Mieczysław Lubański

Neue Konzeptionen in Logik und Erkenntnistheorie

Studia Philosophiae Christianae 17/2, 99-112

1981

Studia Philosophiae Christianae
ATK
17(1981)2

MIECZYSŁAW LUBAŃSKI

NEUE KONZEPTIONEN IN LOGIK UND ERKENNTNISTHEORIE

1. EINFÜHRUNG

Die Umgangssprache ist Ausgangspunkt für die wissenschaftliche Sprache. Diese bestimmt sowohl die Art der Verständigung, wie auch den Bereich der Ausdrücke, die aus der Umgangssprache entnommen wurden. Dieses bezieht sich im besonderen auf die Namen [1]. Es hat sich angenommen den Bereich der Namen in dichotomischer Form anzunehmen, das bedeutet, dass ein Gegenstand zum Bereich des Namens gehört, oder auch nicht gehört. Der Bereich des Namens, oder die Menge seiner Designate wird auch als seine Denotation bezeichnet. Die Denotation ist also eine Menge. Der Begriff der Menge dagegen ist eng mit dem Begriff der Eigenschaft verbunden. Element einer Menge zu sein bedeutet gewisse Eigenschaften zu besitzen. Die Menge bezeichnet man als Bündel von Gegenständen, be-

[1] Wir erinnern, dass in der Semiotik unterscheidet man so genannte syntaktische Kategorien. Es sind: Aussagen, Namen und Funktoren. Der Namen wird als unscharfer Namen bezeichnet wenn der Sprachgebrauch beziehungsweise die Konvention seinen Bereich nicht zuordnen, obwohl er erlaubt über gewisse Gegenstände zu entscheiden, dass sie seine Designaten sind und über andere, dass sie es nicht sind. Es bestehen also Gegenstände über die wir nicht aussagen können, dass sie Designaten sind aber auch nicht, dass sie solche nicht sind. Über diese Gegenstände sagt man, dass sie den Bereich der Unschärfe des gegebenen Namens bilden. Man kann also konsequent in den Sätzen, in denen unscharfe Namen auftreten, auf solche Sätzen hinweisen, über die wir grundsätzlich nicht entscheiden können ob sie wahre oder falsche Sätze sind. Sätze dieser Art soll man als Sätze betrachten die sachlichen Inhalts entzogen sind.

ziehungsweise von Begriffen, die in ein Ganzes durch gemeinsame Eigenschaften verbunden sind. Mit anderen Worten ein Gegenstand gehört zu einer gewissen Menge, wenn er bestimmte Eigenschaften besitzt, gehört aber nicht zu ihr wenn er diese Eigenschaften nicht besitzt. Es wird hier die Anschauung angenommen, dass ein konkreter Gegenstand diese Eigenschaft besitzen kann oder sie nicht besitzt. Das Einnehmen einer solchen Stellungnahme kann ausreichend sein wenn man mit begrifflicher Erfassung von statischen unveränderlichen Elementen zu tuen hat. Die uns umgebende Wirklichkeit ist aber eine solche nicht. Sie wird durch Dynamismus und Veränderlichkeit chrakterisiert. Deshalb erscheint es zweckmässig zu sein es zuzulassen, dass ein Gegenstand ein gewisses Merkmal, eine gewisse Eigenschaft in nur gewissem Grade und nicht nur ihrer „Fülle" besitzt. In extremen Fällen werden das zwei bisher behandelte Möglichkeiten sein: das volle Besitzen der gegebenen Eigenschaft durch den Gegenstand, oder das volle „Nichtbesitzen". Die Eigenschaften, die auf dichotomische Weise erfasst werden, führen zum Begriff der Menge in klassischem Sinne. Dagegen führen die Eigenschaften, die als Merkmale behandelt werden, die den Gegenständen in nur gewissem Grade zukonmmen, zum ausserklassischen Begriff der Menge.

Ziel des Artikels ist es die Konzeption der sogenannten fuzzy Mengen[2] vorzustellen und auf Möglichkeit ihrer Nutzung für die Versinnreichung unscharfer Namen im Bereich ihrer Unscharfheit hinzuweisen. Dank dessen vergrössert sich das Gebiet der Sätze, denen sachlicher Inhalt zugeschrieben werden kann.

2. DER BEGRIFF DER FUZZY MENGE

Eine volle Menge werden wir mit dem Buchstaben R bezeichnen. Wir werden sie auch als Raum benennen.

