Ax1 \equiv A1.A3^*.A4^*)$

dowód:

(a) $Ax1 \rightarrow A1$, bo:

1. (EBy) (Bx) ySx, bo Ax1, N/B, (Bx) Bx
2. Ba, bo 1
3. (Ex) Bx, bo 2

(b) $Ax1 \rightarrow A3$, bo:

1. Bx, założ. dow.
2. (EBy) (Bx) ySx, bo Ax1, N/B, (Bx) Bx
3. Ba } bo 2
4. (Bx) aSx } bo 2
5. aSx, bo 4 i 1
6. (Ey) ySx, bo 5

(c) $Ax1.Ax2 \rightarrow A4^*$, bo:

1. Bx } założ. dow.
2. By } założ. dow.
3. xSx } założ. dow.
4. ySy } założ. dow.
5. $N_o u \equiv (u = x \vee u = y)$, df N_o
6. (EBw) $(N_o u)$ wSu, bo Ax1, 5 i 2
7. Ba } bo 6 i 5
8. aSx } bo 6 i 5
9. aSy } bo 6 i 5
10. a = x, bo Ax2, 7, 1, 8, 3
11. a = y, bo Ax2, 7, 2, 9, 4
12. x = y, bo 10 i 11

(d) $A3^* \rightarrow [Bx.By.xSy.(Bz)(zSx \rightarrow x = z) \rightarrow xSx]$, bo:

1. Bx } założ. dow.
2. By } założ. dow.
3. xSy } założ. dow.
4. (Bz) $(zSx \rightarrow x = z)$ } założ. dow.
5. Ba } bo A3 i 1
6. aSx } bo A3 i 1
7. a = x, bo 4, 5 i 6
8. xSx, bo 6 i 7

(e) $A1.A3^*.A4^* \rightarrow Ax1$, bo:

1. (Nx) Bx, założ. dow.
2. Ba, bo A1

3. Bb
4. bSa } bo A3* i 2
5. (Bz) (zSb → z = b)
6. bSb, bo (d), A3*, 2, 3, 4 i 5
   1.1 Nx, założ. dow.
   1.2 Bx, bo 1 i 1.1
   1.3 Bc
   1.4 cSx } bo A3* i 1.2
   1.5 (Bz) (zSc → z = c)
   1.6 cSc, bo (d), A3*, 1.3, 1.2, 1.4 i 1.5
   1.7 b = c, bo A4*, 3, 1.3, 6, 5, 1.6 i 1.5
   1.8 bSx, bo 1.4 i 1.7
7. (Nx) bSx, bo 1.1—1.8
8. (EBy) (Nx) ySx, bo 3 i 7.

Zauważmy, że Ax2 (który jest równoważny formule powstałej z D1 po zastąpieniu wszystkich egzemplarzy „R" przez „S") jest twierdzeniem w systemie I, bo:

1. Bx.By.Bz
2. xSy } założ. dow.
3. ySz
4. xSx, bo L2 i 2
5. ySy ,bo L2 i 3
6. x = y, bo A4, 4 i 5.

Stąd i na pdstawie metatwierdzenia (3) stwierdzamy:

(4) syst. IIa $\leq$ syst. I, gdzie „$\leq$" jest znakiem inkluzji, oraz

(5) syst. IIa = Cn{A1,A3*,A4*,Ax2}, gdzie „Cn" oznacza operację logicznej konsekwencji.

Możemy zate mstwierdzić, że system IIa jest ograniczeniem systemu I do teorii stosunku dostatecznej racji bytu i że systemy I i IIa wyznaczają identyczny zbiór twierdzeń o wspomnianym stosunku.

