

# Kordula Świętorzecka

---

## Arystotelesa modalny rachunek nazw w ujęciu o. J.M. Bocheńskiego

---

Studia Philosophiae Christianae 42/1, 71-94

---

2006

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

KORDULA ŚWIĘTORZECKA  
*Instytut Filozofii UKSW*

## ARYSTOTELESA MODALNY RACHUNEK NAZW W UJĘCIU O. J. M. BOCHEŃSKIEGO

1. Wstęp. 2. Język formalizacji Bocheńskiego i struktura zdań modalnych występujących w tekstach Arystotelesa. 2.1. Język JB. 2.2. Struktura zdań modalnych. 3. Różne znaczenia modalności. 3.1. Możliwość. 3.2. Konieczność. 4. Formalizacje praw modalnych. 4.1. Modalne prawa kwadratu logicznego. 4.2. Odwracalność, konwersja i opozycja zdań modalnych. 4.3. Związki między zdaniem niemodalnym i modalnym. 4.4. Tautologiczne modalne tryby sylogistyczne. 5. Zakończenie.

### 1. WSTĘP

Istotną część dorobku naukowego o. J. M. Bocheńskiego stanowią dokonania w dziedzinie historii logiki. Trudno jest przecenić wartość powszechnie znanej i uważanej za bardzo ważną w środowisku logików publikacji pt. *Formale Logik*<sup>1</sup>, w której autor prezentuje dzieje rozwoju logiki od jej początku aż po czasy sobie współczesne (z uwzględnieniem nie tylko zagadnień powszechnie znanych, ale także takich, które niezwykle rzadko są podejmowane przez historyków<sup>2</sup>).

Bocheński opublikował także wiele innych (węższych co do zakresu poruszanej problematyki od *Formale Logik*) prac z dziedziny historii logiki, w których realizował (podobnie jak ks. J. Salamucha) program zaproponowany przez swego nauczyciela J. Łukasiewicza, dotyczący sposobu uprawiania tej dyscypliny<sup>3</sup>. Zgodnie

---

<sup>1</sup> J. M. Bocheński, *Formale Logik*, Verlag Karl Alber, Freiburg/München 1956, 646 (*A History of Formal Logic*, tłum. z niem. I. Thomas, Univ. of Notre Dame Press, Indiana, 1961, 567).

<sup>2</sup> W książce tej omawia się szczegółowo np. dzieje rozwoju logiki i metodologii indyjskiej.

<sup>3</sup> J. Woleński, *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*, Warszawa 1985.

z ideą Łukasiewicza, Bocheński podejmował badania historyczne, dokonując analizy określonych tekstów źródłowych przy użyciu nowoczesnych środków logiki formalnej. W ramach tak rozumianego uprawiania historii logiki Bocheński poświęcił swoją uwagę m.in. Arystotelesowi wykładowi logiki modalnej. Wyniki swoich rozważań opublikował w trzech dostępnych pracach, jednak najbardziej szczegółowo przedstawił je w najwcześniejszej z nich – *Z historii logiki zdań modalnych*<sup>4</sup>. Efektem prowadzonych w tej pozycji analiz jest formalizacja wybranych tekstów Arystotelesowych, będąca przedmiotem prezentowanych rozważań.

Dla precyzji należy zaznaczyć, że dokonania Bocheńskiego mieszczą się w ramach formalizacji rozumianej w sposób tradycyjny, stosowanej także np. do asertorycznej logiki Arystotelesowej. Polega ona na próbie odtworzenia praw logicznych zawartych w tekście Arystotelesowym na podstawie przekładu odpowiednich fragmentów tego tekstu na określony język sformalizowany. Celem tak pojętej formalizacji jest uzyskanie (skończonego) zbioru formuł, które następnie próbuje się ułożyć w system, analizując określone rozumowania prezentowane przez samego Arystotelesowego. Tak pojęta formalizacja może stać się inspiracją do zabiegów formalizacyjnych, polegających na konstrukcji sformalizowanego systemu dedukcyjnego, który spełnia współczesne wymagania formalne i w ramach którego daje się odtworzyć jako jego prawa formuły mogące powszechnie uchodzić za przekład odpowiednich fragmentów tekstu Arystotelesowego. Prawa te stanowią jednak tylko niewielką liczbę tez danego rachunku, który generuje nieskończenie wiele tez. Mapę takich formalizacji asertorycznej logiki Arystotelesowej dokonanych na gruncie polskim przedstawia E. Nieznański<sup>5</sup>. Odnośnie do logiki modalnej Stagiryty tego rodzaju próby formalizacji (choć nie tak zaawansowane jak w przypadku logiki asertorycznej) spotykamy w tekstach Łukasiewicza i T. Czeżowskiego<sup>6</sup>.

---

<sup>4</sup> Oprócz *Formale Logik*, arystotelesowska logika modalna omawiana jest w publikacjach: *Z historii logiki zdań modalnych*, Wyd. oo. Dominikanów, Lwów, 1938, 147 oraz *Ancient formal logic*, Nort-Holand Publishing Company, Amsterdam, 1951, 122.

<sup>5</sup> E. Nieznański, *Kierunki polskich badań nad tradycyjną asertoryczną logiką formalną*, *Studia Philosophiae Christianae* 2(1966)2, 121-176.

<sup>6</sup> J. Łukasiewicz, *Sylogistyka Arystotelesowa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej*, PWN, Warszawa 1988, ss. 340; T. Czeżowski, *Arystotelesowa teoria zdań modalnych*, *Przegląd Filozoficzny* 39(1936)3, 3-12.

## 2. JĘZYK FORMALIZACJI BOCHEŃSKIEGO I STRUKTURA ZDAŃ MODALNYCH WYSTĘPUJĄCYCH W TEKSTACH ARYSTOTELESA

Bocheński wyznacza słownik języka, w którym dokonuje przekładu tekstów Arystotelesa. Reguły wyznaczające pozycje syntaktyczne odpowiednich wyrażen nie są *explicite* wymienione. W większości są to reguły standardowe, jednak co do niektórych symboli można mieć wątpliwości, jaką pełnią one rolę składniową. Dla większej precyzji wyznaczmy więc język JB, w którym można wyrazić wszystkie zapisy formalne autorstwa Bocheńskiego (2.1.). W dalszych rozważaniach, obok oryginalnych sformułowań Bocheńskiego, będziemy umieszczać formuły języka JB będące ich tłumaczeniami.

Rodzaj podejmowanej przez Bocheńskiego formalizacji implikuje konieczność wyodrębnienia zwrotów modalnych stosowanych przez Arystotelesa, które mają podlegać formalizowaniu (2.2.). Z punktu widzenia formalizacji istotne jest przy tym rozstrzygnięcie, którą z wyróżnionych struktur uważać się będzie za podstawową i w jakim stosunku pozostaje ona do innych.