[2] Den Begriff der fuzzy Menge führte L. A. Zadeh ein (*Fuzzy sets*, „Information and Control" 8(1965), 338—353). Eine gewisse Verallgemeinerung dieses Begriffes schlug J. A. Goguen vor (*L-Fuzzy sets*, „Journal of Mathematical Analysis and Applications" 18(1967), 145—174). Die Theorie der fuzzy Mengen ist ein ausgebauter Teil der Mathematik und findet viele Anwendungen. Man spricht über fuzzy Systeme, über fuzzy Automate, fuzzy Sprachen und so weiter. Eine gute Orientierung in diesem Bereich gibt das Buch: C. V. Negoita, D. A. Ralescu, *Applications of fuzzy sets to systems analysis*, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1975. Darin ist auch umfangreiche Bibliographie des Gegenstandes enthalten.

Als fuzzy Menge A im Raum R versteht man die auf R definierte Funktion f, welche die Werte aus dem geschlossenem Interwall von Null bis eins annimmt.

Mit anderen Worten ist die fuzzy Menge eine gewisse Untermenge des kartesischen Produkts des Raumes R durch den geschlossenen Abschnitt mit den Enden in den Punkten Null und eins.

Die Funktion f manchmal nennt man als charakteristische Funktion der fuzzy Menge. Sie bezeichnet die „Zugehörigkeitsstuffe" des Elements zur fuzzy Menge. Die genannte Zugehörigkeitsstufe ist in den Grenzen zwischen den Zahlen Null und eins enthalten. Wenn die charakteristische Funktion f nur zwei Werte annimt und zwar Null und eins, so haben wir es mit einer Menge in gewöhnlichem Sinne zu tuen. Also jede Menge in gewöhnlichem (klassischem) Sinne ist auch eine Menge in fuzzy Bedeutung. Also enthält die Klasse von fuzzy Mengen, die Klasse der Mengen in bisheriger Bedeutung.

Die Menge aller dieser Elemente des Raumes R, für die die Funktion f positive Werte annimt heisst Träger der gegebenen fuzzy Menge.

Es sei die fuzzy Menge A gegeben werden. Behandeln wir ihre charakteristische Funktion f. Im allgemeinen Fall kann man drei Klassen der Elemente des Raumes R im Bezug zur fuzzy Menge aussondern. Zur ersten Klasse werden wir die Elemente des Raumes R rechnen, für die die Funktion f den Wert eins annimt. Zur zweiten Klasse — die Elemente für die die Funktion f positiv, aber kleiner als eins ist. Die dritte besteht aus den Raumelementen für die die charakteristische Funktion gleich Null ist. Elemente die Bestandteile der Zweiten Klasse sind, werden wir als fuzzy Teil der fuzzy Menge bezeichnen, aber die Elemente der ersten Klasse — als scharfen Teil der fuzzy Menge A. Die dritte Klasse besteht aus Elemente des Raumes R rechnen, für die die Funktion f den Fall von Mengen in gewöhnlichem Sinne ist die zweite Klasse leer. Die Elemente der ersten Klasse bilden die gegebene Menge, die Elemente der dritten Klasse aber — seine Ergänzung. Es ist sichtbar, dass den Träger der fuzzy Menge A Elemente der ersten und zweiten Klasse bilden.

Wir illustrieren jetzt den Begriff der fuzzy Mengen an zwei konkreten Beispielen.

Betrachten wir das Problem der Klassifikation einer gewissen Klasse von Dokumenten. Intuitiv die Angelegenheit behandeln ist klar, dass wir zwei Dokumente als verwandte Dokumente anerkennen werden, wenn sie ähnliche Begriffe enthalten werden. Auf dieser Grundlage kann man über die Korrelation sprechen, die zwischen den betrachteten Dokumenten besteht. Abhängig von ihrem Wert werden wir sie in die eine beziehungsweise in eine andere Gruppe einrechnen. Auf diese Weise erhalten wir eine fuzzy Menge, die eine Realisierung der uns interessierenden Klassifikation bildet [3]. Wir gehen hier in eine präzise Bezeichnug der charakteristischen Funktion aus rein technischen Gründen nicht ein, die für das Ziel unwesentlich sind das dem Artikel vorliegt.

