Teresa Grabińska

# Determinizm i redukcjonizm w świetle matematyki współczesnej

Studia Philosophiae Christianae 28/1, 19-30

1992

Studia Philosophiae Christianae
ATK
28(1992)1

TERESA GRABIŃSKA

# DETERMINIZM I REDUKCJONIZM W ŚWIETLE MATEMATYKI WSPÓŁCZESNEJ



## 1. REGULARNOŚĆ ROZWIĄZAŃ RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH A DETERMINIZM ZJAWISK FIZYCZNYCH

Opis zachowania się większości (a do niedawna — niemal wszystkich) procesów fizycznych jest przedstawiony przez równania całkowe i całkowo-różniczkowe. Wśród nich równania różniczkowe liniowe zajmują szczególnie ważne miejsce, ponieważ dostarczają dokładnych i regularnych rozwiązań. Zgodnie z tymi rozwiązaniami, wielkości fizyczne reprezentowane przez ciągłe funkcje różniczkowalne (lub operatory) zachowują się w sposób deterministyczny.

Determinizm modeli fizycznych utożsamia się z regularnością opisu procesów fizycznych. Regularność to oznacza, że równania różniczkowe liniowe wraz z odpowiednio dobranymi warunkami początkowymi (brzegowymi) wyznaczają ciągłą zmienność danej wielkości w czasie i przestrzeni (lub względem innego parametru). Przyporządkowanie wartości danej wielkości fizycznej wartościom jej parametru jest jednoznaczne. Deterministyczna regularność różniczkowych modeli fizycznych jest zgodna ze stanowiskiem ontologicznym ścisłego determinizmu, wedle którego każde zjawisko powinno mieć swoją przyczynę, zaś związek między przyczyną a skutkiem powinien być jednoznaczny. W tym ściśle deterministycznym ujęciu, proces jest łańcuchem przyczyn i skutków, następujących po sobie w sposób ciągły.

Wyłącznie deterministyczne ujmowanie zjawisk w przyrodzie (nie tylko fizycznych) było wielokrotnie krytykowane zarówno przez filozofów jak i przedstawicieli nauk szczegółowych. Ci ostatni, w odniesieniu choćby do opisu zjawisk kwantowych o probilistycznym charakterze lub osobliwości kosmologicznych, próbowali szukać ujęć ogólniejszych od ujęcia ściśle deterministycznego, nawiązujących np. do równań różniczkowych nieliniowych.

## 2. ZWIĄZEK MIĘDZY DETERMINIZMEM A REDUKCJONIZMEM

Jeżeli przyjmuje się stanowisko głoszące, że związek przyczynowo-skutkowy prowadzi na poziomie ontologicznym do hierarchii poziomów struktury obiektów, to wówczas każdy proces jest wynikiem bardziej elementarnych zjawisk, z których każde jest z kolei wynikiem jeszcze bardziej elementarnych ... itd. Ponieważ procesy elementarne przebiegają na elementarnych poziomach struktury badanego obiektu, podobna hierarchia przenosi się na składowe struktury obiektu.

Stanowisko wyrażone w konieczności redukowania każdego złożonego zjawiska (obiektu) i praw nim rządzących do prostszych praw, obowiązujących dla bardziej elementarnych zjawisk (części składowych) nazywa się stanowiskiem redukcjonizmu. (Ograniczamy się tu do redukcjonizmu dotyczącego określonej klasy zjawisk — fizycznych). Stanowisko ścisłego determinizmu i stanowisko redukcjonizmu wymagają wyraźnego rozróżnienia między przyczyną i skutkiem — odnośnie zjawisk oraz całością i częścią — odnośnie obiektów, a także postulują jednoznaczny (wyrażony np. za pomocą funkcji analitycznej) związek między zjawiskami. Determinizm i redukcjonizm wyznaczają perspektywę metodologiczną naukowych teorii fizykalnych.

