Edward Nieznański

Jedno- i wielo-zakresowa logika klasyczna

Studia Philosophiae Christianae 20/1, 97-112

1984

Studia Philosophiae Christianae
ATK
20(1984)1

EDWARD NIEZNAŃSKI

JEDNO- I WIELO-ZAKRESOWA LOGIKA KLASYCZNA

I. WSTĘP

Odnośnie do sylogistyki Arystotelesowej, jak też tradycyjnej logiki formalnej w ogóle, twierdzi się dziś przeważnie, że „doniosłość całego tego działu logiki polega nie tyle na jego wewnętrznej treści, ile na tradycji i znaczeniu historycznym" (A. Mostowski 1948, s. 129) [1]. Ocena zresztą nawet tej historycznej wartości dawnej logiki wygląda niezbyt dla niej pochlebnie, gdy twierdzi się o niej, że jest „niepraktyczna", „nieoperatywna" (J. Salamucha 1937), podległa „całkiem przypadkowej i arbitralnej ramowości" (Z. Kraszewski 1956) i w ogóle „jest to historycznie powstały zlepek zdań, niekiedy prawdziwych, często fałszywych, a prawie zawsze źle sformułowanych" (Łukasiewicz J. 1925).

Z drugiej jednak strony, podejmowane są ustawicznie próby „jej naprawy" i już Salamucha twierdził, że „sylogistyka Arystotelesowa rozbudowana jest w logistyce w ogólną teorię zmiennych nazwowych, tak że stanowi zaledwie nikłą jej cząstkę". (J. Salamucha 1937, s. 41). W samej rzeczy, mimo kilkunastu systemów interpretacji operatorów Arystotelesowych

[1] Nazwisko autora wraz z rokiem pierwszego wydania jego publikacji stanowi tu zawsze skrót bibliograficzny dający się łatwo rozwinąć wedle wykazu bibliograficznego umieszczonego na końcu artykułu.

(a, e, i, o), jakim je poddano w językach logiki współczesnej, nie zdołano wykazać, że ta tradycyjna logika w całości może być ujęta w ramach któregokolwiek ze współczesnych rachunków, bez zadawania wszelkiego gwałtu logicznego zarówno logice starej jak i nowej.

W zamierzeniach skłaniających nas do podjęcia na nowo tego problemu tkwi chęć pokazania, że natura wspomnianych niepowodzeń interpretacyjnych leży w „ramowości" nie tyle logiki tradycyjnej, co przeciwnie — logiki współczesnej. Chodzi mianowicie o to, że sylogistyka Arystotelesowa jest w istocie swej logiką wielozakresową i może być adekwatnie przedstawiona jedynie jako fragment logiki wielozakresowej, podczas gdy logistyka prezentuje się jako logika jednozakresowa, zakładająca tylko jeden zakres zmienności zmiennych indywiduowych.

II. O LOGICE KLASYCZNEJ

Przeznaczeniem tej zasadniczej części rozważań jest porównanie logiki wielozakresowej z jednozakresową oraz logiki tradycyjnej z obiema tymi rodzajami logiki klasycznej.

0. PODSTAWY DO KONSTRUKCJI JĘZYKA I SYSTEMU FORMALNEGO

0.1 Rozpoczynamy od określenia pewnego języka formalnego, tj. od wyznaczenia jego słownika, termów (wyrażeń nazwowych) i formuł (sensownych wyrażeń zdaniowych).

0.1.1 Słownik definiowanego języka jest wyznaczony przez 6 zbiorów wyrazów:

(1) zmienne indywiduowe: $x, y, z, x_1, x_2, \ldots$

(2) stałe indywiduowe: $k, l, m, k_1, k_2, \ldots$

(3) zmienne predykatowe: $P, S, M, P_1, P_2, \ldots$

(4) spójniki logiczne: $\sim$ (negacja), $\rightarrow$ (implikacja), $\cdot$ (koniunkcja), $+$ (alternatywa), $\equiv$ (równoważność)

(5) kwantyfikatory: A (duży) i E (mały)

(6) nawiasy okrągłe: (,).

0.12 Termami są:

(1) zmienne indywiduowe,

(2) stałe indywiduowe,

(3) wyrażenia postaci: $(t{:}F)$, czytane „t od F", gdzie t reprezentuje zmienne lub stałe indywiduowe, a F — zmienne predykatowe jednoargumentowe.

0.13 Formułami są:

(1) wyrażenia postaci: $Ft_1t_2\ldots t_n$, gdzie F reprezentuje zmien-

ne predykatowe n-argumentowe, zaś $t_1, t_2, \ldots t_n$ — dowolne termy;
(2) jeżeli X oraz Y reprezentują formuły, to formułami są również wyrażenia postaci: $\sim X$, $X \rightarrow Y$, $X \cdot Y$, $X + Y$, $X \equiv Y$;
(3) jeśli v reprezentuje zmienne indywiduowe, F — zmienne predykatowe jednoargumentowe [2], zaś Xv — dowolną formułę, w której występuje v, to formułami są również wyrażenia postaci: (Av:F)Xv, (Ev:F)Xv.

Wyrażenia typu (t:F) mają swe semantyczne oparcie w języku naturalnym przedstawiając nazwy reprezentantów określonego gatunku. Tak np. wyrażenia w rodzaju „generał De Gaule" (De Gaule jest „reprezentantem" „gatunku" generał), „ksiądz Jerzy", „dr medycyny Stanisław Wiśniewski", „kot Filemon", „radca prawny Franciszek Dudziński" „księżniczka Mary", „pies Fafik", „spółdzielnia studencka Plastuś" itp. są wszystkie nazwami typu (t:F) przy czym — jak to ilustrują podane właśnie przykłady — w języku naturalnym przytacza się z reguły F przed t. Również kwantyfikacja z rodzaju (Av: F), (Ev:F) orzeka o każdym (o przynajmniej pewnym) reprezentancie v określonego gatunku F.

