Lech Gruszecki

Nota o zakładzie Pascala

Studia Philosophiae Christianae 34/2, 171-174

1998

Studia Philosophiae Christianae
ATK
34 (1998) 2

LECH GRUSZECKI

NOTA O ZAKŁADZIE PASCALA

„Zważmy zysk i stratę zakładając, że Bóg jest. Rozpatrzmy te dwa wypadki: jeśli wygrasz, zyskujesz wszystko; jeśli przegrasz, nie tracisz nic. Zakładaj się tedy, że jest bez wahania"[1]. Słowa te zaczerpnięte z jednego spośród najpowszechniej znanych fragmentów *Myśli* Pascala, noszącego w układzie Chevaliera tytuł *Nieskończoność – Nicość. Zakład*, są jakby streszczeniem jednej z najciekawszych argumentacji na rzecz wartości wiary w Boga i wyrzeczenia się światowych namiętności.

Celem tej pracy jest bliższe przyjrzenie się rozumowaniu Pascala, które jako sformułowane w języku naturalnym i tym samym nie posiadającym jasnych kryteriów wynikania, może rodzić pewne wątpliwości. Chciałbym podjąć, przypuszczalnie nieco kontrowersyjną dla filozofów i teologów, próbę przełożenia argumentacji Pascala na język współczesnej probabilistyki. Powstaje, rzecz jasna, pytanie, czy jest to przedsięwzięcie możliwe i celowe? Niewątpliwie, skonstruowanie odpowiedniej przestrzeni prawdopodobieństwa jest nieco sztuczne i możliwe tylko w zarysie; jednakże użycie języka nauki dedukcyjnej ma swoje zalety: wskazuje bardziej precyzyjnie na silne i słabe punkty rozumowania Pascala.

Na marginesie niejako chciałbym zaznaczyć, że niniejszy artykuł nie zawiera głębszych odniesień teologicznych, w szczególności nie zajmuje się problemem relacji pomiędzy Łaską, wiarą a cnotliwym życiem. Sam Pascal zresztą nie akcentuje w swoich *Myślach* Augustyńskiej teologii darmowej Łaski[2].

Przyjmijmy więc, co jest pewnym uproszczeniem, że sam wybór cnotliwego religijnego życia rozstrzyga o losie wiecznym człowieka.

Przyjrzyjmy się teraz bliżej tekstowi wymienionego fragmentu *Myśli* ([451]).

Autor rozpoczyna swoje rozważania od analizy dwu pojęć: nieskończoności i skończoności. Jest to nieprzypadkowe; zakład Pascala opiera się na możliwości zestawiania obok siebie tych pojęć oraz ich porównywania. Interesujące przy tym jest pytanie o naturę nieskończoności. Z jednej strony autor traktuje ją jako atrybut Boga, z drugiej strony pisze: „Jedność dodana do nieskończoności nie pomnaża jej, ani o włos...". Ta druga interpretacja wydaje się być bliska matematycznemu rozumieniu tego pojęcia; w literaturze matematycznej bowiem możemy spotkać się z zapisem

$$\infty + a = \infty,$$

gdzie a jest dowolną (w tym również ujemną) liczbą rzeczywistą[3].

---

[1] B. Pascal, *Myśli*, Instytut Wydawniczy PAX, 1977.

[2] Por. L. Kołakowski, *Bóg nam nic nie jest dłużny*, Wydawnictwo Znak, Kraków 1994.

[3] Por. np. W. Rudin, *Analiza rzeczywista i zespolona*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986.

W dalszym ciągu swych rozważań Pascal używa następujących terminów: gra, zysk, strata, szansa. Kierują one naszą uwagę ku teorii prawdopodobieństwa i jej podstawowym pojęciom: przestrzeni prawdopodobieństwa, zdarzeniu losowemu, zmiennej losowej i wartości oczekiwanej. Pascal tych terminów wprawdzie nie wymienia, jednakże w swoim rozumowaniu używa ich faktycznie w sposób niejawny. Trzeba tu zaznaczyć, że autor *Myśli* jest uważany przez historyków matematyki[4] za jednego z twórców tzw. klasycznej teorii prawdopodobieństwa, na której opiera się współczesna probabilistyka. Obok klasycznej koncepcji prawdopodobieństwa wyróżnia się zazwyczaj jeszcze trzy inne stanowiska: subiektywistyczne, częstościowe oraz tzw. koncepcję prawdopodobieństwa *a priori*[5]. Jednakże te trzy stanowiska nie znalazły właściwego wyrazu w obrębie matematyki.

