Anna Lemańska

"Platonism and anti-platonism in mathematics", Mark Balaguer, New York 1998 : [recenzja]

Studia Philosophiae Christianae 37/1, 195-201

2001

Studia Philosophiae Christianae
UKSW
37(2001)1

RECENZJE

Mark Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*, Oxford–New York 1998, ss. 217.

Zagadnienie, czym jest przedmiot badań matematyka, stanowi fundamentalny problem filozofii matematyki. Ze względu na różnorakie uwikłanie tego zagadnienia w historii filozofii wypracowano wiele stanowisk w tym zakresie. W wieku XX rozwój wiedzy matematycznej, a także wyniki uzyskane w podstawach matematyki zmusiły do rewizji starych i zaproponowania nowych koncepcji dotyczących istoty matematyki a uwzględniających współczesny stan badań metodologiczno–logicznych. Jak dotąd jednak nie wypracowano stanowiska, które zostałoby zaakceptowane przez znaczną większość filozofów matematyki. Kwestie te na nowo podjął w swej monografii Mark Balaguer.

Autor dzieli stanowiska w kwestii charakteru przedmiotu matematyki na dwie grupy: na stanowiska platońskie i antyplatońskie. Platonizm w filozofii matematyki określa jako pogląd, głoszący istnienie abstrakcyjnych obiektów. Te obiekty nie są ani czasowe, ani przestrzenne, ani zależne od umysłu. Ich własności opisują teorie matematyczne. Stanowiska antyplatońskie natomiast wykluczają możliwość istnienia abstrakcyjnych obiektów. Toteż teorie matematyczne muszą być interpretowane odmiennie niż w platonizmie. Zarówno koncepcje platońskie, jak i antyplatońskie występują w wielu wersjach. W pracy M. Balaguer analizuje oba typy stanowisk oraz argumenty wysuwane przeciwko nim z różnych pozycji.

Autor stara się pokazać, że choć nie istnieją niepodważalne racje, przemawiające na korzyść któregoś ze stanowisk, to nie ma również argumentów obalających te koncepcje. Co więcej, w pracy broni „pełnego” platonizmu (*plenitudinous platonism,* *full-blooded platonism*), który przyjmuje istnienie wszystkich bez wyjątku logicznie możliwych abstrakcyjnych obiektów matematycznych, oraz fikcjonalizmu, który traktuje pojęcia matematyczne jak fikcje literackie. W tym celu autor pokazuje, jak oba te stanowiska rozwiązują wysuwane przeciwko nim trudności.

Praca składa się ze *Wstępu* i trzech części. We *Wstępie* autor szkicuje plan swojej pracy. Tu też dokonuje podziału stanowisk platońskich i antyplatońskich. Wśród stanowisk platońskich wyróżnia: (1) platonizm obiektowy, (2) strukturalizm, (3) pełny platonizm. Stanowiska antyplatońskie dzieli na: (1) realistyczne i (2) antyrealistyczne. Do stanowisk realistycznego antyplatonizmu zalicza: (1) koncepcję głoszącą, że matematyka bada obiekty fizyczne i (2) psychologizm. Główne stanowiska antyrealistyczne to: (1) konwencjonalizm, (2) deduktywizm, (3) formalizm, (4) fikcjonalizm.

W części pierwszej autor wskazuje na dwie najczęściej podnoszone trudności, jakie stwarza przyjęcie platonizmu. Jedną z nich jest „problem epistemologiczny", a mianowicie kwestia naszego dostępu poznawczego do realnie istniejącego pozaczasowego i pozaprzestrzennego świata abstrakcyjnych obiektów matematycznych. Drugą stanowią trudności związane z istnieniem wielu istotnie różnych interpretacji pojęć matematycznych. M. Balaguer rozpatruje oba te argumenty w sformułowaniu wysuniętym przez P. Benacerrafa.

M. Balaguer referuje rozmaite koncepcje, mające na celu rozwiązanie problemu epistemologicznego. Wskazuje na ich niewystarczalność, a następnie próbuje uzasadnić, że pełna wersja platonizmu pozwala ominąć trudności, pojawiające się w innych stanowiskach platońskich. Kwestie epistemologiczne przestają bowiem być, według autora, jakimkolwiek problemem, gdyż skoro istnieją dowolne abstrakcyjne obiekty, to każda nasza niesprzeczna teoria matematyczna opisuje pewien fragment świata matematycznego. Stąd dostęp poznawczy mamy poprzez teorie matematyczne i nie ma żadnej konieczności, by obiekty matematyczne w jakiś sposób na nas oddziaływały. Podobnie, argument z niejednoznaczności interpretacji nie obala, według autora, pełnego platonizmu. Uniwersum obiektów matematycznych jest bowiem tak bogate, że dopuszcza istnienie odmiennych możliwych światów.