### 2.1. JĘZYK JB

Bocheński zalicza do słownika języka swojej formalizacji: (i) zmienne zdaniowe: p, q, r, ...; (ii) dwa rodzaje zmiennych nazwowych: a, b, c, ... oraz x, y, z, ...; (iii)  $\varphi$ ,  $\phi$ ,  $\chi$  – funktory przynazwowe od jednego argumentu nazwowego; (iv) funktory sylogistyczne: U – *każde... jest...*, Y – *żadne... nie jest...*, I – *pewne... jest...*, O – *pewne... nie jest...*; (v) funktory prawdziwościowe: N, K, A, C, E; (vi) jednoargumentowe spójniki modalne: S – *konieczne jest, że...*, L – *niemożliwe jest, że...*, H – *możliwe jest, że... „w sensie bliżej nieokreślonym”*<sup>7</sup>, P – *możliwe jest, że... „w sensie [...] : «co jest konieczne to jest także możliwe»*<sup>8</sup>, M – *możliwe jest, że... „w sensie, w którym mówimy: «jeśli możliwe jest, że będzie deszcz, to możliwe jest także, że deszczu nie będzie»*<sup>9</sup>, M<sup>1</sup> – *w większości przypadków jest tak, że... (contingens ad utrumlibet)*<sup>10</sup>, M<sup>2</sup> – *z natury możliwe jest, że... (contingens natum)*<sup>11</sup>; (vii) zmienną reprezentująca funktory modalne: X; (viii) jednoargumentowy spójnik: Z, który jest

<sup>7</sup> J. Bocheński, *Z historii logiki zdań modalnych*, dz. cyt., 19.

<sup>8</sup> Tamże.

<sup>9</sup> Tamże.

<sup>10</sup> Tamże, 20.

<sup>11</sup> Tamże.

używany tak, że jego argumentem może być jedynie formuła niemożliwa (tj. taka, w której nie występuje: S, L, H, P, M), (ix) kwantyfikatory wiążące zmienne:  $x, y, z, \dots - \forall, \exists$ .

Zgodnie z tym, co już zostało powiedziane, w prowadzonych rozważaniach będziemy się posługiwać formalnym językiem JB, który jest pewną „modyfikacją” języka formalnego używanego przez Bocheńskiego. W słowniku języka JB nie będą występować zmienne:  $a, b, c, \dots$ . Zamiast  $\phi, \phi, \chi$ , w roli jednoargumentowych predykatów będą używane litery: S, P, M. Dla funktorów arystotelesowskich zastosujemy odpowiednio oznaczenia:  $a, e, i, o$ . Litery: S, P, M wstawione za  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  kontekstach:  $\alpha_1 \vee \alpha_2$  ( $v \in \{a, e, i, o\}$ ) pełnią również funkcję nazw ogólnych. Dla wygody posłużymy się notacją nawiasową, przyjmując dla odpowiednich funktorów prawdziwościowych symbole:  $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ . Co do spójników modalnych, branych pod uwagę przez Bocheńskiego, zmienimy sposób notowania konieczności na:  $\Box$  oraz możliwości: P, M na odpowiednio:  $\diamond, E$ . Pominemy jako zbędne funktory  $M^1$  i  $M^2$ . Symbol H będzie występować nie w roli stałej, ale zmiennej reprezentującej funktory możliwości. Pozostałe wyrażenia pozostają bez zmian – w słowniku JB występują zmienne zdaniowe ( $p, q, r, \dots$ ), indywidualowe ( $x, y, z, \dots$ ), spójniki: L i Z oraz kwantyfikatory wiążące zmienne indywidualowe.

Sposób konstrukcji wyrażeń sensownych jest standardowy.

Dla używanego przez siebie języka formalnego Bocheński nie konstruuje modelu semantycznego. W sprawie semantyki znajdujemy natomiast uwagę dotyczącą dopuszczalnych podstawień za zmienne S, P, M. Jak sądzi Bocheński, w interpretacji modalnego rachunku nazw Arystotelesa należy wprowadzić takie same ograniczenia jak w przypadku logiki asertorycznej, a dotyczące niepustości terminów S, P, M (przynajmniej w odniesieniu do niektórych tez) oraz użycia ich w tej samej supozycji w tym samym sylogizmie. Autor nie kodyfikuje jednak reguł wprowadzających wspomniane ograniczenia.

## 2.2. STRUKTURA ZDAŃ MODALNYCH

Najbardziej wykorzystywanymi przez Bocheńskiego tekstami źródłowymi jest trzecia część *Organonu* – *Hermeneutyka* (rozdziały 12, 13) oraz część najpóźniejsza – *Analityki Pierwsze* (rozdział 3)<sup>12</sup>.

<sup>12</sup> Ze względu na stopień zaawansowania rozważań logicznych, Bocheński uznaje, iż części *Organonu* należy uporządkować, poczynając od najmniej zaawansowanego

Jak zauważa Bocheński, Arystoteles nie używa w swoich tekstach terminu „zdanie modalne”<sup>13</sup>, natomiast strukturę takich zdań, które później nazwano „modalnymi” omawia najpełniej we wspomnianych dziełach.

Zgodnie z podaną w *Hermeneutyce* tabelą generującą brane pod uwagę zdania modalne, Arystoteles używa modalności: możliwości, dopuszczalności, niemożliwości oraz konieczności. Jak powszechnie uważają komentatorzy Arystotelesa, brane są przy tym pod uwagę funktory modalne stosowane do zdań ogólnych generalnych tj. do zdań postaci:

(o) S jest P, gdzie S i P są nazwami ogólnymi, przy czym S występuje w supozycji formalnej.

Wśród interpretatorów Arystotelesa panuje także zgoda, iż wyrażenia modalne nie mają w tym przypadku charakteru poznawczego (jak przyjmują: Platon, Leibniz, Descartes, Kant), ale są natury obiektywnej i należą do języka przedmiotowego<sup>14</sup>.

W zależności od tego, jaką pozycję syntaktyczną zajmuje wyrażenie modalne, można mówić o zdaniach *sensu composito* oraz o zdaniach *sensu diviso*. Dla możliwości i konieczności zdania *sensu composito* są generowane przez jeden z następujących schematów:

(a) S musi (może) być P oraz

(b) konieczne (możliwe) jest, że S jest P.<sup>15</sup>

Konteksty (a) i (b) są często używane przez Arystotelesa równoważnie o czym świadczą mogą wypowiedzi z *Analityk Pierwszych*, gdzie czytamy: „Każda przesłanka stwierdza, że albo coś przysługuje czemuś innemu, albo musi przysługiwać, albo może przysługiwać” (A. Pr., 2, 129)<sup>16</sup>.

