Wiesław Wójcik

Rola i miejsce dowodu na istnienie Boga w kartezjańskim projekcie nauk

Studia Philosophiae Christianae 28/2, 185-203

1992

A R T Y K U Ł Y

Studia Philosophiae Christianae
ATK
28(1992)2

WIESŁAW WÓJCIK

ROLA I MIEJSCE DOWODU NA ISTNIENIE BOGA W KARTEZJAŃSKIM PROJEKCIE NAUK

1. WPROWADZENIE

Sądzę, że raczej niekwestionowana jest rola nauki w demaskowaniu różnych fałszywych interpretacji filozoficznych. Znaczenie, jakie przypisywano bardzo ogólnym rozważaniom filozoficznym dla odkrycia struktury świata, okazało się zbytnio zawyżone. Rozwijające się nauki, przy pomocy szczegółowych metod badawczych, zmierzyły się z problemami poznania świata w sposób znacznie bardziej efektywny. Znaczenie rozważań filozoficznych tym samym wyraźnie się zmniejszyło. Nowożytne przyrodoznawstwo przejęło w świadomości ogólnej te funkcje, które do tamtej pory pełniła filozofia. A co się z tym wiąże, Bóg filozofów stracił swój związek z egzystencją konkretnego człowieka, bo stał się zbyt abstrakcyjny i zbyt mało efektywny. W pewnym okresie historycznym (w dobie oświecenia i później w okresie pozytywizmu) nowożytne przyrodoznawstwo zaczęło pełnić rolę religii dla oświeconych. Jednak nie przypadkiem nie pojawił się Bóg nauk szczegółowych — nauka nie funkcjonuje aż na takim stopniu abstrakcji co filozofia i dlatego wszelkie formy scjentyzmu, w których przypisywano nauce cechy niemal boskie, musiały doprowadzić do wykopania ogromnej przepaści między Bogiem wiary a nauką — przynajmniej w rozumieniu twórców scjentyzmu. Na to, iż ta przepaść pojawiła się nie tylko w rozumieniu propagatorów scjentyzmu, lecz również u ludzi bardziej sceptycznie nastawionych do uznawania wszechmocnej roli nauk, wskazuje koncepcja różnych płaszczyzn, w której uważa się, że poznanie np. religijne i naukowe dokonuje się na zupełnie różnych płaszczyznach, a między tymi płaszczyznami nie ma żadnych merytorycznych związków.

Sądzę, że koncepcja różnych płaszczyzn jest w zasadzie prawdziwa, jeśli chodzi o stronę metodologiczną (dane dziedziny poznania posiadają pewne specyficzne metody i przenoszenie tych metod do innych dziedzin wiedzy musi być dokonywane w sposób bardzo ostrożny, gdyż w tych nowych dziedzinach te metody mogą funkcjonować co najwyżej w sposób analogiczny), jednak jest z gruntu fałszywa, jeśli weźmiemy pod uwagę stronę epistemologiczną tzn. uważam, że pewne fakty odkrywane w danej dziedzinie wiedzy mają w pewnym sensie wartość absolutną, a więc również „obowiązują” (oczywiście, w pewnej interpretacji) w innych dziedzinach wiedzy. Dotyczy to również związków pomiędzy filozofią i naukami. Ponadto, sądzę, że obowiązujący w danym okresie paradygmat naukowości ma ścisły związek z koncepcją Boga filozofii. Tym chciałbym zająć się w niniejszym artykule i tezę powyższą będę starał się uzasadnić, precyzując przy okazji co rozumiem pod pojęciem „faktu odkrywanego w danej dziedzinie wiedzy” oraz w jakim sensie te fakty mają wartość absolutną.

2. KATEGORIE POZNAWCZE U DESCARTESA

Medytacje o pierwszej filozofii Rene Descartesa[1] są pięknym przykładem tego, jak można osiągnąć jedność poznawczą filozofii i nauk tzn. refleksje Descartesa pokazują, że sens i wartość danych i metod naukowych jest uzależniona od wcześniejszych rozstrzygnięć natury filozoficznej, natomiast opracowane już metody naukowe określają prawomocność filozoficznych rozważań, a co najważniejsze metody te pozwalają opracować i ustalić zupełnie nowe argumenty filozoficzne.

Aby uchwycić istotę kartezjańskiego modelu nauk wprowadźmy pojęcie kategorii poznawczych. Kategorie poznawcze są tym, co umożliwia wejście podmiotu poznającego w relację poznawczą. Sądzę, że w przypadku filozofii Descartesa można wyróżnić trzy kategorie poznawcze:

K 1. *Kategoria negacji* — u Descartesa ujawnia się w postaci metody radykalnego wątpienia. Zarazem w kategorii tej mieści się definicja prawdy: prawdą jest to, co pozostaje po zastosowaniu metody radykalnego wątpienia.

K 2. *Kategoria rozumienia* — w przypadku Descartesa występuje w postaci metody jasnego i wyraźnego postrzegania. I pojawia się druga definicja prawdy związana z tą kategorią: wszystko to jest prawdą, co jasno i wyraźnie ujmuję.

K 3. *Kategoria redukcji* — u Descartesa tą redukcją jest redukcja w istnieniu tzn. jeśli obiekt A jest zależny w istnieniu od obiektu B, to wtedy obiekt A przestaje być podstawą dalszych analiz; jeśli więc odnajdziemy obiekt nie poddający się dalszej redukcji, to tym samym będziemy mieć punkt archimedesowski, na podstawie którego odtworzymy całą rzeczywistość. A zatem mamy trzecią kartezjańską definicję prawdy: prawdą jest to, co aby istnieć, nie potrzebuje niczego oprócz siebie.

Dzięki wprowadzeniu kategorii negacji, rozumienia oraz redukcji (tzn. w oparciu o trzy wprowadzone powyżej definicje prawdy) odkrywa Descartes fakt istnienia podmiotu myślącego — dociera do sfery cogito. Jak jednak dotrzeć, w ramach tych kategorii, do rzeczy znajdujących się poza sferą cogito tzn. jak zbadać, czy istnieją poza umysłem jakieś rzeczy spośród tych, których idee znajdują się w umyśle. W tym miejscu pojawiają się w rozważaniach Descartesa dwa podstawowe założenia (są to zarazem kolejne kartezjańskie kategorie poznawcze), które umożliwiają wyjście poza sferę cogito:

K 4. *Kategoria porządku.*

„O ile bowiem owe idee są tylko pewnymi odmianami myślenia, to

---

[1] R. Descartes, *Medytacje o pierwszej filozofii,* W-wa 1958.

nie widzę żeby się w ogóle między sobą różniły i wszystkie zdają się pochodzić w ten sam sposób ode mnie; lecz jeżeli jedna reprezentuje jedną rzecz, a inna inną, wtedy oczywiście różnice między nimi będą bardzo wielkie" [2]. *Jeśli idee są więc ideami czegoś*, a nie są wyłącznie odmianami myślenia, to wtedy treści danych idei będą się zasadniczo od siebie różniły, jeśli oczywiście idee te są przedstawieniami różnych rzeczy. Idee, które mamy w umyśle (jak również inne byty) można ustawiać w ciągi tzn. ciąg idei a_1, a_2,... powstaje w ten sposób, że idea a_2 jest przyczyną idei a_1 itd.

K 5. *Kategoria kreacji* — można ją ująć w stwierdzeniu: nic nie może powstać z niczego. „Jest zaś rzeczą oczywistą dzięki przyrodzonemu światłu rozumu, że przynajmniej tyle musi być rzeczywistości w całkowitej przyczynie sprawczej, ile w jej skutku, bo skąd — pytam — mógłby wziąć swoją rzeczywistość, jak nie z przyczyny?" [3] Przypadkiem szczególnym tego założenia jest stwierdzenie, że to, co nieskończone jest pierwotniejsze od tego, co skończone tzn. ideę, co skończone pojmuję poprzez ideę tego, co nieskończone, a nie na odwrót.

3. MIEJSCE DOWODU NA ISTNIENIE BOGA W KARTEZJAŃSKIM PROJEKCIE BUDOWY WIEDZY

Descartes analizując różne idee, które posiada zauważa, że wszystkie te idee można utworzyć przez połączenie idei *cogito*, rzeczy cielesnych i Boga. „Co się zaś tyczy idei rzeczy cielesnych, to nic w nich nie pojawia się tak wielkiego, żeby nie mogły one pochodzić ode mnie samego" [4]. Descartes zauważa, że jedynie idea Boga tzn. „idea substancji nieskończonej, niezależnej, o najwyższym rozumie i mocy, która stworzyła mnie samego i wszystko inne, co istnieje, o ile istnieje" [5], nie może być wytworem *cogito*, gdyż *cogito* jest substancją skończoną i nie może być przyczyną substancji nieskończonej. W tym miejscu korzystamy z kategorii poznawczej K5.

