Anna Lemańska

"Razwitije priedstawlienij o nadiożnosti matiematiczeskogo dokazatielstwa", W. J. Pierminow, Moskwa 1986 : [recenzja]

Studia Philosophiae Christianae 24/1, 227-231

1988

RECENZJE

W. J. Pierminow, *Razwitije priedstawlienij o nadiożnosti matiematiczieskogo dokazatielstwa*, Izd. Moskowskogo Uniwersitieta 1986, ss. 240.

Na przełomie XIX i XX w. odkrycie antynomii w teorii mnogości spowodowało rewizję głoszonych przedtem poglądów na naturę matematyki, a w szczególności podważyło wiarę w pewność i ścisłość tej dyscypliny naukowej. Trzy programy: logicyzmu, intuicjonizmu i formalizmu, których zasady zostały określone na początku XX w., miały za zadanie znalezienie podstaw, dzięki którym matematyka mogłaby być znowu uważana za ideał ścisłości. Argumenty przeciwników poszczególnych kierunków, a także wyniki uzyskane w badaniach nad podstawami matematyki wykazały niemożliwość pełnej realizacji każdego z wymienionych programów. Obecnie powszechnie znane są tezy zarówno zwolenników jak i przeciwników logicyzmu, formalizmu bądź intuicjonizmu i w zasadzie można uznać, iż dyskusja nad tymi kierunkami stanowi już pewien zamknięty etap w historii filozofii matematyki.

Obok usiłowań oparcia matematyki na niepodważalnych podstawach bez wykraczania poza tę dyscyplinę, czynione były również próby określenia istoty matematyki przy pomocy ogólnych zasad metafizycznych lub teoriopoznawczych (np. koncepcja marksistowska), czy też dotyczących nauki jako całości (np. poglądy I. Lakatosa). W wymienionych, a także w innego typu poglądach nastąpiło zanegowanie trwającego ponad dwa tysiące lat ideału matematyki jako wiedzy ścisłej, niepodważalnej, która może służyć za wzór do naśladowania dla innych dyscyplin naukowych.

Obecnie w filozoficznej refleksji nad matematyką brakuje w zasadzie rozwiązań pozytywnych. Głoszone są poglądy bądź negujące możliwość osiągnięcia w matematyce ścisłości i niepodważalności rezultatów, bądź też traktuje się matematykę tylko jako wygodny język, czy narzędzie mające zastosowanie w naukach przyrodniczych. W tym kontekście praca W. J. Pierminowa, w której znalazły się rozwiązania pozytywne, zasługuje na uwagę. Autor próbuje wykazać, opierając się na faktach z historii matematyki, a także na aktualnym obrazie tej dyscypliny, że dowód można uważać za ścisły, a twierdzenia matematyczne za pewne i niepodważalne. Punktem wyjścia dla rozważań Pierminowa jest uznanie matematyki za „funkcjonalnie podległy podsystem w systemie całej wiedzy naukowej" (s. 12). Z takiej funkcjonalno-systemowej perspektywy Autor bada problem ścisłości w matematyce. Wartò w tym miejscu zwrócić uwagę, iż matematyka jest rozpatywana zarówno w ścisłym powiązaniu z innymi naukami, jak i w swoim historycznym rozwoju. Aspekt historyczny jest bardzo ważny, gdyż Autor miał możliwość dzięki niemu przebadania, jak zmieniały się poglądy na interesujące go problemy, w szczególności ukazuje funkcjonowanie różnych norm i kryteriów ścisłości.