(i najstarszego) w sposób następujący: *Topiki*, *Metafizyka*, *Hermeneutyka*, *Analityki Pierwsze*, Księga A, rozdziały.: 1, 2, 4 -7, 23-46; *Analityki Wtóre*; *Analityki Pierwsze*, Księga A, rozdziały: 3, 8-22 i Księga B. Por. Bocheński, *Ancient formal logic*, dz. cyt.

<sup>13</sup> Według Bocheńskiego, termin ten występuje po raz pierwszy w tekstach Amoniusza.

<sup>14</sup> Por. Czeżowski, art. cyt.

<sup>15</sup> W *Hermeneutyce* Arystoteles analizuje zdania typu (a) oraz ich przeczenia. W tekście tym nie używa się zdań postaci (b). Inaczej jest w *Analitykach Pierwszych*.

<sup>16</sup> W komentarzach do cytatów używamy skrótu: A. Pr. dla *Analityk Pierwszych*. Przytaczane teksty źródłowe pochodzą wyłącznie z Księgi A. Po przecinkach umieszczamy kolejno numer rozdziału i strony w odpowiednim tłumaczeniu tekstu źródłowego: *Analityki pierwsze*, w: *Dziela wszystkie*, tłum. K. Leśniak, PWN, Warszawa 1990, 127-255. Tak sam sposób notowania dotyczy fragmentów *Hermeneutyki*, dla której używamy skrótu: De Int. i *Metafizyki* (skrót – Met). Korzystamy przy tym z odpowiednich tłumaczeń K. Leśniaka w: *Dziela wszystkie*, PWN, Warszawa 1990, 2003, 69-90, 615-858.

Dalej zaś: „W ten sam sposób będą się odwracać przesłanki apodyktyczne. Ogólnoprzecząca odwraca się ogólnie, a obydwie twierdzące odwracają się szczegółowo. Jeśli bowiem jest rzeczą konieczną, by A nie przysługiwało żadnemu B, to B nie będzie przysługiwać żadnemu A; bo gdyby jakimś przysługiwało, to również i A mogłoby przysługiwać jakimś B. Jeśli zaś A przysługuje z konieczności wszystkim lub niektórym B, to również i B musi przysługiwać niektórym A. Gdyby bowiem nie musiało przysługiwać, to również i A nie musiałyby przysługiwać niektórym B” (A. Pr., 3, 130-131).

O pozycji syntaktycznej zwrotów modalnych informuje tekst *Hermeneutyki*, w którym czytamy: „Bo tak jak w poprzednich przykładach «być» i «nie być» są dodatkami, a rzeczywistymi przedmiotami są «biały» i «człowiek», tak i «być» i «nie być» występują jako przedmioty, a «być możliwym» i «być dopuszczalnym» są dodatkami – oznaczają one «możliwe» i «niemożliwe» w przypadku «być», tak samo jak poprzednio «być» i «nie być» oznaczało prawdę bądź fałsz” (De. Int., 12, 83)<sup>17</sup>.

Zakładając, że wszystkie brane pod uwagę przez Arystotelesa wyrażenia modalne mają tę samą funkcję składniową, można odnotować za pomocą wskaźników syntaktycznych następującą strukturę schematu (a):

S	musi (może)	być	P <sup>18</sup>
n	s/nn//s/nn	s/nn	n

Schemat (a) miałby być przy tym równoważny schematowi (b) o strukturze:

konieczne (możliwe) jest, że S jest P.	
s/s	n s/nn n

Z punktu widzenia semantycznego, przez taką równoważność należy rozumieć to, że pojęcie koniecznej (możliwej) inherencji, o której mówi się w zdaniach rodzaju (a), jest definiowalne za pomocą koniecznego (możliwego) istnienia sytuacji stwierdzanego przez zdania postaci (b) – sytuacji, w której między odpowiednimi przedmiotami zachodzi stosunek inherencji. Nie ma przy tym zna-

<sup>17</sup> Por. przyp. 16.

<sup>18</sup> W odniesieniu do zdań podmiotowo-orzeczeniowych mielibyśmy odpowiednio:  
 x musi (może) F-ować.  
 n s/n/s/n s/n

czenia to, czy wyrażenia „może być” i „musi być” uznamy za logicznie rozkładalne (tak jak odnotowuje to ciąg wskaźników dla schematu (a)) czy też nie<sup>19</sup>.

W zdaniach *sensu diviso* wyrażenia modalne odnoszone są do *subiectum* i *predicatum* lub do samego *predicatum*. Taki sposób użycia modalności spotyka się w następującym fragmencie *A. Pr.*: „Wyrażenie «to może przysługiwać temu» może być rozumiane dwojako: albo «czemu to przysługuje», albo «czemu to może przysługiwać». Bo wyrażenie «A może być orzekane o tym, o czym B jest orzekane» znaczy: albo że może być orzekane o tym przedmiocie, o którym B jest orzekane, albo że może być orzekane o przedmiocie, o którym B może być orzekane. Twierdzenie, że A może być orzekane o przedmiocie, o którym B jest orzekane, wcale się nie różni od twierdzenia, że «A może przysługiwać każdemu B»” (*A. Pr.*, 13, 152).

Formalizacji takiej struktury zdań modalnych dokonuje po raz pierwszy w literaturze współczesnej A. Becker<sup>20</sup>. Bocheński analizuje bardziej szczegółowo ustalenia Beckera w *Ancient formal logic*, który wyznacza dwie możliwe formalizacje kontekstu użycia możliwości w (a):

$$(Mc') \forall x (Sx \rightarrow E Px), (Sl') \forall x (E Sx \rightarrow E Px).$$

Obydwa zapisy rozstrzygają, że wyrażenia modalne występują w jego formalizacji w roli spójników, których argumentami są zdania podmiotowo-orzeczeniowe, a ich zastosowanie do zdań subsumcyjnych jest sprowadzalne do takiego kontekstu. Dla funktora możliwości mamy więc:

$$(m1) E SaP \leftrightarrow \forall x (Sx \rightarrow E Px), (m2) E SiP \leftrightarrow \exists x (Sx \wedge E Px) \text{ lub} \\ (s1) E SaP \leftrightarrow \forall x (E Sx \rightarrow E Px), (s2) E SiP \leftrightarrow \exists x (E Sx \wedge E Px).$$

Biorąc pod uwagę zdania przeczące oraz zdania z koniecznością, otrzymujemy dwie grupy formuł (*M*) i (*S*), które stanowią odpowiednio – mocną i słabą interpretację modalnych zdań subsumcyjnych. Oprócz (m1), (m2) do grupy (*M*) należy zaliczyć:

$$(m3) E SeP \leftrightarrow \forall x (Sx \rightarrow E \sim Px), (m4) E SoP \leftrightarrow \exists x (Sx \wedge E \sim Px),$$

<sup>19</sup> Można twierdzić, że sformułowania „może być”, „musi być” są logicznie nierozkładalne w zdaniach postaci (a) – tj. są wyrażeniami prostymi, ponieważ wyrażenie „być” w ogóle nie występuje jako funktor. Schemat (a) miałby wówczas strukturę:

$$S \begin{matrix} \text{[może (musi) być]} P \\ n \quad s/nn \quad n \end{matrix}$$

<sup>20</sup> A. Becker, *Die Aristotelische Theorie der Möglichkeitsschlüsse*, (Diss. Munster), Berlin 1933.



