Anna Lemańska

Zagadnienie quasi-empiryzmu matematyki

Studia Philosophiae Christianae 21/2, 186-193

1985

Człowiek bowiem nie może z tego samego powodu, co substancje nieżywe, determinować tego typu doskonałości, współstanowiącej quidditas innego człowieka, poprzez te podmiotowane przez siebie przypadłości, które są skutkami aktualizacji tych doskonałości, współstanowiących jego *quidditas*, które stanowione są przez treści materialne. Człowiek nie może również determinować tego typu doskonałości, współstanowiącej quidditas innego człowieka, poprzez te podmiotowane przez siebie przypadłości, które są skutkami aktualizacji doskonałości, współstanowionej przez współstanowiące jego *quidditas* treści *formalne*. Te bowiem przypadłości, jako przede wszystkim przypadłości poznania, nie są przypadłościami aktywnymi, lecz biernymi, przypadłościami, poprzez które człowiek nie determinuje innych substancji, lecz które determinowane są przez te substancje. Niektóre z tych przypadłości, jak można sądzić, są jedynie principiami innych tego typu przypadłości, podmiotowanych przez tego samego człowieka.

Jaka więc substancja determinuje jako principium zewnętrzne doskonałość współstanowiącą *quidditas* człowieka, a wyznaczoną przez wewnątrzbytowe principium szczegółowe rozumności? Jeżeli tą substancją nie jest ani substancja nieżywa, ani substancja żywa nierozumna, ani człowiek, to należy uznać, iż substancja tego typu nie jest dana naszemu bezpośredniemu poznaniu. Mówiąc inaczej, nie jest poznawalna zmysłowo, a więc nie współstanowiona w swej ontycznej strukturze przez materię.

Skutek — mówi Tomasz w *De ente et essentia* — wskazuje na swoją przyczynę. Principium zewnętrznym, determinującym doskonałość, współstanowiącą *quidditas* człowieka, a wyznaczoną przez wewnątrzbytowe principium szczegółowe rozumności, jest więc substancja rozumna, stanowiona w swej esencjalnej warstwie przez formę, współstanowioną przez akt i możność. *Quidditas*, współstanowiącą formę tej substancji, posiada tego typu ontyczną strukturę, iż substancja ta podmiotuje takie przypadłości aktywne, których istoty stanowione są przez treści ontyczne, powstałe jako skutki aktualizacji doskonałości, wyznaczonej przez wewnątrzbytowe principium szczegółowe rozumności. Substancję taką nazywa Tomasz w *De ente et essentia* właśnie inteligencją.

4. ZAKOŃCZENIE

Tomasz w *De ente et essentia* nie pokazuje, w jaki sposób odkrywa się istnienie inteligencji, tak jak pokazuje, w jaki sposób odkrywa się istnienie Boga [12]. Nie oznacza to jednak, iż Tomasz przyjmuje istnienie inteligencji ad hoc. W świetle bowiem jego koncepcji człowieka struktura ludzkiej natury nie tylko wskazuje nam na istnienie inteligencji, ale także niejako określa nam ich ontyczną strukturę.

ANNA LEMAŃSKA

ZAGADNIENIE QUASI-EMPIRYZMU MATEMATYKI

Imre Lakatos (1922—1974) poświęcił szereg prac problemowi metodologicznego charakteru matematyki. Postawił w nich tezę głoszącą, iż matematyka jest nauką quasi-empiryczną. W jednej z pierwszych

---

[12] Por. tamże 33.

