Anna Lemańska

"Rozmyślania o filozofii matematyki", Rafał Molski, Warszawa 2003 : [recenzja]

Studia Philosophiae Christianae 41/1, 196-204

2005

trywać w wymiarze pragmatycznym, a nie metafizycznym. Zdaniem autora, realizm niereprezentacyjny pozwala ujmować odpowiedniość między światem a matematyką jako relację dynamiczną (s. 172).

Jak zaznaczyłam na wstępie, Jarosław Mrozek podjął bardzo ważny problem z zakresu filozofii matematyki. Przedstawił nową, oryginalną propozycję jego rozwiązania. Swoje wnioski rzetelnie uzasadnia, a rozważania ilustruje licznymi przykładami z historii matematyki oraz z aktualnej praktyki badawczej matematyków. Nie jest mu obca zarówno przeszłość matematyki, jak i jej teraźniejszość. Szkoda, że od strony redakcyjnej autor nie ustrzegł się dosyć poważnego uchybienia. Otóż *Bibliografia*, zamieszczona na końcu książki, jest bardzo bogata, liczy czternaście stron i zawiera ponad trzysta pozycji. Nie znajduje ona natomiast odzwierciedlenia w przypisach. Toteż nie wiadomo, czy jest to tylko literatura dotycząca tematu pracy, czy też autor korzystał w istotny sposób z treści zawartych w wymienionych w bibliografii pracach. Uniemożliwia to zarazem czytelnikowi łatwe i szybkie znalezienie zbieżnych z poglądami Mrozka wypowiedzi w pracach innych autorów. W książce trafiają się też błędy, będące wynikiem nie dość dokładnej korekty.

Anna Lemańska
Instytut Filozofii UKSW

Rafał Molski, *Rozmyślania o filozofii matematyki. Pięć esejów*, Warszawa 2003, ss. 311.

Matematyka jest jedną z najstarszych nauk i zarazem jedną z najbardziej użytecznych. Bez znajomości choćby rudymentarnych pojęć matematycznych i umiejętności ich wykorzystania nie byłoby rozwoju cywilizacji i kultury. Obecnie przenika ona wiele dziedzin ludzkiego życia, jest, jak pisze Hammond, „naszą niedostrzegalną kulturą”[1]. Każdy człowiek posiada choćby podstawowe umiejętno-

[1] A. L. Hammond, *Matematyka – nasza niedostrzegalna kultura*, tłum. z ang. J. Łukaszewicz, w: *Matematyka współczesna. Dwanaście esejów*, red. L. A. Steen, WNT, Warszawa 1983, 26-48.

ści matematyczne: liczenia, mierzenia, rozpoznawania kształtów geometrycznych. Jednak, mimo przenikania matematyki w życie ludzkie, nie jest wcale łatwo określić, co jest jej przedmiotem i w jaki sposób go poznajemy. Toteż specyfika matematyki, jej szczególne miejsce wśród innych dyscyplin naukowych stanowiły przedmiot zainteresowania filozofów praktycznie prawie od początków istnienia filozofii zachodnioeuropejskiej.

Zainteresowania matematyką zaowocowały wypracowaniem wielu koncepcji dotyczących tego, czym jest matematyka, i choć istnieją rozmaite stanowiska w filozofii matematyki, to żadne z nich nie potrafi odpowiedzieć na wszystkie pytania, nasuwające się w trakcie analizy tej dyscypliny naukowej. Metoda aksjomatyczno-dedukcyjna i abstrakcyjność pojęć sprawiają, że uznaje się matematykę za naukę odmienną od nauk przyrodniczych. Jednocześnie matematyka jest językiem współczesnych nauk szczegółowych i niezbędnym narzędziem w poznawaniu świata otaczającego człowieka. Można podzielić matematykę na szereg teorii i koncentrować się na ich formalnych aspektach, zarazem ważna jest również treść formuł matematycznych. W zależności od punktu widzenia, od rozpatrywanego aspektu matematyce przypisuje się skrajnie odmienne właściwości. Wszystko to sprawia, że pytanie o status wiedzy matematycznej stanowi jedno z ważnych pytań filozoficznych, wykraczających poza zakres samej filozofii matematyki. Problem ten, postawiony już w starożytności u początków rozwoju matematyki jako nauki, jest ciągle aktualny i, jak się wydaje, daleki od ostatecznego rozwiązania. Każda zatem próba nowego ujęcia klasycznych problemów z zakresu filozofii matematyki jest cenna, zwłaszcza próba podjęta przez matematyka dobrze znającego swoją dyscyplinę wiedzy. Toteż prace z zakresu filozofii matematyki Rafała Molskiego (1925-2000), zebrane w książce pt. *Rozmyślania o filozofii matematyki*, stanowią interesującą lekturę.