(m5)  $\Box \text{SaP} \leftrightarrow \forall x (\text{Sx} \rightarrow \Box \text{Px})$ , (m6)  $\Box \text{SiP} \leftrightarrow \exists x (\text{Sx} \wedge \Box \text{Px})$ ,  
 (m7)  $\Box \text{SeP} \leftrightarrow \forall x (\text{Sx} \rightarrow \Box \sim \text{Px})$ , (m8)  $\Box \text{SoP} \leftrightarrow \exists x (\text{Sx} \wedge \Box \sim \text{Px})$ .

Do (S) należą formuły (s1) i (s2) oraz:

(s3)  $E \text{SeP} \leftrightarrow \forall x (E \text{Sx} \rightarrow E \sim \text{Px})$ , (s4)  $E \text{SoP} \leftrightarrow \exists x (E \text{Sx} \wedge E \sim \text{Px})$ ,

(s5)  $\Box \text{SaP} \leftrightarrow \forall x (\Box \text{Sx} \rightarrow \Box \text{Px})$ , (s6)  $\Box \text{SiP} \leftrightarrow \exists x (\Box \text{Sx} \wedge \Box \text{Px})$ ,

(s7)  $\Box \text{SeP} \leftrightarrow \forall x (\Box \text{Sx} \rightarrow \Box \sim \text{Px})$ , (s8)  $\Box \text{SoP} \leftrightarrow \exists x (\Box \text{Sx} \wedge \Box \sim \text{Px})$ .

Można zauważyć, że na gruncie normalnego modalnego rozszerzenia KRP o standardowe definicje funktorów sylogistycznych<sup>21</sup>:

(1) dowodliwe są prawostronne implikacje (s5)-(s8):  $\Box \text{SaP} \rightarrow \forall x (\Box \text{Sx} \rightarrow \Box \text{Px})$  itd. oraz:  $\Box \text{SaP} \rightarrow \forall x \Box (\text{Sx} \rightarrow \text{Px})$ ;

(2) dowodliwe są słabsze równoważności od (s5)-(s8):

$\Box \text{SaP} \leftrightarrow \Box \forall x (\text{Sx} \rightarrow \text{Px})$  itd. Dowód równoważności:  $\Box \text{SaP} \leftrightarrow \forall x \Box (\text{Sx} \rightarrow \text{Px})$  wymagałby użycia formuły Barcan.

(3) formuły (m5) – (m8) oraz (s5) – (s8) są odpowiednio sobie inferencyjnie równoważne wtedy, gdy dodatkowo tezą jest:  $(p \rightarrow \Box q) \leftrightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$  – formuła wyprowadzalna z formuły:  $p \rightarrow \Box p$ ,

(4) formuły (s5)-(s8) są zależne inferencyjnie od odpowiednio od (m5)-(m8) już wówczas gdy tezą jest:  $\Box p \rightarrow p$ .

Bocheński nie przyjmuje w swojej formalizacji żadnej z proponowanych przez Beckera interpretacji. Jak twierdzi, Arystoteles tylko w jednym miejscu wspomina o strukturach generujących zdania modalne *sensu diviso*, a na dodatek nie jest oczywista autentyczność tego tekstu. Jak sądzi Bocheński, wspomniany fragment został napisany później, w celu odparcia jakiś zarzutów.

Język formalizacji Bocheńskiego rozstrzyga, który kontekst użycia zwrotów modalnych jest podstawowy dla konstrukcji modalnej logiki nazw – jest nim kontekst generujący zdania modalne *sensu composito* rodzaju (b). Modalności używane przez Arystotelesa w jego wykładzie logiki modalnej są tu formalizowane jako wyrażenia języka przedmiotowego, występujące w funkcji spójników.

<sup>21</sup> Definicje te mają postać: Defa.  $\text{SaP} \leftrightarrow \forall x (\text{Sx} \rightarrow \text{Px})$ ; Defe.  $\text{SeP} \leftrightarrow \forall x (\text{Sx} \rightarrow \sim \text{Px})$ ; Defi.  $\text{SiP} \leftrightarrow \exists x (\text{Sx} \wedge \text{Px})$ ; Defo.  $\text{SoP} \leftrightarrow \exists x (\text{Sx} \wedge \sim \text{Px})$ . Przy założeniu niepustości terminów S, P ustalają one tzw. mocną interpretację wszystkich funktorów sylogistycznych. Por. T. Czeżowski, *Logika, Podręcznik dla studiujących nauki filozoficzne*, Warszawa 1949.

### 3. RÓŻNE ZNACZENIA MODALNOŚCI

Jak deklaruje Bocheński, przedmiotem jego formalizacji są tylko niektóre znaczenia modalności. W szczególności przedmiotem jego analiz nie są modalności ontologiczne, choć zdaje sobie sprawę z tego, że niektóre ich własności mają wpływ na konstrukcję modalnej logiki nazw wobec tego, że system ten miał korespondować z Arystotelesowską filozofią stawania się<sup>22</sup>.

Lista branych pod uwagę przez Arystotelesa modalności jest zawarta w *Hermeneutyce*, gdzie przedstawia się tabelę dotyczącą zależności między zdaniami tworzonymi ze schematów modalnych: *możliwe, że  $\alpha$ , dopuszczalne, że  $\alpha$  (zdarza się, że  $\alpha$ ), niemożliwe, że  $\alpha$ , konieczne, że  $\alpha$  oraz przeczeń tyczących się argumentu funktora modalnego lub samego funktora modalnego*<sup>23</sup>.

W formalizacji Bocheńskiego nie bierze się pod uwagę funktora odpowiadającego wyrażeniu „dopuszczalne, że”. Powodem jest tu prawdopodobnie fakt, iż zgodnie z wywodami Arystotelesa, wyrażenie to jest znaczeniowo równoważne wyrażeniu „możliwe, że”.

Autor koncentruje swoje rozważania na występujących w wyróżnionych dziełach Stagiryty sposobach rozumienia możliwości (3.1.) i konieczności (3.2.).