prac[1] zajmuje się typami dowodów, które są akceptowane przez matematyków. Wyróżnia wśród nich trzy grupy: dowody preformalne, formalne i postformalne[2]. Uważa, iż dowody formalne, czy takie, które dają się do nich uzupełnić, stanowią tylko jeden z typów; natomiast dowodów preformalnych i postformalnych nie można do wspomnianych sprowadzić. Pokazuje to na przykładach. Dowodem preformalnym jest dla niego przeprowadzony w 1811 r. przez Cauchy'ego dowód twierdzenia Eulera o wielościanach[3]. I. Lakatos uważa, iż jest to raczej intuicyjne pokazanie prawdziwości twierdzenia, niż dowód w sensie logicznym, mimo to matematycy akceptują takie „eksperymenty myślowe" jako dowody[4]. Dowód postformalny otrzymuje się dowodząc twierdzeń w geometrii rzutowej przy pomocy zasady dualności[5], która jest twierdzeniem metateorii, gdyż dotyczy m.in. pojęcia dowodliwości w systemie. Dowód przy pomocy tej zasady, oprócz aksjomatów geometrii rzutowej, wymaga więc pewnych pojęć metateoretycznych, nie daje się zatem sformalizować w samej teorii. Innym przykładem dowodu postformalnego jest dowód Gödla, iż podane przez niego zdanie nierozstrzygalne jest prawdziwe w standardowym modelu[6].

Twierdzenie Eulera i jego dowód były jeszcze kilkakrotnie wykorzystywane przez I. Lakatosa. zwłaszcza do ilustracji heurystycznych zasad, według których odbywa się tworzenie i wzrastanie nowych, nieformalnych teorii matematycznych. Wiedza matematyczna nie powstaje bowiem poprzez kumulowanie się niepodważalnych prawd[7]. Teoria matematyczna nie tworzy się od razu jako teoria aksjomatyczna, ani tym bardziej jako sformalizowana. Twierdzenia z reguły bywają wypowiadane, a następnie dowodzone zanim teoria zostaje skodyfikowana w system aksjomatyczny. Dowody więc nie mogą się opierać na aksjomatach. Na początku mamy do czynienia z teorią nieformalną. Proces

[1] I. Lakatos, *What does a mathematical proof prove?* w: I. Lakatos, *Mathematics, science and epistemology*, ed. J. Worrall, G. Currie, Cambridge University Press 1983, 61—69. Jest to praca pisana prawdopodobnie między 1959 a 1961 r. na seminarium T. J. Smiley'a. I. Lakatos nie opublikował jej, wydaje się także, iż po 1961 r., do niej nie powrócił. Zmienił także swe poglądy na pewne poruszone tam kwestie (uwaga wydawcy, s. 61). Zasadnicza teza artykułu pozostaje jednak zgodna z innymi poglądami I. Lakatosa, toteż praca stanowi dobry punkt wyjścia dla ich zreferowania.

[2] Tamże, 61.

[3] Twierdzenie Eulera o wielościanach: jeżeli V jest liczbą wierzchołków wielościanu, E — liczbą krawędzi, F — liczbą ścian, to $V-E+F=2$, pod warunkiem, że wielościan jest wypukły lub że można w sposób ciągły przekształcić go na wypukły.

[4] I. Lakatos, *Mathematics, science and epistemology*, dz. cyt., 64—65. W dalszym ciągu pozycja ta będzie cytowana jako: I. Lakatos, *Mathematics,...*

[5] Zasada dualności: jeżeli w dowolnym twierdzeniu o płaszczyźnie rzutowej zamienimy terminy punkt i prosta, to otrzymane zdanie znów okaże się twierdzeniem o płaszczyźnie rzutowej.

[6] I. Lakatos, *Mathematics...*, 68—69.

[7] I. Lakatos. *Proofs and refutations. The logic of mathematical discovery*, ed. J. Worrall, E. Zahar, Cambridge University Press 1976 1976, 5. W dalszym ciągu pozycja ta będzie cytowana jako: I. Lakatos, *Proofs...*

aksjomatyzacji następuje dopiero wtedy, gdy teoria jest już zaawansowana.