I dochodzi Descartes do, jak sądzę, kluczowego punktu. Gdyby idea Boga była ideą, która powstała z niczego, to wówczas nie można zrobić już dalszego kroku w rozważaniach budujących czy projektujących jakąkolwiek wiedzę. Wynika to z faktu, że idea Boga jest pojmowana jasno i wyraźnie (tu Descartes korzysta z kategorii rozumienia) i ma w sobie więcej treści, niż jakakolwiek inna idea, więc żadna idea „nie jest sama z siebie bardziej prawdziwa ani w mniejszym stopniu podległa podejrzeniu o fałszywość" [6]. Ponadto, istnienie idei w umyśle nie może pochodzić od istnienia wyłącznie potencjalnego, lecz w konsekwencji musi pochodzić od istnienia aktualnego (w tym rozumowaniu opiera się Descartes na kategorii redukcji i porządku — szukając przyczyny idei musimy w końcu dotrzeć do bytu, który ma istnienie sam w sobie, a więc do bytu, który istnieje aktualnie).

Innymi słowy, przedstawiany przez Descartesa argument za istnieniem Boga, nie jest mniej przekonywujący, niż prawdziwość projektowanej przez Descartesa nauki, gdyż kartezjański projekt nauki (podobnie jak dowód na istnienie Boga) opiera się w istotny sposób na pięciu

[2] *Tamże*, 54.
[3] *Tamże*, 54.
[4] *Tamże*, 58.
[5] *Tamże*, 61.
[6] *Tamże*, 62.

przedstawionych powyżej kategoriach poznawczych. Budując więc naukę zgodnie z przedstawionym przez Descartesa projektem, wzmacniamy tym samym siłę kartezjańskiego dowodu na istnienie Boga.

Z drugiej natomiast strony, dowód na istnienie Boga jest próbką działania wprowadzonych kategorii poznawczych i metod. Sposób przeprowadzenia dowodu pokazuje, w jaki sposób będziemy wykorzystywać, przy budowaniu nauki, wprowadzone kategorie. Ponadto, dowód ten pokazuje, że możliwe jest osiągnięcie wiedzy o rzeczywistości znajdującej się poza umysłem — możliwe jest osiągnięcie jedności poznawczej tego, co jest zależne w istnieniu od umysłu i tego, co istnieje niezależnie.

Aby lepiej uchwycić tę kwestię, przyjrzyjmy się projektowi badawczemu Descartesa. Zobaczymy zarazem, jak pierwsze osiągnięcia naukowe Descartesa, w ramach projektowanego schematu nauk, wzmacniają wartość kartezjańskiego dowodu na istnienie Boga.

4. PROJEKT BADAWCZY DESCARTESA

Refleksja Kartezjusza doprowadza w konsekwencji do rozbicia całej rzeczywistości na dwa obszary (obszar subiektywności tzn. obszar określony przez zbiór tych idei, które są wytworem umysłu oraz obszar obiektywności tzn. obszar określony przez idee niezależne od umysłu), między którymi pojawia się napięcie. Napięcie to jest likwidowane dzięki metodzie, a ponieważ metoda służy do budowy nauki, więc konstruowana nauka pokazuje w jaki sposób możliwe jest zlikwidowanie napięcia między obszarem subiektywności a obiektywności. Jak pokazałem wcześniej, w dowodzie na istnienie Boga zawiera się intuicja jedności tych dwóch obszarów — w oparciu o idee, które mamy w umyśle, możemy „dotrzeć" do tego, co znajduje się poza umysłem.

Sądzę, że to rozdarcie między „ciałem a duszą" określa w dużym stopniu kartezjańską ideę naukowości. Pojęcia *cogito* oraz Boga, do których Kartezjusz doszedł swoim rozumowaniem, ukazywały, że możliwe jest zlikwidowanie tego napięcia, jednak nie niosły bezpośrednio ze sobą metody, która by to napięcie pozwalała zlikwidować. Uważam, że w dużej mierze nauki rozwijane w okresie nowożytnym poszukują metod, mogących zniwelować napięcie między subiektywnością a obiektywnością i tym samym precyzują ideę naukowości zarysowaną przez Kartezjusza.

Ogólnym zamierzeniem Kartezjusza była konstrukcja matematyki uniwersalnej (*mathesis universalis,* jak nazywali matematykę Starożytni), która zawarłaby w sobie całą możliwą naukę [7]. Ta uniwersalna nauka powinna wyjaśniać wszystko co dotyczy porządku i miary, bez wnikania w szczegółowe własności przedmiotów. Descartes opiera się przy konstrukcji *mathesis universalis* na czterech ogólnych zasadach:

1. Nigdy nie przyjmować za prawdziwą żadnej rzeczy, zanim by nie została rozpoznana przeze mnie w sposób oczywisty.
2. Każde z badanych zagadnień dzielić na tyle cząstek, na ile jest to możliwe i na ile potrzebne dla najlepszego ich rozwiązania.
3. Wszelkie badania rozpoczynać od przedmiotów najprostszych i najdostępniejszych poznaniu i stopniowo dochodzić do przedmiotów bardziej złożonych.

[7] R. Descartes, *Rozprawa o metodzie,* PWN, 1988.

4. Każde rozumowanie i wszelkie obliczenia powinny być tak całkowite i powszechne, aby dać pewność, że nic nie zostało pominięte.

Zauważmy, że te zasady są przykładami realizacji kartezjańskich kategorii poznawczych. Ponadto zauważmy, że dzięki kategorii poznawczej K4 mamy istnienie ciągu dowodowego (np. ciągu dedukacyjnego czy redukcyjnego); natomiast dzięki kategorii K5 (skutek nie może posiadać więcej treści, niż przyczyna) mamy następujący fakt:

Gdy operujemy pewnym ciągiem dowodowym i pewne kolejne elementy tego ciągu posiadają „większą treść" niż poprzednie, to oznacza, że zbliżamy się do przyczyny analizowanych zjawisk — do rzeczywistości. Pojawia się tym samym nowe kryterium prawdy (nazwę ją czwartą kartezjańską definicją prawdy): prawdą jest to, co otrzymane w wyniku pewnego rozumowania, jako kolejny element ciągu dowodowego, ma więcej treści, niż elementy poprzednie w tym ciągu.

Descartes uważa, że jeśli będziemy przestrzegać tych prawideł, to wtedy dotrzemy do wszelkich rzeczy — nawet do tych najbardziej ukrytych i odległych. Kartezjusz rozwija czy odkrywa pewne metody (głównie w matematyce), które mają służyć zniwelowaniu ukazanego przez niego napięcia. Otrzymana wiedza będzie przykładem wiedzy zbudowanej zgodnie z przyjętymi prawidłami rozumowania.

Przykładem konkretnej metody badawczej jest metoda, na której buduje Kartezjusz geometrię analityczną. Geometria analityczna miała łączyć w sobie zalety. geometrii (łatwiejsze operowanie pewnymi abstrakcjami matematycznymi, dzięki przedstawieniu geometrycznemu) oraz algebry (łatwiejsze dokonywanie operacji na prostych wyobrażeniowo liczbach), a unikać ich wad (geometria nuży wyobraźnię i umysł, natomiast algebra daje ogólne prawidła liczenia — które nie dają jednak twórczej wiedzy). Metoda ta łączyła więc jasne i wyraźne wyobrażenia geometryczne z jasnymi i wyraźnymi dla umysłu operacjami na liczbach czy na ogólnych symbolach algebraicznych.

Dane figury geometryczne można więc wyrażać za pomocą układów liczb czy równań i poznawać własności tych figur, wykorzystując operacje na liczbach. Pozostajemy więc w obszarze działań umysłu, które są dla niego możliwie najprostsze, a co najważniejsze pozwalają, opierając się na tym co jasne i wyraźne, krok po kroku budować całą wiedzę o świecie.