Behandeln wir die Menge von Menschen im mitteleren Alter. Für die Vereinfachung nehmen wir nur volle ganze Jahre der genannten Personen an. Diese Menge bestimmen wir durch Angabe ihre Trägers: Argumente der charakteristischen Funktion wrden Zahlen sein, die das Alter der Personen bezeichnen. Werte dieser Funktion sollen folgende Gleichheiten bezeichnen: $f(40) = 0{,}3$, $f(41) = 0{,}5$, $f(42) = 0{,}8$, $f(43) = 0{,}9$, $f(44) = 1$, $f(45) = 1$, $f(46) = 1$, $f(47) = 1$, $f(48) = 1$, $f(49) = 0{,}9$, $f(50) = 0{,}8$, $f(51) = 0{,}7$, $f(52) = 0{,}5$, $f(53) = 0{,}3$. Auf diese Waise erhalten wir eine fuzzy Menge die Menschen im sogenannten mittlerem Alter umfasst [4].

In diesem Falle bilden den scharfen behandelten Teil der fuzzy Menge die Jahre 44, 45, 46, 47 und 48. Sie sind in „Fülle" das mittlerer Alter. Den fuzzy Teil bilden hier die Jahre 40, 41, 42, 43, 49, 50, 51, 52 und 53. Konsequent dann werden Personen im Alter von 39 Jahren und darunter, wie auch von 54 Jahren und darüber nicht zu Personen im mittleren Alter gerechnet.

3. EINIGE FUZZY MENGENOPERATIONEN

Es seien zwei fuzzy Mengen A und B gegeben werden. Wir sagen, dass diese Mengen gleich sind, was wir aufschreiben $A = B$, wenn ihre charakteristische Funktionen gleich sind, dass heisst, dass sie die gleiche Werte für jeden Element des

[3] *The SMART Retrieval System, Experiments in Automatic Document Processing*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1971.

[4] M. P. Rebrowa, *Razmytyje mnożestwa w tieorii klassifikacii*, Nauczno-tiechniczeskaja informacija, Serija 2: *Informacionnyje prociessy i eistiemy*, Moskwa 1976, No 10, 15.

Raumes R annehmen, also $f_A(x) = f_B(x)$, wo x ein beliebiges Element von R ist.

Wir führen noch den Begriff der leeren fuzzy Menge ein. Die fuzzy Menge A heisst leere Menge wenn die charakteristische Funktion f identisch gleich mit Null ist, das ist $f_A(x) = O$ für jedes x das zum Raum R gehört.

Wir bestimmen jetzt die Ergänzung der fuzzy Menge A. Wir werden sie durch einen Strich oben bezeichnen, also mit dem Symbol $\bar{A}$.

Als Ergänzung der fuzzy Menge A werden wir die fuzzy Menge vertsehen, deren charakteristische Funktion $f_{\bar{A}} = 1 - f_A$ ist. Mit anderen Worten: die charakteristische Funktion der Ergänzung der fuzzy Menge ist der Ergänzung zur Einheit der charakteristischen Funktion der ergänzenden Ausgangsmenge gleich. Es werden also die Elemente der ersten Klasse der Menge in die Elemente dee dritten Klasse der Ergänzung übergehen, die Elemente der dritten Klasse der ergänzenden Menge werden in Elemente der ersten Klasse der Ergänzung und die Elemente der zweiten Klasse werden in sich selbst übergehen, nur mit dem Vorbehalt, dass ihre Zugehörigkeitsstufe einer Änderung unterliegen wird, aus der ursprünglichen wird sie in die Ergänzung zur Einheit übergehen. Wir sehen also, dass der fuzzy Teil der fuzzy Menge bei der Ergänzungsoperation in den fuzzy Teil der Ergänzung der gegebenen Menge übergeht.

Es ist sichtbar, dass im Fall von Mengen in gewöhnlichen Sinne wir eine Übereinstimmung mit der dort angenommenen Definition der Ergänzung erhalten. Und ist $\bar{A} = R - A$.

Es seien jetzt zwei fuzzy Mengen A und B angegeben werden. Nehmen wir an, dass für jedes Element x, das zum Träger der Menge A gehört, der Wert der charakteristischen Funktion der Menge A nicht grösser als der Wert der charakteristischen Funktion der Menge B für dieses Element ist. Wir werden dann sagen, dass die fuzzy Menge A die Teilmenge der Menge B ist.

Beispiel: Es soll $A = \{(x, 0{,}5), (y, 0{,}2)\}$ sein, dagegen $B = \{(x, 0{,}7), (y, 0{,}4), (z, 0{,}3)\}$. Dann ist A enthalten in B.

Es ist klar, dass die Träger der Mengen A und B gleich sein können oder aber auch, dass der erste in dem zweiten enthalten sein kann (das Enthalten versteht man hier evident in gewöhnlichen Sinne).

Die Vereinigungsmenge der zwei fuzzy Mengen A und B heisst fuzzy Menge C, deren charakteristische Funktion f_C als max (f_A, f_B) bestimmt ist.

