Anna Lemańska

"Fiłosofskije probliemy osnowanij matiematiki", G. I. Ruzawin, Moskwa 1983 : [recenzja]

Studia Philosophiae Christianae 21/1, 166-172

1985

języki. I gdyby autor ustalił, o jakie spośród wielu znaczeń tego wyrażenia chodzi, gdyby dodał odpowiednie dopowiedzenia oraz wziął pod uwagę jego przekładalność na obce języki (np. *Ich lüge es*), być może zrezygnowałby z twierdzenia, że jest ono nonsensem.

Dalej, wydaje się, że autor odmawiając przedmiotu myśli związanej ze zdaniem „Ja teraz kłamię" podziela zarzuconą już dawno koncepcję psychologii w pierwszych etapach jej rozwoju — koniec XIX, początek XX wieku — że korelatem każdej myśli musi być jakiś byt idealny. Byłoby to jakieś atomistyczne podejście do myśli. Jeśli nawiązać do współczesnych stanowisk w psychologii odnośnie tego problemu, że myśl to pewien proces, proces, który rozpada się na wiele etapów, faz i zgodzić się z twierdzeniem podzielanym przez licznych psychologów, że każda myśl ma swój przedmiot, to uwzględniając to stanowisko, byłoby chyba bardzo trudno oprzeć pojęcie nonsensu (ew. bezsensu) na tak bardzo nieprecyzyjnym i budzącym tyle zastrzeżeń pojęciu myśli bezprzedmiotowej.

O ile dla semantyków samozwrotność wyrażeń oznacza denotowanie, desygnowanie bądź opis samych tych wyrażeń przez siebie, to koncepcja E. Grodzińskiego jest zdecydowanie różna, choć bliżej określić się jej nie da. Rozwiązanie „paradoksu kłamcy" podane przez A. Tarskiego i innych logików, oparte na teorii stopni języka, które E. Grodziński poddaje krytyce i chce zastąpić nowymi, polega w swej istocie na wykazaniu, że źródłem paradoksu jest samozwrotność wyrażeń, ale w sensie, który E. Grodziński jedynie wypacza.

Do wartościowych w pracy E. Grodzińskiego zaliczyć wypada rozwiązania paradoksów oparte na ujawnieniu ukrytej wieloznaczności wyrazów składowych, eliptyczności i entymematyczności. Rozwiązania te nie odznaczają się jednak jakąś specjalną oryginalnością.

Ponadto czytelnika musi razić częste posługiwanie się przez autora terminem dowód w sensie nazbyt szerokim. Termin ten, jak wiadomo, ma w literaturze logicznej ściśle określone znaczenie i nazywanie każdej argumentacji, nawet czasem bardzo dyskusyjnej, dowodem oraz powoływanie się na wyniki tego rodzaju argumentacji za pomocą wezwania — jak to już zostało udowodnione — nie tylko, że nie przekonywuje czytelnika, ale wręcz przeciwnie, wzmaga potrzebę krytycznej analizy takiego postępowania.

Mieczysław Bombik

G. I. Ruzawin, *Fiłosofskije probliemy osnowanij matiematiki*, Izdatielstwo „Nauka", Moskwa 1983, ss. 302.

Recenzowana książka poświęcona filozoficznym problemom podstaw matematyki, przedstawia dyskusje toczone wokół różnych koncepcji oparcia matematyki na „pewnych" podstawach. Książka składa się z siedmiu rozdziałów. W dwóch pierwszych analizuje się marksistowską koncepcję dotyczącą powstawania i istnienia pojęć matematycznych. W czterech dalszych podaje się programy, dzięki którym miały zostać wyeliminowane antynomie w teorii mnogości G. Cantora. W ostatnim rozdziale autor przedstawia poglądy bourbakistów, wg których matematyka jest nauką o strukturach abstrakcyjnych.