2.1.1 — 1.2 System IIa i system IIb

(6) ax1.Ax2 → Aks1, bo:

1. (Nx) Bx, założ dow.
2. (EBy) (Nx) ySx, bo Ax1 i 1
3. Ba } bo 2
4. (Nx) aSx
   1.1 Nx, założ. dow.
   1.2 aSx, bo 4 i 1.1
   1.3 Bx, bo 1 i 1.1
      1.1.1 Bz } założ. dow.
      1.1.2 zSa v zSx

a1. zSa, założ. dow.
a2. $z = a$, bo Ax2, 1.1.1, 3, 1.3, a1, 1.2
b1. zSx, założ. dow.
b2. $N_o w \equiv (w = z \lor w = a)$, df N_o
b3. (EBy) (N_ow) ySw, bo Ax1, b2, 1.1.1 i 3
b4. Bb
b5. (N_ow) bSw — bo b3
b6. bSz
b7. bSa — bo b2 i b5
b8. $b = a$, bo Ax2, b4, 1.3, 3, b7 i 1.2
b9. $b = z$, bo Ax2, b4, 1.1.1, 1.3, b6 i b1
b10. $z = a$, bo b8 i b9
1.1.3 $z = a$, bo a1—a2 i b1—b10
1.4 (Bz) [(zSa v zSx) $\rightarrow$ z = a], bo 1.1.1—1.1.3
5. (Nx) [aSx.(Bz) ((zSa v zSx) $\rightarrow$ z = a)], bo 1.1 $\rightarrow$ (1.2 i 1.4)
6. (EBy) (Nx) [ySx.(Bz) ((zSy v zSx) $\rightarrow$ z = y)], bo 3 i 5

(7) Aks1 $\rightarrow$ Ax1.Ax2, bo:
1. Bx.By.Bz
2. xSy
3. ySz — założ. dow. (1–3)
4. $N_o w \equiv (w = y \lor w = z)$, df N_o
5. (N_ow) [aSw.(Bu) ((uSa v uSw) $\rightarrow$ u = a)], bo Aks1, 1 i 4
6. (Bu) [(uSa v uSy) $\rightarrow$ u = a], bo 5 i 4
7. (Bu) [(uSa v uSz) $\rightarrow$ u = a], bo 5 i 4
8. $x = a$, bo 6, 1 i 2
9. $y = a$, bo 7, 1 i 3
10. $x = y$, bo 8 i 9

Na podstawie (6) i (7) stwierdzamy, że:
(8) syst. IIa = syst. IIb.

2.1.1 — 2 Porównanie systemu III z systemem II

Ponieważ oczywiste jest wynikanie Aks1 $\rightarrow$ Aks1*, więc:
(9) syst. III $\leq$ syst. II

Ponieważ inkluzja w odwrotną stronę nie zachodzi, system III jest właściwym podsystemem systemu II.

2.1.2 Powiązanie rachunku z wypowiedziami niesformalizowanymi

System IIa został tak skonstruowany, by stał się równocześnie w nim widoczny sposób wiązania formalizmu z językiem naturalnym. Jakkolwiek ujawnianie takich związków jest wykonalne, jednakże składniowe wiązanie teorii sformalizowanej z teorią niesformalizowaną poprzez morfologiczne transponowanie jednej w drugą — z zachowaniem podobieństwa znaczeń — nie wydaje się być sprawą zasadniczej wagi w zabiegach formalizacyjnych. Istotne jest raczej tylko to, by dziedzina i zadania stawiane do badań w obu teoriach były jednakowe. Ustaliwszy np., że przedmiotem badań jest stosunek dostatecznej racji bytu, dążymy do tego, by językiem sformalizowanym opisać ten stosunek i próbujemy w tym języku utworzyć sformalizowaną teorię rozstrzygającą zagadnienie istnienia elementów pierwszych i minimalnych wspomnianego stosunku. Taka jest bowiem tradycyjna dziedzina odnośnych badań i jej problematyka.

2.2 Ustalenia semantyczne

2.2.1 Sens pierwotnych terminów

Niech „**R**" będzie zmienną reprezentującą dowolne dwuczłonowe relacje pierwszego rzędu. Oznaczamy przez „P**R**" pole relacji **R**, czyli {x: (Ey) (y**R**x v x**R**y)} (zbiór tych wszystkich x-ów, dla których istnieje takie y, że y**R**x lub x**R**y). Niech „$\leqq$" będzie znakiem inkluzji oraz „*e*" znaczy „...jest elementem zbioru...". Oznaczamy literą „Q" zbiór tych wszystkich relacji pierwszego rzędu, które quasipółstrukturami multyplikatywnymi we własnym polu. Pojęcie Q definiujemy tak:

MD1. **R***e*Q $\equiv$ (X $\leqq$ P**R**) (Ez*e*P**R**) (x*e*X) z**R**x

(Relacja **R** jest quasipółstrukturą multyplikatywną we własnym polu wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego zbioru X będącego podzbiorem pola relacji **R** istnieje w polu tej relacji taki element z, który pozostaje w relacji **R** do każdego elementu zbioru X).