0.2 Budowane tu systemy dedukcyjne są oparte na pewnej modyfikacji teorii założeniowych w wersji wywodzącej się od J. Słupeckiego i L. Borkowskiego [3]. Wszystkie mianowicie zasady konstrukcji dowodów założeniowych i reguły wnioskowania rachunku zdaniowego przystosowane do opisanego wyżej języka przyjęte są w całości od wspomnianych Autorów. Reguły wnioskowania dotyczące kwantyfikacji przyjmują natomiast postać następującą:
(1) reguła opuszczania kwantyfikatora dużego — (Av:F)Xv: :X(t:F), gdzie t reprezentuje zmienne lub stałe indywiduowe, a „: :" jest spójnikiem inferencyjnym „więc";
(2) reguła dołączania kwantyfikatora dużego — X(v:F): :(Av: F)Xv, o ile v nie jest wolne w założeniach dowodu;
(3) reguła opuszczania małego kwantyfikatora — (Ev:F)Xv: :X(s:F), gdzie „s" reprezentuje stałe indywiduowe, ewentual-

[2] Ponieważ kwantyfikacja nie może być bezprzedmiotowa (zakresy zmienności zmiennych nie mogą być wyznaczone przez predykaty niespełnialne, sprzeczne, „puste"), przeto — przy stosowaniu wielozakresowej logiki do języków naturalnych — za zmienne reprezentowane przez F w (Av:F)Xv i (Ev:F)Xv wolno podstawiać tylko jednoargumentowe predykaty niesprzeczne (niepuste).

[3] L. Borkowski, J. Słupecki 1958, J. Słupecki, L. Borkowski 1963, L. Borkowski 1970, L. Borkowski 1972.

nie z sekwencją wszystkich zmiennych wolnych w indeksie, jeśli takie występują w formule X. (Przy wielokrotnym stosowaniu tej reguły w tym samym dowodzie wprowadza się za każdym razem inną stałą indywiduową);
(4) reguła dołączania małego kwantyfikatora — X(t:F): :(Ev:F) Xv, gdzie t reprezentuje zmienne lub stałe indywiduowe.

1. PRAWA LOGIKI WIELOZAKRESOWEJ

Prezentację klasycznych rachunków logicznych rozpoczynamy od dowodzenia podstawowych rodzai praw logiki wielozakresowej. Na drodze prostego zabiegu da się następnie pokazać, że logika jednozakresowa jest poszczególnym przypadkiem logiki wielozakresowej.

1.1 Lematy[4]

T1. (Av:F)Xv→(Ev:F)Xv. Dowód: (Av:F)Xv: :X(t:F): :(Ev:F)Xv.
T2. (Av:F)Xv ≡ (Aw:F)Xw. Dow. (Av:F)Xv: :X(w:F): :(Aw:F) Xw i na odwrót.
T3. (Ev:F)Xv ≡ (Ew:F)Xw. Dow. (Ev:F)Xv: :X(s:F): :(Ew:F) Xw i na odwrót.

1.2 Prawa rozdzielności kwantyfikatorów

T4. ~(Av:F)Xv ≡ (Ev:F)~Xv. Dowód:
(1) ~(Av:F)Xv,~(Ev:F)~Xv: :~(Av:F)Xv,~X(v:F) → (Ev:F)~ ~Xv,~(Ev:F)Xv: :~(Av:F)Xv,X(v:F): :~(Av:F)Xv, (Av:F)Xv: : sprzeczność.
(2) (Ev:F)~Xv: :~X(s:F), (Av:F)Xv → X(s:F): :~(Av:F)Xv.
T5. (Av:F)Xv ≡ ~(Ev:F)~Xv, bo T4 i (~X ≡ Y) → (X ≡ ~Y).
T6. ~(Ev:F)Xv ≡ (Av:F)~Xv. Dow.:
(1) ~(Ev:F)Xv: :~(Ev:F)Xv, X(v:F) → (Ev:F)Xv: :~X(v:F): : :(Av:F)~Xv.
(2) (Av:F)~Xv, (Ev:F)Xv: :~X(s:F), X(s:F): : sprzeczność.
T7. (Ev:F)Xv ≡ ~(Av:F)~Xv, bo T6 i (~X ≡ Y) → (X ≡ ~Y).
T8. (Av:F)(Xv • Yv) ≡ ((Av:F)Xv • (Av:F)Yv). Dow.:
(1) (Av:F) (Xv • Yv): :X(v:F) • Y(v:F): :X(v:F), Y(v:F): :(Av:F) Xv, (Av:F)Yv: :(Av:F)Xv • (Av:F)Yv.
(2) (Av:F)Xv • (Av:F)Yv: :(Av:F)Xv, (Av:F)Yv: :X(v:F), Y(v:F): : :X(v:F) • Y(v:F): :(Av:F) (Xv • Yv).
T9. (Ev:F) (Xv • Yv) → (Ev:F)Xv • (Ev:F)Yv. Dow. (Ev:F) (Xv •

[4] Wszystkie aksjomaty, twierdzenia i definicje są tu notowane w metajęzyku, co oznacza, że są one schematami odnośnie do formuł języka przedmiotowego. Mamy tu więc do czynienia z metajęzykowym wykładem logiki.

$\cdot\, Yv): :X(s:F), Y(s:F): :(Ev:F)Xv, (Ev:F)Yv: :(Ev:F)Xv \cdot (Ev:F)Yv$

T10. $((Av:F)Xv + (Av:F)Yv) \to (Av:F)(Xv + Yv)$. Dow.:

(1) $(Av:F)Xv: :X(v:F): :X(v:F) + Y(v:F)$.

(2) $(Av:F)Yv: :Y(v:F): :X(v:F) + Y(v:F)$.

(3) $(Av:F)Xv + (Av:F)Yv: :X(v:F) + Y(v:F): :(Av:F)(Xv + Yv)$.

T11. $(Ev:F)(Xv + Yv) \equiv ((Ev:F)Xv + (Ev:F)Yv)$. Dow.:

(1) $(Ev:F)(Xv + Yv): :X(s:F) + Y(s:F), X(s:F) \to (Ev:F)Xv, Y(s:F) \to (Ev:F)Yv: :(Ev:F)Xv + (Ev:F)Yv$.

(2) $(Ev:F)Xv + (Ev:F)Yv$,

(2.1) $(Ev:F)Xv: :X(s:F): :X(s:F) + Y(s:F): :(Ev:F)(Xv + Yv)$,

(2.2) $(Ev:F)Yv: :Y(s:F): :X(s:F) + Y(s:F): :(Ev:F)(Xv + Yv)$,

(2) (2.1), (2.2): $:(Ev:F)(Xv + Yv)$.

T12. $(Av:F)(Xv \to Yv) \to ((Av:F)Xv \to (Av:F)Yv)$. Dow. $(Av: :F)(Xv \to Yv), (Av:F)Xv: :X(v:F) \to Y(v:F), X(v:F): :Y(v:F): : : :(Av:F)Yv$.