W drugiej części autor analizuje, z kolei, argumenty przeciwko antyplatonizmowi. Koncentruje się tu na argumencie Fregego oraz na argumencie z niezbędności Quine'a–Putnama, gdyż je jedynie uważa za poważne argumenty przeciwko stanowiskom antyplatońskim. Dla Fregego jedynym sposobem wyjaśnienia prawdziwości teorii matematycznych jest przyjęcie platonizmu, a teorie matematyczne są prawdziwe, gdyż są niezbędne w naukach przyrodniczych. Natomiast Quine uważa, iż nie ma zasadniczej różnicy między rozmaitymi terminami, występującymi w teoriach przyrodniczych. Skoro zatem przyjmuje się istnienie obiektów fizycznych, to również trzeba uznać istnienie obiektów abstrakcyjnych. Podobnie, jak w poprzedniej części odnośnie do platonizmu, tak tu w odniesieniu do antyplatonizmu M. Balaguer wskazuje, że te argumenty, chociaż mogą stwarzać trudności rozmaitym wersjom antyplatonizmu, to nie stosują się do fikcjonalizmu. By podważyć argument Quine'a–Putnama przyjmuje nominalistyczny realizm w odniesieniu do nauk przyrodniczych, tzn. uznaje, że ta część teorii przyrodniczej, która dotyczy świata fizycznego może być prawdziwa, natomiast to, co odnosi się do obiektów abstrakcyjnych, jest fikcyjne.

M. Balaguer uważa zatem, że platonik może rozwiązać prawie wszystkie swoje problemy, przyjmując pełny platonizm, a antyplatonik pokonać trudności ujęć antyplatońskich, opowiadając się za fikcjonalizmem. Warto podkreślić, że według autora, argumenty Benacerrafa obalają inne niż pełny platonizm wersje platonizmu. Zastosowania matematyki oraz przyjęcie „brzytwy Ockhama" stwarzają natomiast problemy dla pełnego platonizmu.

W trzeciej części M. Balaguer prezentuje swoją koncepcję. Jest to stanowisko negatywne w duchu neopozytywizmu. Autor stwierdza mianowicie, że nie może rozstrzygnąć kontrowersji między platonizmem (pełnym), a antyplatonizmem (fikcjonalizmem). Zatem przyjmuje prawie wszystko, co na temat matematycznych teorii i praktyki twierdzą platoniści i fikcjonaliści, lecz jednocześnie nie zajmuje żadnego stanowiska w kwestii istnienia bądź nieistnienia abstrakcyjnych obiektów matematycznych.

Szczególną uwagę zwraca jasność i precyzja wywodów M. Balaguera. Pod względem formalnym praca przypomina bardziej rozprawę matematyczną niż traktat filozoficzny. Już we *Wstępie* autor wyraźnie stawia tezę swojej pracy, by w dalszym ciągu konsekwentnie dążyć do jej uzasadnienia. Szuka również w swojej koncepcji tych miejsc, które mogą budzić wątpliwości, czy prowokować do stawiania nowych problemów. Zawsze rzetelnie ustosunkowuje się do ewentualnych zastrzeżeń i jednocześnie próbuje pokazywać, jak mogą być one usunięte. Główny zarzut, jaki można postawić autorowi pracy, to ten, że nie odwołuje się on w istocie do praktyki matematyków, do żywej, realnej matematyki z całym jej bogactwem treściowym, formalną strukturą i powiązaniami z naukami przyrodniczymi, humanistycznymi, społecznymi. Koncepcja Balaguera odnosi się raczej do wyidealizowanego obrazu matematyki, jaki tworzy autor na użytek swojej pracy, niż do prawdziwej matematyki rozwijanej od tysiącleci przez matematyków. M. Balaguer widzi bowiem w matematyce tylko szereg teorii matematycznych. Wprawdzie systemy aksjomatyczno–dedukcyjne od czasów Euklidesa odgrywają w matematyce doniosłą rolę, lecz dotyczy ona tylko prezentacji danego fragmentu wiedzy matematycznej. Matematyka zaś nie jest tworzona w postaci gotowych systemów dedukcyjnych. Wiedza matematyczna rozwijana jest początkowo w postaci nieformalnych teorii wyraźnie o charakterze treściowym. Na tym etapie mozolnego kształtowania się nowych pojęć i idei z reguły wyznacznikiem prawdziwości staje się odniesienie do jakiegoś świata pojęć matematycznych. Te pojęcia matematycy tworzą przez idealizacje i abstrakcje wielostopniowe.