Przyjrzyjmy się nieco bliżej treści omawianej książki. W rozdziale I autor analizuje sposoby abstrahowania i idealizowania stosowane w matematyce. Na przykładzie pojęć geometrycznych ukazuje, jak tworzone są coraz bardziej ogólne obiekty. Pojęcie przestrzeni euklidesowej trójwymiarowej jest pojęciem wyjściowym dla określenia przestrzeni liniowej dowolnego wymiaru, a także przestrzeni metrycznej i topologicznej. Omawia także metody stosowane w matematyce do otrzymywania ogólniejszych klas obiektów: definiowanie za pomocą klas abstrakcji ustalonej relacji równoważności oraz tworzenie struktur ilorazowych.

Ruzawin nie poprzestaje na metodologicznej tylko analizie abstrakcji i idealizacji, lecz próbuje także wyjaśnić istotę tych czynności, opierając się na poglądach występujących w materializmie dialektycznym. Usiłuje przede wszystkim wykazać, że oba te procesy są w matematyce wprawdzie specyficzne, lecz zasadniczo w swej istocie nie różnią się od analogicznych stosowanych w naukach przyrodniczych i społecznych. Uważa, iż specyfika abstrakcji i idealizacji matematycznej polega przede wszystkim na szerokim stosowaniu abstrakcji wielostopniowych. Różnica między abstrakcją w matematyce a abstrakcją w naukach przyrodniczych jest tylko ilościowa, a nie jakościowa. Autor wielokrotnie wspomina o realnym pochodzeniu pojęć i teorii matematycznych. Jednocześnie zwraca też uwagę na samodzielność pojęć matematycznych (s. 39), ich oderwanie od świata empirii w przeciwieństwie do pojęć nauk przyrodniczych. W dalszym ciągu pracy pisze, iż eksperyment nie ma prawa obywatelstwa w matematyce dzięki abstrakcyjności pojęć i metodzie dedukcyjnej (s. 168). Ten fakt ma odróżniać matematykę od nauk empirycznych. Ruzawin zwraca też słusznie uwagę na to, iż pewne obiekty (np. liczby niewymierne, zespolone) powstały dla wewnętrznych potrzeb matematyki, a dopiero później, często po wielu latach, zostały wykorzystane przy badaniu zjawisk w świecie materialnym (s. 31). Wydaje się, iż teza Ruzawina o istotnej jedności abstrakcji stosowanej w matematyce i naukach empirycznych nie jest wystarczająco uzasadniona. Być może, iż wymienione przez autora różnice świadczą o tym, iż abstrakcja matematyczna stanowi nową jakość w porównaniu do abstrakcji w naukach przyrodniczych. Wydaje się jednak, że stosunek matematyki do nauk empirycznych, jak też specyfika matematyki pozostają w dalszym ciągu niejasne, zaś problemy związane z abstrahowaniem, idealizowaniem i uogólnianiem w matematyce wydają się być bardziej złożone, niż to przedstawiono w pracy.

W drugim rozdziale została poruszona kwestia istnienia abstrakcyjnych i wyidealizowanych obiektów. Autor ukazuje trzy główne rozwiązania tego problemu oparte na poglądach dotyczących uniwersaliów. Są to platonizm, nominalizm i konstruktywizm (konceptualizm). Według Ruzawina żadne z tych rozwiązań nie ujmuje w adekwatny sposób istoty obiektów matematycznych. Autor krytykuje zarówno koncepcję idei Platona, jak i materialistyczne poglądy Arystotelesa oraz subiektywizm Kanta. Następnie przedstawia stanowisko marksistowskie oparte na teorii odbicia, zgodnie z którą pojęcia matematyczne są „abstrakcyjnymi odzwierciedleniami bardzo ogólnych własności i relacji rzeczywistości" (s. 70). Ruzawin poprzestaje w zasadzie na tym ogólnym stwierdzeniu; nie uzasadnia go wystarczająco. Zajmuje się dalej relacją zachodzącą między niesprzecznością a istnieniem obiektów matematycznych. Polemizuje ze skrajnym poglądem w tej sprawie głoszącym, iż niesprzeczność jest warunkiem koniecznym i dostatecznym dla istnienia pojęcia. Uważa, że niesprzeczność można uznać tylko za warunek konieczny dla istnienia, bowiem z dowodów niesprzeczności teorii dokonywanych przez wskazanie, czy skonstruowanie modelu można wyciągnąć wniosek orzekający, że z istnienia pewnych obiektów wynika ich niesprzeczność, a nie odwrotnie (ss. 51—53). Kryterium niesprzeczności nie może więc być warunkiem dostatecznym dla istnienia obiektu.

