Anna Lemańska

Chaos deterministyczny - rewolucja w nauce?

Studia Philosophiae Christianae 35/1, 105-113

1999

ANNA LEMAŃSKA
Wydział Filozofii Chrześcijańskiej, ATK

CHAOS DETERMINISTYCZNY – REWOLUCJA W NAUCE?

W latach 70-tych w naukach przyrodniczo-matematycznych pojawiło się pojęcie chaosu deterministycznego. Przy jego pomocy zaczęto opisywać takie zjawiska, które do tej pory nie poddawały się matematyzacji. Szybko dostrzeżono możliwości jego zastosowania nie tylko w fizyce, lecz również w biologii, medycynie, naukach społecznych, ekonomicznych, a nawet w filozofii. Zaczęły ukazywać się prace popularno-naukowe, dzięki którym z pojęciem chaosu deterministycznego mógł się zapoznać szerszy krąg czytelników niż tylko specjaliści z wymienionych dziedzin. Chaos deterministyczny stał się pojęciem modnym, a jego propagatorzy coraz częściej mówią o przewrocie w nauce, analogicznym do rewolucji, która nastąpiła w fizyce na początku XX wieku[1]. Czy rzeczywiście teoria, zajmująca się chaosem deterministycznym, może pretendować do rangi nowej nauki, bądź rewolucji w nauce, czy nowego paradygmatu?

Zanim podejmę ten problem spróbuję przybliżyć kilka najważniejszych pojęć występujących w teorii chaosu deterministycznego. Kluczowym pojęciem jest tu układ dynamiczny, za który uważa się każdą deterministyczną formułę matematyczną, określającą ewolucję stanu układu w funkcji czasu. Stan układu w danym momencie czasowym jest opisany przy pomocy wektora stanu, a zbiór wektorów stanów nazywamy przestrzenią fazową. Drogę w przestrzeni fazowej, po której przebiega ewolucja układu w czasie nazywamy trajektorią. W zależności od tego, czy czas przyjmuje wartości ciągłe, czy dyskretne możemy wyróżnić układy dynamiczne z czasem ciągłym (potoki) i z czasem dyskretnym (kaskady). Przez badanie dynamiki układu rozumie się badanie wektora stanu jako funkcji czasu i warunku początkowego.

Zjawisko określane mianem chaosu deterministycznego może pojawić się tylko w takich procesach, które są opisywane przy pomocy nie-

---

[1] Na przykład, J. Gleick książkę o chaosie deterministycznym zatytułował: *Chaos: Making a New Science*, New York 1987; na polski książka ta została przetłumaczona pod tytułem: *Chaos. Narodziny nowej nauki*, Poznań 1996. Z autorów polskich powyższy pogląd głosi m. in. M. Tempczyk, *Teoria chaosu a filozofia*, Warszawa 1998.

liniowych układów dynamicznych. Zatem poszukiwaniem, badaniem, rozpoznawaniem układów z chaosem zajmuje się teoria układów dynamicznych, obecnie rozbudowany i dobrze ugruntowany dział matematyki.

Na czym polega zjawisko chaosu deterministycznego najłatwiej zobaczyć na przykładzie bardzo prostego układu dynamicznego z czasem dyskretnym. Rozważmy mianowicie ciąg określony następującym wzorem rekurencyjnym:

$$x_{n+1} = 3{,}9x_n(1-x_n), \text{ gdzie } x_0 = 0{,}4.$$

Ponieważ mamy wzór określający kolejne wyrazy tego ciągu, tym samym ciąg jest nam dany, możemy znaleźć dowolny jego wyraz. Z chwilą napisania tego wzoru ciąg, cały ciąg, wszystkie jego wyrazy są raz na zawsze określone. Jeżeli jednak, nie wiedząc przedtem, że mamy do czynienia z wyrazami tego szczególnego ciągu, zobaczylibyśmy kolejne jego wyrazy, to liczby te wydawałyby się nam zupełnie przypadkowe[2].