Dla całości pracy podstawowe znaczenie ma rozdział I (*Hermetyczność i wiarygodność dowodu — Giermieticznost' i dostowiernost' dokazatielstwa*), w którym Pierminow wprowadza określenia i rozróżnienia, wykorzystywane w całej książce. Definiuje pojęcie hermetyczności dowodu matematycznego oraz dzieli dowody na dwa typy: dowody treściowe (*sodierżatielnyje dokazatielstwa*) i dowody formalne. Według niego dowód treściowy opiera się na pewnych oczywistych własnościach badanych obiektów, które nie są w jawny sposób uwzględniane w założeniach. Dowód taki nie jest więc hermetyczny. Tendencja do jawnego precyzowania wszystkich przyjmowanych założeń oraz wykorzystywanych środków logicznych doprowadziła do formalizacji teorii matematycznych. Sformalizowanie argumentów stanowi dopiero gwarancję pełnej hermetyczności dowodu. Istotne w poglądach Pierminowa jest stwierdzenie, że pomimo formalizacji żadne rozumowanie człowieka nie jest wolne od elementów treściowych oraz intuicji (ss. 26—27). W dalszym ciągu tego rozdziału Autor wyróżnia dwa poziomy dowodu: intuicyjny i lingwistyczny oraz stwierdza, iż tylko na poziomie lingwistycznym można utworzyć procedurę, która zapewni nam pełną hermetyczność dowodu.

W rozdziale II (*Niezawodność norm logicznych — Nadieżnost' łogiczieskich norm*) bada, w jaki sposób jest wykorzystywana logika w dowodach matematycznych. Zasadniczą tezą tego rozdziału jest to, iż logika klasyczna stanowi realną podstwę dla rozumowań. Z tego względu systemy logik odmiennych od klasycznej nie wnoszą niczego nowego w próby wyjaśnienia, jak przebiegają nasze rozumowania; nie dają bowiem adekwatnego obrazu tego, jak w rzeczywistości myślimy.

Rozdział III (*Jednoznaczność dowodu w systemie przesłanek — Odnoznacznost' dokazitielstwa w sistiemie posyłok*) jest poświęcony zagadnieniu niesprzeczności systemów dedukcyjnych oraz wnioskom wypływającym z twierdzeń Gödla. Zdaniem Pierminowa twierdzenia Gödla nie wykluczają możliwości istnienia logicznego uzasadnienia niesprzeczności matematyki, gdyż pojęcia finityzmu i wiarygodności nie pokrywają się (ss. 149—150). Tym samym nasz Autor uznaje, iż pewne dowody niesprzeczności matematyki takiego typu, jak przeprowadził G. Gentzen, mogą stanowić uwiarygodnienie matematyki. Pogląd taki jest odrzucany przez większość badaczy podstaw matematyki, tym niemniej argumenty, które przytacza Pierminow na poparcie swego stanowiska, zasługują na uwagę.

W rozdziale IV (*Tautologiczność dowodów — Tawtołogicznost' dokazatielstw*) natomiast Pierminow bada, czy dowód twierdzenia matematycznego jest tautologiczny tzn., czy zawiera więcej informacji, niż mieści się jej w założeniach. Autor uważa, iż dowód nie jest pozbawiony elementów treściowych, a w samym twierdzeniu jest więcej informacji niż w aksjomatach. Dzieje się tak dlatego, że w dowodzie opieramy się z reguły nie tylko na samych aksjomatach teorii, lecz również na przyjętych określeniach, które, zdaniem Pierminowa, konkretyzują świat relacji zadany przy pomocy aksjomatów (s. 194). Poza tym z psychologicznego punktu widzenia twierdzenie jest czymś nowym, gdyż ukazuje niedostrzegane poprzednio powiązania między badanymi obiektami.

Należy też odnotować, iż Pierminow ustosunkowuje się do poglądów tych autorów, którzy wypowiadali się na tematy przez niego poruszone. Obszernie omawia koncepcje I. Lakatosa (4 paragraf I rozdziału), I. Kanta, J. S. Milla, E. Husserla, J. Piageta (2 paragraf II rozdziału), intuicjonistów (4 paragraf II rozdziału) oraz J. Hintikki (3 paragraf IV rozdziału).