Zdaniem Ruzawina dla Cantora niesprzeczność pojęcia jest warunkiem wystarczającym dla jego istnienia (s. 51). W związku z tym sformułowaniem nasuwają się pewne wątpliwości. Cantor w przytoczonym na s. 51 fragmencie swojej pracy nie pisze o niesprzeczności pojęcia, lecz o jego niesprzeczności z już wcześniej badanymi pojęciami. Cantor poza tym uważał, iż istnieje tylko jedna „prawdziwa" teoria mnogości. Musiał więc odwoływać się do pewnego zewnętrznego w stosunku do teorii kryterium istnienia obiektów matematycznych. Niesprzeczność takim kryterium być nie mogła.

Przy lekturze tej części książki nasuwa się też wątpliwość dotycząca rozumienia przez autora pojęcia „niesprzeczności". W pracach matematycznych w zasadzie nie używa się tego słowa bez dodatkowych określeń. W szczególności niesprzeczność dotyczy teorii aksjomatycznych, sformalizowanych, czy pewnego układu zdań. Autor pisze też o niesprzeczności własności pewnego pojęcia (s. 51). Nie we wszystkich miejscach pracy jest jasne, czy chodzi mu o niesprzeczność samej definicji pojęcia, czy też o niesprzeczność w ramach pewnego szerszego zbioru zdań.

Uznanie niesprzeczności za kryterium dostateczne i konieczne dla istnienia obiektu wiąże się raczej, jak to zauważył H. Poincaré, z formalizmem niż z platonizmem. Ruzawin z takim stanowiskiem się nie zgadza. Jest zdania, iż kryterium niesprzeczności może być uważane za formę platonizmu (s. 52). Wydaje się jednak, iż w platonizmie uznaje się, że obiekty matematyczne po prostu istnieją niezależnie od podmiotu czy materii. Istnienie w takim ujęciu jest uważane więc za własność pierwotną przysługującą pojęciu matematycznemu niezależnie od innych jego własności, w szczególności od niesprzeczności.

Według marksistowskiej teorii tylko przedmiotom materialnym przysługuje obiektywne istnienie. Pojęcia matematyczne istnieją jedynie warunkowo, zależnie. Predykat „istnieć" odnosi się do nich metaforycznie, są one realne o tyle tylko, o ile odbijają w sobie relacje rzeczywistego, materialnego świata (ss. 72—73). Kwestię istnienia sprowadza autor do problemu ustalenia obiektywności wiedzy matematycznej, natomiast kryteria niesprzeczności czy konstruowalności służą do ograniczenia swobody w operowaniu abstrakcjami tak, aby te ostatnie nie przerodziły się w „czyste fantazje" (s. 72).

Autor odcina się od realizmu umiarkowanego Arystotelesa. Uważa, iż ta koncepcja nie uwzględniała złożoności i dialektyki poznania matematycznego, głównie dlatego, że szczególnie ważne w matematyce abstrakcje wielostopniowe nie były w ogóle rozpatrywane przez Arystotelesa (s. 66). W realizmie umiarkowanym nie została wyjaśniona kwestia powstawania bardziej złożonych obiektów matematycznych.

