Tadeusz Boncler

On the divisors of the power binomial xn + yn

Studia Philosophiae Christianae 23/2, 215-217

1987

Następnie głos zabrał ks. doc. dr hab. Janusz Tarnowski, który poruszył m.in. sprawę dwojakiej krytyki danego stanowiska, czego nie da się na gruncie przedstawionych w referacie ustaleń odtworzyć, gdyż nie może być dwóch zdań w sposób istotny różniących się, a sprzecznych z takim samym trzecim zdaniem.

Potem przemówił ks. doc. dr hab. Franciszek Rosiński, który zwrócił uwagę na to, że krytyce podlegają przecież nie tylko zdania oznajmujące, ale również pytania. Tymczasem fakt ten nie został w referacie uwzględniony.

Referent uznał zasadność poruszonej kwestii i — co za tym idzie — konieczność rozszerzenia zakresu przedmiotów krytyki o pytania właśnie. Spowoduje to jednak problemy jeśli chodzi o postać narzędzia krytyki adekwatnego dla krytykowanego pytania; ta sprawa nie została jednak poruszona.

Po ks. F. Rosińskim głos w dyskusji zabrał mgr Tomasz Olszewski. Skoro przedmiotem krytyki może być nie tylko czyjeś stwierdzenie czegoś (zdanie w sensie logicznym), ale i jakaś norma, reguła, a wreszcie pytanie, to czy przedmiotem krytyki może być również czyjś sąd, czyjeś przypuszczenie lub przekonanie? A jeśli tak, to czym byłoby narzędzie krytyki? Jeśli ma być sprzeczne ze zdaniem, w którym ów sąd został wyrażony, to okaże się, że krytykuje się nie czyjeś mniemanie, ale jedynie treść tego sądu. T. Olszewski prosił także o wyjaśnienie związku pytania o np. konsekwencje moralne krytyki z samą krytyką (pytanie takie pojawia się w ostatnim punkcie schematu).

W pierwszej sprawie Referent przytaknął sugerowanej przez tłumaczącego pytanie na niemiecki ks. M. Bombika odpowiedzi, że rzecz cała została uwzględniona w punkcie drugim schematu: przedmiotem krytyki byłoby zdanie znaczące treść danego mniemania, a samo to mniemanie byłoby uwzględniane przy interpretacji tego zdania.

TADEUSZ BONCLER

ON THE DIVISORS OF THE POWER BINOMIAL X^n+Y^n*

Let be given the power binomial of the form

$$x^n+y^n \tag{1}$$

which takes for $n=2^s$ the form

$$x^{2^s}+y^{2^s}. \tag{2}$$

In our considerations the power exponent is $n=2^s$ ($s=1, 2, 3,...$) and x, y are arbitrary natural numbers not equal to zero, one of them being even, the other odd.

Since the number x is even, we may write $x=2h$, while the odd number y is of the form $y=2t+1$ and we get

* Artykuł ten stanowi formalne uzupełnienie rozumowania przedstawionego w pracy: T. Boncler, *Uwaga w sprawie wielkiego twierdzenia Fermata*, St. Phil. Chris. 20(1984)2. Z tego względu zostaje tutaj zamieszczony.

$$x^n + y^n = (2h)^n + (2t+1)^n, \text{ for } n = 2^s \tag{3}$$

We shall now prove that the expressions appearing in (3) have the following properties:

(4) $x^n = (2h)^n$ is of the form $2np$ when $n2^s$,

(5) $y^n = (2t+1)^n$ is of the form $2nq+1$ when $n = 2^s$.

It should be noted, moreover, that if $n = 2^s$, then the Newton coefficients have the following properties:

(a) if $n = 2^s$ all the Newton coefficients (except $\binom{n}{0} = \binom{n}{n}$) are even,

(b) $\binom{2^s}{2^r} = 0 \mod 2^{s-r}$, $(s > r)$ and, if $r = s-1$, we have $\binom{2^s}{2^r} \equiv 0 \mod 2$,

(c) if $(2^s, k) = 1$, then $\binom{2^s}{k} \equiv 0 \mod 2^s$ and, if $k = 2^r \cdot e$, then $\binom{2^s}{2^r \cdot e} \equiv 0 \mod 2^{s-r}$.

We shall now evaluate in (4) the first term, that is $x^n = (2h)^n = 2^n \cdot h^n = 2^{s+1} \cdot (2^n \cdot 2^{s+1}) \cdot h^n = 2 \cdot 2^s \cdot 2^{n-s-1} \cdot h^n = 2 \cdot n \cdot 2^{n-s-1} \cdot h^n = 2 \cdot n \cdot p$ if we assume that $p = 2^{n-s-1} \cdot h^n$. Thus we finally obtain

$$x^n = 2 \cdot n \cdot p, \tag{6}$$

which property holds for all $s = 1, 2, 3,\ldots$ If $s = 2$, then $p = 2 \cdot h^n$ which is even, if $s = 3$, then $p = 2^4 \cdot h^n$ which is even. For the remaining values of s the term p will throughout be even, hence we may write

$$x^n = 4 \cdot 2^s \cdot p_1, \quad s = 2, 3, 4,\ldots \tag{6a}$$

Let us now evaluate in (5) the term $y^n = (2t+1)^n$ and we obtain

$$y^n = (2t+1)^n = (2t)^n + \binom{n}{1}(2t)^{n-1} + \binom{n}{2}(2t)^{n-2} + \ldots + \binom{n}{n-2}(2t)^2 + \binom{n}{n-1}(2t) + 1 \tag{7}$$

In (7) the expression $(2t)^n$ can be evaluated as in (6) $(2h)^n$; then we may write that $(2t)^n = 2 \cdot n \cdot q_0$, where $q_0 = 2^{n-s-1} \cdot t^n$. Finaly we get

(8) $(2t)^n = 2 \cdot n \cdot q_0$ where beginning with $s = 2, 3, 4,\ldots$ q_0 is even, as in condition (6). For $s \geqslant 2$ we have $(2t)^n = 4 \cdot n \cdot q_0$.