#### 3.1. MOŻLIWOŚĆ

Bocheński wyróżnia cztery znaczenia możliwości, z których uwzględnił w swojej formalizacji jedynie dwa (tzw. możliwość jednostronną i obustronną) odnotowane przez funktory: P, M (w języku naszych komentarzy odpowiednio:  $\diamond$ , E). Uzasadnieniem wyróżnienia wziętych pod uwagę interpretacji możliwości jest fragment: „Bo to, co musi być, również może być; w przeciwnym razie wynikałoby zaprzeczenie, gdyż musi się albo potwierdzić, albo zaprzeczyć. A zatem, jeżeli nie może być, to jest niemożliwe, ażeby było; tak więc jest niemożliwe, ażeby było to, co musi być, to wszak jest absurdem. Atoli ze zdania «Może być» wynika, że to nie jest niemożliwe, a z tego znów wynika, że to nie jest konieczne; w rezultacie to, co musi być konieczne, nie musi być – co jest znów absurdem”.

<sup>22</sup> Na bezpośrednie związki rozważań logicznych Arystotelesa a dotyczących zwrotów modalnych z teorią materii i formy zwraca z kolei uwagę Czeżowski w pracy *Arystotelesa teoria zdań modalnych*.

<sup>23</sup> *De Int.*, 13, 84.

dem. Ale jednak zdania «Musi być» oraz «Musi nie być» bynajmniej nie wynikają z «Może być». Bo zdanie «Może być» zawiera dwojaką możliwość, ale gdy jedno z dwóch poprzednich zdań jest prawdziwe, dwojaka możliwość znika. Jeżeli bowiem coś może być, to może też i nie być, ale jeżeli musi być albo nie musi być, to jedna z dwóch możliwości będzie wykluczona. Pozostaje więc dla zdania «nie musi nie być» wynikanie zdania «Może być»; jest to wszak prawda o tym, co «Koniecznie musi być» (De Int., 13, 85).

Bocheński przyjmuje równoważności, które można uważać za definicje możliwości jednostronnej i obustronnej (przygodności):

$$(Ar1) \text{EPpNSNp}, \diamond p \leftrightarrow \Box \sim p,$$

$$(Ar4) \text{EMpKNSpNLp}. \text{Ep} \leftrightarrow \sim \Box p \wedge \sim \text{Lp}.^{24}$$

Jak powszechnie uważają komentatorzy, modalne tryby sylogistyczne są wyznaczone przy założeniu modalności w rozumieniu M (E). Niekiedy jednak Arystoteles zmienia to znaczenie i możliwości używa w sensie P –  $\diamond$  (np. wtedy gdy dowodzi, posługując się metodą apagogiczną, gdzie trzeba użyć negacji zdania z funktorem możliwości). Wielokrotnie Arystoteles nie zdaje sobie sprawy z takich zmian.

Bocheński wskazuje dodatkowo na dwa kolejne znaczenia możliwości, którym odpowiadają spójniki jednoargumentowe:  $M^1$  i  $M^2$ . Funktor  $M^1$  ma formalizować pojęcie *występowania w większości przypadków*, zaś  $M^2$  – pojęcie *możliwości z natury*. Obydwa skróty nie otrzymują w rekonstrukcji Bocheńskiego definicji równościowych, zaś pojęcia im odpowiadające nie są przedmiotem osobnej analizy<sup>25</sup>. Według Bocheńskiego, pierwszym fragmentem, w którym mówi się o wspomnianych znaczeniach możliwości, jest tekst dotyczący konwersji zdań modalnych: „Jeżeli natomiast uznaje się coś za możliwe dlatego, że się często zdarza, albo dlatego, że jest naturalne (tak definiujemy możliwe), wtedy przesłanki przeczące nie będą się już w ten sposób odwracać: bo ogólnoprzecząca nie odwraca się a szczegółowoprzecząca odwraca się” (A. Pr., 3, 131).

Jak wskazuje na to autor formalizacji, Arystoteles ponownie używa możliwości w znaczeniu funktorów  $M^1$  i  $M^2$  we fragmencie: „[...] wyrażenie «być możliwym» bywa rozumiane na dwa sposoby: raz,

<sup>24</sup> Te definicje odczytują z tekstu źródłowego także Czeżowski, Becker, Łukasiewicz.

<sup>25</sup> Wobec tego, że Bocheński nie formułuje z ich użyciem żadnych tez obydwa znaki pominęliśmy w słowniku języka JB.

że się zazwyczaj zdarza, ale niekoniecznie, np. że człowiek siwieje, albo że coś wymaga się lub zanika, albo ogólnie: co z natury swojej przysługuje rzeczy [...]. W drugim znaczeniu wyrażenie to odnosi się do czegoś nieokreślonego, co może być tak lub nie tak [...]" a dalej: „Wiedza naukowa i sylogizm demonstratywny nie dotyczą zdań nieokreślonych, [...] dotyczą natomiast rzeczy naturalnych, i zazwyczaj dyskusje oraz badania mają za przedmiot rzeczy możliwe w tym sensie” (A. Pr., 13, 152).

Tekst rozdziału 13 jest przy tym tak niezrozumiały i bogaty w pomysły, polegające na pomieszaniu różnych znaczeń możliwości, że Bocheński poddaje w wątpliwość jego autentyczność. Według Bocheńskiego, problematyczna jest także autentyczność rozdziału 15, w którym przy okazji omawiania modalnych trybów figury pierwszej wyznacza się dwa rozumienia wyrażenia „przysługuje” (*cos moze czemuś przyslugiwac w określonym czasie lub cos moze przyslugiwac czemuś „po prostu”*)<sup>26</sup>. Jak sądzi Bocheński, trudno jest przypisać Arystotelesowi oczywisty błąd w argumentacji, na podstawie której dopuszcza stosowanie w trybach sylogistycznych wyłącznie drugiego z wyznaczonych sensów możliwości. Mimo że wcześniej Arystoteles wyjaśnia, iż sylogizmy powstałe przy interpretacji figury pierwszej z jedną przesłanką problematyczną i jedną asertoryczną nigdy we wniosku nie zawierają modalności w znaczeniu P ( $\diamond$ ) a tylko M (E), w argumentacji tej przypisuje wnioskowi właśnie możliwość P ( $\diamond$ ). W rozdziale tym ponadto spotyka się fragment przypominający późniejsze polemiki Teofrasta z tekstami Arystotelesa.

W języku przedstawianej formalizacji występuje ponadto niedefiniowany funktor H, który ma formalizować możliwość „w sensie bliżej nieokreślonym”. Sposób jego użycia pozwala jednak rozstrzygnąć, że pełni on rolę zmiennej, za którą wolno podstawiać stałe: P i M ( $\diamond$ , E).