Oznaczamy przez „I**R**" zbiór wszystkich elementów pierwszych relacji **R**. Oto definicja tego zbioru:

MD2. x*e*I**R** $\equiv$ x*e*P**R**.(y*e*P**R**) x**R**y

(x jest elementem pierwszym relacji **R** wtedy i tylko wtedy, gdy x jest elementem pola relacji **R** i x pozostaje w relacji **R** do każdego elementu pola tej relacji).

Przez „1I**R**" oznaczamy jednoelementowy zbiór pierwszych elementów relacji **R**:

MD3. x*e*1I**R** $\equiv$ x*e*I**R**.(y*e*I**R**) x = y

Zgodnie z tą definicją 1I**R** jest albo zbiorem mającym jeden element albo zbiorem pustym.

Przyjmujemy jeszcze jedno oznaczenie: „Min**R**" dla zbioru elementów minimalnych relacji **R**:

MD4. x*e*Min**R** $\equiv$ x*e*P**R**.(y) (y**R**x $\rightarrow$ x = y)

(x jest elementem minimalnym relacji **R** wtedy i tylko wtedy, gdy x jest elementem pola relacji **R** i każdy przedmiot y pozostający w relacji **R** do x jest identyczny z x-em).

Udowodnimy teraz, że:

(10) $\mathbf{IR} \neq 0 \equiv \mathbf{R}eQ$

(Zbiór elementów pierwszych relacji **R** jest zbiorem niepustym wtedy i tylko wtedy, gdy relacja **R** jest quasipółstrukturą multyplikatywną).

dowód:

(a) $\mathbf{IR} \neq 0 \rightarrow \mathbf{R}eQ$, bo:

1. $\mathbf{IR} \neq 0$, złoż. dow.
2. $ae\mathbf{IR}$, bo 1
3. $aeP\mathbf{R}$ } bo MD2 i 2
4. $(yeP\mathbf{R})a\mathbf{R}y$ } bo MD2 i 2

    1.1 $X \angle P\mathbf{R}$, założ. dow.

        1.1.1 xeX, założ. dow.

        1.1.2 $xeP\mathbf{R}$, bo 1.1.1 i 1.1

        1.1.3 $a\mathbf{R}x$, bo 4 i 1.1.2

    1.2 $(xeX)\, a\mathbf{R}x$, bo 1.1.1—1.1.3

    1.3 $(EzeP\mathbf{R})\, (xeX)\, z\mathbf{R}x$, bo 3 i 1.2

5. $(X \angle P\mathbf{R})\, (EzeP\mathbf{R})\, (xeX)\, z\mathbf{R}x$, bo 1.1—1.3
6. $\mathbf{R}eQ$, bo MD1 i 5

(b) $\mathbf{R}eQ \rightarrow \mathbf{IR} \neq 0$, bo:

1. $\mathbf{R}eQ$, założ. dow.
2. $(X \angle P\mathbf{R})\, (EzeP\mathbf{R})\, (xeX)\, z\mathbf{R}x$, bo MD1 i 1
3. $(EzeP\mathbf{R})\, (xeP\mathbf{R})\, z\mathbf{R}x$, bo 2
4. $\mathbf{IR} \neq 0$, bo MD2 i 3

Niech „przech" oznacza zbiór wszystkich relacji (pierwszego rzędu) przechodnich we własnym polu, czyli:

MD5. $\mathbf{R}e\,\text{przech} \equiv (x)\,(y)\,(z)\,(x\mathbf{R}y.y\mathbf{R}z \rightarrow x\mathbf{R}z)$

Udowodnimy, że:

(11) $\mathbf{R}e\,\text{przech} \rightarrow (1\mathbf{IR} \neq 0 \equiv \mathbf{IR} \neq 0.\text{Min}\mathbf{R} \neq 0)$, bo:

(a) $\mathbf{R}e\,\text{przech}.1\mathbf{IR} \neq 0 \rightarrow \mathbf{IR} \neq 0.\text{Min}\mathbf{R} \neq 0$, bo:

1. $\mathbf{R}e\,\text{przech}$ } założ. dow.
2. $1\mathbf{IR} \neq 0$ } założ. dow.
3. $ae\mathbf{IR}$ } bo MD3 i 2
4. $(ye\mathbf{IR})\, a = y$ } bo MD3 i 2
5. $aeP\mathbf{R}$, bo 3 i MD2

    1.1 $y\mathbf{R}a$, założ. dow.

    1.2 $ye\mathbf{IR}$, bo 1.1, 3 i 1

    1.3 $a = y$, bo 4 i 1.2

6. $\text{Min}\mathbf{R} \neq 0$, bo MD4, 5, 1.1—1.3
7. $\mathbf{IR} \neq 0.\text{Min}\mathbf{R} \neq 0$, bo 3 i 6

(b) $\mathbf{IR} \neq 0.\text{Min}\mathbf{R} \neq 0 \rightarrow 1\mathbf{IR} \neq 0$, bo:

1. $\mathbf{IR} \neq 0$ } założ. dow.
2. $\text{Min}\mathbf{R} \neq 0$ } założ. dow.

3. $a \epsilon \mathrm{I}\mathbf{R}$, bo 1
4. $b \epsilon \mathrm{Min}\mathbf{R}$, bo 2
5. $b \epsilon \mathrm{P}\mathbf{R}$, bo MD4 i 4
6. $(y)(y\mathbf{R}b \rightarrow b = y)$, bo MD4 i 4
   1.1 $y \epsilon \mathrm{I}\mathbf{R}$, założ. dow.
   1.2 $y\mathbf{R}b$, bo 1.1, 5 i MD2
   1.3 $y = b$, bo 6 i 1.2
   1.4 $a\mathbf{R}b$, bo 3, 5 i MD2
   1.5 $a = b$, bo 6 i 1.4
   1.6 $a = y$, bo 1.3 i 1.5
7. $1\mathrm{I}\mathbf{R} \neq 0$, bo 3, 1.1—1.6 i MD3.

Na podstawie (11) i (10) otrzymujemy:

(12) $\mathbf{R} \epsilon \text{ przech} \rightarrow (1\mathrm{I}\mathbf{R} \neq 0 \equiv \mathbf{R} \epsilon \mathrm{Q}.\mathrm{Min}\mathbf{R} \neq 0)$

Znaczy to, że dla relacji przechodnich koniecznym i wystarczającym warunkiem istnienia jedynego elementu pierwszego jest to, by relacja ta była guasipółstrukturą multyplikatywną z elementami minimalnymi.

Przyjmijmy oznaczenie „S*" dla $S^* = \{(x,y) : xSy\}$ (relacja S^* jest denotacją predykatu „S"). Łatwo możemy zauważyć, że w systemie I (dzięki definicji D1) oraz w systemie II (dzięki Ax2) relacja S^* jest przechodnia. Na podstawie (10) stwierdzamy, że:

(13) $\mathrm{I}S^* \neq 0 \equiv S^* \epsilon \mathrm{Q}$

zaś na podstawie (12) — że:

(14) $1\mathrm{I}S^* \neq 0 \equiv S^* \epsilon \mathrm{Q}.\mathrm{Min}S^* \neq 0$.

Z metatezy (13) wynika, że:

(15) $\mathrm{Ax1} \equiv (\mathrm{E}x)\,\mathrm{I}x$

(Stan rzeczy stwierdzony w aksjomacie Ax1: że stosunek dostatecznej racji bytu jest quasipółstrukturą multyplikatywną, jest koniecznym i wystarczającym warunkiem istnienia Bytu Pierwszego).