Co więcej, zwykle stosowane algorytmy i procedury, które służą do badania, czy dany ciąg liczb jest rzeczywiście losowy, czy też kryje się w nim jakieś uporządkowanie, jakieś prawo, dadzą nam odpowiedź, że ciąg składa się z przypadkowo wybranych liczb. Zatem, jeżeli nie wiemy, w jaki sposób dany ciąg powstał, jak został utworzony, to najprawdopodobniej nie odkryjemy wzoru, który go definiował. Mamy tu do czynienia ze zjawiskiem chaosu deterministycznego: przy pomocy deterministycznej formuły uzyskujemy ciąg liczb praktycznie nie wykazujący żadnych regularności.

Z występowaniem chaosu deterministycznego wiąże się następna ważna obserwacja. Jeżeli mianowicie nieznacznie zmienimy bądź x_0, bądź współczynnik 3,9 we wzorze, to po kilku iteracjach kolejne wyrazy nowego ciągu będą się na tyle różniły od wyrazów ciągu wyjściowego, że nie będziemy w stanie stwierdzić, iż oba ciągi „wyszły" prawie od jednakowych danych, że „startowaliśmy" w zasadzie od takich

[2] Oto 30 pierwszych wyrazów powyższego ciągu: 0,4; 0,936; 0,2336; 0,698; 0,8216; 0,571; 0,955; 0,167; 0,543; 0,9677; 0,1217; 0,417; 0,948; 0,191; 0,603; 0,933; 0,2436; 0,7186; 0,7885; 0,650; 0,8868; 0,391; 0,9289; 0,257; 0,7457; 0,739; 0,751; 0,728; 0,771; 0,6876; 0,8377 (obliczenia moje - A.L.).

samych warunków początkowych. Taką własność nazywa się wrażliwością na warunki początkowe.

Układy dynamiczne możemy podzielić na dwie klasy: pierwsza, której rozwiązania są stabilne, niewrażliwe na warunki początkowe, i druga, której przynajmniej część rozwiązań jest wrażliwa na warunki początkowe. Jeżeli układ jest stabilny, to niewielka zmiana bądź warunków początkowych, bądź parametrów nie spowoduje zbytniego przekształcenia rozwiązania. Natomiast wrażliwość na warunki początkowe oznacza, że niewielka zmiana punktu wyjścia pociąga za sobą istotną zmianę w zachowaniu się rozwiązań[3]. Warto w tym miejscu dodać, że wrażliwość na warunki początkowe zauważył pod koniec ubiegłego wieku H. Poicaré w równaniach Hamiltona.

Dla niektórych układów dynamicznych (tzw. dysypatywnych) mogą w przestrzeni fazowej istnieć ograniczone podzbiory, do których dążą asymptotycznie trajektorie punktów z otoczenia tego obszaru. Te podzbiory zostały nazwane atraktorami. Wśród atraktorów można wyróżnić tzw. dziwne atraktory, które mają wymiar Hausdorffa ułamkowy. Tego typu zbiory B. Mandelbrot nazwał fraktalami. W układach dysypatywnych możemy też zauważyć następującą własność: stan równowagi może być osiągnięty na wiele różnych sposobów, zatem układ niejako „zapomina" swoją historię, wszystkie drogi prowadzą do tego samego celu.

Po tym krótkim omówieniu podstawowych pojęć teorii chaosu powróćmy do postawionego na wstępie pytania. Według M. Tempczyka najważniejszymi cechami teorii paradygmatycznej są: uniwersalność, czyli możliwość do zastosowania w różnych dziedzinach nauki oraz swoistość, to znaczy spójność i niezależność od innych teorii. Teoria paradygmatyczna również powinna dostarczać narzędzi dla skonstruowania ogólnego obrazu zjawisk oraz pomagać w dostrzeganiu nowych własności takich zjawisk, które były uważane za już poznane lub mało interesujące[4].

---

[3] „Lorenz nazwał tę wrażliwość na warunki początkowe *efektem motyla*, ponieważ wynik otrzymywany z jego równań (opisujących, wprawdzie z grubym przybliżeniem, ruch powietrza w ziemskiej atmosferze, a więc pośrednio zagadnienie prognozowania pogody), może zostać zmieniony przez machnięcie skrzydeł motyla." (H. G. Schuster, *Chaos deterministyczny. Wprowadzenie*, Warszawa 1995, 15-16).