### 3.2. KONIECZNOŚĆ

Według Bocheńskiego, funktor S formalizuje „właściwe modalne pojęcie konieczności”. Należy je przy tym odróżnić od konieczności ontologicznej, logicznej i hipotetycznej, co do których uwagi Bocheńskiego mają charakter jedynie skrótowych komentarzy.

<sup>26</sup> Por. A. Pr., 15, 157.

W szczególności można zauważyć, że Arystoteles nie dokonuje odróżnienia konieczności logicznej od ontologicznej w przytoczonych w *Ancient formal logic* tekstach źródłowych<sup>27</sup>. Prawdopodobnie, zgodnie z intencjami Bocheńskiego należy jednak wyodrębnić jako konieczność ontologiczną to znaczenie, w którym Arystoteles używa modalności w tekście *Metafizyki*: „«Koniecznym» nazywa się to, bez czego jako wspólnego warunku<sup>28</sup> nie można żyć; na przykład, oddychanie i pożywienie jest dla zwierzęcia konieczne, gdyż bez nich nie może istnieć. [...] Koniecznością jest zatem to, wskutek czego coś nie może być inaczej; [...] Gdy [...] życie i istnienie są niemożliwe bez pewnych warunków, to warunki te są konieczne, a ten rodzaj przyczyny jest koniecznością” (Met Δ, 5, 690).

Z koniecznością ontologiczną mielibyśmy więc do czynienia wtedy, gdy mówimy o koniecznych warunkach istnienia przedmiotów.

Przez konieczność logiczną rozumie Bocheński konieczność przysługującą prawom logiki (w tym sensie mówi Arystoteles, że coś „z konieczności jest koniecznym” lub „z konieczności możliwym”<sup>29</sup>).

Konieczność hipotetyczną określa się w branej pod uwagę pracy jako „przysługującą każdemu zdaniu prawdziwemu: kiedy coś jest, koniecznie jest”<sup>30</sup>. Według Bocheńskiego, o konieczności w takim sensie mówi Arystoteles w tekście: „[...] można wskazać na wyróżnionych terminach, że wniosek nie jest konieczny po prostu, lecz jest konieczny przy tego rodzaju przesłankach. Na przykład niechaj A będzie zwierzęciem, B człowiekiem, C czymś białym, a przesłanki niechaj będą dobrane tak, jak poprzednio; jest możliwe, że «zwierze» nie będzie przysługiwało niczemu białemu; «człowiek» też nie będzie przysługiwał niczemu białemu, lecz nie z konieczności; jest wszak możliwe, że człowiek będzie białym, nie wcześniej jednak, zanim czemuś białemu nie będzie przysługiwało określenie «zwierze». Przy takich warunkach wniosek będzie konieczny, nie będzie jednak konieczny po prostu” (A. Pr, 10, 147)<sup>31</sup>.

<sup>27</sup> Chodzi o: *A. Pr.*, 9 (30 a 39f) oraz *A. Pr.*, 14 (33a 26f).

<sup>28</sup> Według tłum. K. Leśniaka, przez „wspólny warunek” należy rozumieć przyczynę pomocniczą tj. „to, co nie będąc konieczne do realizacji skutku, nie jest przyczyną we właściwym tego słowa znaczeniu” (s. 690).

<sup>29</sup> Por. J. Bocheński, *Z historii logiki zdań modalnych*, dz. cyt., 27.

<sup>30</sup> Tamże.

<sup>31</sup> Por. J. Bocheński, *Ancient formal logic*, dz. cyt. Przytoczony fragment dotyczy się trybu figury II z jedną przesłanką apodyktyczną i jedną asertoryczną.

Ten sam fragment tekstu przytacza także Łukasiewicz, jednakże po to, by wyróżnić obok konieczności tyczącej się połączenia terminów, konieczność odnoszoną do połączenia zdań – tzw. konieczność sylogistyczną<sup>32</sup>. Jak wykazuje Łukasiewicz, sam Arystoteles zdawał sobie sprawę z takich dwu znaczeń konieczności. Zgodnie z analizą Łukasiewicza, Arystoteles, używając konieczności sylogistycznej, chciał wyrazić myśl, zgodnie z którą dany schemat sylogistyczny jest ważny przy każdym podstawieniu zmiennych, tzn. jest on prawem logiki. Przy takim ujęciu, konieczność sylogistyczna może być eliminowana za pomocą kwantyfikatorów ogólnych wiążących odpowiednie terminy<sup>33</sup>. Można sądzić, że konieczność sylogistyczna jest więc tym samym co konieczność logiczna, o której mówi Bocheński. Łukasiewicz wspomina także o konieczności hipotetycznej, stanowiącej jego zdaniem jedną z możliwych interpretacji zwrotu modalnego zawartego w zasadzie: „to co jest, jest konieczne, gdy jest, a tego czego nie ma, koniecznie nie ma, gdy go nie ma” (De Int.)<sup>34</sup>. Konieczność hipotetyczna, tak jak konieczność sylogistyczna, tyczy się połączeń zdań, tyle, że ma ona charakter czasowy – odnosi się do związków między jednostkowymi zdaniami o zdarzeniach przyszłych<sup>35</sup>. Eliminując spójnik czasowy (przez włączenie go do treści zdań) na korzyść użycia okresu warunkowego<sup>36</sup>, Łukasiewicz formalizuje przytoczoną zasadę tak, że:  $\Box p \rightarrow p$ <sup>37</sup>.

<sup>32</sup> I. Łukasiewicz, *Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej*, dz. cyt., 194.

<sup>33</sup> W sformułowaniu metafizycznym należy ją rozumieć tak, że między odpowiednimi schematami przesłanek i wniosku zachodzi relacja wynikania logicznego.

<sup>34</sup> W brany tu pod uwagę tłumaczeniu: *To więc, co jest, jest koniecznie, skoro jest, a tego czego nie ma, koniecznie nie ma, skoro nie ma* (De Int., 9, 77).

<sup>35</sup> Czynniki czasowy znajduje Łukasiewicz w analogicznej zasadzie Leibniza: *Unumquodque, quando est, oportet esse*.

<sup>36</sup> Dla przykładu, według Łukasiewicza, efektem przekształcenia zdania „Jest konieczne, aby bitwa morska była, gdy jest” jest zdanie „Jest konieczne, że jeśli jutro odbędzie się bitwa morska, to jutro się odbędzie”. I. Łukasiewicz, dz. cyt., 205.

<sup>37</sup> Inna formalizacja jest wynikiem interpretacji konieczności w wymienionej zasadzie jako konieczności tyczącej się terminów. Łukasiewicz uznaje, że intencją Arystotelesa było przy takiej interpretacji wypowiedzenie reguły dołączania konieczności:  $\alpha \vdash \Box \alpha$ , która stosowana do prawd faktualnych (przykłady takiego zastosowania Łukasiewicz znajduje w tekście źródłowym) prowadzi do uznania ich jako konieczne – to Łukasiewicz nazywa „paradoksem Arystotelesa”. I. Łukasiewicz, dz. cyt., 203-207.