Heurystyczne zasady, według których odbywa się tworzenie nowej wiedzy matematycznej, określa I. Lakatos jako metodę dowodów i sprostowań (*the method of proofs and refutations*)[8]. Można ją rozbić na kilka etapów. Najpierw wysuwa się pierwotne przypuszczenie (*the primitive conjecture*). Do jego sformułowania dochodzi się rozwiązując zagadnienie drogą kolejnych prób i błędów (*by trial and error*), przez stawianie przypuszczeń i ich odrzucanie (*throught conjectures and refutations*)[9], a nie poprzez indukcyjne uogólnianie pewnych faktów[10]. Następnym krokiem jest znalezienie dowodu wypowiedzianego przypuszczenia. Dowód jest eksperymentem myślowym, w wyniku którego uzyskuje się szereg powiązanych ze sobą lematów, prowadzących do pierwotnego przypuszczenia (*the thought-experiment wchich leads to decomposition of the original conjecture into subconjectures*)[11]. Przyjęcie takiego określenia nie wyklucza możliwości znalezienia dowodu dla fałszywego przypuszczenia. Powiązane bowiem ze sobą lematy mogą być interesujące pomimo, iż istnieją kontrprzykłady obalające przypuszczenie[12].

Przypuszczenie razem z jego dowodem należy poddać próbie obalenia. Po ewentualnym znalezieniu globalnych kontrprzykładów[13] trzeba w dowodzie odszukać te lematy, dla których jest to również kontrprzykład. Następnie należy wykryć lub zidentyfikować lematy czy założenia, na których ten krok dowodowy się opierał. Z kolei trzeba poprawić pierwotne przypuszczenie przez dodanie do niego wspomnianych, ukrytych założeń jako dodatkowych warunków. Jeżeli zostanie znaleziony lokalny kontrprzykład, należy poprawić miejsce w dowodzie, zastępując je lematem poprawnym. Czasami może być konieczne w takiej sytuacji znalezienie zupełnie nowego, głębszego dowodu.

Po tych etapach może mieć miejsce jeszcze etap następny, polegający na analizie dowodów innych twierdzeń, które są związane z badanym przypuszczeniem. Nowe bowiem lematy lub pojęcia utworzone na podstawie analizowanego odwodu mogą ingerować również w uznane poprzednio twierdzenia. Należy także zbadać przyjęte już konsekwencje przypuszczenia.

Natomiast analiza znalezionych kontrprzykładów może spowodować powstanie nowego obszaru badań. Na przykład stosując metodę, nazwaną przez I. Lakatosa dedukcyjnym zgadywaniem (*the deductive guessing*)[14], uzyskuje się wzory na związek między liczbą wierzchołków, ścian i krawędzi wielościanów dla tych, które nie spełniają związku

---

[8] Użyty przez I. Lakatosa termin *refutation* może znaczyć zarówno *odrzucenie*, *obalenie* jak i *sprostowanie*. Wydaje się, iż istotę omawianej metody najlepiej oddaje określenie *sprostowanie*, gdyż w zasadzie nie odrzuca się pierwotnego przypuszczenia, a tylko je poprawia.

[9] I. Lakatos, *Mathematics...*, 96, *Proofs...*, 73.

[10] I. Lakatos, *Proofs...*, 73—74.

[11] Tamże, 9. 13—14.

[12] Tamże, 14, 23.

[13] Globalny kontrprzykład jest to kontrprzykład obalający przypuszczenie. Musi być on jednocześnie kontrprzykładem przynajmniej dla jednego miejsca w dowodzie. W odróżnieniu od globalnego, lokalny kontrprzykład nie obala przypuszczenia, a tylko jedno z miejsc w dowodzie. Tamże, 10—11.

[14] Tamże, 70—81. W tym przypadku dowód poprzedza twierdzenie.

V—E+F=2. Dało to początek próbom klasyfikacji wielościanów, a następnie rozwojowi topologii algebraicznej [15].