„I tutaj — jak sądzę — najbardziej godne zastanowienia jest to, że znajduję w sobie niezliczoną ilość idei pewnych rzeczy, o których nie można powiedzieć, że są niczym, chociaż może nie istnieją nigdzie poza mną. A chociaż myślę w jakiś sposób o nich zależnie od mej woli, to jednak nie są przeze mnie wymyślone, lecz mają swoje prawdziwe i niezmienne natury. Gdy na przykład wyobrażam sobie trójkąt, to choć może taka figura nigdzie na świecie nie istnieje poza moją świadomością ani nigdy nie istniała, posiada jednak bez wątpienia jakąś określoną naturę, czyli istotę, czyli formę niezmienną i wieczną, która ani nie została przeze mnie wymyślona, ani nie jest od mego umysłu zależna; wynika to z tego, że można udowodnić różne własności owego trójkąta, jak np. że jego kąty są równe dwom prostym, że naprzeciw największego jego kąta leży najdłuższy bok i tym podobne, które to własności teraz jasno poznaję, czy chcę, czy nie chcę, chociaż nigdy przedtem w żaden sposób nie myślałem o nich, gdy sobie wyobrażałem trójkąt. Wobec tego nie zostały one przeze mnie wymyślone" [8].

[8] R. Descartes, *Medytacje o pierwszej filozofii*, W-wa 1958, 87.

I dzięki istnieniu niezależnych od umysłu prawd matematycznych mamy wzmocnienie kartezjańskiego dowodu na istnienie Boga. „Z pewnością tak samo znajduję w sobie ideę Jego, to jest bytu najdoskonalszego, jak ideę jakiejkolwiek figury czy liczby; niemniej jasno i wyraźnie pojmuję, że do Jego natury należy wieczne i aktualne istnienie, jak pojmuję, że do natury figury czy liczby należy to, czego dowodzę o tej figurze czy liczbie. A więc, choćby nie wszystko było prawdziwe, co w tych ostatnich dniach rozważałem, to istnienie Boga powinno mieć dla mnie co najmniej ten sam stopień pewności, jaki dotychczas posiadały prawdy matematyczne" [9].

Myślę, że mogę teraz wprowadzić pojęcie faktu odkrywanego w danej dziedzinie wiedzy i obowiązującego w innych dziedzinach wiedzy — te fakty nazwę faktami epistemologicznymi. Są to np. te twierdzenia matematyczne, które otrzymujemy na podstawie posiadanych przez umysł jasnych i wyraźnych idei pierwotnych — aby jednak otrzymać te fakty trzeba zastosować pewną procedurę dowodową. Obowiązywanie faktów epistemologicznych w innych dziedzinach wiedzy polega na tym, że zostały one otrzymane w oparciu o te same kategorie poznawcze. Oczywiście, nie wszystkie twierdzenia udowodnione przy pomocy procedur matematycznych są faktami epistemologicznymi — są nimi tylko twierdzenia „najprostsze" tzn. twierdzenia otrzymane dzięki pięciu wspomnianym kategoriom poznawczym, w oparciu o idee jasno i wyraźnie postrzegane przez umysł.

Stosując nazewnictwo Kanta, fakty epistemologiczne są sądami syntetycznymi *a priori*, jednak takimi, które są najprostsze, we wspomnianym powyżej sensie — tymi faktami są np. pewniki geometri czy arytmetyki, a dokładniej ta ich treść, która nie zmienia się przy przejściu do innej geometrii czy arytmetyki. Chodzi o to, że np. twierdzenia sformułowane w ramach danej geometrii są przekładalne na twierdzenia wyrażone w języku innej geometrii (przynajmniej część tych twierdzeń). Na podstawie programu Kleina [10] można zauważyć, że analizując dane własności z punktu widzenia szerszej grupy przekształceń musimy wzbogacić strukturę przestrzeni geometrycznej o dodatkowe elementy. Na przykład geometria euklidesowa zawiera się jako przypadek szczególny w strukturze geometrii nieeuklidesowej. Aby móc badać geometrię euklidesową z punktu widzenia geometrii nieeuklidesowej trzeba wprowadzić pojęcie krzywizny — wówczas przestrzeń euklidesowa jest po prostu przestrzenią o krzywiznie równej zero. Ponieważ w różnych geometriach możemy wyrażać te same treści, więc treści te są niezmiennikami przejść pomiędzy różnymi geometriami (właśnie te niezmienniki to fakty epistemologiczne, a ich wartość absolutna ograniczona jest przez kategorie poznawcze obowiązujące w danym paradygmacie). Treść ta musi się wiązać z pewnymi obiektywnymi własnościami przestrzeni fizycznej. Mimo tego, że twierdzenia geometrii mają różną formę w różnych geometriach, to jednak posiadają pewną obiektywną treść — jest nią niezmiennik przy przejściu pomiędzy różnymi geometriami.

Oznacza to, że geometria posiada pewien element syntetyczny *a priori* (jest to zarazem element empiryczny) — wiąże się on z tymi strukturami, które nie zmieniają się przy przejściu od jednej geometrii do drugiej. Przykładowo, zasada indukcji matematycznej, w swojej najogólniejszej formie, jest to fakt epistemologiczny.

---

[9] *Tamże*, 89.

[10] Por. rozdział *Badania topologiczne i program Kleina.*

Idea Boga pojawia się u Descartesa jako jasna i wyraźna idea pierwotna umysłu, jednak w momencie zaistnienia dowodu na istnienie Boga, Bóg zaczyna funkcjonować również, jako fakt epistemologiczny (we wspomnianym przeze mnie sensie). Aby zrozumieć, w jaki sposób pojęcie Boga jako faktu epistemologicznego jest obowiązujące w teoriach naukowych, przyjrzyjmy się metodom naukowym Leibniza.

5. METODY NAUKOWE LEIBNIZA, A KONCEPCJA BOGA

Leibniz, podobnie jak Kartezjusz, chciał zrealizować ideał nauki uniwersalnej. Naukę tę nazywał „charakterystyką kombinatoryczną". Idea tej nauki była ściśle związana z teorią poznania Leibniza [11].

Monady, według Leibniza, to byty proste zdolne do działania. Każda monada jest zupełnie odzielona od innych monad, a jej działanie polega na spontanicznych spostrzeżeniach. Monada ma kontakt wyłącznie z harmonią przedustawną ustanowioną przez Boga. W monadzie, jak w mikrokosmosie, odbija się cały świat. Monady są na różnym stopniu doskonałości — stopień doskonałości zależy od stopnia możliwości poznawania zasady harmonii przedustawnej i dlatego najdoskonalszą monadą jest Bóg. Przejście od jednego spostrzeżenia do drugiego dokonuje się nieustannie i w sposób ciągły. Ponieważ monady (oprócz Boga) nie poznają w sposób doskonały (ich spostrzeżenia nie są całkiem wyraźne), więc pojawia się bardzo istotny podział na prawdy faktyczne (tzn. przypadkowe — poznawane są poszczególne elementy mechanizmu świata, a nie sama zasada funkcjonowania tego mechanizmu) oraz analityczne, rozumowe (tzn. konieczne i wieczne, które przedstawiają zasadę harmonii przedustawnej). Im doskonalszy umysł, tym więcej poznaje w sposób analityczny a mniej w sposób faktyczny — wiedza Boga jest czysto analityczna (tożsamościowa).

Wróćmy teraz do idei charakterystyki uniwersalnej. Ponieważ człowiek ma dostęp do pewnych prawd analitycznych (według Leibniza), należy więc wybrać niewielką liczbę prostych pojęć, których treść poznawana jest przez rozum w możliwie najwyraźniejszy sposób i przypisać tym pojęciom w sposób jednoznaczny symbol tzn. ich charakter. Mając już takie charaktery, mamy w swoim ręku prawdy analityczne jako konkretne związki pomiędzy charakterami, odkrywane w sposób bezpośredni przez rozum. Znając prawdy analityczne, znamy zasadę harmonii przedustawnej, a więc znamy zasadę funkcjonowania i strukturę wszystkich istniejących bytów. Przez odpowiednią kombinację symboli odpowiadającym prostym pojęciom, możemy otrzymać każdą ideę, każdą myśl, każde zdanie.

Leibniz próbował zrealizować tę ideę pracując w zakresie logiki matematycznej (próba formalizacji myślenia) — bez większego zresztą powodzenia. Ponieważ, podobnie jak dla Kartezjusza, czymś pozytywnym była dla niego prostota rachunków arytmetycznych, więc podał ideę rachunku geometrycznego (nazwał ten rachunek analizą położenia (*analysis situs*), w którym rolę liczb pełniły figury geometryczne, a odpowiednikiem działań na liczbach było wzajemne położenie figur geometrycznych. Idea ta (podobnie zresztą jak idea logiki matematycznej) została rozwinięta w XIX i w XX wieku w postaci topologii.