Niedeterministyczne i holistyczne podejście do opisu zjawisk fizycznych zwykle było traktowane jako wyłącznie filozoficzne [1], bez żadnych ilościowych konsekwencji wynikających z równań. Przyczyn takiej sytuacji było kilka. Jedna z nich, niewątpliwie ważna dla fizyki, polegała na braku przez długi czas odpowiedniego aparatu matematycznego. Aparat taki został rozwinięty w ostatnim dziesięcioleciu głów-

---

[1] S. Kazimier, *Modyfikacja praw fizycznych a kwestia wyjaśniania przesunięć prążków widmowych galaktyk*, Studia Filozoficzne 7 (1980), 105—113; M. Zabierowski, *Structuralism in contemporary metrology*, Reports on Philosophy 6 (1982), 99—107; M. Zabierowski, *O pewnym programie badawczym w kosmologii i kosmogonii*, Z Zagadnień Filozofii Przyrodoznawstwa i Filozofii Przyrody VII (1985), 69—155.

nie dzięki temu, że okazał się naturalny w rozwijających się współcześnie naukach komputerowych (*computer science*). Jego podstawy można odnieść do tzw. matematyki patologicznej, teorii wymiarów nietopologicznych, osobliwego charakteru rozwiązań i problematyki nieliniowych równań różniczkowych. Nowa matematyka, zwana geometrią fraktalną, umożliwia taki opis obiektów, w których związek między częścią a całością nie wymaga hierarchii poziomów elementarności. Natomiast matematyka zwana czasem „empiryczną" umożliwia badanie modeli zjawisk, których regularność jest odmienna od regularności ściśle deterministycznej [2].

### 3. HOLISTYCZNA KONCEPCJA STRUKTURY OBIEKTU W ŚWIETLE GEOMETRII FRAKTALNEJ

Przedmiotem geometrii fraktalnej jest badanie własności obiektów matematycznych, które posiadają własność fragmentacji w każdej skali. Obiekty te nazywają się fraktalami [3]. (W szczególności, jeśli na każdym poziomie fragmentacji powielona jest ta sama struktura, to mamy wtedy do czynienia z fraktalami samopodobnymi). Pierwszymi matematycznymi fraktalami były nieróżniczkowalne funkcje nieskończenie kolczaste, (np. funkcja Weierstrassa, Dirichleta, Bolzano), funkcje nieciągłe w każdym punkcie (np. funkcja Peano) oraz zbiory typu zbioru Cantora. Wszystkie te konstrukcje matematyczne wyróżniały się tym, że wyrażające je funkcje nie były analityczne. Wspomniane i inne fraktale (samopodobne) definiowane są za pomocą procedury ich konstrukcji. Każdy krok procedury wyznacza fragmentację pewnej wyjściowej struktury, powielaną w odpowiedniej proporcji, w nieskończonej liczbie kroków.

Ze względu na nieskończony charakter fragmentacji i kolejne zmiany skali powielania, globalna struktura obiektu jest na ogół ogromnie skomplikowana i nie da się jej opisać za pomocą żadnej różniczkowalnej a często i ciągłej krzywej: obiekty o takiej strukturze nie podlegają opisowi w języku

---

[2] T. Grabińska, *O potrzebie uogólnienia metodologii deterministyczno redukcjonistycznej*, *Zagadnienia Naukoznawstwa* XXIII (1987), 329—341.

[3] B. B. Mandelbrot, *Fractals, Forms, Chance, and Dimension*, W. H. Freeman and Comp., San Francisco, 1977; B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Comp., San Francisco, 1982.

geometrii różniczkowej. Geometria takich obiektów jest bogatsza od geometrii euklidesowej gładkich linii, powierzchni i brył. Te ostatnie odznaczają się symetrią skalowania oraz symetrią translacyjną. Natomiast fraktale tracą symetrię translacyjną. Ten dodatkowy stopień swobody uniemożliwia posługiwanie się klasycznym rozróżnianiem między strukturą lokalną a globalną. Nie pozwala na wyodrębnienie części z całości, bo każdy fragment struktury fraktalnej jest w świetle procedury konstrukcji taką samą „całością" dla następnych kraków fragmentacji. W geometrii fraktalnej związek wewnętrznej struktury obiektu z jego cechami globalnymi okazuje się zasadniczy. Nieskończona kolczastość brzegów śnieżynki van der Waerdena, nieskończona podzielność zbioru Cantora, nieskończona ilość specyficznych dziur dywanu Sierpińskiego, oznaczają powtarzalność globalnej struktury w skali coraz to mniejszej i wyznaczają relację między całością a każdą częścią, która jest zgodna z relacją między częściami wygenerowanymi na różnych etapach fragmentacji.