I. Lakatos podkreśla, iż poprawianie pierwotnego przypuszczenia po odkryciu kontrprzykładów nie powinno się odbywać na drodze *ad hoc* wprowadzanych definicji (*the monster-barring method*) [16] lub założeń (*the exception-barring method*) [17], lecz poprzez analizę początkowego dowodu. Przyjęte wtedy dodatkowe założenia wynikają z samego dowodu, są więc niejako naturalne — były bowiem niejawnie czy nieświadomie już w tym dowodzie przyjęte. Podobnie, na podstawie dowodów, odbywa się tworzenie nowych pojęć matematycznych. Kontrprzykład dla pierwotnego przypuszczenia może bowiem ujawnić potrzebę przyjęcia nowego (szerszego lub węższego) określenia w stosunku do już używanych [18].

Opisana metoda dotyczy etapu powstawania nowych, nieformalnych teorii. W takim przypadku dowód może odkryć pewne nieoczekiwane aspekty pierwotnego przypuszczenia. I. Lakatos zauważa, iż w rozwiniętej (*mature*) już teorii może to nie mieć miejsca. Twierdzenie więc nie zawsze musi się różnić od pierwotnego przypuszczenia, a tym samym może nie zaistnieć konieczność poprawiania go [19] i stosowania metody dowodów i sprostowań.

Metoda dowodów i sprostowań jest podobna do heurystycznych zasad stosowanych w naukach przyrodniczych. Zarówno w nich jak i matematyce stawia się pierwotne przypuszczenia, dowodzi się ich, a następnie może pojawić się konieczność ich poprawienia, czy nawet odrzucenia. Różnica między matematyką a naukami przyrodniczymi leży, zdaniem I. Lakatosa, tylko w naturze przypuszczeń, dowodów (w naukach przyrodniczych są to wyjaśnienia) i kontrprzykładów [20]. To porównanie matematyki z naukami przyrodniczymi sięga głębiej niż tylko do podobieństwa metod heurystycznych, według których tworzy się nowe teorie. Otóż dowód I. Lakatos rozumie jako eksperyment myślowy, jako test, który nie gwarantuje prawdziwości twierdzenia. Uważa, iż próby uzasadniania pewności i finalności dowodu są skazane na niepowodzenie. Nie ma właściwie żadnej metody, która pozwoliłaby uznać, iż stosowana procedura dowodów i sprostowań doprowadziła do niepodważalnego twierdzenia tak, że nie trzeba go już więcej poprawiać. W ten sposób matematyka staje się nauką hipotetyczną, zawsze możliwą do obalenia. Nawet teorie sformalizowane nie są niepodważalne. Problem ich hipotetyczności przenosi się bowiem na poziom metateorii, które są nieformalne i dla których nie ma pewnych metod ustalenia ich prawdziwości. Są one albo fałszywe albo hipotetyczne [21].

Te poglądy I. Lakatosa należy umieścić w znacznie szerszym kon-

---

[15] Wymienione kroki metody dowodów i sprostowań są sformułowane w: I. Lakatos, *Proofs*..., 50, 58, 59, 76, 127, 128, a ich analizie jest poświęcona cała ta praca.

[16] Tamże 23.

[17] Tamże, 26.

[18] I. Lakatos analizuje to na przykładach nst. określeń: zbieżności jednostajnej ciągu funkcji, funkcji o wahaniu ograniczonym, całki Riemanna i Lebesgue'a, definicji Carathéodory'ego zbiorów mierzalnych. Tamże, 144—154.

[19] Tamże, 42.

[20] Tamże, 74.