---

[11] M. Gordon, *Leibniz*, W-wa 1974, 245—250; G. W. Leibniz, *Wyznanie wiary filozofa*, W-wa 1969, 297—317.

Istnieje jeszcze trzeci punkt, w którym Leibniz próbował zrealizować ideę charakterystyki uniwersalnej (kombinatorycznej) a dotyczy on rachunku nieskończenie małych; tutaj jego prace zakończyły się częściowo powodzeniem. Jako twórca rachunku nieskończenie małych stał się Leibniz, obok Newtona, współtwórcą rachunku różniczkowego i całkowego. Zgodnie ze swoją ideą charakterystyki uniwersalnej Leibniz wyszedł od dwóch podstawowych pojęć: pojęcia sumy nieskończenie małych (pojęcie to występowało przy obliczaniu pól i objętości figur) oraz pojęcia nieskończenie małych różnic (to pojęcie było wykorzystywane natomiast przy znajdywaniu równań stycznych do krzywych). Pojęciom tym przypisał symbole: „∫" (symbol całki), dla oznaczenia sumy nieskończenie małych i „dx" (symbol różniczki), dla oznaczenia nieskończenie małych różnic. Cała analiza matematyczna miała być sprowadzona do odpowiedniej kombinacji tych pojęć, zgodnie oczywiście z przyjętymi regułami operowania nimi (reguły różniczkowania i całkowania). Zauważmy, że Descartes, analizując (w oparciu o przyjęte kategorie poznawcze) idee jakie mamy w umyśle, odkrywa:

1. dwie idee pierwotne związane z substancją myślącą i określające tę substancję — są to idea trwania (w konstrukcji nauki wyrażająca następstwo logiczne danych faktów) oraz liczby;
2. jak również cztery idee pierwotne dotyczące substancji rozciągłej — są to idee: rozciągłości, kształtu, położenia i ruchu.

Oczywiście, w oparciu o te idee buduje Descartes (jak również Leibniz) swoją naukę uniwersalną. W przypadku Leibniza, kartezjańską ideę trwania można odnaleźć pod postacią słynnej zasady ciągłości:

„W każdym domniemanym przejściu, kończącym się na jakimś kresie, dozwolone jest ustanowienie pewnego ogólnego rozumowania, którym można objąć także końcowy kres" [12].

Zasada ta odgrywała ogromną rolę, nie tylko w nauce budowanej przez Leibniza, lecz również w całym późniejszym rozwoju matematyki. Uważam, że zasada ta to fakt epistemologiczny, a na jego obowiązywanie w różnych dziedzinach wiedzy (przynajmniej matematyki) wskazuje historia nauki nowożytnej. Zauważmy, że schemat kartezjańskiego dowodu na istnienie Boga jest zgodny z tą zasadą: idee, które mamy w umyśle tworzą ciąg, a ciąg ten, na podstawie kategorii poznawczych K1—K4, musi mieć kres, a zatem naszym rozumowaniem musimy objąć również ten kres, gdyż ma on co najwyżej tyle samo treści, co elementy składowe ciągu (korzystamy z kategorii poznawczej K5).

W celu zrozumienia, w jaki sposób działa zasada ciągłości spójrzmy teraz na to, w jaki sposób dowodzi Leibniz pewnych własności i twierdzeń w ramach tworzonego przez siebie rachunku różniczkowego. W tym przypadku zasada ciągłości przyjmuje następującą postać:

„Tymczasem pojmujemy nieskończenie małą nie jako zero proste i absolutne, lecz jako zero względne, to znaczy jako wielkość znikającą, która jednak zachowuje charakter tej która znika" [13],

tzn. zachowuje charakter liczbowy. Dla Leibniza zasada ciągłości była pomostem między różniczkami (a więc wielkościami nieskończenie małymi) a rzeczywistością.

Przypisywał więc Leibniz różniczkom pewne „rzeczywiste" własności,

[12] G. W. Leibniz, *Early Mathematical Manuscripts,* Chicago 1920, 147.
[13] C. B. Boyer, *Historia rachunku różniczkowego i całkowego,* PWN, W-wa 1964, 311.

jakie przysługiwały innym wielkościom, jednak zarazem chciał uniknąć operowania tymi wielkościami (tzn. sądził, że różniczki są na tyle realne, że przysługują im pewne własności, lecz jednak nie na tyle, aby można wykonywać na nich operacje jak na liczbach). Dlatego też używał symboli d(x) i d(y) dla oznaczenia różnic skończonych i na tych symbolach wykonywał obliczenia. Dopiero po zakończeniu rachunków opuszczał nawiasy i wynik otrzymywał dla różniczek dx i dy. Uważał, że tego typu sztuczka jest dopuszczalna, gdyż stosunek dy/dx zawsze można sprowadzić do stosunku d(y)/d(x). Jednak znowu jak poprzednio, nie traktował stosunku dy/dx jako pewnej nowej wielkości, która miałaby sens sama w sobie. Innymi słowy, tak jak różniczka była nieskończenie małą różnicą, która miała zawierać w sobie własności różnic skończonych, tak również pochodna była wyłącznie stosunkiem różniczek i musiała posiadać ich własności. Pojęcia, które otrzymuje się w wyniku takich nieskończonych operacji (np. operacji przejścia do granicy) mają sens tylko o tyle, o ile są w stanie wchłonąć w siebie własności pojęć, które je określają. Różniczka nie miała więc dla Leibniza znaczenia sama w sobie — jej własności i możliwości wykonywania na nich pewnych działań wynikały z własności liczb.

Aby zobaczyć, w jaki sposób osiągnięcia naukowe Leibniza wzmacniają kartezjański dowód na istnienie Boga zauważmy, że idea charakterystyki kombinatorycznej, częściowo przez niego zrealizowana, pokazuje możliwość wiedzy analitycznej o świecie zewnętrznym. Myślę, że pełniej tę kwestię można zrozumieć, gdy weźmiemy pod uwagę to, że rachunek różniczkowy (otrzymany w oparciu o idee określające substancję myślącą) stał się w mechanice Newtona idealnym narzędziem do opisu pojęcia ruchu. Przypomnijmy, że pojęcie ruchu stanowiło jedną z idei określających substancję rozciągłą, a więc odpowiadało temu, co zewnętrzne i niezależne od umysłu (oczywiście, w ujęciu Descartesa). Możliwe jest więc wydostanie się z obszaru *cogito*, w oparciu o idee zawarte w *cogito* i dojście do tego, co istnieje niezależnie od *cogito* — możliwe jest tym samym odkrywanie zasad harmonii przedustawnej i w konsekwencji możliwy jest dowód na istnienie Boga.

6. ZWIĄZEK BOGA FILOZOFII Z DANĄ KONCEPCJĄ NAUKOWOŚCI

Aby dostrzec związek pomiędzy wprowadzeniem do struktury wiedzy kategorii poznawczych, a koniecznością występowania w tej strukturze, związanego z tymi kategoriami, dowodu na istnienie Boga, przyjrzyjmy się czy struktury te występują w niektórych innych koncepcjach projektujących nauki.

W koncepcji Platona umysł potrafi poznać wprost strukturę ontologiczną świata idei (oczywiście tylko w pewnym zakresie). Ta poznana struktura ontologiczna staje się podstawą dalszego procesu budowy wiedzy. Ponieważ jednak również pewne związki między ideami umysł poznaje bezpośrednio (idee zostają wyrażone w postaci pojęć ogólnych, a związki między nimi w postaci ogólnych praw, pewników i aksjomatów), więc nie istnieją struktury poznawcze, które byłyby odpowiedzialne za kontakt umysłu z zewnętrzną w stosunku do umysłu rzeczywistością. Metoda aksjomatyczno-dedukcyjna umożliwia wyłącznie odtwarzanie świata idei w sposób czysto aprioryczny, na podstawie poznawanych wprost idei. A więc również i Demiurg platoński ma za zadanie wyłącznie budowę świata z istniejących wiecznie idei — nie ma potrzeby (gdyż świat idei jest samowystarczalny, samoistny) ani możliwości (gdyż nie ma istniejących apriorycznie metod dowodowych — przypomnę, metod związanych ze strukturami poznawczymi) dowodu na istnienie Boga.

