Anna Lemańska

Kilka uwag o zagadnieniu prawdy w matematyce

Studia Philosophiae Christianae 38/2, 117-126

2002

re prowokowałyby do dobrego postępowania radością przyszłej wizji uszczęśliwiającej i chroniłyby przed złem – lękiem wiecznego potępienia, zostawiając w tym wszystkim jeszcze miejsce na działanie łaski, którą Bóg wspomaga wysiłki człowieka.

ARS VIVENDI ET ARS MORIENDI IN DEN SCHRIFTEN VON JACOBUS DE PARADISO

Zusammenfassung

Das Problem des Todes hat unter den, im ganzen Mittelalter aufgenommenen Themen, eine besondere Stellung und wurde naturgemäss mit *genus vivendi* als eine Art der Vorbereitung auf den Tod verbunden. Die Fachliteratur plaziert das Thema im Rahmen der drei breiteren Tendenzen:

1 *contemptus mundi* (XI/XII Jahrhundert),
1 *memento mori* (XIII-XIV Jahrhundert),
2 *ars moreindi* (XV Jahrhundert).

Jakobus von Paradies (1381-1465) betrachtete das Problem des Todes im Rahmen der *ars moriendi*. Das für ihn spezifische ist: das Leben als immerwährende Vorbereitung auf den Tod zu betrachten. Daraus resultirt die Sorge um ein *modus vivendi*, welches das ewige Leben garantiert als sein Hauptpostulat. Als unverzichtbar in diesem Prozess erscheint ihm die mystische Erfahrung. Die nähere Beschreibung der *ars moriendi*, verstanden als 'richtige' *ars vivendi*, war mit einer extremen monastichen Richtung verbunden, deren Durchführung mit dem ganzheitlichen Aufgeben der iridischen Werte gleichzusetzen war. In seinem Werk *De triplici genere hominum* wird Jakobus von Paradies 'weicher'. Er kommt der *devotio moderna* und J. Gerson näher, indem er die Würde und das Nutzen aus anderen als monastischen Lebensart berücksichtigt.

ANNA LEMAŃSKA
Wydział Filozofii Chrześcijańskiej, UKSW

KILKA UWAG O ZAGADNIENIU PRAWDY W MATEMATYCE

Zagadnienie prawdziwości w matematyce stanowi złożony i wieloaspektowy problem i, jak w przypadku większości kwestii z zakresu filozofii matematyki, nie ma prostego, jednoznacznego rozwiązania. Matematyce bowiem można przypisywać rozmaite cechy charakterystyczne, które zdają się nawzajem wykluczać. Jest uznawana ona za naukę formalną, ale wskazuje się na jej empiryczne korzenie. Jej pojęcia są abstrakcyjne i dla większości z nich nie można wskazać fizycznych, materialnych odpowiedników, jednocześnie matematyka posiada szerokie zastosowania w rozmaitych naukach. Toteż wśród filozofów matematyki nie ma zgody co do tego, jaka jest istota matematyki, czym jest jej przedmiot i jakie są relacje między pojęciami matematycznymi a umysłem człowieka. Wszystko to ma wpływ również na rozumienie prawdziwości. Okazuje się, że można do formuł i teorii matematycznych zastosować różne kryteria prawdy w zależności od tego, który z aspektów matematyki bierze się pod uwagę. W niniejszym opracowaniu wskażę, jaki wpływ wywiera na pojmowanie prawdziwości uwzględnianie bądź metody matematyki, bądź relacji między teorią a jej modelem, bądź wykorzystywania komputerów, bądź zastosowań matematyki do opisu rzeczywistości przyrodniczej.

Jak wiadomo, metodą matematyki jest metoda aksjomatyczno-dedukcyjna: z przyjętych aksjomatów za pomocą rozumowań dedukcyjnych wyprowadza się twierdzenia teorii. Toteż matematyk uznaje formułę za prawdziwą tylko wtedy, gdy istnieje jej dowód w danej teorii aksjomatycznej. W metamatematyce pojęcie dowodu dedukcyjnego jest precyzyjnie określone. Zatem posiadanie dowodu jako kryterium prawdziwości zdaje się być naturalne, a zarazem pozwala na jednoznaczne sprawdzenie, czy formuła jest prawdziwa. W takim ujęciu prawdziwość sprowadza się do niesprzeczności danej formuły z innymi, tworzącymi razem teorię matematyczną. Toteż często jest przyjmowany pogląd, że w matematyce mamy do czynienia z koherencyjnym rozumieniem prawdziwości.