[21] Tamże, 125.

tekście jego poglądów na naturę teorii dedukcyjnej. Wyróżnia mianowicie trzy racjonalistyczne programy (euklidesowy, empiryczny czy quasi-empiryczny, indukcjonistyczny) mające na celu przezwyciężenie sceptycyzmu i uporządkowanie wiedzy w pewien system dedukcyjny. Różnice między nimi polegają na innych kierunkach „przepływu" wartości logicznych. W teorii euklidesowej wartość logiczna prawdy jest transmitowana od góry systemu w dół. Na górze systemu znajdują się aksjomaty, a transmisja prawdy odbywa się poprzez kanały dedukcyjne (dowody). Zapewnia to prawdziwość wszystkim twierdzeniom systemu, o ile prawdziwe były aksjomaty. W teorii empirycznej (quasi-empirycznej) natomiast na dole systemu znajdują się zdania bazowe (*basic-statements*), od których w górę systemu następuje retransmisja fałszu, również kanałami dedukcyjnymi (wyjaśnienia). Teoria quasi-empiryczna nie może nigdy uzyskać niezawodnego potwierdzenia; może być albo fałszywa albo hipotetyczna. W programie indukcjonistycznym próbuje się utworzyć kanał, poprzez który prawda płynęłaby od dołu do góry systemu. W tym celu wprowadza się nową zasadę „retransmisji prawdy" [22].

Przyjęte określenie teorii quasi-empirycznej pozwala I. Lakatosowi włączyć do nich zarówno nauki przyrodnicze, jak i matematykę. Wprawdzie tę ostatnią próbowano od czasów Starożytności zamknąć w ramach teorii euklidesowej, to jednak wysiłki te, zdaniem I. Lakatosa, nie przyniosły oczekiwanych rezultatów, co więcej w dalszym ciągu są skazane na niepodzenie. I. Lakatos analizuje dwie próby sformułowania podstaw matematyki w postaci teorii euklidesowej: logicyzm Russella i program Hilberta. Matematyki nie udało się sprowadzić do logiki, gdyż do systemu trzeba było wprowadzić aksjomaty pozalogiczne: redukowalności, nieskończoności, wyboru. Można próbować tego dokonać jedynie przez wyjście poza ramy teorii euklidesowej [23]. Natomiast z drugiego twierdzenia Gödla [24] wynika, że pierwotny program Hilberta jest niewykonalny. Niesprzeczność jakiejś teorii sformalizowanej może być bowiem wykazana tylko w innej teorii, która staje się metateorią tej, o której niesprzeczność nam chodzi. Mamy więc tu do czynienia z nieskończonym odwoływaniem się do coraz to nowych, z wyższego piętra, metateorii. Taka procedura nie może być przeprowadzona w ramach teorii euklidesowej [25]. Twierdzenie Gödla, zdaniem I. Lakatosa, przemawia za hipotetycznością wiedzy matematycznej, również i z tego powodu, iż w jednym systemie sformalizowanym nie da się zawrzeć np wszystkich własności „prawdziwych" liczb naturalnych. Każda bowiem teoria aksjomatyczna opisująca własności liczb naturalnych jest niezupełna [26].

I. Lakatos pisze, iż jego pojęcie teorii quasi-empirycznej jest znacznie szersze niż pojęcie teorii empirycznej w zwykłym sensie, dla której zdaniami bazowymi czy potencjalnymi falsyfikatorami są pojedyncze, czasowo-przestrzenne zdania [27]. Dla teorii quasi-empirycznej jest istotny tylko kierunek przepływu wartości logicznych, a nie rodzaj zdań bazowych. W ten sposób, jak to stwierdzono wyżej, matematy-

[22] I. Lakatos, *Mathematics...*, 4—8, 28—30.

[23] Tamże, 14—17.

[24] Twierdzenie Gödla: niesprzeczność systemu zawierającego arytmetykę jest w tym systemie niedowodliwa, o ile jest on istotnie niesprzeczny.

[25] I. Lakatos, *Mathematics...*, 20—23.

[26] Tamże, 92.