Ruzawin poprzestaje na przytoczonej wyżej krytyce arystotelesowskiego realizmu umiarkowanego, nie rozpatruje natomiast współczesnych wersji tej koncepcji. Daje to niepełny obraz sytuacji w tym zakresie zwłaszcza, że poglądy marksistów dotyczące kwestii powszechników są pewną wersją realizmu umiarkowanego, wbrew temu co twierdzą sami zwolennicy diamatu. W pracy nie widać dostatecznie jasno zarysowanych różnic między realizmem umiarkowanym, a tym co w kwestii uniwersaliów głoszą filozofowie marksistowscy. Powyższa uwaga odnosi się również do przedstawienia wzajemnych relacji między materializmem dialektycznym, empiryzmem i materializmem metafizycznym. Zanotujmy, że niektóre uwagi krytyczne Ruzawina dotyczące dwóch ostatnich kierunków można odnieść też i do materializmu dialektycznego.

Odtworzenie koncepcji marksistowskiej w odniesieniu do matematyki na podstawie lektury książki jest utrudnione przez to, że autor przedstawia ją w zasadzie na marginesie krytyki innych koncepcji w filozofii matematyki. Brakuje tu wyraźnie oddzielonej części poświęconej tylko poglądom na matematykę w materializmie dialektycznym.

W dwóch pierwszych rozdziałach referowane są w zasadzie rzeczy znane w literaturze przedmiotu. Dotyczy to zarówno ujęcia marksistowskiego, jak i krytyki innych poglądów. Sam Ruzawin opisywał strukturę procesów abstrahowania i idealizowania w swej pracy z 1968 r. (G. I. Ruzawin, *O prirodie matiematiczieskogo znanija*, Moskwa 1968). W recenzowanej książce wykorzystuje w istotny sposób część materiału tam zawartego, uzupełniając go nowym ujęciem poruszanych zagadnień.

W pozostałych pięciu rozdziałach zostały ukazane różne koncepcje podstaw matematyki (aksjomatyzacja teorii mnogości, konstruktywizm, formalizm, logicyzm, program bourbakistów), które miały na celu wyeliminowanie z teorii mnogości antynomii, a także danie odpowiedzi na pytanie o istotę matematyki. Autor referuje główne założenia wspomnianych kierunków oraz dokonuje ich oceny.

Wiele zastrzeżeń może budzić rozdział pracy poświęcony aksjomatyzacji teorii mnogości (ss. 77—126). Przede wszystkim autor nie uwzględnił zupełnie ostatnich wyników badań nad podstawami matematyki. Zajmuje się wprawdzie dosyć szczegółowo twierdzeniami mówiącymi o niesprzeczności i niezależności aksjomatu wyboru i hipotezy continuum, lecz opiera się wyłącznie na pracach, które ukazały się do połowy lat sześćdziesiątych, a więc tuż po opublikowaniu wyników Cohena, czyli sprzed blisko dwudziestu laty. Trudno jest więc zgodzić się ze stwierdzeniem autora, iż są to „nowe badania nad podstawami matematyki" (s. 120).

Autor przedstawia tylko jedną aksjomatykę teorii mnogości, mianowicie aksjomatykę Zermelo-Fraenkla. Jest to najczęściej wykorzystywany układ aksjomatów. Wydaje się jednak, iż można byłoby wyciągnąć ciekawe wnioski uwzględniając też i inne aksjomatyki szczególnie te, w których obok zbiorów występują klasy właściwe. Pozwoliłoby to m.in. na ukazanie sposobów eliminacji paradoksów typu antynomii Russella w szerszym kontekście. W innym też świetle, być może, ukazałby się wtedy platonizm.

Autor pisze o różnych teoriach mnogości, które można uzyskać przyjmując lub odrzucając aksjomat wyboru czy hipotezę continuum. Są to z historycznego punktu widzenia dwie najgłośniejsze i najszerzej znane hipotezy. Należy jednak pamiętać, iż w teorii mnogości rozpatruje się też i inne hipotezy, których obecnie można wyliczyć kilkadziesiąt. Niektóre z nich mają równie szeroki zakres zastosowania co aksjomat wyboru i hipoteza continuum, a przy badaniu ich konsekwencji ukazuje się powiązanie różnych działów matematyki. Warto wymienić tu dwie z takich hipotez. Jedna, ciągle jeszcze nierozstrzygnięta, dotyczy istnienia dużych liczb kardynalnych, druga wiąże się z dowodem Gödla niesprzeczności aksjomatu wyboru i hipotezy continuum, zaś głosi, że uniwersum zbiorów jest identyczne z uniwersum zbiorów konstruowalnych.