Anders kann gesagt werden, dass die Vereinigungsmenge zweier fuzzy Mengen die kleinste fuzzy Menge ist, die sowohl die eine wie auch die andere Menge enthält.

Wir erinnern daran, das die Menge die kleinste Menge heisst, die eine gewisse Eigenschaft E besitzt, wenn sie in jeder Menge enthalten ist, die diese Eigenschaft E besitzt.

Der gemeinsame Teil (oder der Durchschnitt) der zwei fuzzy Mengen A und B heisst fuzzy Menge C, deren charakteristische Funktion f_C als min (f_A, f_B) bestimmt wird.

Ähnlich wie vorher, kann gesagt werden, dass der Durchschnitt zweier fuzzy Mengn die grösste fuzzy Menge ist die sowohl in der einen, wie auch in der anderen Menge enthalten ist.

Wir erinnern auch daran, dass die Menge die grösste Menge heisst, die eine gewisse Eigenschaft E besitzt, wenn sie jede Menge enthält die diese Eigenschaft E besitzt.

Man kann nachweisen, dass die Vereinigungsoperation der fuzzy Mengen kommutativ und assoziativ ist. Ahnlich ist auch die Operation der Bildung des gemeinsamen Teiles der fuzzy Mengen kommutativ und assoziativ.

Zutreffend sind auch für die fuzzy Menge die de Morgan-Gesetze. Es ist also das Komplement der Vereinigungsmenge dem Durchschnitt der Komplemente der Sumanden der Summe gleich. Ähnlich ist auch das Komplement des gemeinsamen Teiles der Vereinigungsmenge der Komplemente der einzelnen Glieder des gemeinsamen Teiles gleich.

Man kann noch einige algebraische Operationen in Beziehung auf die fuzzy Mengen definieren. Ich erwähne nur als Beispiel die absolute Differenz, das algebraische Produkt und die algebraische Summe zweier fuzzy Mengen.

4. FUZZYERSCHEINUNG UND UNSCHARFHEIT

Bei der Angabe der Definition der fuzzy Menge sonderten wir in ihr den „scharfen Teil" und den „fuzzy Teil" aus. Der erste Teil enthält die Elemente die zur Menge in der Stufe gehören die der Einheit gleich ist, der zweite Teil dagegen besteht aus Elementen des Raumes, deren Zugehörigheitsstufe durch einen echten Bruch ausgedrückt wird.

Schauen wir uns näher den „fuzzy Teil" an. Seine positive Charakteristik wurde vor kurzem in Erinnerung gebracht. Wir bezeichnen sie als positive Charakteristik, da sie über die Zugehörigkeitsstufe des Elements zur fuzzy Menge spricht.

Wenn wir darin übereinstimmen, dass die Zugehörigkeitsstufe, die gleich eins ist, der vollen Zugehörigkeit des Elements zur Menge entspricht und die kleinere als eins — der nicht vollen, nicht ganzen entspricht, so können wir auf das ganze Problem auch von der anderen entgegengesetzten Seite schauen, bezeichnen wir sie als nicht positive. Es geht darum, dass im Fall der nicht vollen, nicht ganzen Zugehörigkeit des gegebenen Elements man auch von seiner Nichtzugehörigkeit in gewisser Stufe sprechen kann. Es möge der Objekt a ein Element der fuzzy Menge mit Zugehörigkeitsstufe gleich x sein. Dann scheint es begründet zu sein auch zu sagen, dass das genante Element a nicht zur gegebenen fuzzy Menge mit Stufe eins minus x gehört. Wir hätten in diesem Fall also zur Verfügung zwei Terminologien: die positive und die nicht positive. Entsprechend der ersten entscheiden wir über die Zugehörigkeit des Elements zur fuzzy Menge, nach der zweiten Termonoligie über die Nichtzugehörigkeit. Die Summe der Zugehörigkeitsstufe und der Nichtzugehörigkeitsstufe des Elements ist immer der Einheit gleich.

Wenn der soeben vorgestellte Vorschlag richtig ist, so gibt der Begriff der fuzzy Menge, besonders seines „fuzzy Teiles", die Grundlage für die Zuschreibung gewissen Elementen zweier Charakteristiken: des Besitzens einer gewissen Eigenschaft in irgend einer Stufe und das Nichtbesitzen in einer Stufe die das Komplement zur Einheit bildet. Auf diesem Wege gehen wir über das traditionelle *tertium non datur* hinaus.