[27] Tamże, 29.

ka została włączona w obręb teorii quasi-empirycznych, mimo iż jej zdaniami bazowymi nie mogą być zdania czasowo-przestrzenne. Różnica między matematyką a naukami przyrodniczymi jest spowodowana tylko innymi potencjalnymi falsyfikatorami [28]. I. Lakatos próbuje określić, jakie zdania mogą być zdaniami bazowymi dla matematyki. Wyróżnia mianowicie dwa rodzaje potencjalnych falsyfikatorów: logiczne i heurystyczne. Logicznymi są zdania postaci (-p,p). Dla formalistów, według których teoria sama określa swój obszar przedmiotowy, są to jedyne falsyfikatory. I. Lakatos nie uznaje tego poglądu, gdyż uważa, iż teoria sformalizowana jest zawsze pewną formalizacją już istniejącej teorii nieformalnej. Jest więc zdania, iż istnieją również falsyfikatory heurystyczne, na przykład twierdzenia teorii nieformalnej [29].

I. Lakatos krytykuje euklidesowy program uprawiania matematyki, a w związku z tym poglądy formalistyczne i metodę dedukcyjną. Matematyka bowiem ani nie jest, ani nie tworzyła się poprzez kumulowanie wiecznych niezmiennych prawd, jak jest to przedstawiane w wykładzie dedukcyjnym. I. Lakatos podkreśla w swych pracach moment dynamiczny, twórczy w całym procesie tworzenia matematyki i uważa, iż ten moment również powinien pojawić się w wykładzie teorii. Natomiast „styl dedukcyjny ukrywa walkę, ukrywa przygodę" [30]. Przy tego typu wykładzie nie widać dlaczego pewne pojęcia czy założenia zostały wprowadzone, jaka jest ich funkcja, gdyż przedstawia się już pewien gotowy produkt, w którym zawsze sformułowanie twierdzenia poprzedza jego dowód [31].

Matematyka jest quasi-empiryczna w dwóch aspektach. Pierwszy dotyczy samego procesu tworzenia nowych teorii. Metody stosowane na tym etapie są bowiem takie same jak w naukach empirycznych. Drugi dotyczy już samych teorii, które są zawsze hipotetyczne. Mogą mieć wprawdzie wysoki stopień potwierdzenia (korroboracji), mimo tego zawsze jeszcze się może okazać, iż są w nich zdania fałszywe.

Ocena zreferowanych poglądów jest utrudniona przez to, iż I. Lakatos właściwie nie próbuje rozwiązać pewnych istotnych problemów dotyczących natury matematyki, a które ściśle łączą się z przytoczonymi wypowiedziami. Mianowicie nie jest nigdzie określone, jakie obiekty bada matematyka, jaki jest jej przedmiot, a w związku z tym nie jest wyjaśnione, co można uważać za fakty w matematyce, do których miałyby się odnosić prawdziwość lub fałszywość wypowiadanych o nich zdań [32]. Ponieważ I. Lakatos nie zajmuje się również te-

[28] Tamże, 35. Porównaj także I. Lakatos, *Proofs...*, 74.

[29] I. Lakatos zastrzega się jednak, że nie wszystkie teorie są jednakowo możliwe do obalenia poprzez heurystyczne falsyfikatory. Nieformalna teoria grup na przykład została tak skutecznie zastąpiona teorią aksjomatyczną, iż możliwość heurystycznego obalenia tej ostatniej wydaje się być mało prawdopodobna. I. Lakatos, *Mathematics...*, 36.

[30] I. Lakatos, *Proofs...*, 142.

[31] Jest to szczególnie ważne dla uczących się matematyki. W wykładzie dedukcyjnym bowiem można odnieść wrażenie, iż pewne pojęcia czy założenia pojawiają się *the sleight-of-hand*. Tamże, 142.