Zauważmy również — na podstawie MD1 i Ax1 — że $S^* \epsilon \mathrm{Q}$ oraz — na podstawie Ax2 — że stosunek dostatecznej racji bytu S^* jest najmniejszą — zawartą w stosunku racji bytu $R^* = \{(x,y) : xRy\}$— quasipółstrukturą multyplikatywną, której polem jest zbiór wszystkich bytów realnych. Właśnie Ax2 wyklucza — mówiąc językiem metafizyki — tę sytuację, by dostateczną racją bytu mógł być byt przygodny [1]. Natomiast relacja R^*, której dotyczy system I, jest określona tylko co do swego pola (że jest nim zbiór wszystkich bytów realnych) i może posiadać dowolną formę. W szczególnym przypadku

[1] x jest bytem przygodnym $\equiv (\mathrm{E}y)\,(y \neq x \cdot yRx)$ (gdy x posiada co najmniej jedną poza sobą rację własnego istnienia).

stosunek R^* w ograniczeniu do bytów przygodnych mógłby nawet być iloczynem kartezjańskim klasy tych bytów przez siebie, czyli — jak to poza tomizmem bywa czasem głoszone — mógłby nawet być związkiem „wszystkiego ze wszystkim".

2.2.2 Semantyczne podstawy niesprzeczności systemów

Niesprzeczności systemów I, II i III wykazujemy przytaczając przykłady quasipółstruktur multyplikatywnych spełniających aksjomatyki tych systemów. Dla systemu I weźmy np. pod uwagę dziedzinę $M = (X;X,R_2)$, w której uniwersum $X = \{a,b,c,d,e,f,g\}$ jest zakresem zmienności zmiennych nazwowych oraz denotacją predykatu „B", relacja

$$R_1 = \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d),(a,e),(a,f),(a,g)\} \text{ zaś}$$

$$R_2 = R_1 + \{(b,c),(b, d),(c,d),(e,d),(e,g),(f,g)\}$$

gdzie „+" jest znakiem sumy zbiorów. Występująca w M relacja R_2 jest z kolei denotacją predykatu „R". Natomiast R_1 (zgodnie z definicją D1) jest denotacją predykatu „S". Ponieważ przy każdym wartościowaniu zmiennych nazwowych w uniwersum X, każdy spośród aksjomatów A1—A4 jest spełniony w M, system relacyjny M jest modelem dla dedukcyjnego systemu I, a to właśnie oznacza, że system I jest niesprzeczny.

2.3 Sugestie pragmatyczne

Największych trudności może przysporzyć — jak zwykle — sprawa asercji aksjomatów (stanowczego ich uznania). Rachunek chroni nas w poszczególnych systemach od wszelkich błędów formalnych i czyni to w sposób efektywnie sprawdzalny. W szczególności systemy nasze są wolne od popełnianego czasem w „trzeciej drodze" *fallacium compositionis* (rozumowania wg schematu: każda część x—a jest F, więc x jest F. Np. każdy element serii bytów przygodnych jest przygodny, więc i ta seria bytów przygodnych, jako całość, jest przygodna) i od formalnego *petitio principii* (braku dostatecznych formalnych podstaw do wniosku. Np. istnieje Jedyny Konieczny Byt Pierwszy, bo dla każdej serii bytów przgodnych istnieje byt warunkujący istnienie każdego elementu tej serii). Czy jednak systemy nasze unikają błędów materialnych, tzn. czy aksjomaty systemów są zdaniami prawdziwymi i czy dostarczają pragmatycznych podstaw do asercji wynikających wniosków? Zauważmy dla przykładu, że formalizacje „pierwszej drogi" dokonane przez J. Salamuchę [10] i przez J. Bendieka [1] popełniają błąd materialny, przyjmując jako jeden z aksjomatów zdanie fałszywe, że stosunek metafizycznego poruszania jest relacją spójną w całym swym polu [2]. Rachunki: I. M. Bocheńskiego w [2], F. Rivetti Barbò w [8] i [9] oraz I. Thomasa w [12] przyjmują z kolei aksjomatycznie, że (x) (y) (z) ($xM_zy \rightarrow xAz$) (dla każdego x, y, z: jeżeli x porusza y — a do z, to x jest zaktualizowane pod względem z). Ponieważ wyrażenie „x porusza y — a do z" znaczy tyle, co „x sprawia, że y staje się z-em", a z jest indywiduum, aksjomat ten głosi fałsz: że zawsze, gdy x sprawia, iż y staje się z-em, x jest aktualnie z-em (sprawca ruchu jest tym bytem, który za jego sprawą się staje). W rachunku Iwanusia-Polickiego w [7] przyjmuje się natomiast aksjomat o sumie stosunku bycia poruszanym i identyczności obciętej do pola relacji poruszania, że każde dwa łańcuchy wyróżnione w owej sumie, posiadają wspólne ograniczenie górne. O aksjomacie tym nikt nie potrafi rozstrzygnąć, czy głosi prawdę, czy fałsz. Nie jest on bezpośrednio oczywisty, a nie wiadomo też w jaki sposób mógłby znaleźć oparcie w klasycznej filozofii. Podobnie zresztą miałaby się rzecz z aksjomatem Ax1 w naszym systemie IIa, jeśliby się nie odwołać do związków tego systemu z systemem I. Ax1 nie jest bowiem bezpośrednio oczywisty w odniesieniu do tak czy inaczej pojętego doświadczenia, chociaż aksjomat ten można uznać za uogólnienie tomistycznej zasady dostatecznej racji bytu. Podbudowę pragmatyczną systemu II znajdujemy jednak w jego metateoretycznym zrelatywizowaniu (pod 2.1.1—1.1) do systemu I, w którym aksjomaty są na tyle proste, że ich prawdziwość może się wydać łatwiejszą do uznania [3]. W systemie I aksjomaty