#### 4. FORMALIZACJE PRAW MODALNYCH

W wyniku formalizacji tekstów źródłowych, Bocheński uzyskuje skończony zbiór praw logiki modalnej, na który składają się: modalne prawa kwadratu logicznego (4.1.), modalne prawa odwracalności, konwersji i opozycji (4.2.), prawa dotyczące związków między zdaniami modalnymi i niemodalnymi (4.3.), tautologiczne tryby sylogistyczne (4.4.).

##### 4.1. MODALNE PRAWA KWADRATU LOGICZNEGO

Schematy rozważane w *Heremeutyce*: (1) *możliwe, że  $\alpha$* , (2) *dopuszczalne, że  $\alpha$*  (zdarza się, że  $\alpha$ ), (3) *niemożliwe, że  $\alpha$* , (4) *konieczne, że  $\alpha$* , oraz zdania z nich powstałe przez dodanie przeczeń dotyczących się argumentu funktora głównego lub samego tego funktora tworzą zbiór szesnastu funkcji zdaniowych, między którymi Arystoteles wyznacza różne zależności. Zgodnie ze skonstruowaną tabelą, Arystoteles układa je w cztery czteroelementowe grupy w taki sposób, że wszystkie funkcje w danej grupie są równoważne. Jak odnotowuje Czeżowski<sup>38</sup>, każdej z grup scholastyki nadali mnemotechniczne nazwy: *Amabimus, Edentuli, Iliace, Purpurea*, według zasady: *Destruit u totum, sed a affirmat utrumque; Destruit e dictum, destruit i que modum (u wszystko psuje, zaś a potwierdza jedno i drugie; e psuje zdanie zaś i psuje sposób)*. Przy zachowaniu kolejności rozważanych schematów (1)-(4), występujące w nazwach mnemotechnicznych samogłoski pozwalają odpowiednio odtworzyć wszystkie elementy każdej grupy. W przytoczonej zasadzie przez *destruo (struxi, structum)* należy rozumieć „wstawić negację” (odpowiednio przed zdaniem  $\alpha$  lub przed funktorem modalnym). Dla przykładu, *Amabimus* generuje następujące schematy: (1) *możliwe, że  $\alpha$*  (*a*), (2) *dopuszczalne, że  $\alpha$*  (*a*), (3) *nie jest niemożliwe, że  $\alpha$*  (*i*), (4) *nie jest konieczne, że  $\alpha$*  (*u*).

W branej pod uwagę pracy Bocheński uwzględnia nie 16, ale 12 schematów zdań modalnych (nie bierze się pod uwagę schematów powstałych z (2)) i odnotowuje jedynie równoważności w ramach poszczególnych grup, nie rozstrzygając, o które ze znaczeń możliwości chodzi.

<sup>38</sup> T. Czeżowski, *Arystotelesowa teoria zdań modalnych*, art. cyt.

Bocheński przedstawia tabelę<sup>39</sup>, którą można odtworzyć z odpowiednich nazw mnemotechnicznych, pomijając w każdej z nich pierwszą (albo drugą samogłoskę). Postępując w ten sposób, zauważamy, że:

(1) *Amabimus* generuje równoważności dla formuł:  $H p (a)$ ,  $\sim L p (i)$ ,  $\sim \Box \sim p (u)$ ,

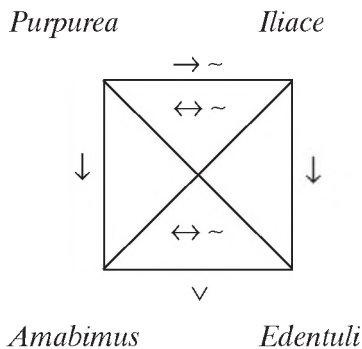
(2) *Iliace* – równoważności dla formuł:  $\sim H p (i)$ ,  $L p (a)$ ,  $\Box \sim p (e)$ ,

(3) *Edentuli* – równoważności dla formuł:  $H \sim p (e)$ ,  $\sim L \sim p (u)$ ,  $\sim \Box p (i)$

(4) *Purpurea* –  $\sim H \sim p (u)$ ,  $L \sim p (e)$ ,  $\Box p (a)$ .

Dla funkcji zdaniowych otrzymanych przez podstawienie za zmienną H funktora  $\diamond$  można ułożyć prawa kwadratu logicznego, o których informuje następujący rysunek:

Rys. 1



Schematy z grupy *Purpurea* i *Amabimus* tworzą prawa podporządkowania. Tak samo jest z elementami *Iliace* i *Edentuli*. Między schematami z *Purpurea* a *Iliace* występuje stosunek przeciwieństwa. Elementy *Amabimus* są podprzeciwnie względem *Edentuli*. Stosunek sprzeczności zachodzi natomiast między schematami z *Purpurea* i *Edentuli* oraz *Amabimus* i *Iliace*.<sup>40</sup>

Należy zauważyć, że przy drugiej z wyróżnionych interpretacji możliwości (obustronnej) tabela podana przez Bocheńskiego jest

<sup>39</sup> Por. J. Bocheński, *Z historii logiki zdań modalnych*, dz. cyt., 27.

<sup>40</sup> Jak zauważa Czeżowski, wszystkie modalne prawa kwadratu logicznego dla zdań z funktorem możliwości jednostronnej otrzymuje się na podstawie rachunku zdań i formuły mającej charakter aksjomatu:  $\sim \diamond \sim p \rightarrow \diamond p$ .



wadliwa. Rozstrzyga o tym założenie, zgodnie z którym funktory  $\diamond$  i E mają formalizować nierównoważne sobie pojęcia możliwości. Fałszywe są także odpowiedniki przynajmniej niektórych ze wspomnianych praw kwadratu logicznego. Jak zauważa sam Bocheński, chociaż Arystoteles formułuje prawo podporządkowania:

$$(Ar2) \text{ CSpPp} \quad \Box p \rightarrow \diamond p,$$

to odrzuca:

$$\text{CSpMp} \quad \Box p \rightarrow Ep,$$

o czym ma świadczyć następujący fragment: „Zarówno o tym, co już chodzi i aktualizuje się, jak i o tym, co jest zdolne do chodzenia, ale jeszcze obecnie nie chodzi, można zgodnie z prawdą powiedzieć, że nie jest niemożliwe, ażeby mogło chodzić (albo w innym przypadku, żeby mogło być). Jednakże tego drugiego rodzaju potencjalności nie można zgodnie z prawdą orzekać o tym, co jest po prostu konieczne, natomiast ten pierwszy rodzaj można” (De Int., 13, 85).