W niniejszym tomie przedrukowano pięć prac Molskiego, które ukazywały się na przestrzeni lat dziewięćdziesiątych jako preprinty Instytutu Matematycznego PAN. Po śmierci ich autora zostały przygotowane do druku przez jego żonę i przyjaciół[2]. Książka za-

---

[2] Warto dodać, że w książce umieszczono całość dorobku R. Molskiego z zakresu filozofii matematyki. Nie przedrukowano tylko dwóch, opublikowanych już wcześniej prac: *O powiązaniu filozofii z matematyką*, Studia Filozoficzne 285(1989)12, 81-99 oraz

wiera również życiorys R. Molskiego autorstwa jego żony, Aliny Molskiej, oraz wspomnienia Jana Jaworowskiego i Stanisława Krajewskiego. Należy dodać, że kolejność artykułów w tym tomie jest zgodna z chronologią ich powstawania, która zarazem ukazuje w pewnym zakresie kształtowanie się poglądów Molskiego na matematykę oraz odzwierciedla ogólność poruszanych przez niego treści: od mniej do bardziej ogólnych.

Dwa eseje otwierające tom poruszają bardziej szczegółowe kwestie z zakresu filozofii matematyki: przedmiotem pierwszej jest ujęcie filozoficzne rachunku nieskończenie małych z perspektywy stanowiska Leibniza, drugiej zaś – koncepcja prawdopodobieństwa. Wprawdzie w pracach tych Molski odnosi się do problemów powstających przy analizowaniu konkretnych pojęć matematycznych, lecz propozycje swoich rozwiązań umieszcza w bardzo szerokim kontekście, który pozwala również na odczytanie jego poglądów na istotę wiedzy matematycznej. Próbie udzielenia odpowiedzi na pytanie: co to jest matematyka, są poświęcone trzy pozostałe artykuły.

W artykule *O powiązaniu filozofii z matematyką na przykładzie pojęcia nieskończenie małej i rachunku nieskończonościowego G. W. Leibniza* (ss. 5-41) autor próbuje pokazać wpływ idei filozoficznych na rozwój wiedzy matematycznej. Do tego celu wybrał ważne pojęcie matematyczne – pojęcie nieskończenie małej – które ma zarazem bardzo rozległe konotacje filozoficzne. W pierwszej części nakreśla, począwszy od starożytności, cały kontekst pojawienia się tego pojęcia. Następnie omawia poglądy metafizyczne Leibniza. Tak szeroko nakreślone tło pozwala następnie lepiej zrozumieć pojęcie nieskończenie małej wprowadzone przez Leibniza i jego rolę w matematyce.

W artykule *Uwagi o filozofii prawdopodobieństwa* (ss. 42-81), bogato ilustrowanym przykładami z różnych dziedzin wiedzy, Molski analizuje z kolei pojęcie prawdopodobieństwa. To pojęcie, przeciwnie niż pojęcie nieskończenie małej, jest powszechnie używane

---

O filozoficznych źródłach matematycznej teorii kategorii, w: *Między matematyką a przyrodoznawstwem*, red. E. Piotrowska, D. Sobczyńska, Poznań 1999, 61-83. Pierwsza z tych prac to obszerna część artykułu *O powiązaniu filozofii z matematyką na przykładzie pojęcia nieskończenie małej i rachunku nieskończonościowego G. W. Leibniza*, w drugiej zaś pojawiają się koncepcje rozwijane w innych pracach z tego tomu.