Z tego krótkiego przeglądu treści poszczególnych rozdziałów pracy Pierminowa widać, jak wiele różnych problemów zostało w niej poruszonych. Główny cel książki stanowi próba wykazania, iż dowód w matematyce jest ścisły, że wyniki uzyskane zgodnie z wymogami metodologicznymi stawianymi dowodom są pewne, a wiara matematyków w jednoznaczność dowodu ma w pełni obiektywne podstawy (s. 177). Zdaniem Pierminowa pewność i ścisłość matematyki jest związana z istnieniem intuicyjnie oczywistych założeń, na których opierają się teorie matematyczne. Elementy intuicyjne i treściowe obecne w każdym dowodzie współistnieją z pełną hermetycznością i wiarogodnością dowodu. Aby to wykazać, Autor analizuje cztery typy intuicji, które, jego zdaniem, odgrywają rolę w tworzeniu wiedzy matematycznej. Są to intuicje: empiryczna, prakseologiczna, kategorialna i konceptualna.

Najprostszym typem intuicji jest intuicja empiryczna, która wykształca się w czasie długiego obcowania z zadanego typu obiektami. Przejawia się w tym, że matematyk niejako „wyczuwa", czy dany problem jest możliwy do rozwiązania, jakie metody można będzie zastosować itp. (ss. 28—29). Z logicznego punktu widzenia intuicja empiryczna stanowi niejawną formę rozumowania przez analogię (s. 29).

Podobną rolę w tworzeniu matematyki jak intuicja empiryczna odgrywa intuicja konceptualna. Ten rodzaj intuicji wytwarza się w czasie badania obiektów pewnej teorii matematycznej i dotyczy wyłącznie tych przedmiotów. Możliwość powstania intuicji konceptualnej widzi Pierminow w tym, że każda teoria wytwarza swoje „wewnętrzne intuicyjne tło" — wtórną intuicję związaną tylko z obiektami danej teorii.

Intuicje empiryczna i konceptualna nie stanowią oparcia dla pewności twierdzeń matematycznych. Taką podstawę natomiast dają intuicje prakseologiczna i kategorialna. Intuicja prakseologiczna przejawia się w bezpośrednim widzeniu świata przedmiotowego. Opiera się na zdolności człowieka do rozróżniania i utożsamiania przedmiotów i ich prostych kombinacji (s. 30). „Intuicja prakseologiczna wyraża się w szczególności w zdolności do bezpośredniego ustalania możliwości lub niemożliwości istnienia określonych kombinacji przedmiotów" (s. 31). Pierminow uważa, iż znaczna część twierdzeń matematycznych zawdzięcza swoją wiarogodność właśnie tego typu intuicji, gdyż treść tych stwierdzeń odwołuje się (czasami pośrednio) do konstatacji dotyczących ilości bądź uporządkowania pewnych elementów. Wprawdzie określony człowiek może pomylić się przy liczeniu lub stwierdzaniu uporządkowania, to jest jednak mało prawdopodobne, by duża grupa ludzi popełniła ten sam błąd. Z tego względu intuicja prakseologiczna może stanowić swoistego rodzaju kryterium prawdziwości twierdzeń matematycznych (s. 48). Prawdy matematyczne oparte na tego typu intuicji Pierminow nazywa wiarogodnymi z dokładnością do społeczno-praktycznej konstatacji lub granicznie uzasadnionymi (*priedielno obosnowannymi*). Teoretycznie nie można oczywiście wykluczyć błędów, to jednak praktycznie pomyłka jest niemożliwa, gdy odwołamy się do doświadczenia całego społeczeństwa (s. 31). Na poparcie tej tezy Pierminow przytacza przykłady z historii matematyki, stosunkowo szybkiego eliminowania przez społeczność matematyków błędów popełnionych przez indywidualnego badacza.

Pierminow stwierdza, iż człowiek posiada zdolności do ujmowania pewnych ogólnych własności bytów czyli kategorii. Intuicja kategorialna stanowi zatem jedną ze stron procesu bezpośredniego poznawania świata. Druga strona tego procesu jest związana z intuicją prakseologiczną, która odnosi się do poszczególnych przedmiotów i ich kombinacji. Natomiast dzięki intuicji kategorialnej poznajemy pewne ogólne własności bytów takie jak nieskończoność, ciągłość itp.