[4] M. Tempczyk, dz. cyt., 178-185.

Powszechnie uważa się, że na początku XX wieku w fizyce nastąpiły dwie rewolucje: relatywistyczna i kwantowa. Ogólna teoria względności Einsteina i mechanika kwantowa doprowadziły do istotnych zmian w naszym widzeniu świata i spowodowały odejście od schematów pojęciowych obecnych w fizyce XIX wieku. Ogólna teoria względności dostarczyła mianowicie narzędzi dla tworzenia modeli kosmologicznych. W szczególności skonstruowano model rozszerzającego się Wszechświata, który został w znacznym stopniu potwierdzony przez dane obserwacyjne. Wszechświat przestał być statyczny. W jego całościowym obrazie konieczne stało się uwzględnianie ewolucji. Z kolei mechanika kwantowa sprawiła, że zarzucono ścisły deterministyczny i mechanistyczny, panujący w XIX wieku, obraz świata. Okazało się, że pewne wielkości są skwantowane i zmieniają się w sposób skokowy, a nie ciągły. Co więcej, zasada nieoznaczoności Heisenberga zastosowana do czasu i energii implikuje istnienie tzw. cząstek wirtualnych. Nieciągłość materii i pewnych opisujących ją parametrów, istnienie cząstek wirtualnych, probabilistyczny opis zjawisk na poziomie mikroświata siłą rzeczy zmieniają nasze wyobrażenia o strukturze materii. Nietrudno zatem zauważyć, że wymienione przez M. Tempczyka cechy teorii paradygmatycznej można odnieść zarówno do ogólnej teorii względności, jak i mechaniki kwantowej. Stąd wydaje się prawomocne mówienie o rewolucji w nauce spowodowanej przez te dwie teorie. Na marginesie należy jednak zauważyć, że teorie te mają ściśle ograniczony zakres: mechanika kwantowa opisuje zjawiska tylko na poziomie mikroświata, ogólna teoria względności dotyczy zjawisk z poziomu makroskopowego.

Czy teoria chaosu deterministycznego implikuje na tyle istotne zmiany w postrzeganiu przez nas świata, by zasadne było mówienie o nowej, podobnej do tej z początku wieku, rewolucji? M. Tempczyk pokazuje, w jaki sposób wymienione przez niego własności teorii paradygmatycznej odnoszą się do teorii chaosu, i konkluduje, że „mamy do czynienia z powstaniem i rozwojem nowego paradygmatu całej nauki”[5]. Trudno nie zgodzić się z uwagami autora odnośnie do znaczenia teorii chaosu dla naszego poznania otaczającej nas rzeczywistości. Badania nieliniowych układów dynamicznych umożliwiły opisywanie takich zjawisk i procesów, które do tej pory były pomijane, czy wręcz

[5] Tamże, 185.

nie dostrzegane. Z pewnym też zaskoczeniem stwierdzono powszechność występowania zjawisk, w których pojawia się chaos deterministyczny. Prowadzone na szeroką skalę badania dostarczają wyników, które pozwalają nam dostrzec rozmaite subtelności w naszym obrazie świata. Dzięki teorii chaosu deterministycznego możemy mieć wgląd w sferę nowych zjawisk i procesów, które do tej pory wymykały się naszemu poznaniu. Poszerzają się zatem nasze horyzonty.

Teoria nieliniowych układów dynamicznych pozwoliła nam również na odkrycie istnienia prawidłowości kryjących się poza takimi zjawiskami, które do tej pory wydawały się nam przypadkowe, chaotyczne, nieprzewidywalne, jak na przykład pogoda[6]. Możemy zatem dostrzec mechanizmy odpowiedzialne za zdarzenia o nieregularnym przebiegu. Jednocześnie istnienie atraktorów dla układów dynamicznych sprawia, że z nieporządku może wyłonić się uporządkowana, zorganizowana struktura.