w języku potocznym do opisu rozmaitych sytuacji życiowych, w których mamy do czynienia z niepewnością. Zarazem, zwłaszcza w wieku XX, stało się centralnym pojęciem szeroko rozbudowanego działu matematyki – rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Molski pokazuje wpływ idei filozoficznych na interpretację tego pojęcia. Przeprowadzone analizy upoważniają go do stwierdzenia, że prawdopodobieństwo jednocześnie odnosi się do „członu podmiotowego zdania", jak i do jego „członu ontologicznego" (s. 80). Stąd Molski wyciąga dalsze konsekwencje dotyczące poznawania świata: „im silniej i głębiej wnikamy w tajemnice rzeczywistości, tym bardziej subiektywizujemy naszą wiedzę o niej i tym bardziej odciskamy na niej nasze ludzkie piętno" (s. 80).

To przekonanie Molski próbuje ująć z innego punktu widzenia w eseju *O generatywnej i logicznej funkcji matematyki* (ss. 82-114). Pokazuje tu zarówno kreatywną, twórczą rolę matematyka, jak i odkrywczą, związaną z dowodzeniem twierdzeń. Podsumowaniem przeprowadzonych analiz może być stwierdzenie Molskiego, że „podobnie jak cała kultura, tak i matematyka jest produktem człowieka, a zarazem środowiskiem, w którym on żyje i które na nowo odkrywa" (s. 114).

W pracach *Uwagi o epistemologii matematyki* (ss. 115-169) i *Uwagi na temat ontologii matematyki* (ss. 170-271) Molski zawarł swoje przemyślenia dotyczące tego, jak poznajemy przedmiot matematyki i jaka jest istota pojęć matematycznych.

Epistemologia i ontologia matematyki stanowią dwa zasadnicze, zazębiające się ze sobą działy filozofii matematyki. Wydaje się jednak, że ontologicznych i teoriopoznawczych problemów matematyki nie można rozpatrywać, izolując je od poglądów na nasze poznawanie świata i istnienie rozmaitych obiektów. Swoją koncepcję przedmiotu matematyki Molski umieszcza zatem w ramach specyficznego i szczegółowo nakreślonego przez siebie stanowiska epistemologiczno-ontologicznego, które nazywa transjentyzmem.

Stanowisko transjentyzmu można najkrócej określić jako uznanie, że świat ciągle staje się, a byty nań się składające ciągle powstają. Świat jest widziany jako proces, w którym łańcuchy zdarzeń następują jedne po drugich, generując nową rzeczywistość. To generowanie zachodzi w sposób niezdeterminowany. Toteż zanim nie zostanie zakończony proces kształtowania nowego obiektu, nie można określić jego własności. Molski przyjmuje także założenia lokalności czasu i indeterminizmu. Przy tych założeniach przyroda jawi się jako dynamiczna, kreatywna i indeterministyczna, a rozwój rzeczywistości, również matematycznej, nie jest wyznaczony przez przeszłość i teraźniejszość.

Powyższe widzenie przyrody ściśle wiąże się z koncepcją procesu poznawania świata. Molski w tym zakresie przyjmuje interakcjonizm: człowiek stanowi integralną część przyrody, toteż następuje sprzężenie świata mentalnego i materialnego. Według Molskiego, „świadomość jest nie tylko obiektem oddziaływań ze strony świata zewnętrznego, ale i odwrotnie – aktywnie nań reaguje. Co więcej w wyniku poznania i rozumienia świata materialnego świat duchowy wpływa na zachowanie tego ostatniego i nawet uczestniczy w jego kreacji" (s. 118). Poznawanie świata, w tym ujęciu, jest zatem swoistą jego „kreacją": „nasze myślenie – pisze autor – wyraża rzeczywistość, jest jej częścią i jednocześnie produkuje ciągle nową rzeczywistość" (s. 114).