W matematyce, zwłaszcza w geometrii euklidesowej, mamy również do czynienia ze stwierdzeniami, których wiarogodność można uznać poprzez odwołanie się do intuicji kategorialnej. Pierminow uważa, iż prawdy matematyczne poznane przez intuicję prakseologiczną bądź kategorialną nie podlegają logicznym korekturom, są niejako ponad logiką i żadne prawa logiczne nie mogą spowodować ich zmiany.

Zdaniem Pierminowa dzięki tym typom intuicji można uznać twierdzenia matematyczne za pewne a dowody za ścisłe. Szczególną rolę w tym zakresie odgrywa intuicja prakseologiczna, która stanowi podstawę również dla uznania pewności dowodów sformalizowanych. Takie dowody są wprawdzie wolne od elementów treściowych, to jednak sama idea dowodu sformalizowanego znajduje swoje źródło i podstawę w intuicji prakseologicznej (s. 40).

Zaufanie do intuicji, uznanie wiedzy intuicyjnie oczywistej za punkt oparcia dla pewności i wiarogodności twierdzeń nie są czymś oryginalnym i nowym w myśli filozoficznej. Wystarczy wspomnieć koncepcje Kartezjusza, fenomenologów, Bergsona, w których wprawdzie różnie pojmuje się i tłumaczy możliwość intuicji, tym niemniej uznaje się istnienie prawd poznawanych przez nią. Pierminow nie tylko uważa, iż intuicja daje poznanie granicznie uzasadnione, lecz próbuje także dać odpowiedź, dlaczego jest to możliwe. W jego rozwiązaniu tego problemu widać wyraźny wpływ idei materializmu dialektycznego. Pierminow bowiem uważa, iż podstawą dla uznania szczególnej roli intuicji prakseologicznej w uzasadnianiu pewności twierdzeń matematycznych jest praktyka społeczno-historyczna społeczeństwa. Należy jednak zwrócić uwagę, iż Pierminow inaczej wykorzystuje kategorię praktyki społecznej, niż się to czyni powszechnie w filozofii matematyki nurtu marksistowskiego. Zwolennicy diamatu uważają bowiem, że praktyka społeczna służy jako kryterium potwierdzające prawdziwość całej wiedzy matematycznej, bądź jej poszczególnych teorii ale jako kryterium pośrednie. Potwierdza się bowiem teorie matematyczne jako części teorii przyrodniczych. Pierminow zaś odwołuje się do praktyki społeczno-historycznej przy uzasadnianiu pewności i oczywistości prawd ujmowanych intuicyjnie.

Powołanie się na kategorię praktyki społeczno-historycznej przy uzasadnianiu „nieomylności" intuicji może budzić różnego rodzaju zastrzeżenia. Warto więc odnotować, iż można szukać „uprawomocnienia" dla intuicji bez odwoływania się do kategorii praktyki społeczno-historycznej. Wystarczy wspomnieć o dwóch takich rozwiązaniach. Mianowicie J. Piaget uważa, iż przyczyna tego, że ludzie myślą w zasadzie jednakowo i uznają za intuicyjnie oczywiste pewne prawdy, leży w takich samych etapach rozwoju struktur poznawczych stymulowanych doświadczeniem fizycznym i logiczno-matematycznym podmiotu. Zwolennicy ewolucyjnej teorii poznania jeszcze inaczej tłumaczą występowanie intuicyjnie oczywistych prawd. Odwołują się do wrodzonych, nabytych na drodze ewolucji kategorii poznawania, ujmowania rzeczywistości fizycznej, które jako swoistego rodzaju formy przystosowania organizmu do środowiska informują o tym otoczeniu i jednocześnie stanowią podstawę do takiego samego „widzenia" świata. Wydaje się więc konieczne rozpatrywanie roli intuicji w tworzeniu matematyki w znacznie szerszym kontekście, niż uczynił to Pierminow. Stworzyłoby to bowiem możliwości dla głębszego i wieloaspektowego ujęcia problemu. Tym niemniej cenne w poglądach Pierminowa jest dowartościowanie roli intuicji w procesie tworzenia matematyki i ukazanie na możliwość uzasadniania pewności wiedzy matematycznej poprzez odwołanie się do intuicji prakseologicznej.