W przypadku filozofii Arystotelesa również poznajemy wprost strukturę ontologiczną świata zmysłowego. Jednak występują już „głębsze" struktury poznawcze. Struktury te działają w ramach metody abstrakcji odpowiedzialnej za powstawanie pojęć ogólnych, które ujmują istotę konkretnych jednostkowych rzeczy poznawanych przez zmysły. Rozwijanie wiedzy jest natomiast możliwe dzięki strukturze sylogizmu — przy jego pomocy możemy rozwijać osiągniętą już wiedzę. Sądzę, że ponieważ u Arystotelesa mamy już do czynienia ze strukturami poznawczymi, więc dlatego pojawia się konieczność dowodu na istnienie Boga. Bóg w koncepcji Arystotelesa to Pierwszy Poruszyciel tzn. Ten, który daje światu pierwszy impuls. Innymi słowy, Pierwszy Poruszyciel nadaje światu warunki początkowe, a więc Jego funkcja jest analogiczna do funkcji kategorii poznawczych w procesie poznawania, gdyż dzięki kategoriom poznawczym umysł nasz otrzymuje pojęcia określające istotę wyabstrahowaną z rzeczy jednostkowej. Tak, jak dzięki kategoriom poznawczym mamy pojęcia przy pomocy których rozpoczyna się proces poznawania, tak również dzięki Pierwszemu Poruszycielowi świat zaczyna „żyć' i funkcjonować.

Można więc powiedzieć, że obie koncepcje (Platona i Arystotelesa) w tym ujęciu są koncepcjami empirycznymi. Ten empiryzm wyraża się w tym, że poznajemy bezpośrednio strukturę ontologiczną świata istniejącego obiektywnie i niezależnie od naszego umysłu. Poza tym, ta poznawana bezpośrednio struktura ontologiczna świata jest centralnym składnikiem wiedzy.

W zakresie struktur poznania następuje zasadniczy zwrot u Kartezjusza. Między strukturą świata a naszym umysłem pojawia się przepaść — nie możemy poznać więc struktury świata bezpośrednio. Pojawiają się kategorie poznawcze, które umożliwiają poznanie świata poza-umysłowego.

U Leibniza natomiast kategorie poznawcze wiążą się z wprowadzonym przez tego filozofa pojęciem harmonii przedustawnej. Ta właśnie harmonia przedustawna umożliwia wszelkie poznanie, gdyż substancja w ujęciu Leibniza, to monada „bez okien", która nie ma możliwości dotarcia wprost do innej monady. Harmonia przedustawna wyraża się między innymi w prawach logiki, w zasadzie najmniejszego działania czy w zasadzie maksimum (to, co istnieje jest najlepsze z tego, co może istnieć).

Zauważmy, że projekt Leibniza budowy kombinatoryki uniwersalnej opiera się na przyjęciu istnienia kategorii poznawczych. Poprzez kategorie poznawcze otrzymujemy narzędzie pozwalające odtworzyć w sposób czysto analityczny cały świat (według Leibniza każdy problem w ramach kombinatoryki uniwersalnej będzie można rozwiązać w sposób czysto logiczny i formalny).

Jeśli chodzi o kategorie poznawcze w przypadku filozofii Kanta, to składają się na nie: forma doświadczenia (czas i przestrzeń) oraz kategorie intelektu, dzięki którym budujemy wszelką wiedzę. Chciałbym przypomnieć, że, według mnie, kartezjański dowód na istnienie Boga obowiązuje również w koncepcji Leibniza i Kanta — oczywiście, przy uwzględnieniu innych struktur poznawczych zakładanych przez te koncepcje.

7. ZASADA GRANICZNA JAKO FAKT EPISTEMOLOGICZNY

Sądzę, że nauka nowożytna w dużej mierze jest realizowana zgodnie z kartezjańskim modelem naukowości. Przyjrzyjmy się temu na przykładzie matematyki XIX wieku, w której można dostrzec powstanie wielu nowych metod badawczych. W tym okresie zaczęły rozwijać się nowe działy matematyki. Dostrzeżono problemy, których wcześniej nie uznawano za problemy *sensu stricte* matematyczne.

Chciałbym zwrócić uwagę na kilka nurtów w matematyce XIX wieku, które, jak sądzę, są charakterystyczne dla matematyki tego okresu i wzbogacają kartezjański model naukowości. Tymi nurtami są: badania topologiczne, teoria mnogości oraz program z Erlangen F. Kleina. U podłoża tych nowych metod w matematyce leżała, jak sądzę, pewna podstawowa tendencja, która wystąpiła z pełną siłą w pierwszej połowie XIX wieku.

Sprowadzała się ona do chęci uściślenia podstaw analizy matematycznej. Wiek XVII i XVIII to okres intensywnego rozwoju analizy (po pracach Newtona i Leibniza), bez zwracania zbytniej uwagi na jej podstawę. Kiedy jednak rozrastający się gmach analizy matematycznej zaczął natrafiać na trudne do rozwiązania problemy i wewnętrzne sprzeczności uznano, że należy określić podstawowe pojęcia analizy, podać ich ścisłe definicje i na tej podstawie przeprowadzać dopiero dalsze rozważania oraz formułować i dowodzić twierdzenia. Ten okres rygoryzacji przebiegał pod hasłem „arytmetyzacji analizy" [14]. Wielu wybitnych matematyków takich jak: Cauchy, Abel, Bolzano, Riemann, Weierstrass itd. brało w tym udział. Wtedy to podano definicje ciągłości, granicy, funkcji, całki, pochodnej itd. W programie tym jest przynajmniej jeden charakterystyczny element, który w zasadniczy sposób wzbogacał nowożytny ideał naukowości. Elementem tym jest metoda, którą nazwę „zasadą graniczną" (jest ona w pewnym sensie odwróceniem słynnej zasady ciągłości Leibniza):

Jeśli mamy układ elementów i dokonamy na tych elementach pewnej „nieskończonej" operacji (np. przejście do granicy lub utworzenie z nich jakiejś nowej struktury), to element, który otrzymamy jako wynik tej operacji może mieć zasadniczo inne własności, niż elementy wyjściowe. Ważne jest ścisłe określenie danej operacji.

Zauważmy, że zasada graniczna, podobnie jak zasada ciągłości Leibniza, jest przykładem faktu epistemologicznego. Zasadę tę stosował np. Cauchy i stała się ona istotnym składnikiem umożliwiającym przeprowadzenie dowodu hipotezy Leibniza (granica ciągu funkcji ciągłych jest funkcją ciągłą) po uprzednim podaniu definicji ciągłości i granicy; w konsekwencji stała się ta zasada przyczyną odkrycia błędu w dowodzie hipotezy Leibniza i doprowadziła do pojawienia się pojęcia jednostajnej zbieżności [15].

Zobaczmy jak zasada ta wiąże się z kartezjańskim modelem naukowości. Przy zastosowaniu zasady granicznej mamy następującą sytuację. Przykładowo pojęcie szeregu liczbowego określa pewną strukturę dzięki definicji pojęcia nieskończonego sumowania (definicja zbieżności szeregu). Struktura ta nie musi być uchwytna dla umysłu, nie musi

---

[14] C. B. Boyer, *Historia rachunku różniczkowego i całkowego*, PWN, W-wa 1964, 377—418.

[15] I. Lakatos, *Proofs and Refutations*, Cambridge 1976, 127—134.

również posiadać tych samych własności co elementy składowe tej struktury. Struktura ta jest materiałem do analizy dla umysłu. Badający tę strukturę umysł musi dostrzec jej własności oraz zależności między elementami tej struktury. Nowo powstała struktura staje się więc częściowo niezależna od umysłu, który w gruncie rzeczy ją stworzył.

W schemacie określonym przez zasadę graniczną, konstruuje się pewne struktury („całości"), które dopiero trzeba poznawać i badać. W jakiś dziwny sposób splatać się zaczyna ze sobą racjonalizm i empiryzm (umysł nie posiada możliwości intuicyjnego ujęcia skonstruowanego przez siebie obiektu — musi go badać, jakby to był obiekt empiryczny, niezależny od niego). W tym właśnie uwidacznia się idea, na której opierają się nowe metody badawcze tzn. skonstruowana matematyczna struktura może mieć nowe własności, które wcześniej nie występowały i nie były w ogóle brane pod uwagę; te własności trzeba dopiero poznać przy pomocy nowych metod i badań.

8. TEORIA MNOGOŚCI

Chciałbym tę ideę bliżej naświetlić na przykładzie jednej z najważniejszych, jak sądzę, teorii matematycznych, które powstały w okresie nowożytnym. Chodzi o teorię mnogości, stworzoną pod koniec XIX wieku przez Georga Cantora.