Na tak szeroko zarysowanej panoramie poglądów z zakresu epistemologii i ontologii Molski prezentuje swoją koncepcję matematyki. Ten kontekst pozwala na całościowe ujęcie problematyki dotyczącej filozoficznych zagadnień matematyki, jednak nie zawsze rozjaśnia problemy odnoszące się do tej dyscypliny naukowej. Przyjęta przez Molskiego koncepcja transjentyzmu może wzbudzać bowiem rozmaite zastrzeżenia zwłaszcza, że rozważa on w jej ramach wiele szczegółowych zagadnień (na przykład problem obserwatora czy zagadnienie tożsamości obiektu kwantowego), które same są przedmiotem rozmaitych kontrowersji. Trudności również stwarza stanowisko wiążące istnienie danego obiektu z jego wykreowaniem. Zakłada się tu bowiem, że istnieje już jakiś podmiot dokonujący konstrukcji czy tworzenia nowych bytów.

Molski poglądy na matematykę umieszcza w perspektywie historycznej, pokazując istotne etapy kształtowania się matematyki, nauk przyrodniczych i filozoficznych. Kontekst ten jest ważny, gdyż dla Molskiego tworzenie matematyki jest podobną czynnością jak każda inna działalność poznawcza; jest elementem integralnym, którego nie można odizolować od procesu kształtowania pozostałej wiedzy. Zdaniem Molskiego matematyka jest tworzona przez matematyków. Co więcej, proces ten nie jest w żaden sposób z góry zdeterminowany. Człowiek ma wolny wybór między wieloma matematykami. W tym sensie człowiek jest twórcą matematyki. Jest jednak zarazem i jej odkrywcą, gdyż źródłem matematyki jest dynamiczny, otwarty i niezdeterminowany świat.

Według Molskiego matematyka jest w pewnym stopniu nauką doświadczalną, gdyż „na swym najniższym, fundamentalnym poziomie ma do czynienia z danymi odbieranymi zmysłowo" (s. 151). Zarazem zajmuje się własnościami bardzo ogólnymi i trwałymi, „opisuje to, co na świecie najbardziej powszechne, uporządkowane i stabilne" (s. 151). Matematyka zatem jest podobna do innych nauk: „jest dziełem umysłu człowieka, uwarunkowanym jego wyposażeniem zmysłowym i wrodzonymi dyspozycjami. Tak samo jak one, ma na celu poznanie rzeczywistości i wykorzystanie wiedzy dla biologicznych i społecznych potrzeb gatunku. Tak samo jak one, aby ten cel osiągnąć, czerpie swe dane z doświadczenia i praktyki" (s. 219).

Poglądy Molskiego na matematykę można zatem umieścić w nurtach szeroko rozumianych empiryzmu i konstruktywizmu. To zespolenie empiryzmu z konstruktywizmem stanowi interesującą propozycję, zwłaszcza że w literaturze te dwa nurty z reguły są od siebie odseparowywane. Na uwagę zasługuje rozpatrywanie przez Molskiego, pod wpływem intuicjonizmu, aspektu czasowego przy konstrukcji pojęć matematycznych. Molskiego nie można jednak nazwać intuicjonistą. Jego koncepcja matematyki, wykorzystując tylko pewne idee tego stanowiska, wyraźnie przekracza ograniczenia matematyki intuicjonistycznej.

Molski stara się ukazać funkcje podświadomości, świadomości, pamięci i języka w procesie tworzenia wiedzy matematycznej i w tym kontekście krytykuje stanowisko formalistyczne w filozofii matematyki. Zwraca mianowicie uwagę, że nie można z matematyki usunąć intencjonalnej treści, „która stanowi o źródłach i motywach jej rozwoju i lokuje ją w całości wiedzy" (s. 132).