Wydaje się, iż autor uznał, że teoriomnogościowe podejście do matematyki należy już w zasadzie do historii. Nie traktuje więc całego problemu zbyt wnikliwie. Nie dostrzega, iż mimo różnych prób oparcia matematyki na zasadniczo odmiennych podstawach, ujęcie aksjomatyczno-teoriomnogościowe jest ciągle akceptowane przez większość matematyków.

Rozdział o aksjomatyzacji teorii mnogości ideowo łączy z rozdziałem o konstruktywizmie (rozdz. IV) próba prześledzenia roli jaką w matematyce odgrywają pojęcia aktualnej i potencjalnej nieskończoności. Ruzawin pisze o abstrakcjach aktualnej i potencjalnej nieskończoności (ss. 78—82) oraz ukazuje, jak oba te pojęcia przenikały do matematyki w czasie jej rozwoju (ss. 82—87, 127—141). Wskazuje na te miejsca, w których nieograniczone stosowanie aktualnej nieskończoności doprowadzało do powstawania antynomii w matematyce. Odkrycie odcinków niewspółmiernych, stosowanie wielkości nieskończenie małych i antynomia zbioru wszystkich zbiorów były przyczynami trzech wielkich kryzysów w matematyce. Ukazuje rolę jaką odgrywało w nich przyjęcie nieskończoności aktualnej. Przezwyciężanie tych kryzysów polegało według Ruzawina na zastępowaniu nieskończoności aktualnej potencjalną. Aby uzasadnić to stwierdzenie autor analizuje idee Eudoksosa oraz Cauchy'ego, które pozwoliły na wyeliminowanie ówczesnych paradoksów. Daje mu to podstawę do szukania podobieństw między dwoma wcześniejszymi kryzysami, a kryzysem w podstawach matematyki z przełomu XIX i XX w. Przezwyciężenie tego ostatniego odbywało się na różnych drogach; nie wszystkie z nich odrzucały nieskończoność aktualną. Np. w aksjomatycznych teoriach mnogości przyjmuje się na podstawie pewnika nieskończoności istnienie nieskończoności aktualnej. Inne podejście charakteryzuje konstruktywizm. To stanowisko dopatruje się źródła antynomii teoriomnogościowych w tym, że do zbiorów nieskończonych stosuje się logikę klasyczną, która według nich odnosi się tylko do obiektów skończonych. W konstruktywizmie odrzuca się więc z reguły pojęcie nieskończoności aktualnej, przyjmuje się natomiast istnienie nieskończoności potencjalnej. Podejście to jest więc analogiczne do rozwiązań Eudoksosa i Cauchy'ego, co sygnalizuje Ruzawin.

W rozdziale IV autor omawia szczegółowo konstruktywizm szkoły Markowa. Nie podaje jednak względnie wyczerpującego porównania różnych odmian konstruktywizmu aktualnie rozwijanych w matematyce. Ukazuje wprawdzie, jak idee konstruktywistyczne przenikały do matematyki, wspomina o intuicjonizmie Brouwera, lecz na temat współczesnych odmian konstruktywizmu zamieszcza tylko niewielkie wzmianki. Tłumaczy to tym, że algorytmiczne podejście Markowa jest równoważne wynikom osiągniętym przez A. Churcha, S. Kleeniego, A. Turinga, E. Posta. Ciekawa mogłaby być jednak analiza teorii Bishopa, którego program matematyki konstruktywnej uwzględnia cechy wspólne różnym odmianom konstruktywizmu. Z teorii tej można uzyskać pozostałe (intuicjonizm, program Markowa, analiza rekurencyjna), przyjmując jeszcze pewne dodatkowe założenia. Z podejściem

Bishopa może również zgodzić się matematyk klasyczny, przyjmujący nieskończoność aktualną oraz nieefektywne metody dowodzenia. Matematyka bowiem rozwija się w zasadzie wbrew programowi konstruktywizmu. Jest jednak interesujące co da się udowodnić korzystając tylko z metod efektywnych.