T13. $(Av:F)(Xv \to Yv) \to ((Ev:F)Xv \to (Ev:F)Yv)$. Dow. $(Av:F)(Xv \to Yv), (Ev:F)Xv: :X(s:F) \to Y(s:F), X(s:F): :Y(s: F): :(Ev:F)Yv$.

T14. $(Ev:F)(Xv \to Yv) \equiv ((Av:F)Xv \to (Ev:F)Yv)$. Dow.:

(1) $(Ev:F)(Xv \to Yv), (Av:F)Xv: :X(s:F) \to Y(s:F), X(s:F): : : :Y(s:F): :(Ev:F)Yv$.

(2) $Av:F)Xv \to (Ev:F)Yv: : \sim(Av:F)Xv + (Ev:F)Yv: :(Ev:F)\sim \sim Xv + (Ev:F)Yv$,

(2.1) $(Ev:F)\sim Xv: :\sim X(s:F): :X(s:F) \to Y(s:F): :(Ev:F)(Xv \to Yv)$,

(2.2) $(Ev:F)Yv: :Y(s:F): :X(s:F) \to Y(s:F): : (Ev:F)(Xv \to Yv)$,

(2), (2.1), (2.2): $:(Ev:F)(Xv \to Yv)$.

T15. $(Av:F)(Xv \equiv Yv) \to ((Av:F)Xv \equiv (Av:F)Yv)$: Dow. $(Av:F)(Xv \equiv Yv): :X(v:F) \equiv Y(v:F): :X(v:F) \to Y(v:F), Y(v: F) \to X(v:F): :(Av:F)(Xv \to Yv), (Av:F)(Yv \to Xv): :(Av:F) Xv \to (Av:F)Yv, (Av:F)Yv \to (Av:F)Xv: :(Av:F)Xv \equiv (Av: F)Yv$.

T16. $(Av:F)(Xv \equiv Yv) \to ((Ev:F)Xv \equiv (Ev:F)Yv)$, bo T13.

1.3 Prawa przenoszenia kwantyfikatorów

Dla wszystkich praw tej grupy przyjmijmy umowę, że v nie występuje jako zmienna wolna w formule Y.

T17. $(Av:F)(Xv \cdot Y) \equiv (Av:F)Xv \cdot Y$, Dow.:

(1) $(Av:F)(Xv \cdot Y): :X(v:F) \cdot Y: :X(v:F), Y: :(Av:F)Xv, Y: : : :(Av:F)Xv \cdot Y$.

(2) $(Av:F)Xv \cdot Y: :(Av:F)Xv, Y: :X(v:F), Y: :X(v:F) \cdot Y: :(Av:F) (Xv \cdot Y)$.

T18. $(Ev:F)(Xv \cdot Y) \equiv (Ev:F)Xv \cdot Y$. Dow.:

(1) $(Ev{:}F)(Xv \cdot Y){:}\ {:}X(s{:}F) \cdot Y{:}\ {:}X(s{:}F),\ Y{:}\ {:}(Ev{:}F)Xv,\ Y{:}\ {:}(Ev{:}F)Xv \cdot Y$.
(2) $(Ev{:}F)Xv \cdot Y{:}\ {:}(Ev{:}F)Xv,\ Y{:}\ {:}X(s{:}F) \cdot Y{:}\ {:}(Ev{:}F)(Xv \cdot Y)$.
T19. $(Av{:}F)(Xv+Y) \equiv ((Av{:}F)Xv+Y)$, bo T18 i T6.
T20. $(Ev{:}F)(Xv+Y) \equiv ((Ev{:}F)Xv+Y)$, bo T17 i T4.
T21. $(Av{:}F)(Y \rightarrow Xv) \equiv (Y \rightarrow (Av{:}F)Xv)$, bo T19.
T22. $(Av{:}F)(Xv \rightarrow Y) \equiv ((Ev{:}F)Xv \rightarrow Y)$. Dow.: $(Av{:}F)(Xv \rightarrow Y) \equiv \sim(Ev{:}F)(Xv \cdot \sim Y) \equiv \sim((Ev{:}F)Xv \cdot \sim Y) \equiv ((Ev{:}F)Xv \rightarrow Y)$.
T23. $(Ev{:}F)(Y \rightarrow Xv) \equiv (Y \rightarrow (Ev{:}F)Xv)$, bo T20.
T24. $(Ev{:}F)(Xv \rightarrow Y) \equiv ((Av{:}F)Xv \rightarrow Y)$. Dow. $(Ev{:}F)(Xv \rightarrow Y) \equiv (Ev{:}F)(\sim Xv+Y) \equiv ((Ev{:}F)\sim Xv+Y) \equiv (\sim(Av{:}F)Xv+Y) \equiv ((Av{:}F)Xv \rightarrow Y)$.
T25. $(Av{:}F)(Y \equiv Xv) \rightarrow (Y \equiv (Av{:}F)Xv)$. Dow. $(Av{:}F)(Y \equiv Xv){:}\ {:}Y \equiv X(v{:}F){:}\ {:}Y \rightarrow X(v{:}F),\ X(v{:}F) \rightarrow Y{:}\ {:}(Av{:}F)(Y \rightarrow Xv),\ (Av{:}F)(Xv \rightarrow Y){:}\ {:}Y \rightarrow (Av{:}F)Xv,\ (Ev{:}F)Xv \rightarrow Y,\ (Av{:}F)Xv \rightarrow (Ev{:}F)Xv{:}\ {:}Y \rightarrow (Av{:}F)Xv,\ (Av{:}F)Xv \rightarrow Y{:}\ {:}Y \equiv (Av{:}F)Xv$.
T26. $(Av{:}F)(Y \equiv Xv) \rightarrow (Y \equiv (Ev{:}F)Xv)$, bo T21, T22 i T1.