Teoria chaosu deterministycznego rzuca zatem nowe światło w szczególności na problem determinizmu. To, co wydaje się nam, że jest nieuporządkowane, chaotyczne, losowe, przypadkowe, może okazać się być ściśle zdeterminowane na innym poziomie (kolejne wyrazy ciągu $\{x_n\}$ są obliczane zgodnie ze wzorem - nic nie może być bardziej deterministyczne niż wyrazy tego ciągu).

Teoria chaosu deterministycznego umożliwia zatem z jednej strony, ujęcie w prawa takie zjawiska, które do tej pory wydawały się nam przypadkowe, gdzie nie potrafiliśmy dostrzec mechanizmów, które by te zjawiska wywoływały i nimi kierowały. Z drugiej strony, pozwala na zrozumienie złożonych układów niezależnie od ich lokalnych szczegółów[7] (na przykład zaburzenia w rytmie serca, w funkcjonowanie którego zaangażowanych jest wiele elementów - komórek serca).

Jak mi się jednak wydaje, to jeszcze zbyt mało by mówić o rewolucji w nauce. Z formalnego punktu widzenia teoria chaosu jest tylko fragmentem obszerniejszej teorii, mianowicie teorii układów dynamicznych, która korzysta z bogatego arsenału pojęć i metod głównych dzia-

[6] Warto dodać, że dzięki teorii chaosu deterministycznego możemy zrozumieć, dlaczego tak trudno jest przewidywać pogodę nawet na następny dzień, co więcej nie mamy żadnych szans, aby kiedykolwiek prognozowanie pogody było możliwe ze stu procentową dokładnością właśnie ze względu na wrażliwość całego układu, jakim jest atmosfera, na nawet niewielkie zaburzenia.

[7] J. Gleick, dz. cyt., 288.

łów matematyki współczesnej: analizy matematycznej, topologii, teorii mnogości, algebry. Ponieważ procesy w przyrodzie z reguły są opisywane przy pomocy równań różniczkowych, które dla matematyka tworzą układ dynamiczny, stąd ta teoria znalazła liczne zastosowania w naukach przyrodniczych.

Chaos deterministyczny, jak już o tym wspomniałam, może pojawić się tylko wtedy, gdy mamy do czynienia z równaniami nieliniowymi. Układy równań różniczkowych liniowych zostały w pełni zbadane. Opracowano metody rozwiązywania takich układów. Co więcej, ich rozwiązania są stabilne. Dla układów nieliniowych nie ma natomiast ogólnych metod całkowania. Każdy układ trzeba traktować indywidualnie. Trudności obliczeniowe związane z rozwiązywaniem układów nieliniowych powodowały, że w praktyce do opisu zjawisk fizycznych próbowano poszukiwać układów liniowych, nawet w tych sytuacjach, w których wiadomo było, że opis zjawiska może być tylko nieliniowy. W pewnych sytuacjach nie prowadziło to do jaskrawych błędów: proces nieliniowy mógł być w dobry sposób przybliżony przy pomocy procesu liniowego. Nie jest to jednak regułą.

Problemy z badaniem układów nieliniowych z jednej strony, z drugiej zaś, zadowalające wyniki osiągane przy pomocy układów liniowych, powodowały prawdopodobnie to, że uważano, iż w przyrodzie w zasadzie mamy do czynienia z procesami liniowymi, bądź takimi, które dadzą się przybliżyć przy pomocy układów liniowych. Obecnie wiemy, że to zjawiska „liniowe" stanowią wyjątek w przyrodzie, a powszechne są zjawiska nieliniowe.