Powyższe stanowisko jednak niesie ze sobą pewne trudności, a koherencyjne rozumienie prawdziwości nie oddaje wszystkich cech charakterystycznych matematyki. Jeżeli mianowicie umieszczamy daną formułę w pewnej teorii matematycznej, to, jak łatwo zauważyć, jej prawdziwość w istotny sposób zależy od niesprzeczności (spójności, koherencyjności) całej teorii. Tego, że teoria jest niesprzeczna nie daje się jednak wykazać bezpośrednio, w sposób absolutny (wynika to z drugiego twierdzenia Gödla). Niesprzeczność można stwierdzić przez interpretację danej teorii w innej lub poprzez znalezienie dla niej modelu. W tym pierwszym przypadku pojawia się problem wykazania niesprzeczności tej innej teorii. W drugim powstaje zagadnienie, czy istnieje model – odpowiednia struktura matematyczna. Rozwiązanie tego zagadnienia wymaga znowu odwołania się do jakiejś teorii (może nią być teoria mnogości, na przykład Zermelo–Fraenkla lub Morse'a), w której dowodzi się istnienia odpowiedniego modelu. Co więcej, ponieważ nie istnieją absolutne dowody niesprzeczności teorii matematycznych, zatem ich niesprzeczność jest w pewnym sensie faktem empirycznym – teoria jest z powodzeniem rozwijana i nie napotyka się w niej na sprzeczność. Na przykład, wydaje się wręcz nieprawdopodobne, by arytmetyka liczb naturalnych okazała się teorią sprzeczną, gdyż cała historia matematyki i nauki zdaje się potwierdzać jej niesprzeczność. Można zatem powiedzieć, że niesprzeczność teorii niejako jest sprawdzana w praktyce matematyków, że jest potwierdzana przez swoiste doświadczenie.

Problemy ze stwierdzeniem niesprzeczności teorii nie są wszystkimi trudnościami, jakie stwarza koherencyjne rozumienie prawdziwości. Odwołanie się do dowodu przy interpretacji prawdy również nie jest wolne od komplikacji. Przede wszystkim, dowód jest zawsze przeprowadzany w ramach pewnej teorii aksjomatyczno-dedukcyjnej lub sformalizowanej. Budowanie teorii zgodnie z metodą aksjomatyczno-dedukcyjną rozpoczyna się od przyjęcia reguł dowodzenia i aksjomatów. Każdy dowód bowiem oparty jest na przesłankach oraz regułach uzyskiwania z przyjętych formuł następnych tez. Nie wszyscy matematycy akceptują jednak reguły dowodzenia stosowane w logice klasycznej. Niektórzy ograniczają środki dowodowe tylko do efektywnych konstrukcji. Zmienia to zasadniczo oblicze matematyki, a co za tym idzie, także rozumienie prawdziwości. Nie wszystkie bowiem twierdzenia udowodnione zgodnie z zasadami obowiązującymi w logice klasycznej są akceptowane przez konstruktywistów. W tym przypadku prawdziwość zostaje zawężona do posiadania konstrukcji efektywnej.

Z kwestią przyjmowania reguł dowodzenia ściśle łączy się zagadnienie uznawania aksjomatów. Niektóre z przyjmowanych aksjomatów są tautologiami logicznymi. Wśród matematyków nie ma jednak powszechnej zgody, który system logiki jest najwłaściwszy dla uprawiania matematyki. W szczególności intuicjoniści odrzucają, na przykład, prawa wyłączonego środka i podwójnego przeczenia. Z tego względu prawdziwość w sensie posiadania dowodu będzie w istotny sposób zależeć od wyboru systemu logiki, który leży u podstaw danej teorii.

Co do akceptacji aksjomatów pozalogicznych sprawa jest jeszcze bardziej zawikłana. W ujęciu formalistycznym z reguły przyjmuje się, że ich wybór może zależeć wyłącznie od upodobań matematyka. W historii matematyki jednak nie ma przykładów takich teorii, dla których układ aksjomatów powstał w wyniku arbitralnej decyzji matematyka. Teorie matematyczne nie powstają jako gotowe teorie aksjomatyczno-dedukcyjne, lecz zawsze przechodzą przez stadium teorii nieformalnych. Dopiero po pewnym czasie zostają ukształtowane podstawy teorii i teoria nieformalna staje się teorią aksjomatyczną. Powstaje zatem kwestia, jak określić kryteria wyboru takich, a nie innych aksjomatów.