W przypadku fraktali redukowanie całości obiektu do części bardziej elementarnych (na podobieństwo redukowania np. wieloboku euklidesowego do jego boków) nie jest możliwe. Żaden fragment struktury nie jest autonomiczny, a ponadto stanowi „całość" dla części realizowanych w następnych krokach procedury i pozostaje z nimi w tym samym strukturalnym związku. Z „diachronicznego" punktu widzenia — fraktal, z definicji, nie może zostać rozłożony na elementarne składowe, ponieważ jest tożsamy z nieskończoną procedurą powielania wciąż tej samej struktury. Z „synchronicznego" punktu widzenia, tzn. ograniczając się do określonej skończonej skali analizy fraktala, np. „oglądania przez lupę" zbioru Cantora, można wyodrębnić w nim części składowe: zbiór Cantora przedstawiałby się wtedy jako kolekcja $2^n$ odcinków o długości $3^{-n}$, gdzie n oznacza kolejny krok procedury fragmentacji, odpowiadającej stopniowi rozdzielczości lupy.

## 4. DETERMINISTYCZNY PRZEBIEG PROCESÓW W ŚWIETLE TEORII ATRAKTORÓW

Większość zjawisk przyrodniczych ma własności znacznie odbiegające od własności wyidealizowanych, ciągłych i gładkich modeli, jakich dostarczają geometria różniczkowa i liniowa równania różniczkowe. Do zjawisk takich należą np. ruchy Browna, kształt linii geograficznych, ziarnista struktura materii wielkoskalowej, procesy turbulentne, perkolacja, przejścia fazowe. Niektóre z wymienionych zjawisk mają przebieg nieliniowy, zaś rozwiązania odpowiednich równań różniczkowych obciążone są licznymi osobliwościami matematycznymi, które zaburzają regularność opisu zjawiska, np. rozwiązania są niestabilne w określonych punktach. Metody rozwiązywania nieliniowych równań różniczkowych są zwykle przybliżone, a trajektorie przebiegu procesów w określonej przestrzeni parametrów nie są wyznaczone przez funkcje analityczne, ale przez procedury iteracyjne [4].

Zjawiska w przyrodzie są na ogół procesami nierównowagowymi [5], tzn. przebiegają „z dala" od stanu równowagi termodynamicznej. W przypadku zjawisk ogólniejszych niż przyrodnicze stan równowagi nie musi być opisywany za pomocą parametrów termodynamicznych, czy też fizycznych, np. w przypadku procesów społecznych. Procesy nierównowagowe są często opisywane przez równania nieliniowe, których rozwiązania mogą być regularne lub chaotyczne. Istotne jest to, że warunki, które opisują przejście od regularnego zachowania układu do zachowania chaotycznego są uniwersalne w tym sensie, że są wspólne wielu bardzo różnym zjawiskom naturalnym i niezależnie od różnych przestrzeni parametrów charakteryzujących te zjawiska.

Procedura iteracyjna wyznacza rozwiązanie równania nieliniowego a tym samym charakterystyki opisywanego zjawiska; pociąga jednak za sobą porzucenie, właściwego tradycyjnemu opisowi różniczkowemu, wzajemnego przyporządkowania ciągłych przedziałów wielkości fizycznych. Dla procedur iteracyjnych charakterystyczne są natomiast pewne wyróżnione punkty (powierzchnie itd., w zależności od wymiaru przestrzeni stanów), które wyznaczają zachowanie iterowanej funkcji (opisującej proces); ściślej — są one jakby punktami zbieżności iterowanej funkcji. Z powodu tej własności „przyciągania" punkty te nazywa się atraktorami [6]. Przybliżanie się funkcji od atraktora ma na ogół charakter okresowy (wzdłuż tzw. orbity). Istnieją jednak szczególnego rodzaju atraktory —

---

[4] S. Lundquist, *Chaos, order patterns, fractals — an Overview* w: *Order and Chaos in Nolinear Physical Systems,* S. Lundquist et al (red.), Plenum Press, New York, 1988, 3—37.