Wenn wir jetzt die unscharfen Namen in Betracht nehmen, so haben wir es mit einer ziemlich ähnlichen Situation zu tuen wie sie im Fall von fuzzy Mengen auftritt. Es lässt sich also auf Bezug auf manche Gegenstände entscheiden, dass sie Designaten des behandelten Namens sind und in Bezug auf andere festzustellen, dass sie es nicht sind; est besteht jedoch eine Klasse von Gegenständen in Verhältnis zu denen wir nicht im Stande sind, auf grunsätzliche Weise, ihnen Merkmale zu zuschreiben, dass sie Designaten des gegebenen Namens sind oder aber es nicht sind. Die genannte Klasse von Gegenständen wird als Unschärfebereich des gegebenen Namens bezeichnet. Der Unschärfebereich des Namens enthält also Gegenstände, die mit dem Merkmal „Nichtaussagemöglichkeit" charakterisiert werden können. Man kann im Verhältnis zu ihnen nicht entscheiden für oder gegen ein Merkmal. Deshalb besitzen Sätze, die unscharfe Namen enthalten und gleichzeitig auf Gegenstände bezogen werden die zum Unschärfebereich gehören, keinen sachlichen Inhalt [5].

Es entstecht die Frag ob diese soeben beschriebene Situation nicht überwindabar ist. Ob der einzige Ausweg die Benutzung einer Konvention wäre, die den gegenbenen unscharfen Namen ni einen scharfen Namen umwandeln würde? Aber dann müsste man sich auf eine gewisse Art von Apriorismus vereinbaren. Das ist jedoch keine Lösung die einen zu grössen Enthusiasmus vom sachlichen Standpunkt auslösen könnte. Wenn wir in Kollision mit Daten nicht eingehen wollen, die auf uns aus der Seite der Wirklichkeit eingehen, dann soll man den Inhalt unserer Termini, Ausdrücke auf der Grundlage der genannten Wirklichkeit gestalten und nicht ziemlich arbitral über sie dekretieren. Achtung für die Wirklichkeit, Achtung für das was besteht, was sich entwickelt, evolviert usw. zwingt uns zum Suchen einer anderen Lösung als die vorerst beschriebene. Es erscheint die Probe begründet zu sein, den Bereich selbst der Unschärfe des gegebenen Namens sinnbar zu zestalten. Man sollte diesen Weg gehen um die Lösung dieses Problems zu erhalten. Das erwähnte sinnbare Gestalten des Unschärfebereiches kann durch Bezug auf Elemente der Wirklichkeit des „scharfen" Inhalts des gegebenen Namens nur in gewissen Grade erfolgen, der für verschiedene Elemente verschieden sein kann. Das ist eine Sugestion die von der Konzeption der fuzzy Mengen ausgeht. Wir verkünden gar nicht, dass es der einzige Weg ist der zum Ziele führt. Es ist aber unzweifelhaft einer der Wege die dahin führten. Und das ist schon viel. Es scheint, dass dieser Weg zwei Eigenschaften besitzt. 1° er erteilt Priorität der Wirklichkeit in Verhältnis zu unseren Erkenntniskonzeptionen, 2° er ist nicht im eng verstandenen klassischen Schema der zweiwertigen Logik enthalten. Was die letzte Eigenschaft betrifft, so denken wir hier an die Möglichkeit der Ausasagen von der Form: „das Element a besitzt die Eigenschaft E in Stufe x", „das Element a besitzt die Eigenschaft E in Stufe 1—x nicht" dagegen die Unmöglichkeit der gleiseitigen Anerkennung der Sätze: „das Element a besitzt Eigenschaft E in Stufe x", sowie „das Element a besitzt die Eigenschaft E in Stufe x nicht" [6].

---

[5] Wir erinnern daran, dass die hier behandelten Angelenheiten schon in Fussnote 1 signalisiert wurden.

[6] Mit der Ausnahme im Falle $x = 1/2$.

Die vorgestellten Eigenschaften führen zum Problem der statischen wie auch der dynamischen Erfassung der Wirklichkeit. Wir wollen jestzt zu diesem Problem übergehen.

5. STATISCHE UND DYNAMISCHE ERFASSUNG DER WIRKLICHKEIT

Es bestehen zwei allgemeine grunsätzliche Modelle der Wirklichkeit: das statische Modell und das dynamische Modell.