---

[2] Na fałszywość aksjomatu o spójności stosunku poruszania zwróciła najpierw uwagę F. Rivetti Barbo w [8], w obszernym przypisie 105, a następnie K. Policki w [7]. Jednakże twierdzenie Polickiego o tym, że wspomniane założenie spójności jest wykorzystane w dowodzie Salamuchy tylko do wykazania jedyności Pierwszego Poruszyciela, nie jest zgodne z prawdą. K. Policki (pod a_3, s. 21) przyjął bowiem mylnie, że jednym z założeń dowodu Salamuchy jest zdanie o istnieniu pierwszego poruszyciela. Tymczasem sam Salamucha — korzystając ze wspomnianego warunku spójności — dowodzi istnienia pierwszego poruszyciela (s. 91) w oparciu o prawo logicznego rachunku zbiorów, głoszące, że każdy element minimalny relacji spójnej jest jej elementem pierwszym.

[3] Poszczególne aksjomaty systemu IIa są dedukcyjnie silniejsze niż poszczególne aksjomaty systemu I, natomiast oczywistości są większe w aksjomatach dedukcyjnie słabszych. Ta sytuacja potwierdza uwagę Jana Łukasiewicza w [6] s. 216, że „tezy oczywiste są zazwyczaj słabe, a tezy dedukcyjne silne — a tylko takie nadają się na aksjomaty — są nieoczywiste". Jednakże na preferowanie zasługuje system I, bo jest on bliższy (niż system II) realizacji stanu, który wyróżnia A. Grzegorczyk w [4] s. 200: „Wydaje się, że cały dowcip nauk matematycz-

zostały mianowicie tak dobrane, by najbardziej — jak się to tylko da — przylegały do tomistycznych rozwiązań. A1, A2, A3 — aksjomaty wystarczające do wyprowadzenia (zwykle zamykającej całą „trzecią drogę") konkluzji o istnieniu Bytu Koniecznego — są zdaniami obiegowymi w tomizmie. A4 — aksjomat potrzebny dla uzyskania mocniejszej (od tamtej zwykle spotykanej) konkluzji — jest zgodny z tomistycznym nauczaniem, że co najwyżej jeden byt może mieć dostateczną rację istnienia w sobie samym, bo co najwyżej w jednym bycie istnienie może należeć do jego istoty [4]. Definicja D1 w systemie I oraz aksjomat Ax2 w systemie II zabezpieczają tomistyczne przeświadczenie, że żaden byt przygodny nie jest dostateczną racją istnienia dla żadnego w ogóle bytu. Z tego też względu jedynie systemy I i II (i ewentualne ich rozszerzenia) są systemami tomistycznymi; żaden zaś system, w którym Ax2 nie jest tezą, nie może być uznany za tomistyczny. Systemy wskazane pod 1.3 i 1.4 mogą służyć za przykłady takich — już nie tomistycznych — teorii, mimo że w nich również daje się udowodnić teza o istnieniu Jedynego Koniecznego Bytu Pierwszego.