Często głoszony jest pogląd, że aksjomaty powinny być oczywiste i że ich pewność nie może wzbudzać żadnych wątpliwości. Pojawia się jednakże pytanie: co oznacza w powyższym kontekście określenie „oczywisty" w odniesieniu do aksjomatów. W różnych sytuacjach mówi się, że coś jest tak pewne lub oczywiste jak to, że $2 \cdot 2=4$. Czy rzeczywiście oczywistość tego, że $2 \cdot 2=4$ (i podobnych formuł) nie budzi żadnych wątpliwości? Prawdziwość powyższej formuły jest uznawana, gdyż są rozumiane poszczególne występujące w niej pojęcia: 2, 4, $\cdot$, $=$; rozumiana jest zatem treść formuły. Rozumienie treści musi się jednak odnosić do jakiejś rzeczywistości pozajęzykowej, gdyż nie wystarcza w tym przypadku sam kształt napisów, a istotne staje się znaczenie poszczególnych symboli. Prawdziwość formuły zostaje w tej sytuacji pośrednio uzależniona od tego, jak rozumie się tę rzeczywistość, a w szczególności, w jaki sposób ona istnieje i w jaki sposób jest poznawana. Wchodzi się zatem w obszar głównych sporów toczonych w filozofii matematyki między aprioryzmem a aposterioryzmem oraz platonizmem a antyplatonizmem.

W pewnym zakresie można próbować uniknąć wikłania się w kwestie ontologiczne przy rozpatrywaniu prawdziwości poprzez ustalenie struktury matematycznej i dokonanie w niej interpretacji języka danej teorii. Mamy wtedy do czynienia z modelem dla teorii. Modelem jest pewien system relacyjny, a prawdziwość formuły w takim systemie jest zdefiniowana poprzez relację spełniania Tarskiego. Jej sens (w znacznym uproszczeniu) można wyrazić następująco: w strukturze R jest spełnione zdanie p (innymi słowy, p jest prawdziwe), jeżeli w R jest tak, jak mówi *p* po interpretacji symboli występujących w *p*. Potocznie przyjmuje się, że definicja prawdy Tarskiego określa w matematyce klasyczne (arystotelesowskie) rozumienie prawdziwości. Sprawdza się bowiem zgodność między zdaniem a stanem rzeczy, który zachodzi w danej strukturze matematycznej.

Dla określenia prawdziwości formuły przez odniesienie do modelu kwestie związane ze sposobem istnienia struktury mają znaczenie drugorzędne, gdyż struktura matematyczna jest pojęciem matematycznym i z pewnego punktu widzenia to, czym są i jak istnieją obiekty w strukturze, nie ma zbyt wielkiego znaczenia, ponieważ zawsze na plan pierwszy można wysunąć relacje między tymi obiektami. Konsekwencje twierdzeń limitacyjnych ukazują jednak ograniczenia takiego stanowiska. Przede wszystkim, twierdzenie Skolema-Löwenheima głosi, że teorie (z reguły) posiadają modele różnych mocy, a więc nieizomorficzne między sobą. Zaś z pierwszego twierdzenia Gödla o niezupełności wynika, że teorie aksjomatyczne pierwszego rzędu nie są w stanie opisać w pełni danej dziedziny matematycznej; zawsze pozostaną jakieś kwestie nierozstrzygnięte, dające możliwość przypisywania tym obiektom różnych, wykluczających się nawzajem własności. Teoria zatem nie wyznacza jednoznacznie wszystkich własności relacji zachodzących między obiektami w danej strukturze matematycznej, toteż trudno jest zgodzić się ze stwierdzeniem, że obiekty matematyczne są wyznaczone poprzez teorię je opisującą (na przykład, liczbami naturalnymi są takie obiekty, które spełniają aksjomaty Peano). Jeżeli zaś przyjmie się, że dziedzina obiektów matematycznych istnieje w jakiś sposób poza sformułowaną teorią, to nie uniknie się problemów ontologicznych.