Przyjrzyjmy się definicji zbioru podanej przez Cantora:

„Przez zbiór rozumiemy zgrupowanie w jedną całość wyraźnie różnych przedmiotów naszej intuicji lub naszej myśli"; lub: „Każdy zbiór dobrze odróżnionych rzeczy może być traktowany jako jednolita rzecz dla siebie" [16].

Definicje te wydają się bardzo nieprecyzyjne. Jednak zawierają pewien istotny element, związany ściśle z zasadą graniczną. Dla Cantora do tego, aby utworzyć z pewnych elementów jakiś zbiór, wystarczy mieć kryterium pozwalające rozdzielić te elementy („wyraźnie różne przedmioty naszej intuicji") — i to w zupełności wystarczy. Te elementy nie muszą mieć wspólnej własności zezwalającej dopiero na tworzenie z nich pewnej całości. Tym samym nie znane są *a priori* własności zbioru, który otrzymamy w wyniku pewnej operacji. Te własności trzeba dopiero poznać analizując sam zbiór i jego konstrukcję. Nowo skonstruowany zbiór może zawierać w sobie cały świat nowych, nieznanych uprzednio własności.

Zobaczmy jak w tym ujęciu powstaje zbiór liczb naturalnych. Jeśli przyjmujemy zasadę, że do utworzenia jakiegoś zbioru trzeba znać własności jego elementów, to wtedy pojęcie zbioru (wszystkich) liczb naturalnych nie ma sensu. Wynika to z tego, że z powodu nieskończonej ilości liczb naturalnych nie możemy znać własności ich wszystkich. Stąd brało się odrzucenie nieskończoności aktualnej jako takiego pojęcia, które przeczyło tej zasadzie. Zgodnie z definicją Cantora nie ma przeszkód dla utworzenia zbioru liczb naturalnych — są rozróżnialne i to wystarczy. Fakt rozróżnialności liczb naturalnych wynika z tego, że każda z nich „składa się" z różnej liczby jedynek. Mimo tego, że nie znamy własności wszystkich liczb naturalnych, to jednak znamy

---

[16] G. Cantor, *Gessammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, red. E. Zermelo, Springer—Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1980, 282.

zasadę tworzenia kolejnych dowolnie dużych liczb. Liczby naturalne tworzą więc pewną strukturę — tę strukturę możemy traktować jako obiekt matematyczny będący nową jakością w stosunku do tworzących go elementów.

Spójrzmy jak dalej działa „zasada Cantora" konstrukcji zbiorów. Otrzymawszy zgodnie z powyższą zasadą całą rodzinę zbiorów, szukamy najprostszego kryterium, które umożliwiałoby rozróżnienie zbiorów należących do pewnej klasy, nie koniecznie wskazując na własności tych zbiorów. Tym kryterium okazuje się odwzorowanie wzajemnie jednoznaczne pomiędzy zbiorami tzn. dwa zbiory A i B zaliczamy do tej samej klasy, jeśli istnieje funkcja f wzajemnie jednoznaczna odwzorowująca zbiór A na zbiór B. Zauważmy, że funkcja o takiej własności nie domaga się żadnych konkretnych własności zbiorów A i B, jednak jest w stanie je rozróżnić — jeśli zbiory A i B są różne, to funkcja f nie jest tożsamościowa.

Tak otrzymane klasy nazywa Cantor liczbami kardynalnymi. Oczywiście, kryterium rozróżniające zbiory A i B może wskazywać (lecz nie musi) na pewne własności tych zbiorów. Tak jest w przypadku liczb porządkowych, które powstają analogicznie jak liczby kardynalne, jednakże funkcja wzajemnie jednoznaczna będąca podstawą otrzymania tych liczb musi zachowywać porządek istniejący na zbiorach A i B.

Jeśli więc istnieje kryterium rozróżnienia pomiędzy pewnymi elementami, to jest to warunek wystarczający do tego, aby te elementy traktować jako jednolitą całość. Brak takiego kryterium uniemożliwia natomiast tworzenie takiej całości. I tak np. nie istnieje zbiór wszystkich zbiorów, bo nie jest możliwe wskazanie kryterium, które by rozróżniało wszystkie możliwe zbiory. Cantor uważa, że również w przypadku tworzenia zbiorów skończonych nie można wskazać innego kryterium, oprócz kryterium wyraźnego rozróżniania elementów tworzących dany zbiór tzn. zbiory nieskończone mają co najmniej takie same prawo do istnienia jak zbiory skończone. Zobaczmy, co pisze sam Cantor na temat „wielości nieskończonych" (tzn. liczb kardynalnych nieskończonych).

„Czy nie byłoby do pomyślenia, że już te wielości są „sprzeczne" i że sprzeczność przyjęcia tego, iż wszystkie te elementy tworzą pewną całość jeszcze tylko nie zwróciła na siebie uwagi? Moja odpowiedź na to brzmi, że pytanie to należy również rozszerzyć na wielości skończone i że dokładne rozważanie prowadzi do następującego wyniku: nawet dla wielości skończonych nie da się przeprowadzić „dowodu" ich „niesprzeczności". Innymi słowy: fakt „niesprzeczności" wielości skończonych jest prostą, niedowodliwą prawdą, jest „aksjomatem arytmetyki" (w starym sensie tego słowa). Tak samo „niesprzeczność" wielości, którym przypisuję alefy jako liczby kardynalne jest aksjomatem rozszerzonej arytmetyki pozaskończonej" [17].

Co więcej, istniejące aktualnie zbiory nieskończone stanowią podstawę teorii mnogości, w rozumieniu Cantora. Zbiory skończone są to twory umysłu konstruowane w oparciu o istniejące idealnie zbiory nieskończone. W tym miejscu chciałbym przypomnieć zasadę, na której

---

[17] Tamże, 249; tekst polski w tł. R. Murawskiego na podstawie: *Filozofia matematyki (antologia tekstów klasycznych)*, red. R. Murawski, Poznań 1986, 174.

opiera się rozumienie zbiorów nieskończonych (tę zasadę można traktować jako definicję zbioru nieskończonego):

Zbiór jest nieskończony, jeśli pewien jego podzbiór właściwy jest z nim równoliczny.

Ta zasada wydaje się być zaprzeczeniem dziewiątego aksjomatu Euklidesa, który brzmi: *całość jest większa od części.* Jednak sądzę, że zasada leżąca u podstaw rozumienia zbioru nieskończonego, nie przeczy aksjomatowi Euklidesa, lecz pozwala go lepiej zrozumieć — dzieje się tak wówczas, gdy staramy się dostrzec wspólną treść w tych stwierdzeniach. Ta wspólna treść to kolejny fakt epistemologiczny odkryty przez naukę nowożytną. Ten fakt epistemologiczny można ująć w następujący sposób: *całość jest większa od części pod warunkiem, gdy pojęcie „część" traktujemy w tym samym sensie, co pojęcie „większy"*; w przypadku definicji zbioru nieskończonego „część" jest rozumiana jako „podzbiór właściwy", natomiast „większy" jako „mający większą moc" — nie ma więc sprzeczności z aksjomatem Euklidesa.

Przy okazji chciałbym wspomnieć, że powstanie geometrii nieeuklidesowych zwróciło uwagę na istotne treści zawarte w słynnym piątym postulacie Euklidesa (przez punkt nie leżący na prostej można poprowadzić dokładnie jedną prostą równoległą); nie sądzę więc, że w tych geometriach piąty postulat jest odrzucony (jeśli już, to wyłącznie z formalnego punktu widzenia). Po prostu okazuje się, że od pojęć „prosta" i „równoległość" bardziej podstawowe są pojęcia „geodetyki" i „krzywizny". Prosta w „euklidesowym" rozumieniu to geodetyka leżąca na powierzchni o krzywiźnie równej zero.

9. BADANIA TOPOLOGICZNE I PROGRAM KLEINA

Teraz chciałbym pokazać, że idee, które wpłynęły na powstanie metod topologicznych były zasadniczo zgodne z zasadą graniczną.