[5] K. Gumiński, *Termodynamika procesów nieodwracalnych,* PWN, Warszawa, 1986.

[6] H. G. Schuster, *Deterministic Chaos,* Physik — Verlag, Weinheim, 1984.

tzw. dziwne, które występują wszędzie tam, gdzie zachowanie iterowanej funkcji zależy bardzo silnie od nawet minimalnych zmian warunków brzegowych lub parametrów występujących w równaniach iterowanej funkcji. Taki dziwny atraktor, przedstawiony jako pewien kształt w przestrzeni fazowej odznacza się tym, że procesy przebiegające wzdłuż trajektorii wyznaczonych przez niego, są całkowicie nieprzewidywalne — stają się chaotyczne.

Interesujące jest, jakie charakterystyki opisujące „naturę chaosu" można odnaleźć w wyniku analizy zachowań chaotycznych? Otóż okazuje się, że dzięki głównie symulacjom komputerowym, można było odnaleźć zarówno cechy jakościowe jak i ilościowe. Część z nich związana jest z tym, że wzorce uporządkowanych zachowań (atraktory okresowe) przechodzą w stany chaotyczne. Głównie ten rodzaj sprzężenia między porządkiem a chaosem jest znaczący dla charakterystyki chaosu. Przejściu temu towarzyszy generowanie dyskretnych orbit opisujących trajektorie okresowe, zgodnie z przepisem na generowanie struktury nieskończenie „perforowanej" linii, którą tworzy zbiór Cantora. Atraktor dziwny jest jakby urzeczywistnieniem takiego cantorowskiego powielania orbit i sam jest fraktalem wyznaczającym chaos (silny) — zwykle o małym wymiarze. Przejście do stabilnych atraktorów do chaosu zależy od krytycznej wartości pewnego punktu (krytycznej trajektorii, powierzchni itd.). A więc poza atraktorem dziwnym zjawisko nieliniowe przebiega regularnie, ale regularnie w innym sensie niż ściśle deterministyczny — bo wyznaczonym przez stabilne atraktory. Tego rodzaju jakościowa charakterystyka procesów nieliniowych jak i nieliniowych funkcji, niezależnie od szerokiego spektrum ich typów, nosi znamię pewnej prawidłowości. Idea tej prawidłowości jest zawarta w stwierdzeniu, że przyroda posiada ograniczoną ilość wzorców zachowań, które prowadzą do chaosu. Wzorce te mają pewne cechy jakościowe (tzw. uniwersalność strukturalna) jak i ilościowe (tzw. uniwersalność metryczna). W miarę zmiany parametrów równania, atraktory okresowe powielają się na podobieństwo fragmentacji fraktalnej (mówi się wtedy, że mamy do czynienia z chaosem słabym). Chaos słaby jest jedynie warunkiem koniecznym do powstania chaosu silnego, ponieważ w procesach naturalnych może zdarzyć się tak, że jedna z rekurencyjnie generowanych orbit okaże się stabilna i chaos słaby nie będzie mógł osiągnąć swej silnej granicy. Ta rekurencyjna regularność opisana jest przez dwa parametry liczbowe, które są stałe dla szerokiej klasy funkcji nieliniowych [7].

Wiele trudności z realizacją programu Laplace'a występowało niejednokrotnie w naukach fizykalnych [8]. Deterministyczny przebieg zjawisk, zgodnie z którym każdy punkt rozwiązania niesie całą informację o przyszłości i przeszłości przebiegu zjawiska, okazał się niewystarczający do wyjaśnienia większości realnych procesów. Wystąpiła potrzeba znalezienia ogólniejszego typu regularności, której regularność deterministyczna byłaby wyidealizowanym przypadkiem. Procedura iteracyjna modeluje związek między przebiegiem regularnym zjawiska (atraktor okresowy) a przebiegiem całkowicie losowym (atraktor dziwny). Oprócz regularności występującej na orbicie, którą można przyjąć za quasi-deterministyczną, występuje rodzaj regularności rekurencyjnej: orbity systematycznie, w określonym stosunku ilościowym, podwajają się. A więc, proces w zależności od wartości pewnych parametrów (warunków brzegowych), może przebiegać na wiele sposobów, z których każdy zbliżony jest do deterministycznego, natomiast prawidłowości zmian tych sposobów zachowań określone są przez formuły rekurencyjne. Stan chaosu, w którym badany obiekt zachowuje się nieprzewidywalnie, jest tego samego pochodzenia, co każda ze stabilnych orbit. Różnica polega na odmienności geometrii: kiedy atraktor staje się fraktalem, opis zjawiska przestaje być regularny. Nie tylko można odnaleźć uniwersalne wartości przejścia od słabego do silnego chaosu. Sam stan chaosu (silnego) takie uniwersalne charakterystyki posiada. Są podejmowane próby budowania tzw. gramatyki chaosu [9].