Ciekawe jest w tym rozdziale porównanie programu intuicjonistycznego Brouwera z metamatematyką Hilberta (ss. 147—148). Do tego problemu autor powraca w rozdziale następnym (ss. 182—183), który jest poświęcony matematyce jako nauce o systemach formalnych. Wskazuje to na zasadność programów konstruktywistycznych w matematyce.

Rozdział V poświęcony jest omówieniu programu Hilberta. Ruzawin przedstawia wnioski wynikające z twierdzeń Gödla o niezupełności bogatszych systemów aksjomatycznych, z twierdzenia Churcha o nierozstrzygalności systemu logiki predykatów pierwszego rzędu i z twierdzenia Tarskiego o niedefiniowalności pojęcia prawdy. Twierdzenia te wyjaśniają, dlaczego program Hilberta nie mógł być zrealizowany w swej pierwotnej wersji. Następnie omawia osłabienia programu Hilberta przez wprowadzenie niefinitystycznych metod, czy odejście od algorytmicznej, rozstrzygalnej procedury. Prezentuje także poglądy H. B. Curry'ego dotyczące formalistycznej filozofii matematyki. Dyskutuje ze stwierdzeniami Curry'ego dotyczącymi quasi-prawdziwości i dopuszczalności matematyki. Dostrzega braki takiego podejścia. Wysuwa własną propozycję. Nie została ona jednakże wystarczająco uzasadniona. Ruzawin stwierdza, że pojęcie prawdziwości koherentnej jest tylko pomocniczym kryterium, które zostało uzasadnione poprzez praktykę społeczną. Zastosowanie systemów formalnych zaś jest związane z tym, iż „przy odpowiedniej interpretacji odzwierciedlają one wiernie niektóre własności i stosunki realnego świata" (s. 211).

Następny rozdział poświęcony jest omówieniu stosunków między logiką a matematyką. Koncentruje się głównie na programie logicyzmu. Ukazuje przyjęte przez Russella i Whiteada założenia, dzięki którym sprowadzają oni arytmetykę liczb naturalnych do logiki. Ruzawin wskazuje, iż tych założeń nie można traktować jako tylko czysto logicznych; teoria mnogości nie jest częścią logiki.

Programy podstaw matematyki ukazane w omówionych powyżej czterech rozdziałach były w literaturze wielokrotnie referowane, jak też dyskutowane z różnych punktów widzenia. Również w Związku Radzieckim ukazało się wiele prac poświęconych ocenie tych programów. Także sam Ruzawin część (wspomnianej już) pracy z 1968 r. poświęcił omówieniu tych kierunków. W recenzowanej książce ukazuje niektóre z tych dawnych zagadnień w nowym świetle; w zasadzie jednak rozważania jego mają raczej charakter historyczny, stanowiąc jeszcze jedno z podsumowań dyskusji nad podstawami matematyki z pierwszej połowy XX wieku. Brakuje ukazania aktualnego stanu badań w rozważanych kierunkach; cytowana literatura nie obejmuje prac najnowszych.

Ostatni rozdział książki omawia poglądy bourbakistów. Ta część pracy, w porównaniu do pozostałych, przedstawia aktualny stan zagadnienia i ujmuje je z różnych punktów widzenia. Autor ustosunkowuje się krytycznie do twierdzenia, iż matematyka jest nauką o strukturach matematycznych. Prezentuje też rozwijaną aktualnie teorię kategorii. Ukazuje jej zalety w odniesieniu do zagadnienia podstaw matematyki; wskazuje, że jest alternatywnym, szerszym podejściem niż teoriomnogościowe. Uważa, że „teoretyczno-algebraiczne podejście pomaga lepiej zrozumieć osobliwości współczesnej matematyki" (s. 270). Rozdział kończy ukazaniem powiązań struktur matematycznych z rzeczywistością (ss. 270—290).