WYKAZ BIBLIOGRAFICZNY

[1] J. Bendiek, *Zur logischen Struktur der Gottesbeweise*, „Franziskanische Studien" 38 (1956), 1—38.

[2] I. M. Bocheński, *Compte rendu nr 935* , „Bulletin Thomiste" 12 (1935), 601—603.

[3] L. Borkowski, *Logika formalna*, Warszawa 1970.

[4] A. Grzegorczyk, *Uzasadnianie aksjomatów teorii matematycznych*, „Studia Logica" 13 (1962), 197—202.

[5] K. Kłósak, *W poszukiwaniu Pierwszej Przyczyny*, cz. 2, Warszawa 1957.

nych polega właśnie na tym, żeby z tez oczywistych i słabych uzyskać nieoczekiwane i nieoczywiste konsekwencje".

[4] Czytelnikowi mogą nasuwać się różne trudności z przyjmowaniem tego ustalenia w A3, że dostateczną racją bytu jest byt a nie zbiór bytów, zaś w A4 — że dostateczną rację istnienia może mieć w sobie samym co najwyżej jeden byt (do którego istoty należy istnienie). Ponieważ jednak zdania A1—A4 zostały wzięte z filozofii klasycznej, należy w niej szukać dalszych pragmatycznych podstaw do omawianych asercji. A4 gwarantuje, ale też zakłada, jedyność Bytu Koniecznego. Jedyny Byt Konieczny jest również Bytem Pierwszym. Najbardziej donioSłym i najbardziej kłopotliwym zagadnieniem pragmatycznym „trzeciej drogi" jest więc sprawa aseracji wspomnianej jedyności.

[6] J. Łukasiewicz, *W obronie logistyki* (w:) *Z zagadnień logiki i filozofii*, Warszawa 1961, 210—219.

[7] K. Policki, *W sprawie formalizacji dowodu "ex motu" na istnienie Boga*, „Roczniki Filozoficzne" 23 (1975) z. 1, 19—30.

[8] F. Rivetti Barbó, *La struttura logica della prima via per provare l'esistenza di Dio. Applicazioni di logica simbolica e nessi di contenuti*, „Rivista di Filosofia Neoscolastica" 52 (1960) z. 2—3, 241—320.

[9] F. Rivetti Barbò„ *Ancora sulla prima via per provare l'esistenza di Dio*, „Rivista di Filosofia Neoscolastica" 54 (1962), 596—616.

[10] J. Salamucha, *Dowód „ex motu" na istnienie Boga. Analiza logiczna argumentacji św. Tomasza z Akwinu*, „Collectanea Theologica" 15 (1934), 53—92.

[11] J. Słupecki, L. Borkowski, *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, Warszawa 1963.

[12] I. Thomas, recenzja artykułu [8], "Journal of Symbolic Logic" 25 (1960), 348—349.

A FORMALIZATION OF THOMISTIC FOUNDATIONS OF A PROOF FOR THE EXISTENCE OF A NECESSARY FIRST BEING

(Summary)

In the article there are a few attempts at formalizations of the argument for the existence of God from the contingency of the world, which is given in [5], p. 118—119. The formalized systems are submited further to syntactic, semantic and pragmatic examinations.

In this paper are used mainly the following signs:

„$\sim$" (negation), „$\rightarrow$" (implication), „$\equiv$" (equivalence), „$\cdot$" (conjunction), „v" (alternation);

„$\leqslant$" (inclusion), „$=$" (identity), „ε" („...is a element of a set..."); „(x)" (universal quantifier), „(Ex)" (existential quantifier);

„B" („...is a real being"), „R" („...is a reason for existence of..."), „S" („...is a sufficient reason for existence of..."), „K" („...is a Necessary Being"), „I" („...is a First Being"), „KI" („...is a Necessary First Being"), „1KI" („...is Only One Necessary First Being").