## 5. NOWA ROLA MATEMATYKI WOBEC FRAKTALNYCH I ATRAKTOROWYCH MODELI ZJAWISK

Fraktale i atraktory są zdefiniowane za pomocą procedury fragmentacji lub iteracji i w tym sensie nie są tradycyjnymi obiektami matematycznymi. Podobnie, wielu ich własności nie można uzyskać na drodze rozumowania dedukcyjnego. Są

---

[7] M. J. Feigenbaum, Journal of Statistical Physics 19 (1978), 25; 21 (1979), 669; M. J. Feigenbaum, Communications of Mathematical Physics 77 (1980), 65.

[8] T. Grabińska, J. Woleński i M. Zabierowski, *The Laplace's Demon Today*, Reports on Philosophy 7 (1983), 113—120.

[9] I. Procaaccia, *Universal properties of dynamically complex systems: the organization of chaos*, Nature 333 (1988), 618—623.

one często rezultatem symulowania komputerowego zjawisk występujących w przyrodzie. Zarówno więc aparat formalny teorii fraktali jak i teorii atraktorów oraz metody badań wykraczają poza tradycyjną matematykę. Mamy więc do czynienia z dziedziną z pogranicza matematyki i nauk empirycznych, nazywaną też „matematyką empiryczną" [10].

Dotychczasowa rola matematyki w naukach fizykalnych polegała na tym, że stanowiła rezerwuar aparatu formalnego i teoretycznego do opisu zjawisk fizycznych. W świetle geometrii fraktalnej i matematyki empirycznej relacja aprioryczności matematyki wobec nieregularnej i zmiennej empirii ulega osłabieniu, a czasem odwróceniu. Matematyka przestaje być jedynie kolekcją atrakcyjnych modeli, które mogą uzyskać interpretację fizyczną. Staje się również zbiorem twierdzeń, otrzymanych w inny sposób niż dedukcyjny: generatorem tych twierdzeń są komputerowe techniki symulowania własności obiektów empirycznych. Komputer staje się więc jednocześnie narzędziem matematyki empirycznej jak i narzędziem badania zjawisk naturalnych [11]. Ilustracją niech będzie tzw. wzrost fraktalny, opisany w tzw. modelu DLA (*diffusion — limited aggregation*).

Występujące w przyrodzie obiekty, powstałe w wyniku procesów nierównowagowych, mają bardzo skomplikowaną strukturę, która jednak posiada określoną symetrię. Struktury takie (np. cienka warstwa lub szron) tylko z pozoru wydają się przypadkowe. W istocie, cząsteczki (np. metalu lub wody) posiadają rodzaj pamięci o kolejnych stadiach procesu, w którym uczestniczą. Ma to odzwierciedlenie w korelacjach lub ukrytych symetriach. Takie procesy mogą być modelowane za pomocą procedury tworzącej strukturę, np. tzw. agregacji w wyniku ograniczonej dyfuzji DLA [12]. Ten najprostszy model tzw. procesów wzrostu zdefiniowany jest następująco: 1° wybieramy pewien punkt 0 na płaszczyźnie, na której dyfunduje cząstka 1 w sposób losowy dopóty, dopóki nie znajdzie się w określonej odległości od punktu 0, gdzie się zatrzymuje, 2° druga dyfundująca cząstka 2 dopóty

---

[10] D. R. Hofstadter, *Strange attractors: mathematical patterns delicately poised between order and chaos*, Scientfic American, November 1981, 16—29.