Das statische Modell erfasst die Wirklichkeit als Individuenbündel mit konstanter „Natur" und konstanter Wirkungsart. Individuen können entstehen und vergehen aber in der Zeit ihres Bestehens werden sie von einer „Wesens" — Beständigkeit charakterisiert. Eine solche Konzeption der Wirklichkeit führt auf natürliche Weise zu Annahme als entsprechende die zweiwertige klassische Logik. Im besonderen sind wir also gewilligt als richtig die Sätze zu betrachten die feststellen, dass der gegebene Gegenstand p besteht oder auch nicht besteht, dass er eine gewisse Eigenschaft besitzt oder auch nicht besitzt. Nicht richtig zu sein erscheinen die Konjunktionen der Form: Gegenstand p hat die Eigenschaft E und Gegenstand p hat die Eigenschaft E nicht.

Das zweite der erwähnten Modelle erfasst die Wirklichkeit nicht als Bündel von Individuen, sondern als Gemeinschaft gewisser Prozesse. In der Welt erfolgen doch ununterbrochene Änderungen. Sie finden auf dem Atomgebiet, dem Subatomgebiet, unter dem Lebewesen und auch im Kosmosmasstab statt. Das Veränderlichkeitsaspekt erscheint in Bezug auf die Wirklichkeit wesentlich zu sein. Sich etwas paradoxal ausdrückend kann man sagen, dass es keine Wirklichkeit gibt, dass sie es wird und das beständig immer von neuem. Nicht so „wirklich" sind die einzelnen Etappen der Änderungen, wie der Prozess der genannten Änderungen.

Von diesem Standpunkt aus erzeugt die Anerkennung des Nichtausreichens der zweiwertigen Logik keine Einwände. Noch mehr, es entsteht die Notwendigkeit der Annahme der vielwertigen Logik. Wir bekommen dann einen logischen Apparat zur Hand, der es erlaubt mehr adäquat die Wirklichkeit wiederzugeben als es mit Hilfe der zweiwertigen Logik möglich ist.

Wir werden die oben angegebenen ziemlich allgemeinen Bemerkungen an einem konkreten Beispiel illustrieren. Nehmen wir einen Menschen in Betracht. Die statische Erfassung sieht in ihm die Gemeinschaft von zwei Elementen: dem animalen und dem intelektuellen. Damit führen wir jedoch eine Petrifikation der reichen, veränderlichen Wirklichkeit des Menschen durch. Eine bessere Annäherung des wirklichen Sachzustandes erscheint die Konzeption des Menschen als Geschöpf zu erscheinen, das nicht soviel verständig ist, wie vielmehr verständig wird (oder noch besser gesagt verständig werden kann). Gewöhlich doch verläuft das Verhalten der Menschen nach gewissen Schemen, Schablonen, Gewohnheiten. Man braucht einer grossen intelektuellen Abstregung um zu wollen und zu können eine eigene, kritische Stellungnahme einzunehmen. Man muss in sich eine kritische Haltung des Geistes ausarbeiten. Sie ist uns nicht „gegeben". Der Mensch ist ein reiches, zusammengesetztes Geschöpf, das sich im Laufe seines Lebens gestalten sollte.

Wir können also konkludieren, dass für das statische Modell der Wirklichkeit die zweiwertige Logik ausreichend ist, für das dynamische Modell dagegen — nicht. Für die adäquate Beschreibung der Eigenschaften von Prozessen, die sich in der Welt vollziehen, ist das einfache Schema der zweiwertign Logik nicht ausreichend. Die Logik erscheint etwas Sekundäres im Verhältnis zur Wirklichkeit und ihres Erkennens durch uns zu sein [7]. Deshalb sollte sie bereichert werden im Masse der Vergrösserung des Reichtums und der Vielfaltigkeit unserer Erkenntnis. Das öffnet vor unserem Gedanken breite Horizonte.

Auf der Grundlage der oben angeführten Bemerkungen schauen wir jetzt auf die Konzeption der fuzzy Mengen und die sich daraus ergebenden Konsequenzen in Bezug zu dem Problem, dem dieser Aufsatz gewidmet ist.

6. EINE ERWEITERUNGSPROBE DES ANWENDUNSBEREICHES DER WISSENSCHAFTLICHEN SPRACHEN

Wir werden von einem Beispiel ausgehen, das der Metrologie entnommen ist. Ich meine damit den Begriff des Messens.