Pojawiają się również problemy z uznawaniem prawdziwości zdań niezależnych od danego systemu aksjomatyczno-dedukcyjnego. Nasuwa się pytanie: czy jest w ogóle sens mówić o prawdziwości na przykład hipotezy *continuum*, skoro istnieją modele, w których jest ona prawdziwa, i takie, w których jest prawdziwa jej negacja. Przyjęcie bądź odrzucenie hipotezy *continuum* może podlegać swobodnej decyzji matematyka. Jego wybór będzie uzależniony od tego, do czego dana teoria ma służyć. W tym przypadku akceptacja formuły jest uwarunkowana czynnikami praktycznymi. Wydaje się zatem, że branie pod uwagę samej tylko metody matematyki i wynikającego z tego koherencyjnego rozumienia prawdy jest zbytnim uproszczeniem i nie pozwala w pełni scharakteryzować prawdziwości w matematyce.

W tym miejscu należy podkreślić, że w matematyce w zasadzie nie można mówić o prawdziwości jednego zdania wyizolowanego z kontekstu. Tym kontekstem może być bądź szerszy układ zdań, tworzący teorię aksjomatyczno-dedukcyjną, bądź struktura matematyczna, czyli dziedzina obiektów matematycznych. Zatem prawdziwość zdania musimy rozważać bądź przez odniesienie do teorii, bądź jakiegoś modelu. W pierwszym przypadku to, czy dane zdanie jest prawdziwe, jest ściśle powiązane z niesprzecznością teorii. W tym drugim zaś prawdziwość zostaje w pewnym zakresie uzależniona od przyjętego stanowiska w kwestii istnienia przedmiotu matematyki.

Przy rozpatrywaniu prawdy w matematyce odniesienie do teorii względnie jej modeli jest jednak z różnych względów niewystarczające. Teorie matematyczne są ze sobą powiązane w rozmaity sposób, toteż konieczne jest całościowe widzenie matematyki, czyli uwzględnienie zależności między poszczególnymi teoriami matematycznymi. W tym przypadku traci na znaczeniu koherencyjne rozumienie prawdziwości. Wtedy bowiem, gdy matematyka zostaje potraktowana jako integralna dyscyplina naukowa i nie rozczłonkowuje się jej na szereg oddzielnych teorii, znaczenia nabierają obiekty matematyczne, czyli przedmiot badań matematyków. Matematycy mają przed sobą pewien świat obiektów matematycznych i ten świat starają się zbadać przez poznanie jego właściwości i zależności między obiektami w nim się znajdującymi. Jeżeli przyjmuje się obiektywne, niezależne od matematyka, istnienie tego świata, to matematyk staje się odkrywcą, zaś do formułowanych przez niego stwierdzeń daje odnieść się klasyczne rozumienie prawdy: twierdzenia matematyczne muszą oddawać faktyczny stan rzeczy, zachodzący w świecie obiektów matematycznych.

Zagadnienie sposobu istnienia obiektów matematycznych jest jednak kontrowersyjnym problemem z zakresu filozofii matematyki. W szczególności stanowiska, przyjmujące obiektywne, niezależne od matematyka istnienie przedmiotu matematyki, stwarzają rozmaite trudności interpretacyjne, zwłaszcza dotyczące możliwości poznawania świata obiektów matematycznych. Istnienie zaś zdań typu hipotezy *continuum* i aksjomatu wyboru sprawia, że i w tym przypadku pewnym zdaniom nie da się jednoznacznie przypisać prawdziwości.

Wykorzystywanie komputerów przez matematyków stwarza nową perspektywę przy rozpatrywaniu prawdy w matematyce. Zostają bowiem stworzone możliwości dokonywania swoistych doświadczeń z modelami komputerowymi obiektów matematycznych. Niektóre hipotezy dotyczące pojęć matematycznych (na przykład zbiorów fraktalnych, układów dynamicznych) są w swoisty sposób „testowane" za pomocą komputera. Wprawdzie w taki sposób sprawdzone hipotezy nie są jeszcze przez matematyków traktowane jako pełnoprawne twierdzenia (te muszą zostać udowodnione), to nabierają większego prawdopodobieństwa. Praca matematyków z komputerem przypomina badania przyrodnika. Do hipotez stawianych przez matematyków można stosować określenia, takie jak prawdopodobne, weryfikowalne, sfalsyfikowalne itp., za pomocą których charakteryzuje się stwierdzenia z zakresu nauk szczegółowych. Obiekty matematyczne bowiem zdają się tworzyć rzeczywistość analogiczną do rzeczywistości materialnej. Pozwala to na badanie zgodności między treścią formuł matematycznych a zależnościami zachodzącymi w obszarze rzeczywistości matematycznej. Paradoksalnie jednak zastosowanie komputerów nie tylko ukazuje analogie między teoriami matematycznymi a teoriami z dziedziny nauk szczegółowych, lecz również wskazuje na odniesienie pojęć matematycznych do jakiejś rzeczywistości matematycznej poza komputerem. Te obiekty, które są modelowane w komputerze, istnieją bowiem w pewien sposób zarówno poza komputerem, jak i poza światem przedmiotów fizycznych.