1.4 Prawa przestawiania kwantyfikatorów

T27. $(Av{:}F)(Aw{:}G)Xvw \equiv (Aw{:}G)(Av{:}F)Xvw$. Dow. $(Av{:}F)(Aw{:}G)Xvw{:}\ {:}(Aw{:}G)X(v{:}F)w{:}\ {:}X(v{:}F)(w{:}G){:}\ {:}(Av{:}F)Xv(w{:}G){:}\ {:}(Aw{:}G)(Av{:}F)Xvw$, i na odwrót.
T28. $(Ev{:}F)(Ew{:}G)Xvw \equiv (Ew{:}G)(Ev{:}F)Xvw$. Dow. $(Ev{:}F)(Ew{:}G)Xvw \equiv \sim(Av{:}F)(Aw{:}G)\sim Xvw \equiv \sim(Aw{:}G)(Av{:}F)\sim Xvw \equiv (Ew{:}G)(Ev{:}F)Xvw$.
T29. $(Ev{:}F)(Av{:}G)Xvw \rightarrow (Aw{:}G)(Ev{:}F)Xvw$. Dow. $(Ev{:}F)(Aw{:}G)Xvw{:}\ {:}(Aw{:}G)X(s{:}F)w{:}\ {:}X(s{:}F)(w{:}G){:}\ {:}(Ev{:}F)Xv(w{:}G){:}\ {:}(Aw{:}G)(Ev{:}F)Xvw$.

2. PRAWA LOGIKI JEDNOZAKRESOWEJ

Dodajmy do języka logiki wielozakresowej jednoargumentowy predykat „I" („...jest indywiduum"). Wówczas formułami zdaniowymi okażą się również wyrażenia o postaci It, gdy t reprezentuje termy. Predykat ten jest w logice jednozakresowej pierwotny, tzn. wprowadza go do systemu aksjomat:

A1. It, dla t reprezentującego zmienne i stałe indywiduowe. Dysponując predykatem „I" można zdefiniować kwantyfikowanie jednozakresowe w oparciu o kwantyfikowanie wielozakresowe:

Df1. $AvXv \equiv (Av{:}I)Xv$,
Df2. $EvXv \equiv \sim Av \sim Xv$.

Otrzymujemy stąd:
T30. EvXv ≡ (Ev:I)Xv. Dow. EvXv ≡ ∼Av∼Xv ≡ ∼(Av:I) ∼Xv ≡ (Ev:I)Xv.
Posługując się definicją Df1 i twierdzeniem T30 można w sposób prosty przekształcić tezy T1-T29 w odpowiednie twierdzenia logiki jednozakresowej, które oznaczamy tym samym numerem, z dodatkiem znaku prim: T1′ —T29′. Oto przykłady takich przekształceń:
T1′. AvXv→EvXv. Dow.: T1: :(Av:I)Xv→(Ev:I)Xv: :AvXv→→EvXv.
T29′. EvAwXvw→AwEvXvw. Dow.: T29: :(Ev:I)(Aw:I)Xvw→→(Aw:I) (Ev:I)Xvw: :T29′.

3. O PRÓBACH PRZEDSTAWIENIA TRADYCYJNEJ TEORII SYLOGIZMU KATEGORYCZNEGO JAKO FRAGMENTU LOGIKI JEDNOZAKRESOWEJ

Istnieje już kilkanaście zasadniczo różniących się między sobą wersji wykładu tradycyjnej logiki w ramach logistyki.
3.1 Najstarsza, a dziś najbardziej rozpowszechniona interpretacja operatorów Arystotelesowych jest następująca:
FaG ≡ Av(Fv→Gv),
FeG ≡ Av(Fv→∼Gv),
FiG ≡ Ev(Fv • Gv),
FoG ≡ Ev(Fv • ∼Gv).
Zalążki tej interpretacji znajdujemy już u Gottfrieda Wilhelma Leibniza 1686, s. 294, Gottfrieda Ploucqueta 1766, Heinricha Lamberta 1782 i George'a Boole'a 1847. Rozumienie bliskie językowi rachunku predykatów prezentował Franciszek Brentano 1874. W języku symbolicznym interpretacja ta została odnotowana najwcześniej u Gottloba Fregego 1879, s. 19. Rozpowszechniona została zwłaszcza przez Whiteheada i Russella 1913, s. 21. Spośród praw logiki tradycyjnej przy tej interpretacji tracą swą powszechną ważność np. FiF, FaG→FiG, FeG→FoG, FaG→GiF, FeG→GoF, FaG→∼FeG, ∼FiG→→FoG, oraz tryby: Barbari, Celaront, Cesaro, Camestros, Darapti, Felapton, Bramantip, Camenos, Fesapo.
3.2 Odmienną interpretację zdań kategorycznych zaproponował Jørgen Jørgenson 1931:
FaG ≡ Av(Fv→Gv),
FeG ≡ Av(Fv→∼Gv),
FiG ≡ Ev(Fv→Gv),
FoG ≡ Ev(Fv→∼Gv).
Przy tej interpretacji nieważnymi są np. tradycyjne prawa:

FaG ≡ ~FoG, FeG ≡ ~FiG, FaG→GiF, FiG ≡ GiF, FaG→→~FeG, wszystkie tryby figury trzeciej oraz Bramantip, Dimatis, Fesapo i Fresison.

3.3 Jeszcze inna interpretacja pochodzi od Ulricha Kluga 1948:
FaG ≡ Av(Fv→Gv) • EvFv,
FeG ≡ Av(Ev→~Gv) • EvFv,
FiG ≡ Ev(Fv→Gv),
FoG ≡ Ev(Fv→~Gv).
Przy tej interpretacji operatorów Arystotelesowych odpadają jako nieważne następujące prawa: FaF, FoG ≡ ~FaG, FeG ≡ ≡ ~FiG, FiG ≡ GiF, FeG ≡ GeF, tryby: Disamis, Bocardo, Camenes, Dimatis i Fresison.

3.4 Następny rodzaj interpretacji zdań kategorycznych zawdzięczamy Stanisławowi Leśniewskiemu 1928:
FaG ≡ Av(Fv→Gv) • EvFv,
FeG ≡ Av(Fv→~Gv) • EvFv,
FiG ≡ Ev(Fv • Gv),
FoG ≡ Ev(Fv • ~Gv).
Interpretacja ta prowadzi do odrzucenia tradycyjnych praw: FaF, FiF, FoG≡~FaG, FeG≡~FiG, FeG→GoF, FeG≡GeF, ~FiG→FoG i dwu trybów figury czwartej: Camenes i Camenos.