Jednym ze źródeł topologii są badania dotyczące funkcji zespolonych $f(x + iy) = u + iv$. Badania te rozpoczął Riemann w swojej rozprawie doktorskiej, która ukazała się w 1851 roku [18]. W badaniach tych między innymi chodziło o podanie takich warunków na funkcję zespoloną, aby dana funkcja zespolona przekształcała obszar płaszczyzny (tzn. zbiór spójny i otwarty) na obszar. Te warunki (między innymi tzw. warunki Cauchy'ego — Riemanna) doprowadziły do powstania pojęcia funkcji analitycznej. Natomiast rozpatrywanie funkcji analitycznych wieloznacznych doprowadziło do powstania pojęcia powierzchni riemannowskiej. W przypadku funkcji wieloznacznej otrzymujemy całą wiązkę takich powierzchni. Dana funkcja wieloznaczna „rozpada się" więc na klasę funkcji jednoznacznych (każdą z takich funkcji otrzymujemy, gdy ograniczymy jej zbiór wartości do jednej z powierzchni riemannowskich). Funkcje należące do tej klasy mają wspólną strukturę — jest nią struktura topologiczna. Oznacza to, że powierzchnie riemannowskie danej funkcji wieloznacznej są między sobą homeomorficzne. Riemann dostrzegł potrzebę badań topologicznych powierzchni odkrytych podczas analizy funkcji zespolonych i rozpoczął te badania wprowadzając pojęcie „liczb Bettiego" powierzchni — liczby te są nie-

[18] B. Riemann, *Gesammelte mathematische Werke*, Leipzig 1876, 3—43; N. Bourbaki, *Elementy historii matematyki*, PWN, W-wa 1980, 117—182.

zmiennikami topologicznymi i tym samym dają charakterystykę topologiczną powierzchni.

Zauważmy zresztą, że pojęcie struktury topologicznej pojawia się już przy geometrycznej interpretacji liczb zespolonych. Mając dwie dowolne liczby zespolone (na płaszczyźnie) można przejść od jednej z nich do drugiej w sposób ciągły na nieskończenie wiele sposobów (inaczej, niż w przypadku dwóch punktów na prostej, gdzie przejście ciągłe od jednego punktu do drugiego jest jednoznaczne). O możliwości interpretacji geometrycznej liczb zespolonych na płaszczyźnie i o kwestii nieskończenie wielu odwzorowań ciągłych przekształcających jeden punkt w drugi pisał Gauss w 1812 roku [19].

W tym spostrzeżeniu tkwi już zalążek metod topologicznych. Z punktu widzenia możliwości pewnych ciągłych przekształceń płaszczyzna ma znacznie bogatszą strukturę niż prosta. Wskazuje to na zasadniczą różnicę między prostą a płaszczyzną w „pewnym sensie" — tym sensem jest struktura topologiczna (nie można przejść w sposób topologiczny z prostej na płaszczyznę).

Bardzo istotne dla powstania topologii były analizy związane z twierdzeniem Eulera. Twierdzenie to mówi, że suma ścian i wierzchołków dowolnego wielościanu wypukłego, pomniejszona o liczbę jego krawędzi, równa się 2. Próbowano uogólnić to twierdzenie. Francuski mechanik i matematyk Louis Poinsot w pracy *O wielokątach i wielościanach* [20] pokazał, że dla pewnych gwiaździstych wielościanów ma miejsce inny związek różniący się od zależności wymaganej przez twierdzenie Eulera. Również Cauchy w *Badaniach na temat wielościanów* [21] wskazał przykłady wielościanów nie odpowiadających zależności Eulera. Okazało się, że dana zależność typu Eulera określa pewną klasę wielościanów homeomorficznych. I tak np. wyjściowe twierdzenie Eulera jest prawdziwe dla wszystkich wielościanów, których powierzchnie są homeomorficzne ze sferą.

Spójrzmy na zależność Eulera w nieco inny sposób. Zależność ta ukazuje, że różne wielościany mające zupełnie różną strukturę geometryczną, algebraiczną itd., mają jednak pewną wspólną podstawową cechę — jest nią ten sam wzór wiążący liczbę wierzchołków, krawędzi i ścian tych wielościanów. W momencie pojawienia się wzoru Eulera, w matematyce nie znano takiej struktury, która byłaby odpowiedzialna za istnienie tego podobieństwa. Badania, które z jednej strony szły w kierunku poszukiwania dowodu twierdzenia Eulera (to twierdzenie było na początku traktowane jako hipoteza), a z drugiej strony na szukaniu kontrprzykładów do tej hipotezy, doprowadziły w końcu do podania klasyfikacji topologicznej wielościanów. Tym samym znaleziono podstawę, która odpowiadała za prawdziwość wzoru Eulera dla figur geometrycznych mających zupełnie inną strukturę matematyczną (do tamtej pory) — tą podstawą była topologia.

Oczywiście, wszystkie te rozważania geometryczne nie mogły doprowadzić do powstania topologii jako gałęzi matematyki, gdyby nie uściślenie pojęć granicy, ciągłości i funkcji (ścisła definicja tych pojęć była wynikiem wspomnianego wcześniej nurtu w matematyce XIX

---

[19] C. F. Gauss, *Werke*, Bd. 8, Gottingen 1870—1927, 90—91; N. Bourbaki, *Elementy historii matematyki*, PWN, W-wa 1980, 203—204.

[20] A. P. Juszkiewicz (red.), *Matematika XIX wieka (Geometria. Teoria analitycznych funkcji)*, Izdatielstwo „Nauka", Moskwa 1981, 97—98.

[21] *Tamże.*

wieku dotyczącego arytmetyzacji analizy) — pojęcia te stały się podstawowe w topologii, zresztą nie tylko w topologii.

Na czym polegało wzbogacenie przez metody topologiczne kartezjańskiego modelu naukowości. Aby to zrozumieć spójrzmy na wypowiedź Listinga (był uczniem Gaussa i pierwszy użył terminu topologia):

„Pod pojęciem topologii będziemy rozumieć naukę o modalnych związkach obrazów przestrzennych lub o prawach spólności, wzajemnego położenia punktów, linii, powierzchni, ciał i ich części, lub ich zbioru w przestrzeni niezależnie od związku z miarą i wielkością" [22].

Przez związki modalne Listing rozumie te własności figur, które zachowują się przy odwzorowaniach ciągłych. Topologia bada więc, według Listinga, niezmienniki odwzorowań ciągłych (później zawężono badania topologii do niezmienników odwzorowań wzajemnie ciągłych).

Przyjrzyjmy się temu, co jest istotne w programie badań topologicznych. Przy dokonywaniu pewnej matematycznej operacji możemy otrzymać zupełnie nową strukturę, której własności nie mieszczą się we własnościach elementów na których dana operacja była wykonywana. Dlatego jest sens wydzielić niezmienniki danej operacji (w tym przypadku niezmienniki odwzorowań ciągłych) i utworzyć teorię, która te niezmienniki będzie badać. Zgodnie z przyjętym założeniem, badanie niezmienników danej operacji rzeczywiście oddziela daną teorię matematyczną od innej, gdyż obiekt powstały w wyniku danej operacji posiada również własności, które wcześniej nie występowały, a do których nie koniecznie musimy mieć dostęp metodami danej teorii. Jednak jest sens badać obiekt wymykający się częściowo spod kontroli metod, które posiadamy.

Dzięki nowej idei metody, która pojawiła się w XIX wieku, znów odrodził się problem platonizmu w matematyce. Chodzi o to, że konstruujemy obiekty, których w pełni poznać nie możemy. Mają więc te obiekty obiektywną, niezależną w pewnym stopniu od naszego umysłu formę istnienia. Wielu matematyków XIX wieku (np. Riemann, Cantor, Frege, Poincare) rozpoczęło więc refleksje nad naturą matematyki przyjmując nierzadko postawę platońską (np. Cantor czy Frege).

W 1872 roku niemiecki matematyk F. Klein ogłosił program w geometrii, który — jak sądzę — miał w istocie swojej wiele wspólnego z programem Cantora budowy teorii mnogości czy z ideą metod topologicznych. Uważam, że w programie Kleina w sposób najbardziej wyraźny została przedstawiona idea metody nowo kształtującego się modelu naukowości. Przyjrzyjmy się *Rozważaniom porównawczym o nowszych badaniach geometrycznych,* gdzie F. Klein przedstawia swoją koncepcję [23].

Klein wychodzi od spostrzeżenia, że istnieją przekształcenia, które nie zmieniają własności pewnych figur geometrycznych. Za podstawowe własności uznaje tzw. własności geometryczne tzn. własności niezależne od położenia, wielkości bezwzględnej i od porządku. Istnieją pewne przekształcenia (przesunięcia, obroty, symetrie, podobieństwa), które nie zmieniają własności geometrycznych. Co więcej, przekształ-

[22] J. B. Listing, *Predwaritelnyje issledowania po topołogii,* Moskwa 1932, 35.