Ucieczka w liniowość przy opisie otaczającej nas rzeczywistości, oprócz pewnych powodów filozoficznych, była, jak się wydaje, przede wszystkim spowodowana trudnościami obliczeniowymi pojawiającymi się w układach dynamicznych nieliniowych. Na przykład, żeby zaobserwować jakiekolwiek własności ciągu $x_{n+1} = 3{,}9x_n (1-x_n)$, trzeba znać przynajmniej około 30-40 jego wyrazów, obliczać kolejne wyrazy dla różnych współczynników i dla różnych wartości początkowych x_0. Wprawdzie istnieje bardzo prosty algorytm otrzymywania kolejnych wyrazów, to w praktyce ich „ręczne" obliczanie jest tak pracochłonne, że po kilkunastu czy nawet kilku iteracjach mamy dość tego dosyć jałowego przedsięwzięcia, szczególnie wtedy, gdy nie wiemy, jakich własności powinniśmy poszukiwać. To nie przypadek, że rozwój badań nad dynamiką nieliniową zbiegł się w czasie z rozwojem komputerów. To w gruncie rzeczy komputery, coraz szybsze, coraz dostępniejsze, spowodowały, że zostały podjęte badania chaosu deterministycznego. Możliwości, jakie stwarza komputer, są nieporównywalne z tymi, które dają ołówek i kartka papieru: obliczenie nawet na prymitywnym komputerze osobistym kilkuset wyrazów ciągu, zaobserwowanie na monitorze chaosu deterministycznego, wykreowanie atraktora zajmuje sekundy, a nie godziny bardzo żmudnych obliczeń.

Teoretycznie przy rozwiązywaniu konkretnych problemów nie ma jednak znaczenia, czy badamy układ dynamiczny liniowy, czy nieliniowy, czy w układzie pojawia się chaos, czy też nie. Układy nieliniowe mają pewne własności, których nie posiadają układy liniowe. Stąd konieczność wprowadzenia nowych pojęć do ich opisu. Badania jednak układów dynamicznych nieliniowych wyrastają w naturalny sposób z badań układów dynamicznych w ogólności. Jak już to podkreślałam, trudności przy opisie własności układów nieliniowych były związane z problemami obliczeniowymi. Zmiany w schematach pojęciowych nastąpiły w naturalny sposób, gdy okazało się, że dotychczasowe terminy nie ujmują nowych zaobserwowanych zachowań układów. Tak więc, co podkreśla wielu autorów, dynamika nieliniowa wyrasta z liniowej. Przejście dokonało się na drodze ewolucyjnej, a nie rewolucyjnej.

W przeciwieństwie do rewolucji relatywistycznej i kwantowej, które w pewnym sensie przekreślały teorie fizyki XIX wieku, teoria nieliniowych układów dynamicznych nie neguje dotychczasowych teorii. Ogólna teoria względności i mechanika kwantowa dostarczyły nowego wyjaśnienia takich zjawisk, które wydawały się już dobrze zbadane. Teoria chaosu deterministycznego nie dostarcza nowych wyjaśnień dla tych zjawisk, które dawały się opisać przy pomocy układów dynamicznych liniowych. Te zjawiska, które mogą być wyjaśnione przy pomocy dynamiki liniowej, nie powinny być opisywane przy pomocy układów nieliniowych. Tak więc teoria liniowa nie może zostać wyeliminowana, czy traktowana jako teoria graniczna, w analogiczny sposób jak mechanika Newtona dla szczególnej teorii względności.

Należy też podkreślić, że zjawiska, takie jak na przykład, turbulentny przepływ cieczy czy zmiany pogody, które mogą być wyjaśnione w terminach teorii chaosu, były dostrzegane i próbowano je opisywać i wyjaśniać obserwowane zachowania, a także znaleźć na wszelkie możliwe sposoby regularności w ich występowaniu.

W szczególności, problem turbulencji spędzał sen z powiek inżynierom, a przepowiadanie pogody jest zajęciem tak starym jak ludzkość. Innym przykładem starego problemu, który naturalnie pojawia się w teorii grawitacji Newtona, jest zagadnienie 3 ciał, czy ogólniej n ciał. Chodzi tu o opis ruchu punktu materialnego w polu grawitacyjnym wytworzonym przez dwa ciała. Okazuje się, że ruch takiego punktu jest nieregularny, zaś jego równanie ruchu nie może być scałkowane. Potrafimy znaleźć tylko rozwiązania przybliżone. Z tym zagadnieniem wiąże się istotny dla naszej egzystencji problem stabilności Układu Słonecznego.