3.5 Jan F. Drewnowski 1934 zaproponował następującą interpretację zdań kategorycznych:
FaG ≡ Av(Fv→Gv) • EvFv,
FeG ≡ Av(Fv→~Gv) • EvFv • EvGv,
FiG ≡ Ev(fv • Gv),
FoG ≡ Ev(Fv • ~Gv) • EvGv.
Interpretacja ta pociąga za sobą odrzucenie tradycyjnych praw: FaF, FiF, FoG≡~FaG, FeG≡~FiG, ~FiG→FoG. Pozostają natomiast w mocy wszystkie 24 niezawodne tryby sylogistyczne.

3.6 Kolejna interpretacja pochodzi od Jerzego Słupeckiego 1946:
FaG ≡ Av(Fv→Gv) • EvFv,
FeG ≡ Av(Fv→~Gv),
FiG ≡ Ev(Fv • Gv),
FoG ≡ Ev(Fv • ~Gv)+Av~Fv.
Przy tej interpretacji odpadają jako nieważne FaF oraz FiF, a także (jeśli dodamy: nFv ≡ ~Fv) — wszystkie prawa obwersji. Pozostają natomiast w mocy prawa kwadratu logicznego, prawa konwersji i niezawodne tryby sylogistyczne.

3.7 Autorem następnej interpretacji jest Otto Bird 1964, s. 77:

$AR(F, G) \equiv EvFv \cdot EvGv \cdot Ev{\sim}Fv \cdot Ev{\sim}Gv,$
$FaG \equiv (AR(F, G) \rightarrow Av(Fv \rightarrow Gv)),$
$FeG \equiv (AR(F, G) \rightarrow Av(Fv \rightarrow {\sim}Gv)),$
$FiG \equiv (AR(F, G) \rightarrow Ev(Fv \cdot Gv)),$
$FoG \equiv (AR(F, G) \rightarrow Ev(Fv \cdot {\sim}Gv)).$

Z napisu „AR(F, G)" odczytujemy, że obydwa predykaty reprezentowane przez F i G mają być „predykatami Arystotelesowymi". Przy tej interpretacji bardzo niewiele tradycyjnych praw pozostaje w mocy. Nieważne są np. wszystkie tryby sylogistyczne.

3.8 Wszystkie tryby sylogistyczne są również nieważne w tzw. G-systemie Alberta Mennego 1959, s. 115:

$FaG \equiv (AR(F, G) \rightarrow Av(Fv \rightarrow Gv)) + Av(Fv \equiv Gv),$
$FeG \equiv (AR(F, G) \rightarrow Av(Fv \rightarrow {\sim}Gv)) + Av(Fv \equiv {\sim}Gv),$
$FiG \equiv Ev(Fv \cdot Gv) + {\sim}Av(Fv \equiv {\sim}Gv),$
$FoG \equiv Ev(Fv \cdot {\sim}Gv) + {\sim}Av(Fv \equiv Gv).$

3.9 Oryginalną interpretację operatorów Arystotelesowych wynaleźli niezależnie od siebie P.F. Strowson 1952, s. 173 i W.A. Smirnow 1967:

$FaG \equiv Av(Fv \rightarrow Gv) \cdot EvFv \cdot Ev{\sim}Gv,$
$FeG \equiv Av(Fv \rightarrow {\sim}Gv) \cdot EvFv \cdot EvGv,$
$FiG \equiv Ev(Fv \cdot Gv) + {\sim}EvFv + {\sim}EvGv,$
$FoG \equiv Ev(Fv \cdot {\sim}Gv) + {\sim}EvFv + {\sim}EvGv.$

Prawie wszystkie prawa logiki tradycyjnej pozostają przy tej interpretacji w mocy, z wyjątkiem prawa tożsamości FaF (i formuł w stosunku do niego inferencyjnie równoważnych). Rozumienie zwłaszcza zdań szczegółowych odbiega jednakże w tym przypadku znacznie od ich sensu potocznego, skoro prawdziwość zdań chociażby typu FiG — zgodnie z powyższą umową znaczeniową — jest już zapewniona przez samą bezprzedmiotowość (niespełnialność, sprzeczność, pustość) predykatów reprezentowanych przez F lub G.

3.10 Jedyna interpretacja, przy której wszystkie bez wyjątku prawa logiki tradycyjnej zachowują swą ważność w logice współczesnej, wspomniana po raz pierwszy (w 1924 r.) przez H.B. Smitha została wnikliwie przebadana przez Stanisława Jaśkowskiego 1950 [5]:

$FaG \equiv (Av(Fv \rightarrow Gv) \cdot EvFv \cdot Ev{\sim}Gv) + Av(Fv \equiv Gv),$
$FeG \equiv (Av(Fv \rightarrow {\sim}Gv) \cdot EvFv \cdot EvGv) + Av(Fv \equiv {\sim}Gv),$

[5] O tej interpretacji zob. także A. R. Turquette 1956 i E. Nieznański 1974.

$FiG \equiv (Ev(Fv \cdot Gv) + \sim EvFv + \sim EvGv) \cdot Ev(Fv \equiv Gv)$,
$FoG \equiv (Ev(Fv \cdot \sim Gv) + \sim EvFv + \sim Ev \sim Gv) \cdot Ev(Fv \equiv \sim Gv)$.
Na podstawie gruntownych badań stwierdził jednakże sam S. Jaśkowski (1950, s. 2), że „wspomniana interpretacja nie odznacza się naturalnością, i jest dość odległa od zwyczajów języka potocznego". Zauważmy dla przykładu, że podczas gdy wedle tradycji i zwyczajów języka potocznego każde zdanie ogólno-twierdzące, którego podmiotem byłby predykat ogólno-nieuniwersalny, zaś orzecznik — uniwersalny, zawsze jest zdaniem prawdziwym (np. „Każde drzewo jest przedmiotem"), w przytoczonej interpretacji każde takie zdanie jest fałszywe.

Przychodzimy w ten sposób do ważnej konkluzji, że powszechnie już chyba zakorzenione mniemanie, jakoby logika tradycyjna stanowiła „zaledwie nikłą cząstkę logistyki", nie wydaje się być dotychczas dostatecznie uzasadnione.

4. WIELOZAKRESOWA LOGIKA Z IDENTYCZNOŚCIĄ

Dokonajmy rozszerzenia logiki wielozakresowej przez uzupełnienie jej języka predykatem identyczności „=". Sens tego predykatu pierwotnego wyznaczają następujące dwa aksjomaty:

Ax1. $t=t$, gdzie t reprezentuje termy.

Ax2. $G(t:F) \equiv (Ew:G)(w=(t:F))$, gdzie t reprezentuje zmienne i stałe indywiduowe, zaś F i G — zmienne predykatowe jednoargumentowe.