W dalszych rozważaniach będę odwoływał się do klasycznej koncepcji prawdopodobieństwa.

Wprowadźmy pewne oznaczenia i pojęcia matematyczne. Symbolem Ω oznaczmy, jak to się zwykło czynić, przestrzeń prawdopodobieństwa, czyli zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych. Zdarzeniami losowymi będziemy nazywać (mówiąc niezbyt ściśle) podzbiory zbioru Ω. Zakładamy oczywiście, że wśród zdarzeń losowych są dwa następujące:

B_1 = Bóg istnieje,

B_2 = Bóg nie istnieje.

„Bóg jest, albo Go nie ma"[6]. Istotnie $B_2 = \Omega - B_1$. Symbolami $P(B_1)$ i $P(B_2)$ będziemy oznaczać prawdopodobieństwa zajścia zdarzeń B_1 i B_2.

Przyjrzyjmy się teraz bliżej samemu zakładowi. Czy jest on czymś nieuniknionym? Czy człowiek może zrzec się swego prawa do wyboru, stanąć z boku? Odpowiedź jest jednoznaczna: „... trzeba się zakładać; to nie jest rzecz dobrowolna, zmuszony jesteś. Cóż wybierzesz? Zastanów się. Skoro trzeba wybierać, zobaczmy, w czym mniej ryzykujesz...".

Z matematycznego punktu widzenia jest to właściwy moment na wprowadzenie zmiennej losowej. Oznaczmy symbolem X zmienną losową (jest to funkcja przekształcająca Ω w zbiór liczb rzeczywistych $\bar{R} = R \cup \{\infty\} \cup \{-\infty\}$, tzn. $X: \Omega \to \bar{R}$) przyjmującą wartości równe zyskom (lub stratom) związanym z wyborem wiary w Boga.

Możemy teraz „policzyć" wartość oczekiwaną (nadzieję matematyczną) zmiennej losowej X. Pojęcie wartości oczekiwanej zostało wprowadzone do literatury matematycznej dopiero w roku 1657 przez Huygensa w napisanej po holendersku pracy *O rachubach w grze w kości*. Nie mogło ono być znane Pascalowi (podobnie zresztą rzecz się ma z klasyczną definicją praw-

[4] A.P. Juszkiewicz (red.), *Historia matematyki od czasów najdawniejszych do początku XIX stulecia*, tom 2, PWN, Warszawa 1976.

[5] R. Weatherford, *Philosophical Foundations of Probability Theory*, Routlege & Kegan, London 1982.

[6] B. Pascal, op. cit.

[7] W. Rudin, op. cit.

dopodobieństwa zdarzenia, która została sformułowana przez Jakuba Bernoulliego w latach osiemdziesiątych siedemnastego wieku).

Jaka jest wartość oczekiwana zmiennej losowej X?

$$EX = \infty \cdot P(B_1) + s \cdot P(B_2) = \begin{cases} \infty, \text{jeśli } P(B_1) > 0, \\ s, \text{jeśli } P(B_1) = 0, \end{cases}$$

gdzie ∞ symbolizuje nieograniczone dobra jakie na nas czekają w przypadku, gdy Bóg istnieje, a $s \leq 0$ jest symbolem skończonych strat związanych z wyrzeczeniami w życiu doczesnym, które niewątpliwie musi pociągać za sobą wybór wiary. Wykorzystujemy tu powszechną w analizie matematycznej umowę: $0 \cdot \infty = 0$[7]. Równość tę można interpretować tak: ateista jest przekonany o nieistnieniu Boga, tym samym wszelka nieskończoność mająca być atrybutem Boskim jest dla niego iluzją. Przeprowadzony „rachunek" pokazuje, że odpowiedź na pytanie: czy warto wierzyć? nie jest jednoznaczna; wynik zależy od wstępnej decyzji: czy $P(B_1) = 0$, czy też $P(B_1) > 0$? Ważne jest też określenie wielkości s: czy $s = 0$, czy $s < 0$?