[11] R. Jullien, *Aggregation phenomena and fractal aggregates*, Contemporary Physics 28 (1987), 477—493; L. M. Sander, *Fractal growth processes*, Nature 322 (1986), 789—793.

[12] T. Witten, L. Sander, The Physical Review B27 (1984), 225—229.

błądzi losowo, dopóki nie zatrzyma się w określonym sąsiedztwie punktu 0 lub cząstki 1, 3° trzecia dyfundująca cząstka 3 dopóty błądzi w określonym sąsiedztwie, dopóki nie zatrzyma się w określonym sąsiedztwie punktu 0 lub cząstki 1, lub cząstki 2, itd...

Procedura DLA pozwala symulować komputerowy obraz struktury. Interesujące jest to, że chociaż oczekuje się, że struktury zdefiniowane za pomocą procedury DLA są fraktalami, to nie można tego udowodnić posługując się środkami formalnymi. Nie można także inaczej określić (wyliczyć) wymiaru fraktalnego otrzymanej struktury niż go po prostu zmierzyć na otrzymanym obrazie komputerowym. Natomiast wartość liczbowa tego wymiaru pokrywa się z wartością otrzymaną w fizycznym (kinetycznym) modelu wzrostu.

## 6. DETERMINIZM OPISU FRAKTALNEGO I INDERTERMINIZM CHAOSU

Mechanicyzm przyniósł ze sobą determinizm ścisły, wedle którego każde zjawisko fizyczne ma konieczną przyczynę, zaś przedmiotem wiedzy jest odkrywanie praw ogólnych, które opisują w sposób jednoznaczny związek między przyczyną a skutkiem. W świetle praw ogólnych zjawiska naturalne przestają być tajemnicą, ich przebieg zależy jedynie od warunków brzegowych. Przyroda z punktu widzenia Demona Laplace'a byłaby ostatecznie zdeterminowana.

Determinizm ścisły implikuje postulat ciągłości w czasie i przestrzeni (spełniony w geometrii różniczkowej), który sformułujemy w następujący sposób: stan fizyczny obiektu jest wyznaczony w pewnej chwili t i miejscu w przestrzeni x na podstawie stanu w chwili (t—dt) i w bezpośrednim otoczeniu przestrzennym dx układu. Tę wersję postulatu ciągłości podajemy jako uogólnienie postulatu ciągłości w czasie, który Gawecki [13] nazywa postulatem determinizmu matematycznego oraz postulatu ciągłości Gaweckiego, który wywodzi on ze sformułowania zasady przyczynowości przez Winternitza [14], aczkolwiek nazbyt optymistycznie przystaje na to, że sformułowanie zasady przyczynowości przez Winternitza jest właściwą interpretacją sformułowania zasady przyczynowości Kanta [15].

---

[13] B. J. Gawecki, *Zagadnienie przyczynowości w fizyce*, PAX, Warszawa 1969.

[14] J. Winternitz, *Kausalität, Relativität, und Stetigkeit*, Kantstudien 25 (1920), 220—232.

[15] I. Kant, *Krytyka czystego rozumu*, PWN, Warszawa 1957.

Postulat ciągłości nie obowiązuje w geometrii fraktalnej, ale nie jest wyłącznie — jak sądzimy — atrybutem determinizmu ścisłego.

Jeżeli związek przyczynowy jest wzorowany na tym, który implikuje determinizm ścisły, to w miarę rozwoju wiedzy przyrodniczej i odkrywania różnego typu związku przyczynowego pojęcie determinizmu musiałoby ulegać stopniowaniu [16]. Znane są dyskusje nad pojęciem determinizmu w fizyce statystycznej, mechanice kwantowej i kosmologii [17]. W świetle rozwoju zastosowań geometrii fraktalnej i matematyki „empirycznej" do opisu zjawisk przyrodniczych, należałoby wprowadzić nową osłabioną wersję determinizmu.