W ostatnim paragrafie tego rozdziału Ruzawin przypomina dwa istotne stwierdzenia materializmu dialektycznego, a mianowicie, że matematyka bada stosunki ilościowe, jest nauką o ilościowo-abstrakcyjnych stosunkach realnego świata, a nie konkretno-jakościowych (ss. 282, 286) oraz że abstrakcje matematyczne odzwierciedlają własności realnego, obiektywnego świata (s. 284).

Recenzowana książka ukazuje obraz matematyki z początku lat sześćdziesiątych. W czasie minionych 20 lat rozwinęły się znacznie stare teorie matematyczne i powstały nowe. Obecnie duże znaczenie dla matematyki przypisuje się rozwojowi metod wykorzystujących maszyny cyfrowe. Prowadzone są badania nad automatycznym dowodzeniem twierdzeń, wykorzystuje się maszyny cyfrowe do weryfikacji hipotez, których do tej pory nie udało się udowodnić metodami tradycyjnymi (n.p. zagadnienie czterech barw). Zastosowanie maszyn cyfrowych w matematyce wydaje się do pewnego stopnia zmieniać dotychczasowe klasyczne wyobrażenie o matematyce jako nauce dedukcyjnej czy formalnej. Szkoda więc, że te sprawy nie zostały nawet wspomniane przez autora.

Ruzawin ocenia przedstawione koncepcje w filozofii matematyki z punktu widzenia materializmu dialektycznego. W niektórych miejscach książki powoduje to, iż formułuje zbyt pochopne wnioski. Na przykład na s. 92 pisze, że przejście od liczb skończonych do nieskończonych jest ilustracją prawa dialektyki przechodzenia ilości w jakość. Nie wyjaśnia jednak tego bliżej. Autor bardzo szeroko rozumie określenie „idealizm". Jako idealistyczne określa wszystkie kierunki niematerialistyczne, co bardzo zubaża ich obraz.

Wydaje się, że Ruzawin w niektórych miejscach pracy specyficznie wykorzystał wypowiedzi filozofów lub matematyków, umieszczając je m.in. w takim kontekście, aby służyły do potwierdzenia wysuwanych przez niego tez. Na przykład na s. 41 pisze, iż E. Beth uważa za nieadekwatne koncepcje matematyki oparte na ideach Kartezjusza, Hume'a, Locke'a, Berkeley'a, Kanta i Milla. Powołuje się przy tym na książkę: E. Beth, J. Piaget, *Mathematical epistemology and psychology*, Dordrecht (Holland) 1966, s. 4. Tymczasem na s. 4 wymienionej pracy Beth nie podaje wspomnianych nazwisk, zaś samo zdanie mówiące o nieadekwatności tradycyjnych koncepcji matematyki zostało umieszczone w specjalnym kontekście. Mianowicie, nieco wcześniej Beth pisze, iż pragnie zrozumieć inne poglądy jako sensowne oraz że „ma awersję do wszelkich doktryn, które zmuszają nas do odrzucenia innych opinii jako 'bez sensu' ", dalej zaś stwierdza, iż należałoby zaakceptować pewną syntezę współczesnych tendencji.

Mimo pewnej jednostronności w ujęciu problematyki podstaw matematyki można recenzowaną książkę polecić tym wszystkim, którzy interesują się powyższą problematyką i jej filozoficznymi aspektami, a także filozofią matematyki w ujęciu marksistowskim. W książce są zebrane interesujące szczegóły dotyczące ciągle aktualnych i ważnych zagadnień związanych z różnymi programami uprawiania matematyki. Praca ta może więc stanowić wstęp do dalszych studiów.

Anna Lemańska