M. Balaguer nie porusza w ogóle problemu abstrakcji i idealizacji. Wprawdzie zajmuje się abstrakcyjnymi obiektami, lecz nie próbuje przyjrzeć się, w jaki sposób człowiek dokonuje abstrakcji i idealizacji, tworząc pojęcia abstrakcyjne. Zbudowanie jednak adekwatnej epistemologii i ontologii matematyki wymaga analizy praktyki badawczej samych matematyków oraz uwzględnienia genezy podstawowych pojęć matematycznych.

Pominięcie kwestii związanych z abstrahowaniem i idealizowaniem prawdopodobnie powoduje to, że autor bardzo negatywnie ocenia realistyczny antyplatonizm. W swej pracy omawia tylko stanowisko J. S. Milla i wspomina koncepcję P. Kitchera. Pomija zaś zupełnie poglądy na matematykę mieszczące się w nurcie filozofii arystotelesowskiej i tomistycznej, a także koncepcję zwolenników materializmu dialektycznego. Właśnie w tych stanowiskach jest położony bardzo duży nacisk na procedury abstrahowania i idealizowania, prowadzące do utworzenia pojęć abstrakcyjnych. M. Balaguer prześlizguje się również nad poglądami M. Resnika i S. Shapiro, którzy (w ramach platonizmu) zajmują się procesami abstrahowania z fizycznych przedmiotów. Jest to niewątpliwie słabość koncepcji M. Balaguera. Rozważenie bowiem kwestii dotyczących genezy pojęć matematycznych mogłoby usunąć wiele problemów i dać odpowiedź na niektóre z pytań.

M. Balaguer wielokrotnie podkreśla, że nie interesuje go, w jaki sposób matematyk tworzy teorie matematyczne, w szczególności stwierdza, że teoria „może się przyśnić" (s. 48). Powstaje tu zatem naturalne pytanie, skąd matematyk wie, że jego teoria jest teorią matematyczną, a terminy, w niej występujące, są pojęciami matematycznymi? Wydaje się, że jedynym przyjmowanym przez autora ograniczeniem jest niesprzeczność teorii i oczywiście zgodność z formalnym schematem teorii aksjomatyczno–dedukcyjnej. Można jednak z bardzo dużym prawdopodobieństwem postawić hipotezę, że matematycy nie stworzyliby interesujących, płodnych i o licznych zastosowaniach teorii, gdyby zwracali uwagę tylko na niesprzeczność teorii.

Jeżeli w takim kontekście analizujemy epistemologiczną koncepcję M. Balaguera dotyczącą poznawania obiektów matematycznych, to łatwo daje się zauważyć, iż wprawdzie pozwala ona ominąć trudności wskazane przez Benacerrafa, lecz jednocześnie zastosować ją można do obrony każdego ze stanowisk, widzącego w matematyce tylko szereg teorii aksjomatyczno-dedukcyjnych. Ponieważ jednak matematyka nie wyczerpuje się tylko w tego typu teoriach, więc koncepcja Balaguera wydaje się nie dotyczyć realnej matematyki. Toteż definitywne odrzucenie zarzutów Benacerrafa wymaga innego rozwiązania „problemu epistemologicznego". Dla Balaguera może nie mieć to znaczenia z tego powodu, że jak sam stwierdza, jego koncepcja pokazuje, w jaki sposób można poznać abstrakcyjne obiekty, nie wchodząc z nimi w żadne relacje, a tym samym ominąć trudności wskazane przez Benacerrafa. Jednocześnie rozwiązanie zaproponowane przez Balaguera nie stanowi argumentu za przyjęciem pełnego platonizmu. Autor bowiem programowo nie chce się wypowiadać na tematy ontologiczne matematyki. Jego argumentacja zatem pozostaje czysto negatywna.