Miast konstruować nową osłabioną (w stosunku do determinizmu ścisłego) wersję determinizmu, przyjmujemy inny punkt widzenia, który można w czasach nowożytnych wyprowadzić właśnie od Kanta. W jego sformułowaniu zasada przyczyności mówi tylko tyle, że zdarzenia następują po sobie zgodnie z określoną prawidłowością. Można dopatrzeć się tu przede wszystkim warunku regularności zjawisk. Prawidłowość, która tę regularność wyraża, może być w postaci związku kauzalnego, ale także kondycjonalistycznego, genetycznego, funkcyjnego, funkcjonalnego, holistycznego, teologicznego lub następstwa. Zgodni bylibyśmy w tym miejscu z koncepcją determinizmu Metallmanna [18]. Twierdzi on, że każdy rodzaj zdeterminowania zawiera w sobie schemat wyznaczania następującego stanu na podstawie znajomości stanu poprzedniego i związku między kolejnymi stanami (który wyraża prawidłowość).

Jeżeli więc prawidłowość np. powstawania struktury fraktalnej lub wzrostu fraktalnego jest wyrażona przez procedurę konstrukcji (symulacji), to każdy kolejny etap określony jest na podstawie znajomości etapu poprzedniego i związku między kolejnymi etapami (wyrażonego przez procedury). Jeżeli zjawisko nieliniowe może przebiegać w różny (ale regularny) sposób, w zależności od wartości warunków brzegowych, to też mamy tu do czynienia ze zdeterminowaniem. Jednocześnie w pierwszym przypadku (gdy w bardziej realistycznych pro-

---

[16] W. Krajewski, *Związek przyczynowy*, PWN, Warszawa 1967.

[17] M. Zabierowski, T. Grabińska, *Determinizm fizyczny a kosmologia*, Studia Philosophiae Christianae 16 (1980), 153—162.

[18] J. Metallman, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauki*, Kraków 1929.

cedurach konstrukcji stosuje się opis probabilistyczny), jak i w drugim (gdy stabilność regularnego zachowania zaczyna być bardzo czuła na zmianę warunków brzegowych) nieodzowne jest podejście statystyczne. Sądzimy więc, podobnie jak Metallmann, że zjawiska (także o naturze fraktalnej) są zdeterminowane w sposób ścisły lub statystyczny. Prawidłowością, która opisuje związek między kolejnymi etapami zjawisk fraktalnych i nieliniowych, jest procedura konstrukcji (symulacji) lub iteracji. (Problemem odrębnej natury jest funkcjonowanie kategorii procedury na poziomie ontologicznym).

Przyjęcie tezy Metallmanna o determinizmie uwalniania nas od kłopotliwej (także z punktu widzenia opisu fraktalnego) relacji między determinizmem (ścisłym) a redukcjonizmem: związek między kolejnymi stanami obiektu może być także holistyczny lub strukturalistyczny. W pierwszym przypadku gwarantuje go procedura konstrukcji (fragmentacji), w drugim — procedura symulacji lub procedura iteracji. Nie możemy jednak zaakceptować stanowiska Metallmanna odnośnie odrzucenia indeterminizmu. Przebieg zjawisk nieliniowych może się stać chaotyczny w sensie silnym. Wtedy zdeterminowanie statystyczne nie występuje ze względów zasadniczych: podstawowy wyróżnik zdeterminowania zjawiska, który podał Metallmann nie ma w tym wypadku zastosowania. Obiekt w stanie silnego chaosu zachowuje się niedeterministycznie: nie można określić związku między kolejnymi stanami. Prawdą jest, że stan silnego chaosu (atraktor dziwny) jest spowinowacony matematycznie ze słabym chaosem (w którym opis statystyczny jest możliwy), że chaos ma naturę fraktalną, że można badać jego strukturę jako strukturę obiektu matematycznego. Nie zmienia to wszakże faktu, że gdy atraktor dziwny wystąpi w procesie naturalnym, to proces ten staje się indeterministyczny.

## DETERMINISM AND REDUCTIONISM IN THE LIGHT OF EMPIRICAL MATHEMATICS


Summary

The fractal conceptualisation of natural phenomena and its relation to the iterated solutions of nonlinear differential equations are discussed. The traditional connection between determinism and reductionism should be once more revised, when fractal models are taken into

account: a holistic coupling of part and the whole is preferred. The consideration of regular solutions of the nonlinear differential equations and their chaotic counterpart implies the Metallman claim about strict and statistic determinism. The indeterminism of chaos, however, cannot be called in question.