The remainning terms in (7) (according to properties (a), (b), (c)) are divisible by $2 \cdot n$, so that finally

(9) $y^n = (2t+1)^n = 2nq_0 + 2nq_1 + \ldots + 2nq_{n-2} + 2nq_{n-1} + 1 =$
$2n(q_0 + q_1 + \ldots + q_{n-1}) + 1$.

Setting $q = q_0 + q_1 + \ldots + q_{n-1}$, we gest

$$y^n = 2 \cdot n \cdot q + 1. \tag{10}$$

Recollecting the results expressed by formulas (6) — (10) we get

(11) $x^n + y^n = 2np + 2nq + 1 = 2n(p+q) + 1$.

Setting $k = p + q$ we finally obtain that

$$x^n + y^n = 2nk + 1. \tag{12}$$

It is easy to check that for $s \geqslant 2$ q is even, so the formula (12) takes for all $s = 2, 3, 4,..$ the form

$$x^n + y^n = 4nk + 1. \text{ for } n = 2^s \tag{13}$$

We prove that if the power exponent $n=2^s$ and $s=2, 3, 4,...$, then the expressions of the type x^n+y^n have as only divisors numbers of the form $4nk+1$.

In a similar way it can be proved that expressions of the type $x^n - y^n = x^{2^s} - y^{2^s}$, where $s = 2, 3, 4,...$ have at least one divisor prime or composite, of the form $2nk + 1$.

WOLFGANG WALDSTEIN

BYT I POWINNOŚĆ

(Wykład prof. Uniwersytetu Salzburskiego wygłoszony w Katedrze Logiki Wydziału Filozofii Chrześcijańskiej ATK dnia 18.10.1985; przekładu dokonał Mieczysław Bombik)

Już Hume twierdził, że „z sądu o bycie nie można wyprowadzić żadnego sądu powinnościowego" [1]. George Edward Moore w swoich *Principia Ethica* (1903) określił [2] próbę „sprowadzania własności etycznych... do pozaetycznych" jako „fałszywe wnioskowanie naturalistyczne". W filozofii prawa tezy te stały się szczególnie ważkie dzięki Hansa Kelsena czystej nauce prawa. Kiedy zaś niedawno mój kolega z Salzburga Theo Mayer-Maly badając pojęcie natury rzeczy odnośnie do prawa rzymskiego, doszedł do wniosku, że chodzi tam o to, aby „wytropić struktury wzajemnego oddziaływania bytowych i powinnościowych czynników w naturze rzeczy" [3], inny kolega, znawca prawa rzymskiego, Franz Horak twierdzi kategorycznie: „uważam za sprzeczność samą w sobie utrzymywanie, że w naturze lub istocie czegoś, co istnieje, mogłaby się już pośrednio znajdować jakaś powinność" [4]. Ponieważ problem ten ma duże znaczenie nie tylko dla teraźniejszości, lecz również i dla zrozumienia tego, czego dokonała rzymska nauka prawa, której zawdzięczamy europejską kulturę prawniczą, jest on wart bliższego zbadania. Znaczenie nauki Kelsena o relacji między bytem a powinnością wyjaśnia logik prawa Ulrich Klug w następujących słowach: „Do podstawowych tez czystej nauki prawa Hansa Kelsena zalicza się znane twierdzenie, dotyczące zasadniczego rozróżnienia między wypowiedziami o bycie a wypowiedziami powinnościowymi, wraz z konsekwencją, «że stąd, iż coś istnieje, nie może wynikać, że coć istnieć powinno, jak również stąd, że coś być powinno, nie może wynikać, iż coś jest». Chociaż stwierdzenie to powinno, jakby się mogło już na pierwszy rzut oka wydawać, logicznie zniewalać, to jednak ów dualizm bytu i powinności, na którym opiera się kelsenowska analiza oraz teoria pozytywnego prawa, staje się wciąż na nowo celem gwałtownych ataków. Motyw owych sprzeciwów jest zrozumiały, gdyż już w tym miejscu, a więc u podstaw czystej nauki prawa, zostaje podważone proponowane rozwiązanie pro-

---

[1] A. Hügli, *Historisches Wörterbuch der Philosophie* (wyd. J. Ritter + K. Grūnder) 6 (1984) 521.

[2] Tamże 519 i n.

[3] *Studi in onōre di E. Volterra II* (Milano 1971)124.

[4] *Rationes decidendi, Entscheidungsbegründungen bei den alteren Juristen bis Labeo I* (1969) 277 przypis 4.