Wprowadzenie kategorii czasu w centrum procesu tworzenia matematyki zrozumiałym czyni uznanie przez Molskiego teorii kategorii, a nie mnogości, za fundamentalną teorię matematyki. Według niego teoria kategorii daje możliwości holistycznego ujęcia matematyki i wprowadzenia do niej czynnika czasu (ważnego elementu rzeczywistości), który został wyeliminowany ze statycznego w znacznej mierze zredukowania matematyki do teorii mnogości. Molski uważa, że „teoria kategorii pozwala lepiej zrozumieć intuicyjne, potoczne idee: zewnętrzności i wewnętrzności, lokalności i globalności, prawdy i fałszu, aktualności i potencjalności, trwałości i zmienności. Za wszystkimi tymi pojęciami kryje się obserwator, który pełni rolę podmiotu organizującego wiedzę w kategorie i funktory w zależności od potrzeb i rodzaju napływających danych" (s. 166). Jak się jednak wydaje, Molski zbyt dużą rolę filozoficzną przypisuje teorii kategorii. Rzeczywiście, niektórzy filozofowie matematyki wyrażali nadzieje na zastąpienie paradygmatu teoriomnogościowego paradygmatem kategorialnym. Teoria kategorii nie stała się jednak (jak dotąd) alternatywą dla teorii mnogości, a w zasadzie dla bardzo, jak się okazuje, wygodnego języka teorii zbiorów.

Molski jest również zdecydowanym przeciwnikiem platonizmu w filozofii matematyki. Stara się nie tylko uzasadnić stanowisko konstruktywistyczne, lecz również wskazuje na trudności platonizmu. Wydaje się jednak, że nie we wszystkich przypadkach jego krytyka jest trafnie przeprowadzona. Wątpliwości mogą budzić przede wszystkim wypowiedzi Molskiego dotyczące swobodnego wyboru przez matematyka między wieloma matematykami. Molski nie precyzuje, na czym ten wybór miałby polegać i jak należy rozumieć te „różne matematyki". Trudno wyobrazić sobie sytuację, by rozwój matematyki był uzależniony od arbitralnej decyzji matematyka odnośnie do przeprowadzanych konstrukcji. Nie jest możliwe bowiem, by matematyk wybierał między dwiema równoprawnymi w danym momencie historycznym ścieżkami rozwoju matematyki i wybór jednego z kierunków niejako odcinał inne gałęzie rozwoju. Historia matematyki nie dostarcza przykładów tego typu decyzji. W tym kontekście wybór między platonizmem a konstruktywizmem nie przechyla się tak jednoznacznie na stronę konstruktywizmu. Matematyk ma niewątpliwie swobodę wyboru języka teorii, używanej symboliki, aksjomatów, a nawet reguł uzasadniania twierdzeń, toteż każda teoria jest w tym sensie dziełem matematyka. Nie wynika z tego jednak, że to matematyk swoim aktem woli powołuje do istnienia jakiś obiekt matematyczny. Molski widzi te trudności, toteż wprowadza rozróżnienie między istnieniem aktualnym a potencjalnym. Nie przekreśla to jednak platonizmu.

Warto podkreślić, że Molski odwołuje się bardzo często do poglądów Leibniza. System Leibniza, jak wiadomo, był całościową koncepcją, obejmującą swym zakresem wszystkie dziedziny ówczesnej wiedzy. Zarazem idee tego filozofa nie były zrozumiane przez jemu współczesnych, a niektóre z jego pomysłów są dopiero obecnie doceniane i realizowane. Molski jest wyraźnie zafascynowany Leibnizem, co znalazło swój wyraz w zainteresowaniach myślą filozoficzną niemieckiego uczonego i próbą wykorzystania pewnych jego koncepcji.

Molski odwołuje się również do poglądów Arystotelesa. Zwraca natomiast uwagę prawie zupełny brak odniesień do koncepcji współczesnych filozofów matematyki. Molski powołuje się przede wszystkim na poglądy samych matematyków, a nie filozofów matematyki. Stanowi to jednak pewien brak w jego koncepcji. Niektóre z jego poglądów są bowiem zbieżne ze stanowiskami innych filozofów, na przykład Lakatosa. Interesujące byłoby przeanalizowanie obu stanowisk pod kątem punktów zbieżnych i ewentualnych różnic. Sądzę, że ustosunkowanie się Molskiego do odmiennych stanowisk w filozofii matematyki mogłoby wzbogacić koncepcję samego Molskiego. Wspomina on tylko ogólnie o innych możliwych rozwiązaniach filozoficznych problemów matematyki.