Do zasobu środków dedukcyjnych dodajemy jeszcze (podobnie jak w założeniowych rachunkach L. Borkowskiego i J. Słupeckiego) regułę ekstensjonalności dla identyczności:

Ex. $Xt_1,\ t_1 \equiv t_2 : :Xt_2$, gdzie X reprezentuje dowolne formuły, w skład których wchodzą termy, odpowiednio t_1 w Xt_1 oraz t_2 w Xt_2.

A oto niektóre twierdzenia wielozakresowej logiki z identycznością:

T31. $t_1=t_2 \rightarrow t_2=t_1$, Dow. $t_1=t_2 : :t_1=t_2,\ t_2=t_2 : :t_2=t_1$.
T32. $t_1=t_2 \cdot t_2=t_3 \rightarrow t_1=t_3$. Dow. $t_1=t_2,\ t_2=t_3 : :t_1=t_3$, wg Ex.
T33. $(Av:F)Gv \equiv (Av:F)(Ew:G)(w=v)$. Dow.:
(1) $(Av:F)Gv : :G(v:F) : :(Ew:G)(w=(v:F)) : :(Av:F)(Ew:G)(w=v)$.
(2) $(Av:F)(Ew:G)(w=v) : :(Ew:G)(w=(v:F)) : :G(v:F) : :(Av:F)Gv$.
T34. $(Ev:F)Gv \equiv (Ev:F)(Ew:G)(w=v)$. Dow.:
(1) $(Ev:F)Gv : :G(s:F) : :(Ew:G)(w=(s:F)) : :(Ev:F)(Ew:G)(w=v)$.
(2) $(Ev:F)(Ew:G)(w=v) : :(Ew:G)(w=(s:F)) : :G(s:F) : :(Ev:F)Gv$.
T35. $(Av:F)\sim Gv \equiv (Av:F)(Aw:G)(w \neq v)$, bo T34 i T6.
T36. $(Ev:F)\sim Gv \equiv (Ev:F)(Aw:G)(w \neq v)$, bo T33, T4 i T6.

Wprowadźmy do języka jako znak wtórny tzw. negację nazwową „n”:

D1. nFt ≡ ~Ft, gdzie F reprezentuje zmienne predykatowe jednoargumentowe, zaś t — termy.

T37. (Av:F)~Gv ≡ (Av:F)nGv, bo D1.

T38. (Ev:F)~Gv ≡ (Ev:F)nGv, bo D1.

T39. (Av:F)Fv. Dow. Ax1: :(v:F)=(v:F): :(Ew:F) (w=(v:F)): :F (v:F): :(Av:F)Fv.

T40. (Ev:F)Fv, bo T1 i T39.

T41. (Ev:F)Gv ≡ (Ev:G)Fv. Dow. (Ev:F)Gv: :G(s:F): :(Ew:G) (w=(s:F)): :(s_1:G)=(s:F): :(Ev:F) ((s_1:G)=v): :F(s_1:G): :(Ev:G)Fv, i na odwrót.

T42. (Av:F)~Gv ≡ (Av:G)~Fv, bo T41 i T6.

T43. (Av:F)Gv → (Ev:G)Fv, bo T1 i T41.

T44. (Av:F)~Gv → (Ev:G)~Fv, bo T1 i T42.

T45. (Av:F)Gv ≡ (Av:F)~nGv, bo D1.

T46. (Av:F)~Gv ≡ (Av:F)nGv, bo D1.

T47. (Ev:F)Gv ≡ (Ev:F)~nGv, bo D1.

T48. (Ev:F)~Gv ≡ (Ev:F)nGv, bo D1.

T49. (Av:F)Gv ≡ (Av:nG)nFv. Dow. (Av:F)Gv ≡ (Av:F)~~nGv ≡ (Av:nG)~Fv ≡ (Av:nG)nFv.

T50. (Ev:F)~Gv ≡ (Ev:nG)~nFv, bo T49 i T4.

T51. (Av:F)~Gv → (Ev:nG)~nFv, bo T1 i T50.

T52. (Av:H)Gv. (Av:F)Hv → (Av:F)Gv. Dow. (Av:H)Gv, (Av:F) Hv: :(Av:H)Gv, H(v:F): :(Av:H)Gv, (Ew:H) (w=(v:F)): :(Av:H) Gv, (s:H)=(v:F): :G(s:H), (s:H)=(v:F): :G(v:F): :(Av:F)Gv.

T53. (Av:H)~Gv • (Av:F)Hv → (Av:F)~Gv, bo T52.

T54. (Av:H)Gv • (Ev:F)Hv → (Ev:F)Gv. Dow. (Av:H)Gv, (Ev:F) Hv: :(Av:H)Gv, H(s:F): :(Av:H)Gv, (Ew:H) (w=(s:F)): :(Av:H)Gv, (s_1:H)=(s:F): :G(s_1:H), (s_1:H)=(s:F): :G(s:F): :(Ev:F)Gv.

T55. (Av:H)~Gv • (Ev:F)Hv → (Ev:F)~Gv, bo T54.

T56. (Av:H)Gv • (Av:F)Hv → (Ev:F)Gv, bo T52 i T1.

T57. (Av:H)~Gv • (Av:F)Hv → (Ev:F)~Gv, bo T56.

T58. (Av:G)~Hv • (Av:F)Hv → (Av:F)~Gv, bo T53 i T42.

T59. (Av:G)Hv • (Av:F)~Hv → (Av:F)~Gv, bo T58 H/nH, T45, T46.

T60. (Av:G)~Hv • (Ev:F)Hv → (Ev:F)~Gv, bo T57 i T42.

T61. (Av:G)Hv • (Ev:F)~Hv → (Ev:F)~Gv, bo T60 H/nH, T47, T48.

T62. (Av:G)~Hv • (Av:F)Hv → (Ev:F)~Gv, bo T60 i T1.

T63. (Av:G)Hv • (Av:F)~Hv → (Ev:F)~Gv, bo T59 i T1.

T64. (Av:H)Gv • (Av:H)Fv → (Ev:F)Gv, bo T54, T43.

T65. (Av:H)Gv • (Ev:H)Fv → (Ev:F) Gv, bo T54 i T41.