Zatem zagadnienia prowadzące do układów dynamicznych nieliniowych były znane. Problemy zaczynały się z chwilą ich opisu matematycznego. Trudności rachunkowe były tak duże, w zasadzie niemożliwe do przezwyciężenia, że chyba nic dziwnego, iż poszukiwano liniowości wszędzie, nawet tam, gdzie prowadziło to do jawnych błędów. Problemy, jakie mieliśmy z tego typu zjawiskami były związane bądź z ich ogromną złożonością, bądź z trudnościami natury rachunkowej. Rozwój techniki komputerowej niejako pozwolił nam na nieliczenie się z tymi trudnościami. Tym samym teoria nieliniowych układów dynamicznych dała nam możliwość znalezienia matematycznych opisów takich procesów, które do tej pory nie poddawały się matematyzacji z powodu zbyt żmudnych obliczeń. Zatem rozwój, jaki dokonuje się w teorii układów dynamicznych, jest spowodowany przede wszystkim zastosowaniem technicznych urządzeń pomagających nam wykonywać rachunki. Jeszcze raz chcę podkreślić, że to istnienie komputerów umożliwiło rozwijanie teorii układów dynamicznych nieliniowych.

Komputery jednak nie rozwiązują wszystkich problemów, jakie pojawiają się przy badaniu dynamiki chaotycznej. J. Guckenheimer zwraca mianowicie uwagę na to, że rachunkowo (przy użyciu nawet bardzo szybkich komputerów) jesteśmy w stanie poradzić sobie z takimi układami dynamicznymi, w których pojawiają się atraktory o małym wymiarze fraktalnym (wymiarze Hausdorffa). Jeżeli mamy system z atraktorem, którego wymiar jest duży, to czas powrotu układu do tego samego miejsca jest astronomiczny. „Nie jest to sytuacja komfortowa, a w praktyce jest mało użyteczne wiedzieć, że system jest deterministyczny i powtórzy swoje poprzednie zachowanie, jeżeli skala czasu, w której się to zdarzy, przekracza wiek wszechświata. W tych okolicznościach użyteczność metod opartych o rozumienie chaosu nie jest oczywista"[8]. W dalszym ciągu Guckenheimer zwraca uwagę, że jest duże prawdopodobieństwo, iż systemy, które spotykamy w przyrodzie albo nie są chaotyczne, albo w ich dynamice pojawiają się atraktory o dużym wymiarze fraktalnym, a wtedy informacja, że mamy do czynienia z systemem z chaosem deterministycznym jest mało użyteczna[9].

Warto też odnotować, że w XX wieku pojawiło się kilka pojęć i teorii, które, zwłaszcza przez swych twórców, były uważane za paradygmatyczne. Można wymienić w tym kontekście pojęcia struktury i systemu oraz teorię katastrof R. Thoma i teorię zbiorów fraktalnych B. Mandelbrota. Nie wolno nie doceniać znaczenia tych pojęć i teorii dla lepszego zrozumienia otaczającego nas świata. Również pojęcia używane w teorii chaosu deterministycznego ułatwiają nam opisanie rzeczywistości. Nie musi to jednak oznaczać, że nastąpiła na tyle istotna zmiana w widzeniu świata, by mówić o zrewolucjonizowaniu dotychczasowego obrazu rzeczywistości.

W powyższym kontekście wydaje się, że teoria chaosu, przynajmniej przy obecnych możliwościach rozwiązywania w niej konkretnych zagadnień, nie jest wcale aż tak uniwersalna, jak pierwotnie się to wydawało. Jej pojęcia nie przyczyniają się w istotny sposób do zmiany naszego obrazu świata, chociaż niewątpliwie pomagają pewne zjawiska lepiej zrozumieć.

ŁUKASZ CHMIELIŃSKI

IMRE LAKATOSA UJĘCIE PROBLEMU ZMIANY W NAUCE

WSTĘP

Problematyka zmiany naukowej jest żywo dyskutowana we współczesnej filozofii nauki. Silny akcent kładziony na to zagadnienie zdaje się być reakcją na statyczne ujęcie nauki, obowiązujące do lat sześćdziesiątych, a odziedziczone po neopozytywistach. Krytyka ich koncepcji rozpoczęta

---

[8] J. Guckenheimer, *Chaos: Science or Non-Science?*, Nonlinear Science Today 1(1991)2, 7.

[9] Tamże, 7.