Anna Lemańska

Problema poiska żizni wo Wsjelennoj, Trudy tallinskogo simpoziuma, Moskwa 1986, 256 stron.

Mamy przed sobą materiały z sympozjum odbytego w Tallinie w dniach od 7 do 11 grudnia 1981 roku, poświęconego problemowi istnienia oraz poszukiwania życia we Wszechświecie.

Sympozjum to zgromadziło liczną grupę uczonych z ZSSR, nadto 8 osób ze Stanów Zjednoczonych i po jednym uczestniku z Francji, Japonii, Kanady, Bułgarii, Polski i Węgier.

Recenzowany tom zawiera ogółem 39 prac, które zostały zgrupowane w trzech działach: 1. Ogólne zagadnienia związane z powstaniem i rozwojem życia we Wszechświecie (19 prac), 2. Materiały i wyniki poszukiwania życia rozumnego we Wszechświecie (9 prac), 3. Perspektywy i programy (11 prac). Prezentują one szeroki wachlarz hipotez i stanowisk tyczących się tematyki sympozjum.

A więc np. I. S. Szkłowski opowiada się za hipotezą głoszącą, że życie rozumne na Ziemi jest czymś unikalnym w Kosmosie. Inaczej widzi to zagadnienie N. S. Kardaszew, który jest zdania, iż wśród obserwowanych przez nas obiektów astronomicznych winny występować takie, które będą świadczyć o działalności na nich istot rozumnych. K. K. Rebane rozważa problem łączności z cywilizacjami pozaziemskimi z punktu widzenia pierwszej i drugiej zasady termodynamiki. Wskazuje na możliwe drogi znalezienia sygnałów od cywilizacji pozaziemskich. Zwraca również uwagę na wartość tego rodzaju badań dla ludzkości. B. N. Panowkin krytycznie ustosunkowuje się do tradycyjnego podejścia do zagadnienia powstania życia poza Ziemią, które polega na ekstrapolowaniu modelu powstania życia na Ziemi. Proponuje podejście alternatywne w oparciu o cybernetykę charakteryzujące się uwzględnianiem ogólnych prawidłowości tyczących się systemów samoorganizujących się. Jest zdania, że przystosowanie się samoorganizujących się systemów do otoczenia powoduje wytworzenie specyficznego środowiska. Konsekwentnie istnieje podstawa, aby przypuszczać, że ziemska forma życia rozumnego jest unikalna we Wszechświecie. L. W. Leskow wskazuje na znaczenie podejścia systemowego do zagadnienia poszukiwania pozaziemskich cywilizacji. Istota jego polega tutaj na możliwości badania najbardziej ogólnych prawidłowości ewolucji cywilizacji kosmicznych niezależnie od tego jak liczny jest ich zbiór. M. Subotowicz i Z. Paprotnyj podają krytyczny przegląd metod poszukiwania cywilizacji pozaziemskich. Wyróżniają cztery ich rodzaje: 1) Wysyłanie i odbieranie fal i cząstek, 2) Metody artefakta, 3) Metody astrofizyczne, 4) Metody biologiczne. J. Tarter daje przegląd przeprowadzonych badań doświadczalnych mających na celu poszukiwanie sygnałów od cywilizacji pozaziemskich. Przegląd ten zaczyna się od roku 1960. Redaktorzy uzupełnili go do czerwca 1984. Zawiera on ponad 40 programów badawczych. Daje dobry obraz wysiłków włożonych celem otrzy-