Problem prawdziwości warto jeszcze rozpatrywać w znacznie szerszym kontekście, a mianowicie miejsca matematyki w całym systemie naszej wiedzy i zastosowań matematyki w innych naukach. Teorie matematyczne często są bowiem wykorzystywane przez przyrodników do konstruowania teorii przyrodniczych, opisujących jakiś aspekt rzeczywistości fizycznej. W takim przypadku można mówić o swoistym eksperymentalnym potwierdzaniu teorii matematycznej; w pewien sposób teoria matematyczna poprzez swoje zastosowania zostaje eksperymentalnie zweryfikowana. Poddajemy bowiem teorię matematyczną interpretacji i zadajemy pytanie: czy zinterpretowana teoria „pasuje" do rzeczywistości fizycznej. Jeżeli teoria przyrodnicza przechodzi przez kolejne testy eksperymentalne, to wraz z nią zostaje przetestowana teoria matematyczna. Dokonuje się tu swoistej weryfikacji teorii matematycznej poprzez znalezienie szczególnego modelu dla teorii, jakim jest pewien aspekt rzeczywistości materialnej. Dzięki temu twierdzenia czy całe teorie matematyczne są odnoszone do świata materialnego. To sprawia, że można mówić o eksperymentalnym potwierdzaniu pewnych teorii matematycznych. Na przykład, po odkryciu geometrii nieeuklidesowej C. F. Gauss zaproponował, by w wybranym trójkącie zmierzyć kąty, a tym samym przekonać się, w jakiej przestrzeni żyjemy. Uzyskane tą drogą pomiary z jednej strony dałyby nam informację o świecie nas otaczającym (o rodzaju przestrzeni, w której żyjemy), z drugiej zaś mogłyby stać się swoistym potwierdzeniem dla jednej z geometrii, gdyż przestrzeń fizyczna stanowiłaby dla niej model.

Badanie prawdziwości zdań czy teorii matematycznych może być przeprowadzone za pomocą eksperymentowania, mającego na celu stwierdzenie zgodności między zdaniami a rzeczywistością, którą te zdania opisują. Należy jednak podkreślić, że występują tu przynajmniej dwa różne poziomy. Jednym z nich jest rzeczywistość obiektów matematycznych, drugim świat materialny. Eksperyment komputerowy pozwala zbadać zgodność twierdzeń z rzeczywistością matematyczną, zaś poprzez zastosowania matematyki możemy sprawdzać ich zgodność z rzeczywistością fizyczną, pozamatematyczną. W matematyce pojawiają się zatem takie aspekty, które dają podstawy do mówienia o jej aposteriorycznym (a nie apriorycznym jak w przypadku koherencyjnego rozumienia prawdziwości) charakterze. Prawdziwość w takim ujęciu nie może być interpretowana tylko koherencyjnie, a znaczenie zaczyna mieć rozumienie prawdziwości w sensie klasycznym. Należy jednak jeszcze raz podkreślić, że rzeczywistość – stan rzeczy – z którym konfrontowane są formuły matematyczne, może być rozmaicie rozumiana.

Trzeba w tym miejscu dodać, że interpretacja prawdziwości teorii matematycznej, która służy jako formalizm dla teorii przyrodniczej, zależy od przyjmowanej koncepcji nauk przyrodniczych. Jeżeli przyjmuje się koncepcję realistyczną nauk przyrodniczych, to są podstawy do mówienia o odniesieniu teorii matematycznej do rzeczywistości fizycznej i o klasycznym rozumieniu prawdziwości. Przy interpretacjach antyrealistycznych teorii przyrodniczych nie może być mowy o prawdzie w klasycznym rozumieniu. Można natomiast interpretować prawdziwość jako spełnianie przez teorię roli narzędzia sprawnego, skutecznego i użytecznego poznawczo. Mielibyśmy wtedy do czynienia z pragmatyczną koncepcją prawdy zastosowaną do matematyki.