T66. (Ev:H)Gv • (Av:H)Fv → (Ev:F)Gv. Dow.: T53: :∼(Av:F)∼∼Gv • (Av:F)Hv → ∼(Av:H)∼Gv: :(Ev:F)Gv • (Av:F)Hv → (Ev::H)Gv: :(Ev:H)Gv • (Av:H)Fv → (Ev:F)Gv, F/H, H/F.
T67. (Ev:H)∼Gv • (Av:H)Fv → (Ev:F)∼Gv, bo T66 G/nG, T48.
T68. (Av:H)∼Gv • (Av:H)Fv → (Ev:F)∼Gv, bo T67 i T1.
T69. (Av:H)∼Gv • (Ev:H)Fv → (Ev:F)∼Gv, bo T55 i T41.
T70. (Av:G)Hv • (Av:H)Fv → (Ev:F)Gv, bo T56 i T43.
T71. (Av:G)Hv • (Av:H)∼Fv → (Av:F)∼Gv, bo T59 i T44.
T72. (Av:G)Hv • (Av:H)∼Fv → (Ev:F)∼Gv, bo T71 i T1.
T73. (Ev:G)Hv • (Av:H)Fv → (Ev:F)Gv, bo T66 i T41.
T74. (Av:G)∼Hv • (Av:H)Fv → (Ev:F)∼Gv, bo T68 i T42.
T75. (Av:G)∼Hv • (Ev:H)Fv → (Ev:F)∼Gv, bo T69 i T42.

5. TRADYCYJNA TEORIA SYLOGIZMU KATEGORYCZNEGO JAKO FRAGMENT LOGIKI WIELOZAKRESOWEJ

Jako przykłady twierdzeń logiki wielozakresowej, zwłaszcza w jej rozszerzeniu o predykat identyczności, wzięliśmy akurat — jak się to właśnie okaże — prawa tradycyjnej asertorycznej logiki formalnej. Transpozycji wspomnianych twierdzeń na prawa logiki tradycyjnej dokonamy teraz automatycznie według następującej interpretacji operatorów Arystotelesowych [6]:

D2. FaG ≡ (Av:F)Gv,
D3. FeG ≡ (Av:F)∼Gv,
D4. FiG ≡ (Ev:F)Gv,
D5. FoG ≡ (Ev:F)∼Gv.

Przekłady odnośnych twierdzeń logiki wielozakresowej na prawa logiki tradycyjnej oznaczamy tym samym numerem, umieszczając jedynie u góry asterysk. Oznaczenie „Tk *" wskazuje przy tym również na prosty (odtąd zwykle pomijany) dowód tezy Tk * na podstawie jedynie twierdzenia Tk i definicji D2—D5.

5.1 Prawa kwadratu logicznego

(1) T1. 1* FaG →FiG, bo T1, D2 i D4.
(2) T1. 2* FeG → FoG, bo T1, D3, D5.

---

[6] Pomijam omawianie wielozakresowych logik w wersji „many-sorted logics", gdyż w nich, jakkolwiek: FaG ≡ AfGf, FeG ≡ Af∼Gf, FiG ≡ EfGf i FoG ≡ Ef∼Gf, ale równocześnie AfXf ≡ Av(Fv→Xv) oraz EfXf ≡ Ev(Fv•Xv). Zob. Timothy Smiley 1962, s. 68. Kwantyfikatory takiej logiki — jak widać — są w samej rzeczy kwantyfikatorami o ograniczonym zakresie logiki jednozakresowej. „Many-sorted logic" jest więc inferencyjnie równoważna względem logiki jednozakresowej, wbrew zamierzeniom realizowanym w niniejszym artykule.

(3) T4*. FoG$\equiv\sim$FaG, bo T4, D5, D2.
(4) T7*. FiG $\equiv$ $\sim$FeG, bo T7, D4, D3.
(5) FeG $\rightarrow$ $\sim$FaG, bo T1.2* i T4*.
(6) $\sim$FiG $\rightarrow$ FoG, bo T7* i T1.2*.

5.2 Prawa tożsamości

T39*. FaF, bo T39 i D2.
T40*. FiF, bo T40 i D4.

5.3 Prawa konwersji

T41*. FiG $\equiv$ GiF.
T42*. FeG $\equiv$ GeF.
T43*. FaG $\rightarrow$ GiF.
T44*. FeG $\rightarrow$ GoF.

5.4 Prawa obwersji

T45*. FaG $\equiv$ FenG.
T46*. FeG $\equiv$ FanG.
T47*. FiG $\equiv$ FonG.
T48*. FoG $\equiv$ FinG.

5.5 Prawa kontrapozycji

T49*. FaG $\equiv$ nGanF.
T50*. FoG $\equiv$ nGonF.
T51*. FeG $\rightarrow$ nGonF.

5.6 Prawa sylogistyczne

5.6.1 Prawa figury pierwszej

T52*. HaG.FaH$\rightarrow$FaG, (tryb Barbara).
T53*. HeG.FaH$\rightarrow$FeG (Celarent).
T54*. HaG.FiH$\rightarrow$FiG (Darii).
T55*. HeG.FiH$\rightarrow$FoG (Ferio).
T56*. HaG.FaH$\rightarrow$FiG (Barbari).
T57*. HeG.FaH$\rightarrow$FoG (Celaront).

5.6.2 Prawa figury drugiej

T58*. GeH.FaH$\rightarrow$FeG (Cesare).
T59*. GaH.FeH$\rightarrow$FeG (Camestres).
T60*. GeH.FiH$\rightarrow$FoG (Festino).
T61*. GaH.FoH$\rightarrow$FoG (Baroco).
T62*. GeH.FaH$\rightarrow$FoG (Cesaro).
T63*. GaH.FeH$\rightarrow$FoG (Camestros).

5.6.3 Prawa figury trzeciej

T64*. HaG.HaF$\rightarrow$FiG (Darapti).
T65*. HaG.HiF$\rightarrow$FiG (Datisi).
T66*. HiG.HaF$\rightarrow$FiG (Disamis).
T67*. HoG.HaF$\rightarrow$FoG (Bocardo).
T68*. HeG.HaF$\rightarrow$FoG (Felapton).
T69*. HeG.HiF$\rightarrow$FoG (Ferison).

5.6.4 Prawa figury czwartej
T70*. GaH.HaF→FiG (Bramantip).
T71*. GaH.HeF→FeG (Camenes).
T72*. GaH.HeF→FoG (Camenos).
T73*. GiH.HaF→FiG (Dimatis).
T74* GeH.HaF→FoG (Fesapo).
T75*. GeH.HiF→FoG (Fresison).