Als Messen versteht man eine Gemeinschaft von Tätigkeiten, nach deren Durchführung man feststellen kann, dass im Moment der Durchführung des Messverfahrens unter bestimmten Bedingungen, also bei der Anwendung bestimmter Messmittel und Durchführung bestimmter Tätigkeiten die gemes-

[7] A. Grzegorczyk, *Zarys logiki matematycznej (Grundriss der mathematischen Logik)*, Warszawa 1969,66.

sene Grösse den Wert hatte der zwischen den Zahlen r und s enthalten ist. Als Messergebnis bezeichnet man die Feststellung dass die gemessene Grösse nicht kleiner als r und gleichzeitig nicht grösser als s ist. Das Messergebnis führt man nicht zur Gleichheit r = s, da das Vermindern der Differenz s — r = t unmöglich oder nicht zweckmässig ist [8]. Die Annahme, dass die Differenz t positiv ist bildet das grundsätzliche Postulat der Metrologie. Grundsätzliche Ursache seiner Einführung ist, wie leicht zu vermuten ist, die begrentzte Vollkommenheit unserer Sinne und Geräte, deren wir uns bei der Durchführung der Messung bedienen. Die Schwelle der Empfindlichkeit besteht immer sowohl in Bezug auf unsere Sinne, wie auch auf die Geräte. Ihre natürliche Grundlage ist der Quantencharakter der Erscheinungen [9]. Das Postulieren der Möglichkeit absolut genaue Messergebnisse zu besitzen ist ein unmöglich realisierbarer Wunsch. Das Messen ist von Natur aus immer mit einem gewisen Fehler belastet oder besser gesagt: er ist in einem gewissen Wertintervall enthalten, oder er ist fuzzy in höherem oder kleinerem Grade.

Das Messen soll man für eine der grundsätzlichen wissenschaftlichen Tätigkeiten betrachten. Überall wo das Messen auftritt erscheinen die Folgen seiner Eigenschaften. Mit anderen Worten man muss das Bedürfnis, Zweckmässigkeit und Notwendigkeit unscharfer Begriffe, unscharfer Namen anerkennen. Das Messergebnis ist und muss eine „unscharfe" Grösse sein. Und das wirkt auf den Charakter unserer Sprache, auf den Charakter der Termini und besonders der Namen ein.

Selbsverständlich, muss man damit einverstanden sein, dass die Unschärfe selbst als solche, nicht unser Ideal sein muss (und auch nicht sein kann), das die intellektuelle Demobilisierung erzeugen würde. In gewissen Fällen kann die Unschärfe nicht anders behandelt werden als nur ein Ausdruck unserer Unwissenschaft in Bezug auf die Wirklichkeit. Das ist unzweifelhaft. Man kann jedoch auf eine grosse Zahl von Fällen hinweisen, wo die Unschärfe weder ein gewöhnlicher Fehler userer Sprache ist, weder auch ein Ausdruck des Fehlens entsprechender Wirklichkeitserkenntnis aber das Kennzeichen unserer Wirklichkeitswiderspiegelns. Dann erscheint die Unschärfe „unheilbar" und gleichzeitig „objektiv" zu

[8] J. Piotrowski, *Podstawy metrologii (Elemente der Metrologie)*, Warszawa 1976, 16.
[9] Dortselbst, 17.

sein. Der Besitz nur scharfer Namen und die Möglichkeit sich mit ihnen zu bedienen kann also eher als ziemlich entferntes Ziel betrachtet werden, zu dem wir streben aber nicht als unabkommliche Erfüllungsbedingung hier und jetzt. Die Unschärfe, die in „vernünftigen" Grenzen gehalten wird, genügt zur Pflege der Wissenschaft und gibt gleichzeitig relativ treu, so kann man es wenigstens postulieren, die reiche veränderliche und zusammengesetzte Wirklichkeit wieder.

Es drängt sich der Gedanke auf von der Konzeption der fuzzy Mengen Gebrauch zu machen um den unscharfen Namen Sinn beizufügen. Der Bereich der Unschärfe kann durch Beziehen auf den „fuzzy Teil" der fuzzy Menge sinnbar gestaltet werden. Dank dessen ist es möglich sich mit unscharfen Namen in ihrem vollen Bereich zu bedienen. Konsequent vergrössert sich die Klasse der Sätze mit sachlichem Inhalt.

Es ist eine einfache und sichtbare Angelegenheit festzustellen auf welche Weise es möglich ist, dem Bereich der Unschärfe, gestützt auf den vorgestellten Begriff der fuzzy Menge und der ausgewählten einfachen Operationen mit fuzzy Mengen, Sinn zu verleihen.

Anderseits ist es auch ersichtlich, dass „gutes" präzisieren des Inhaltes in Bezug zum Unschärfebereich des Namens gar nicht einfach ist. „Gut" bedeutet hier übereinstimmed mit dem wirklichen Zustand der Dinge, also übereinstimmed mit der Wirklichkeit selbst, wie auch mit der schon früher festgelegten und allgemein angenommenen Sprachkonventionen. Dazu gibt es keine Bedenken. Das bedeutet jedoch nicht, dass als nicht durchführbar wäre, dass es ein hoffnungsloses Unternehmen wäre.