Należy dodać, że w koncepcji Molskiego pojawiają się pewne niejasności czy wręcz niespójności. Na przykład, według Molskiego, zaprzeczenie zdania możliwego jest zdaniem fałszywym (s. 265). Wydaje się jednak, że zaprzeczenie zdania możliwego może również być zdaniem możliwym. Prawdopodobnie, większość tego typu niejasności zostałaby usunięta przez samego autora, gdyby to on przygotowywał prace do druku.

Można oczywiście nie zgadzać się z całością koncepcji Molskiego na matematykę, wybierając inne, alternatywne stanowisko. Trudno jednak nie docenić jego osiągnięć w dziedzinie filozofii matematyki. Wykorzystanie koncepcji filozoficznych na temat natury świata i poznawania świata do interpretowania poznania charakterystycznego dla matematyki pozwala Molskiemu z jednej strony wskazywać na źródła filozoficzne pewnych idei matematycznych (na przykład nieskończenie małej u Leibniza, czy różnych interpretacji prawdopodobieństwa), z drugiej zaś osadzić konstruktywizm matematyczny w szerszym kontekście, co sprawia, że to stanowisko filozoficzne zostaje dowartościowane.

Prace Rafała Molskiego poświęcone filozofii matematyki zawierają interesujące i oryginalne refleksje o istocie matematyki. Autor prezentuje w nich swoją wizję matematyki, wizję osadzoną w realiach współczesnej matematyki, a zarazem wpisującą się w określoną tradycję filozoficzną. Molski był matematykiem z wykształcenia i zamiłowania, pracował twórczo w tej dziedzinie, uczył również studentów. Znał zatem doskonale przedmiot i metodę tej dziedziny wiedzy. Nie zamykał się jednak, jak często czynią to matematycy, tylko w obrębie swej dyscypliny badawczej. Matematyka stała się również obiektem jego refleksji filozoficznej. Choć Molski nie był z wykształcenia filozofem, to posiadana przez niego wiedza matematyczna ułatwiała mu analizę filozoficzną przedmiotu i metody badawczej. Jest to ważne, gdyż nie można rozwijać filozofii matematyki bez znajomości, przekraczającej znacznie poziom elementarnej arytmetyki i geometrii, samej matematyki.

Anna Lemańska
Instytut Filozofii UKSW

Ernst Tugendhat, *Egozentrizität und Mystik. Eine anthropologische Studie*, Verlag C. H. Beck, München 2003, ss. 170.

Ernst Tugendhat jest emerytowanym profesorem filozofii, znanym między innymi z: *Vorlesungen zur Einführung in die sprachanalytische Philosophie* (1976), *Selbstbewußtsein und Selbstbestimmung* (1979), *Vorlesungen über Ethik* (1993). Omawiana praca kontynuuje jego zainteresowania. Za pomocą metody filozofii analitycznej stara się Tugendhat rozświetlić ontyczne głębie istnienia człowieka.

Podstawowym, fundamentalnym fenomenem istoty ludzkiej jest – według Tugendhata – egocentryczność. Człowiek jest jedynym zwierzęciem „Ja-mówiącym”. Wychodząc od fenomenu egocentryczności, autor analizuje fenomeny na nim się nabudowujące, takie jak: racjonalność, dorzeczność, potrzeba czynienia dobrze, potrzeba uznania, świadomość własnej wartości. Wśród fenomenów specyficznie ludzkich religia i mistyka zajmują szczególne miejsce, gdyż one „odwracają” człowieka od jego egocentryczności. Koncentrując się na samym sobie, człowiek „dochodzi” do samego siebie, „odnajduje” siebie, doświadcza swojej bytowej samotności, dlatego jego istnienie jest dla niego absolutnie ważne. Troska, o której pisał tyle Heidegger, jest sposobem bycia „Ja-mówiącego”. „Ja-mówiący” żyje w świadomości znikomości własnego bycia, możliwości nie-bycia. Jego istnienie jest w ciągłym zagrożeniu. Spo-