Warto zauważyć, że bez względu na stanowisko w odniesieniu do teorii przyrodniczych w przypadku zastosowań matematyki mogą odgrywać rolę elementy konwencjonalne bądź pragmatyczne. Taki a nie inny wybór teorii matematycznej przez przyrodnika bywa bowiem czasami podyktowany wygodą lub użytecznością.

To, co do tej pory stwierdziłam, odnosi się przede wszystkim do sytuacji, gdy rozpatruje się niejako „gotowy" produkt, jakim jest zaawansowana teoria matematyczna. Problem prawdziwości wygląda jednak nieco inaczej z perspektywy tworzenia nowej wiedzy matematycznej. Przede wszystkim w tej fazie nie mamy z reguły do czynienia z jakąś teorią – układem formuł. Brakuje zatem punktu odniesienia do stwierdzania niesprzeczności formuły z jakimiś innymi formułami.

Korzeni wiedzy matematycznej, jak się wydaje, należy dopatrywać się w doświadczaniu przez człowieka otaczającej go rzeczywistości. Przy dalszym rozwijaniu wiedzy matematycznej również wskazuje się na rozmaite metody heurystyczne (na przykład indukcję, analogię) pomocne w uzyskiwaniu nowych faktów matematycznych. Zatem rozmaite elementy związane z doświadczeniem matematyków odgrywają istotną rolę i one również stają się ważne dla przyjęcia danych wyników. W tym kontekście powraca w nieco innej formie zagadnienie odniesienia między treścią twierdzeń matematycznych a własnościami rzeczywistości otaczającej człowieka.

W zależności zatem od aspektu wiedzy matematycznej, na który zwracamy w danym momencie szczególną uwagę, do matematyki da się odnieść rozmaite rozumienia prawdziwości. Przede wszystkim bardzo ważne jest koherencyjne rozumienie prawdy, ściśle związane ze swoistą metodą matematyki. Wydaje się jednak, że kryteria akceptowalności formuł matematycznych oparte na samym powiązaniu tych formuł z innymi są niewystarczające. Oczywiście dowód dedukcyjny jest niezbędny i również wystarczający do tego, by uznać daną formułę za twierdzenie matematyczne. Matematyka nie wyczerpuje się jednak bez reszty w dedukowaniu jednych twierdzeń z już wcześniej udowodnionych. Toteż obok koherencyjnego rozumienia prawdziwości do twierdzeń matematycznych można odnosić klasyczną interpretację prawdy, a także kryteria pragmatyczne, takie jak wygoda czy użyteczność. Wymienione rozmaite kryteria prawdziwości wskazują na bogactwo rzeczywistości matematycznej, a także na obiektywne jej istnienie poza umysłem matematyka.

THE ISSUE OF TRUTH IN MATHEMATICS

Summary

The question of truth in mathematics is a controversial and complex issue. In the paper there are indicated various possibilities of interpreting the truth of mathematical formulas and theories. Depending on a particular aspect of mathematical knowledge, a number of ways of understanding truth can be applied. Different criteria of truth, such as: consistency in an axiomatic theory, adequacy between a formula and mathematical reality, adequacy between a mathematical theory and physical reality, convenience, usefulness of a mathematical theory, and conventional and pragmatic aspects of applications of mathematics are discussed. These criteria show the riches offered by mathematical reality, as well as its objective existence outside the mind of a mathematician.

WIESŁAW DYK
Instytut Filozofii Uniwersytetu Szczecińskiego

MIĘDZY ZOOLOGICZNĄ KONCEPCJĄ CZŁOWIEKA A ANTROPOLOGICZNĄ WIZJĄ ZWIERZĘCIA

Próby ujęcia zwierzęcości w człowieku można, na zasadzie naczyń połączonych, łączyć z określaniem zakresu człowieczeństwa w zwierzęciu. Dobrostan życia zwierząt, mający znaczenie biologiczne, porównywany bywa z przeżywaniem szczęścia wśród ludzi; świadomości zwierząt odpowiada samoświadomość człowieka, a co za tym idzie ból porównywany bywa z cierpieniem, posłuszeństwo instynktom z cnotą, biologia z etyką. Nagromadzone osiągnięcia nauk szczegółowych, w wyniku braku odniesień do postępu nauk humanistycznych, dają podstawę do tworzenia mitów.