Owe wstępne decyzje mają kluczowe znaczenie światopoglądowe. Zadeklarowany ateista przyjmie, rzecz jasna, $P(B_1) = 0$. Jeśli ponadto uzna, że wybór wiary oznacza w jego życiu wyrzeczenie się wielu życiowych przyjemności, to przyjmie również, że $s < 0$. Dla niego $EX < 0$. Człowiek wierzący uzna, że $P(B_1) > 0$ jakkolwiek $P(B_1)$ może być dowolnie bliskie zeru; w tym przypadku „rachunek" prowadzi do wniosku: $EX = \infty$, a więc wybór winien paść na wiarę. Tak, jak sądzę, argumentuje Pascal. Czy jednak jest to tak oczywiste? Trudności pojawiają się, gdy $0 < P(B_1) < 1$, a jest to przypadek odpowiadający przekonaniom wielu ludzi. Właśnie ten przypadek w sposób szczególny nasuwa pytanie, czy język matematyki jest tu adekwatny. W naszym „rachunku" używamy przecież symbolu nieskończoności aktualnej. Jakie wartości reprezentuje ów symbol dla człowieka przeżywającego religijne rozterki? Nie ma, rzecz jasna, generalnej odpowiedzi na to pytanie. Odpowiedź formułowana indywidualnie przez każdego człowieka opiera się na przyjmowanej, choćby nie w pełni świadomie, ontologii. Do kwestii ontologii odsyła nas również bliższa analiza znaczenia napisu „$P(B_1)$" (ewentualnie „$P(B_2)$"). Zwróćmy uwagę na to, że zależność $0 < P(B_1) < 1$ implikuje przyjęcie za możliwą tezy o istnieniu wielu światów; w niektórych spośród nich Bóg istnieje, w innych nie istnieje. Akceptacja tego poglądu wydaje się trudna, zwłaszcza dla człowieka wierzącego, który widzi w Bogu Byt przekraczający wszystko co stworzone. Jeśli więc istnienie dane jest tylko jednemu, naszemu światu, to albo $P(B_1) = 0$, albo $P(B_1) = 1$. Jaka jest siła przekonywania zakładu Pascala wobec takiej alternatywy? Jeśli Bóg nie istnieje z całą pewnością, albo też bez wątpienia istnieje, wszelka dalsza argumentacja jest niecelowa! Trudno się jednakże oprzeć wrażeniu, że większość ludzi nie dostrzega konieczności tak radykalnego wyboru. Z czego to wynika? Przyczyną jest nie dość wyraźne stawianie kwestii ontologicznych, albo odmienna, najczęściej w duchu subiektywizmu przyjmowana, koncepcja prawdopodobieństwa. Rzeczywiście: $P(B_1)$ może być rozumiane jako prawdopodobieństwo *a posteriori*; należałoby je w takim przypadku oznaczać symbolem $P(B_1/H)$, gdzie H reprezentuje zdarzenie losowe, które już zaszło i które niejako niesie ze sobą argumenty na rzecz istnienia Boga lub przeciwko temu.

Czym, mówiąc ściślej, jest owo H? Należałoby przyjąć, że H jest zbiorem faktów, które konstytuują nasz realny świat. Jak jednak chociażby oszacować $P(B_1/H)$? Natrafiamy tu na nieprzekraczalną (dla matematyka) barierę subiektywności ocen. Argumentacja rozumu sprowadza się do „racji serca".

Reasumując należy stwierdzić, że moc dowodowa zakładu Pascala jest ograniczona i silnie uzależniona od wstępnych opcji metafizycznych. Dla zadeklarowanego ateisty lub dla człowieka głęboko wierzącego rozumowanie Pascala ma charakter samoutwierdzający. Problematyczne wydaje się również użycie symbolu nieskończoności aktualnej; łatwo jest tu popaść w *petitio principii*. Argumentacja Pascala jest najsilniejsza, gdy odwołuje się do bogatej ontologii (tak jednak pojmowanej, aby warunek $P(B_1) > 0$ miał sens); wtedy rozumowanie prowadzi do pożądanej przez autora *Myśli* konkluzji.