Nie podzielając stanowiska, że do poznania abstrakcyjnych obiektów konieczny jest jakiś kontakt poznawczy z nimi, M. Balaguer wielokrotnie pisze o intuicji matematycznej, o pojęciu liczby czy zbioru, o intuicji przedteoretycznej. W szczególności, opisuje proces tworzenia teorii matematycznej począwszy od naszych intuicji na temat pojęć matematycznych (s. 65). Skąd pochodzą te intuicje, jeżeli nie mamy kontaktu poznawczego ze światem obiektów matematycznych? Czy mogły one powstać bez naszego kontaktu poznawczego z rzeczywistością matematyczną? Czy w ten sposób rzeczywistość matematyczna nie zostaje podzielona w arbitralny sposób na nasze dobrze nam intuicyjnie poznane pojęcia matematyczne i jakąś resztę, w gruncie rzeczy do niczego nam niepotrzebną, gdyż i tak nie mamy aktualnie do niej żadnego dostępu poznawczego? M. Balaguer stara się wykazać, że jest możliwa wiedza o obiektach abstrakcyjnych bez wchodzenia z nimi w relacje. Wszystko mianowicie zaczyna się od zbudowania teorii matematycznej. Jest to błyskotliwy argument, ale zakładający już nasze uprzednie obycie z pewnymi pojęciami matematycznymi.

Balaguer również wielokrotnie pisze o standardowych modelach dla teorii. Wyróżnienie jednak jakiejś klasy standardowych modeli nie wydaje się możliwe bez kontaktu poznawczego z obiektami matematycznymi. Wprawdzie autor zauważa, że modele standardowe są szczególne tylko ze względów socjologicznych bądź psychologicznych (s. 64), zatem ich status ontyczny jest taki sam jak innych modeli, lecz przy rozpatrywaniu praktyki matematyków powstaje interesujące pytanie: dlaczego pewne modele matematycy są skłonni uważać za uprzywilejowane i nimi się szczególnie zajmować?

M. Balaguer pisze, że jest jedynym czy jednym z bardzo nielicznych obrońców koncepcji pełnego platonizmu (s. 7). Warto jednak wspomnieć, że stanowisko bardzo zbliżone do pełnego platonizmu przyjmuje ks. Michał Heller. Szkoda, że M. Balaguer nie zna języka polskiego i nie mógł zapoznać się z koncepcją Hellera. Może pewne jego wątpliwości mogłyby zostać rozwiane.

Stwierdzenie, że w filozofii matematyki nie istnieje żaden argument rozstrzygający na korzyść któregoś z istniejących stanowisk ontologicznych, nie jest odkrywcze. Jednak praca Balaguera jest świetną monografią, ukazującą współczesne stanowiska w kwestii istoty przedmiotu matematyki i na pewno zainteresuje wszystkich poszukujących odpowiedzi na pytanie: co to jest matematyka?

Anna Lemańska
Wydział Filozofii Chrześcijańskiej, UKSW

Dietrich von Hildebrand, *Koń trojański w mieście Boga. Przyczyny kryzysu w Kościele katolickim*, tłum. J. Wocial, Biblioteka Frondy, Warszawa 2000, ss. 214.

Dietrich von Hildebrand (+1977) filozof niemiecki pracujący przez wiele lat na Uniwersytecie Fordham w Nowym Jorku, został nazwany przez papieża Piusa XII „doktorem Kościoła XX wieku". To rzadko spotykana oznaka wysokiego uznania, którym cieszył się filozof jeszcze przed swoją śmiercią. W dwa lata po zakończeniu Soboru Watykańskiego II Hildebrand wydał głośną, jak się później okazało, książkę pod tytułem: *Trojan Horse in the City of God: The Catholic Crisis Explained.* Jest to praca, w której autor z dużą wnikliwością i jasnością odsłania błędy związane z przeprowadzeniem posoborowej odnowy w Kościele. Błędy te zauważalne już w 1967 r. niestety nadal zagrażają Kościołowi, nic więc dziwnego, że książka doczekała się w USA drugiego wydania (w 1993 r.), poszerzonego m. in. o przedmowę kardynała Nowego Jorku Johna O'Connora.

„Koniem trojańskim", zdaniem D. von Hildebranda, jest źle rozumiana posoborowa odnowa propagowana przez tzw. „postępowych katolików". Książka składa się z *Wprowadzenia* i czterech części.

Na szczególną uwagę zasługuje cz. I pt.: *Prawdziwa i fałszywa odnowa*, w której Hildebrand słusznie zauważa, że takie określenia jak: „postępowy" lub „konserwatywny" odnoszone do niektórych katolików czy grup kościelnych są czystym nieporozumieniem. Sugerują one bowiem podział członków Kościoła na tych, którzy są za odnową i tych, którzy są przeciw odnowie. A przecież jest czymś oczywistym, że Kościół jako żywe Ciało Chrystusa potrzebuje ciągłej odnowy. Z drugiej strony, gdy weźmie się pod uwagę takie cechy Kościoła jak np. jego nieomylność, obowiązek