III. ZAKOŃCZENIE

Niniejszy artykuł był próbą pokazania, że logika tradycyjna jest ze swej istoty logiką wielozakresową. Stąd nie powiodły się, bo powieść się nie mogły, dotychczasowe próby jej umieszczenia w ramach logiki jednozakresowej. Stanowi ona fragment logiki wielozakresowej z identycznością, której innym fragmentem, zapewne nadrzędnym, byłaby, jak można by też było łatwo wykazać, logika Hamiltona.

IV. WYKAZ BIBLIOGRAFICZNY

O. Bird, *Syllogistic and its extension,* New Jersey 1964.
G. Boole, *The mathematical analysis of logic,* New York 1947 (I wyd. Cambridge 1847).
L. Borkowski, *Logika formalna,* Warszawa 1970.
L. Borkowski, *Elementy logiki formalnej,* Warszawa 1972.
L. Borkowski, J. Słupecki, *A logical system based on rules and its application in teaching mathematical logic,* Studia Logica 7(1958).
F. Brentano, *Psychologie vom empirischen Standpunkte,* t. I, Leipzig 1874.
J. F. Drewnowski, *Zarys programu filozoficznego,* Przegląd Filozoficzny 37(1934), § *Uogólnienie sylogistyki,* s. 283—285.
G. Frege, *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildeten Formelsprachen des reinen Denkens,* Halle 1879.
S. Jaśkowski, *O interpretacjach zdań kategorycznych Arystotelesa w rachunku predykatów,* Studia Societatis Scientiarum Torunensis, t. II, nr 3, sectio A, Toruń 1950.
J. Jørgensen, *A treatise of formal logic, its evolution and main branches with its relations to mathematics and philosophy,* t. II, London — Copenhagen 1931.
U. Klug, *Zur Lehre von den Kontrapositionsschlüssen,* Zeitschrift für Philosophische Forschung 3(1948), z. 1, s. 1—23.
Z. Kraszewski, *Logika stosunków zakresowych (rachunek zdań zakresowych),* Studia Logica 4(1956), s. 63—116.

H. Lambert, *Logische und philosophische Abhandlungen*, opracował Johann Bernoulli, Berlin 1782.
G. W. Leibniz, *Fragmente zur Logik*, Berlin 1960 (wyd. I 1686).
S. Leśniewski, *O podstawach matematyki*, Przegląd Filozoficzny 31 (1928), s. 261—291.
J. Łukasiewicz, *Dlaczego nie zadawala nas logika filozoficzna*, Ruch Filozoficzny 9(1925), s. 25.
A. Menne, *Einige Ergebnisse der Syllogismus-Forschung und ihre philosophischen Konsequenzen*, (w:) J.M. Bocheński, (*Logisch-philosophische Studien*, Freiburg-München 1959, s. 61—70.
A. Mostowski, *Logika matematyczna*, Warszawa-Wrocław 1948.
E. Nieznański, *Uproszczenie Jaśkowskiego interpretacji zdań kategorycznych*, Studia Philosophiae Christianae 10(1974)1, s. 101—113.
G. Ploucquet, *Sammlung der Schriften, welche den logischen Calcul des Herrn Prof. Ploucquet betreffen*, opracował F. A. Boek, Frankfurt-Leipzig 1766.
J. Salamucha, *Zestawienie scholastycznych narzędzi logicznych z narzędziami logistycznymi*, (w:) *Myśl katolicka wobec logiki współczesnej*. Poznań 1937, s. 35—48.
J. Słupecki, *Uwagi o sylogistyce Arystotelesa*, Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska, t. I, 3 (1946), sectio F, s. 187—192.
J. Słupecki, L. Borkowski, *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, Warszawa 1963.
T. Smiley, *Syllogism and quantification*, Journal of Symbolic Logic 27(1962) nr 1, s. 58—72.
W. A. Smirnow, *Pogrużenije siłłogistiki w isczislenije predikatow*, (w:) *Łogiczeskaja semantika i modalnaja łogika*, Moskwa 1967, s. 254—258.
P. F. Strawson, *Introduction to logical theory*, London-New York 1952.
A. R. Turquette, *A. Menne Logik und Existenz*, Journal of Symbolic Logic 21(1956), s. 389—390.
A. N. Whitehead, B. Russell, *Principia Mathematica*, to 56, Cambridge 1962 (wyd. I 1913).

Eine klassische ein- und mehr-sortige Logik
(Zusammenfassung)

Im vorliegenden Aufsatz werden zwei Arten der klassischen Logik dargestellt und miteinander verglichen. Es handelt sich um ein Problem mit dem Interpretieren von den Aristotelischen Operatoren (a, e, i, o) in die Formalsprachen der Logistik, das bis jetzt noch nicht befriedigend zur Entscheidung gebracht wurde. Es gibt schon zwar mehrere derartige Interpretationen, doch sind sie alle unadäquat. Man stellt da die Behauptung, die geegenwärtige Logik sei eine einsortige Logik: nur mit einem Bereich für alle Individuenvariablen. Die traditionelle Formallogik war dagegen eine mehrsortige Logik. Aus diesem Grund muß man zuerst eine allgemeine mehrsortige Logik bilden und erst danach, innerhalb derjenigen, die Aristotelischen Operatoren interpretieren. In diesem Aufsatz wurden also zuerst (unter der Nummer O) die zugrunde liegenden Konstruktionselemente der Annahmendeduktionssysteme nach der Art und Weise von L. Borkowski und J. Słupecki dargestellt. Dann (unter der Nummer 1) wurde eine mehrsortige Logik gebaut, und danach (unter 2) die einsortige Logik aus der mehrsortigen (als ein ihrer Fragmente) deduziert. Im dritten Teil des Aufsatzes treten verschiedene bisherige Interpretationen der Aristotelischen Operatoren auf. Alle versuchen umsonst den traditionellen Sinn in die neuen Formalsprachen der einsortigen Logik hineinzulegen. Es wurden zehn Systeme von derartigen Interpretationen besprochen. Eine mehrsortige Logik mit der Identität stellt der vierte Teil dar. Unter der Nummer 5 wurde endlich die traditinelle Formallogik aus der mehrsortigen Logik abgeleitet. Man kann auch die Logik von Hamilton als einen Teil der mehrsortigen hervorbringen.