[23] Program ten został ogłoszony z okazji wstąpienia do senatu uniwersytetu w Erlangen w 1872 r., a ukazał się drukiem w: *Mathematische Annalen,* 43 (1893); tekst polski w tł. S. Dicksteina.

cenia te tworzą grupę, którą Klein nazywa grupą główną. Można więc traktować geometrię elementarną jako teorię badającą te własności figur geometrycznych, które nie zmieniają się pod działaniem grupy głównej.

Rozważania Kleina prowadzą do dość poważnych konsekwencji. Chodzi o to, że geometria zostaje sprowadzona do teorii niezmienników danej grupy przekształceń. „Jak długo podstawą badania geometrycznego jest ta sama grupa przekształceń, treść geometrii pozostaje niezmienną". Oznacza to, że dana ustalona grupa przekształceń jednoznacznie ustala daną geometrię, niezależnie od przestrzeni na której działa, na przykład niezależnie od wymiaru przestrzeni. F. Klein podaje jako przykład równoważność geometrii rzutowej na krzywej stożkowej oraz geometrii rzutowej na płaszczyźnie.

„Przyjmijmy na stożkowej za element parę punktów, zamiast punktu. Można ustanowić odpowiedniość między ogółem par punktów stożkowej a ogółem prostych płaszczyzny, przyporządkowując każdą prostą tej parze punktów, w której przecina stożkową. Przy tym odwzorowaniu, przekształcenia liniowe odtwarzające stożkową przechodzą na przekształcenia liniowe płaszczyzny (uważaną za złożoną z prostych), pozostawiające bez zmian stożkową" [24].

Tego typu równoważność można ustalać między istotnie różnymi przestrzeniami.

W programie Kleina, którego istotę powyżej przedstawiłem, w sposób bardzo wyraźny uwidacznia się idea metody, o której wspominałem wcześniej, a która wzbogaca kartezjański model naukowości. W tym ujęciu istotna staje się ogólna struktura (np. grupa przekształceń), którą narzucamy na badaną przestrzeń. Sama możliwość narzucenia takiej struktury determinuje już własności takiej przestrzeni.

Nieistotne staje się więc to, z czego dana przestrzeń się składa, ważne jest jedynie to, jaką strukturę narzucamy na tę przestrzeń. Ta narzucona struktura pozwala (i jest wystarczająca) poznać własności badanych obiektów matematycznych. Widać stąd, że w gruncie rzeczy obiektem matematycznym w tym nowym ujęciu jest pewna ogólna struktura matematyczna. W przypadku programu Kleina tą strukturą jest grupa przekształceń, a jeśli chodzi o teorię mnogości Cantora, tą strukturą jest zbiór wraz z metodą jego konstrukcji.

10. ROLA DOWODU NA ISTNIENIE BOGA W NOWOŻYTNYM PARADYGMACIE NAUKI

Chciałbym teraz przypomnieć ideę, która leży u podstaw kartezjańskiego dowodu na istnienie Boga. Idea ta polega na tym, że w ramach apriorycznych kategorii poznawczych możemy, w oparciu o idee, które mamy w umyśle, uzyskać wiedzę o poza-umysłowym, obiektywnie istniejącym świecie (w tej idei zawiera się intuicja jedności kartezjańskiego modelu wiedzy — jest możliwa jednolita wiedza, obejmująca dwa odrębne żywioły: substancję myślącą i substancję rozciągłą). Sądzę, że idea ta w znaczącym stopniu jest realizowana w nowożytnym paradygmacie nauki. Myślę, że przedstawiona przeze mnie ogólna koncepcja teorii mnogości, topologii i programu Kleina pokazuje, jak ta idea jest realizowana w tych na przykład teoriach: w teorii nauko-

[24] *Tamże*, 32.

wej mamy do czynienia z obiektami konstruowanymi przez umysł, jednak te obiekty mają obiektywną treść, której umysł nie zna *a priori*, którą musi dopiero badać i poznawać. Jak zauważyłem wcześniej, pojęcie sądu syntetycznego *a priori* zawiera w sobie intuicję możliwości apriorycznej wiedzy o poza-umysłowym świecie. Oczywiście, sąd syntetyczny *a priori* — ta prawda aprioryczna kartezjańskiego modelu naukowości — jest ściśle związany z kartezjańskimi kategoriami poznawczymi.

Aby zrozumieć, jaka jest rola dowodu na istnienie Boga w kartezjańskim modelu naukowości, porównajmy ten model jeszcze raz z modelami: platońskim i arystotelesowskim.

W koncepcji platońskiej pojęcia ogólne używane w nauce wprost odpowiadają istniejącym realnie ideom. Przy budowie nauki wystarczyło mieć metody, które dawały możliwość poruszania się w świecie idei. Tak jak umysł ludzki, z pojęć odpowiadającym ideom, budował wiedzę o świecie, tak również Demiurg — Bóg platońskiej filozofii — z odwiecznie istniejących idei budował świat.

W przypadku arystotelesowskiego modelu nauki struktura świata jest dana bezpośrednio (tak samo jak w koncepcji platońskiej), jednak pojęcia ogólne nie odpowiadają wprost istniejącym realnie rzeczom — te pojęcia trzeba dopiero z tych konkretnych rzeczy otrzymać (wyabstrahować). Stąd pojawia się kategoria poznawcza — jest nią proces abstrakcji, dzięki któremu z rzeczy jednostkowej otrzymujemy pojęcie wyrażające istotę tej rzeczy. Bóg arystotelesowski to impuls, ruch i życie.

Zauważmy, że Bóg pojawiający się na kartach *Principiów* Newtona[25] jest Bogiem filozofii arystotelesowskiej, a nie Bogiem filozofii Descartesa. W systemie Newtona Bóg nadaje światu, opisywanemu przy pomocy równań różniczkowych, warunki początkowe i brzegowe oraz koryguje, co pewien czas, ruch planet, gdyż układ planetarny charakteryzuje strukturalna niestabilność. Nie jest to więc Bóg, który „wynika" z podstawowych kategorii poznawczych, nie jest to Bóg działający poprzez leibnizowską harmonię przedustawną. W kartezjańskim modelu nauki struktury świata nie poznajemy wprost — poznawana struktura świata tkwi w jakimś sensie w kategoriach poznawczych — i również poprzez te kategorie możemy odnaleźć Boga Descartesa.

W tym momencie pojawia się wyraźne przeciwstawienie koncepcji Boga dziur koncepcji Boga filozofii Descartesa. W koncepcji Boga dziur, Bóg jest niezbędnym składnikiem teorii naukowej — służy do wyjaśniania tych problemów i zjawisk, których dana teoria nie jest w stanie wytłumaczyć. Sądzę, że koncepcja Boga dziur została w trakcie rozwoju nauki dość jednoznacznie skompromitowana. Obecnie przyjmuje się powszechnie zasadę czystości metodologicznej nauki mówiącą, że w ramach danej teorii naukowej, do wyjaśniania określonych problemów, stosujemy wyłącznie metody i pojęcia tej teorii — hipotezę Boga należy więc wykluczyć ze struktury teorii naukowej.

Myślę, że po tym, co wcześnie napisałem jest jasne, że Bóg filozofii Descartesa, w ramach kartezjańskiego modelu nauki, nie jest Bogiem dziur. Bóg filozofii Descartesa gwarantuje spójność modelu wiedzy, jest gwarantem prawdziwości procesu poznawczego; a zarazem sku-

---

[25] M. Heller, J. Życiński, *Wszechświat — maszyna czy myśl?*, Kraków 1988.

teczność (w świecie materialnym) nauki rozwijanej zgodnie z przyjętymi kategoriami poznawczymi, wzmacnia pozycję Boga w tym modelu wiedzy. Odwrotnie, niż w koncepcji Boga dziur, gdzie w trakcie rozwoju nauki Bóg był z tej nauki stopniowo wypierany. Zauważmy, że w ramach arystotelesowskiego modelu nauki, Bóg filozofii Arystotelesa nie jest Bogiem dziur — staje się nim dopiero w modelu kartezjańskim. W modelu arystotelesowskim Pierwszy Poruszyciel pełni rolę gwaranta pojawienia się w umyśle ludzkim pojęć ogólnych, które w modelu kartezjańskim powstają później — w trakcie budowy wiedzy.