[32] Tę lukę próbuje zapełnić P. Marchi (*Mathematics as a critical enterprise*, w: *Essays in memory of Imre Lakatos*, ed.: R. S. Cohen, P. K. Feyerabend, M. W. Wartofsky, Dordrecht 1976, 379—393). Uważa ona, iż za fakt w matematyce analogiczny do faktów nauk przyrodniczych należy uznać twierdzenia matematyczne.

matem natury nieformalnych teorii, przeto nie jest jasne do czego miałyby się odnosić falsyfikatory heurystyczne, które według niego są twierdzeniami tego rodzaju teorii. Stwierdza, iż rozwiązania tych problemów nie mogą być jednolite, a klasyczne rozróżnienia epistemologii na aprioryczny — aposterioryczny. analityczny — syntetyczny nie są adekwatne dla tego celu [33]. Warto też dodać w tym miejscu, iż niepełność poglądów I. Lakatosa na naturę matematyki daje możliwości różnej ich interpretacji.

W poglądach I. Lakatosa dotyczących logiki odkrycia matematycznego widać wyraźny wpływ idei K. Poppera. Twierdzi się, iż I. Lakatos dostosował jego poglądy dotyczące rozwoju nauk przyrodniczych do matematyki. Warto odnotować jednak jedną co najmniej z zachodzących różnic. Według K. Poppera hipotezę, dla której znaleziono kontrprzykład, należy odrzucić, według I. Lakatosa — poprawić. Przypuszczenie nie jest bowiem w zasadzie odrzucane, a tylko modyfikowane przez wprowadzenie dodatkowych założeń [34].

I. Lakatos występuje przeciwko indukcjonizmowi i to zarówno na etapie stawiania hipotezy, jak później w czasie jej poprawiania. Pierwotne przypuszczenie nie jest indukcyjnym uogólnieniem faktów. Te poglądy są kontynuacją myśli K. Poppera. Dla I. Lakatosa, podobnie jak K. Poppera, ani matematyka, ani nauki przyrodnicze nie są indukcyjne. Te stwierdzenia są w wyraźnej sprzeczności z poglądami G. Polya'i, który uważał, iż do sformułowania przypuszczenia dochodzimy na drodze indukcji. Następnie tak uzyskane stwierdzenie próbujemy udowodnić. I. Lakatos taki pogląd odrzuca chociaż, jak sam stwierdza, matematyczna heurystyka G. Polya'i była inspiracją dla jego poglądów. Wydaje się jednak, iż w matematyce przy odkrywaniu nowych twierdzeń indukcja odgrywa pewną rolę, nie można więc jej całkowicie wykluczyć. Jak zauważa J. Agassi, przy rozwiązywaniu równań różniczkowych mamy do czynienia z nst. procedurą: najpierw próbujemy odgadnąć rozwiązanie, a następnie sprawdzić, czy jest ono prawidłowe. To postępowanie nie mieści się w ramach metody dowodów i sprostowań, natomiast jest zgodne z procedurą weryfikacji G. Polya'i. Tak więc, stwierdza J. Agassi, poglądy I. Lakatosa na matematykę są zbyt wąskie [35].

Metodę dowodów i sprostowań uważa I. Lakatos za heurystyczną zasadę odkrywania nowej wiedzy matematycznej. W związku z tym nasuwają się dwa pytania. Pierwsze: jakiego poziomu metoda ta dotyczy, czy indywidualnego, a więc poszczególnych matematyków i pewnych procesów psychologicznych w nich zachodzących, czy raczej już gotowego (do pewnego stopnia) produktu, który został uzewnętrzniony i zakomunikowany przy pomocy znaków. Drugie: czy procesy heurystyczne opisują stan faktyczny, czy raczej są postulatem normatywnym. Trudno jest udzielić jednoznacznych odpowiedzi na te pytania. Jak się wydaje I. Lakatos nie zajmował się psychologią odkrycia, chociaż niektóre fragmenty mogą być częściowo pomocne przy tego typu badaniach, a raczej cechami charakterystycznymi tworzenia się i rozwoju matematyki jako produktu niejako „wyalienowanego" z działalności po-

[33] I. Lakatos, *Mathematics...*, 40—41.