Das ist zusammengesetztes Problem. Es ist mit dem Problem der Konvention, der vielwertigen Logik verbunden, es reicht bis zu den grundsätzlichen Problemen hin, die sich auf die Ontologie und Erkenntnistheorie beziehen. Dadurch erscheint es ein typisch philosophisches Problem zu sein. Je mehr neue Gedanken auftreten werden die die Lösung dieses Problems betreffen werden, desto besser werden wir das ganze Problem sehen. Das wird die Möglichkeit der Ausarbeitung des Standpunktes annähern, der allgemeine Approbation und Annahme finden würde. Es erscheint wichtig zu sein, dass diese Angelegenheit einer scharfsinnigen Forschungsbeachtung wert ist.

7. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Die durchgeführten Betrachtungen zusammenfassend stellen wir fest, dass das Problem der unscharfen Namen nicht nur als Erscheinung des Fehlers unserer Sprache verstanden werden muss. Die Unschärfe der Namen, wie es scheint, reicht tiefer, bis in die Grundsätze des Seins und unserer Erkenntnis hinein. Es ist eine Angelegenheit der Möglichkeit den Unschärfebereich unscharfer Namen sinnbar zu gestalten. Einer der Wege, der zu diesem Ziele führt, kann die Konzeption der fuzzy Menge sein. Dieses vollzieht sich durch teilweise Anerkennung den Elementen, der ihnen zugehörigen Eigenschaften, nur in gewissem Grade.

Das Problem der Unschärfe, wie es signalisiert wurde, ist eng mit dem Problem der nichtklassischen Logiken verbunden. Als eine offene Frage tritt das Problem auf, ob unsere jetzige Sprache nicht zu „statisch" ist. Wenn es gelingen sollte eine „dynamische" Sprache zu konstruieren müsste man dann vielleicht das ganze Problem der Unschärfe ganz anders stellen.

Wie wir uns daran erinnern erzugten die fuzzy Mengen eine Explosion verschiedener „fuzzy" Konzeptionen. Im besonderen spricht man auch über fuzzy Logiken, fuzzy Theorien, fuzzy Automaten und so weiter. Letztens wird die fuzzy Logik für Problems der Erkennung der Handschrift genutzt [10]. Man muss nicht hinzufügen, dass das Problem nicht nur wissenschaftlich sondern auch philosophisch interesant ist. Es besitztz auch weltanschauliche Aussage. Sein praktisches Aspekt erzeugt keine Bedanken. Es findet direkte Anwendung beim Bau von Eingangseinrichtungen beim Digitalrechner.

Es kommt eine einfache Schlussfolgerung in Betracht: die fuzzy Konzeption eröffnet vor dem Forschungsgedanken breite Horizonte und ein dankbares Feld für schöpferische Arbeit.

NOWE KONCEPCJE W LOGICE I TEORII POZNANIA

(Streszczenie)

Przyjmując model dynamiczny rzeczywistości, a więc rozważając ją jako zespół różnorodnych procesów, konstatujemy niewystarczalność logiki dwuwartościowej. Przy jej pomocy nie da się bowiem adekwat-

[10] Pepe Siy, C. S. Chen, *Fuzzy logic for handwritten numeral character recognition*, IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, 1974, 570—575.

nie ujmować bogatą i zmienną rzeczywistość. Konieczne staje się wyjście poza logikę klasyczną.

W artykule przedstawiono pojęcie zbioru rozmytego, pochodzące od L. A. Zadeha, a także wybrane operacje na zbiorach rozmytych; następnie wskazano na jego zastosowania do logiki i teorii poznania. Logika „rozmyta" czyni sensownymi stwierdzenia postaci: „element a ma własność A w stopniu p", „element a nie ma własności A w stopniu 1-p". Wykluczona jest jednak koniunkcja dwu następujących zdań: „element a ma własność A w stopniu p" oraz „element a nie ma własności A w stopniu p".Na tej drodze uzyskuje się poszerzenie zakresu stosowalności języka naukowego. Sensownymi okazują się bowiem również (przynajmniej niektóre) zdania zawierające terminy nieostre, „rozmyte". A tego rodzaju stwierdzena wydają się dobrze oddawać np. zjawiska z zakresu fizyki atomowej (kwantowej), zagadnienie klasyfikacji i wiele innych.