[34] Zauważa to m.in. A. Ł. Nikiforow, *Ot formalnoj łogiki k istorii nauki*, Moskwa 1983, 104—105.

[35] J. Agassi, *The Lakatosian Revolution*. w: *Essays in memory of Imre Lakatos*, dz. cyt., 18—19.

szczególnych matematyków[36]. Trudno jest jednak oddzielić od siebie te momenty, które dotyczą samych procesów psychologicznych od tych, które odnoszą się do autonomicznego względem tych procesów produktu. Udzielenie jednoznacznej odpowiedzi na drugie z postawionych pytań jest niemożliwe. Na korzyść rozwiązania stwierdzającego, iż opisana metoda jest tylko postulatem normatywnym mogłoby świadczyć to, iż I. Lakatos krytykuje inne, jego zdaniem niewłaściwe, metody tworzenia wiedzy matematycznej, jak się jednak wydaje, I. Lakatos swoją metodę uważa za pewien ogólny schemat rozwoju matematyki, opisujący stan faktyczny, a więc w jaki sposób rozwijają się w rzeczywistości teorie matematyczne.

Pozostaje otwartym problemem, w jaki sposób rozwijają się zaawansowane teorie matematyczne, czy takie które są już od dawna zaksjomatyzowane. I. Lakatos nie zajmuje się rolą aksjomatyzacji i formalizacji w rozwoju wiedzy matematycznej. Analiza jednak tych metod może być istotna dla zrozumienia i ukazania na ile stwierdzenia I. Lakatosa o tym, że w matematyce nie jest możliwa do osiągnięcia ścisłość i że jest to nauka hipotetyczna, są do zaakceptowania, zwłaszcza, iż opiera się on przy ukazywaniu hipotetyczności matematyki na twierdzeniu Gödla, dotyczącym własności teorii sformalizowanych[37].

I. Lakatos dla ilustracji swoich tez posługuje się przykładami twierdzeń i dowodów z XIX-wiecznej matematyki. Warto może byłoby spróbować w świetle jego metody spojrzeć na powstające aktualnie nowe teorie i dać odpowiedź, czy te heurystyczne zasady również się do nich stosują.

Poglądy I. Lakatosa na matematykę są oryginalne. Ukazują pewne aspekty tej nauki nie dostrzegane przedtem. Wyłamują się z klasycznych stwierdzeń, że matematyka albo jest indukcyjna i aposterioryczna albo dedukcyjna i aprioryczna. Quasi-empiryzm I. Lakatosa polega na czymś innym, nie opowiada się on za żadnym z tych rozróżnień; matematyka nie jest ani indukcyjna, ani też nie jest zbiorem niepodważalnych prawd. Jego poglądy, mimo że nie rozwiązują wszystkich problemów, są cenne i warte dalszego rozwijania.

KAZIMIERZ SZAŁATA

OBRONA FILOZOFII TOMISTYCZNEJ NA POCZĄTKU DWUDZIESTEGO WIEKU

(IDZI RADZISZEWSKI, HENRYK ROMANOWSKI, JACEK WORONIECKI, PIOTR CHOJNACKI)

Filozofia tomistyczna ma już swoją siedemsetletnią tradycję, mimo to, jej odrodzenie w dwudziestym wieku jest wydarzeniem wielkim zarówno w historii tomizmu, jak też i w historii filozofii w ogóle. Po okresie czasowej fascynacji kantyzmem, heglizmem i pozytywizmem tomizm stał się na nowo filozofią aktualną, podejmującą wszelkie proble-

[36] I. Lakatos, *Proofs...*, 145—146.

[37] W. J. Pierminow (*Empirizm w sowriemiennoj fiłosofii matiematiki*, w: *Tieorieticzieskoje i empiriczieskojey w sowriemiennom nauczпom poznanii*, Moskwa 1984, 195—213) podjął próbę wykazania, iż poglądy I. Lakatosa dotyczące tych zagadnień są problematyczne.