Z drugiej strony, dla możliwości obustronnej ma obowiązywać prawo:

$$(Ar3) \text{ EMpMNp} \quad Ep \leftrightarrow E \sim p$$

zaś dla możliwości jednostronnej nie zachodzi zależność:

$$\text{EPpPNp} \quad \diamond p \leftrightarrow \diamond \sim p.$$

Cennym ustaleniem Bocheńskiego jest odtworzenie apagogicznego rozumowania Arystotelesa, zmierzającego od wyróżnienia dwóch rodzajów możliwości. Przyjęcie założenia, zgodnie z którym prawami są schematy: (Z1)  $\Box p \rightarrow Hp$  oraz (Z2)  $Hp \rightarrow H \sim p$  prowadzi do uzyskania sprzeczności:  $\Box p \rightarrow \sim \Box p$ <sup>41</sup>. Schematy (Z1) i (Z2) nie są jednak prawami – (Z1) przekształca się w prawo tylko dla podstawienia (Ar2), zaś (Z2) tylko dla podstawienia (Ar3).

#### 4.2. ODWRACALNOŚĆ, KONWERSJA I OPOZYCJA ZDAŃ MODALNYCH

Bocheński formalizuje następujące zależności dotyczące odwracalności zdań modalnych:

$$(Ar6) \text{ EMUbaMYba}, \quad E \text{ SaP} \leftrightarrow E \text{ SeP},$$

$$(Ar7) \text{ EMIbaMOba}, \quad E \text{ SiP} \leftrightarrow E \text{ SoP},$$

które są ważne tylko wtedy, gdy (zgodnie z intencją Arystotelesa) możliwość stosowana jest do *predicatum*.

<sup>41</sup> Na mocy *Edentuli*.

Zarówno mocna, jak i słaba interpretacja modalności w sformułowaniu Beckera ( $M$  i  $S$ ) razem z (Ar3) i (Ar4) umożliwiają dowód formuł (Ar6), (Ar7) przy użyciu reguły ekstensjonalności dla równoważności kontekstów modalnych z E: (rE)  $\alpha \leftrightarrow \beta \vdash E \alpha \leftrightarrow E \beta$ <sup>42</sup>.

Na podstawie tekstu *Analityk* (A. Pr., 3) Bocheński formułuje następujące tezy:

- (Ar8) CPUbaPIab,  $\diamond SaP \rightarrow \diamond PiS$ ,  
 (Ar9) CPIbaPIab,  $\diamond SiP \rightarrow \diamond PiS$ ,  
 (Ar10) CMUbaMIab,  $ESaP \rightarrow E PiS$ ,  
 (Ar11) CMIbaMIab,  $ESiP \rightarrow E PiS$ ,  
 (Ar12) CPYbaPYab,  $\diamond SeP \rightarrow \diamond PeS$ ,  
 (Ar13) CMObaMOab.  $EPoS \rightarrow ESoP$ .

W pracy *Ancient formal logic* przytacza się także formalizację praw konwersji z funktorem konieczności:

- (C1)  $\square SeP \rightarrow \square PeS$ ,  
 (C2)  $\square SaP \rightarrow \square PiS$ ,  
 (C3)  $\square SiP \rightarrow \square PiS$ .<sup>43</sup>

Tekst *Analityk* (A. Pr., 17) zawiera rozważania Arystotelesa na temat praw opozycji, które Bocheński formalizuje następująco:

- (Ar14) CNPUbaSOba,  $\sim \diamond SaP \rightarrow \square SoP$ ,  
 (Ar15) CNPIbaSYba,  $\sim \diamond SiP \rightarrow \square SeP$ ,  
 (Ar16) CNPYbaSIba,  $\sim \diamond SeP \rightarrow \square SiP$ ,  
 (Ar17) CNPObaSUba.  $\sim \diamond SoP \rightarrow \square SaP$

#### 4.3. ZWIĄZKI MIĘDZY ZDANIAMI NIEMODALNYMI I MODALNYMI

Prezentację tautologicznych modalnych trybów sylogistycznych poprzedza Bocheński uzupełnieniem listy praw dotyczących związków między modalnościami a funktorami prawdziwościowymi. Należą do nich:

- (Ar18) CZpPp,  $Zp \rightarrow \diamond p$ ,

<sup>42</sup> Już w rozszerzeniu logiki K o definicję funktora E łatwo można wykazać, że reguła taka jest wyprowadzalna (a więc i dopuszczalna): 1.  $\alpha \leftrightarrow \beta \in TL$  (zd) 2.  $\beta \leftrightarrow \alpha \in TL$  (bo: 1), 3.  $\square \beta \leftrightarrow \square \alpha$  ( $\alpha \leftrightarrow \beta \vdash \square \alpha \leftrightarrow \square \beta$ : 1), 4.  $\sim \square \alpha \leftrightarrow \sim \square \beta$  (bo: 3), 5.  $\sim \beta \leftrightarrow \sim \alpha$  (bo: 1), 6.  $\square \sim \beta \leftrightarrow \square \sim \alpha$  ( $\alpha \leftrightarrow \beta \vdash \square \alpha \leftrightarrow \square \beta$ : 5), 7.  $\sim \square \sim \alpha \leftrightarrow \sim \square \sim \beta$  (bo: 6), 8.  $\sim \square \alpha \wedge \sim \square \sim \alpha \leftrightarrow \sim \square \beta \wedge \sim \square \sim \beta$  (bo: 4,7), 9.  $E \alpha \leftrightarrow E \beta$  (bo: DefE, 8).

<sup>43</sup> Formuły C1 i C2 są przytoczone także w branej pod uwagę publikacji, nie otrzymują one jednak swoich numerów, ponieważ ich uzasadnienia przytaczane przez Arystotelesa zawierają błędy. Wszystkie wymienione prawa konwersji dla zdań z funktorami:  $\square, \diamond$  uwzględnia także I. Łukasiewicz, dz. cyt.

- (Ar19)  $C\Box pNMp$ ,  $\Box p \rightarrow \sim Ep$ ,  
 (Ar20)  $CCp qCNLpNLq$ ,  $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim Lp \rightarrow \sim Lq)$ ,  
 (Ar21)  $CCKpqrCKpNLqNLr$ .  $(p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \sim Lq \rightarrow \sim Lr)$ .

Tezy (Ar20) i (Ar21) są przytoczone przy okazji omawiania sposobów uzasadniania modalnych trybów sylogistycznych z jedną przesłanką asertoryczną i jedną problematyczną<sup>44</sup>.

Na podstawie tekstu *Analitik* Bocheński podaje jeszcze formuły:

$$(Ar22) CCp qCSpSq \quad (p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q),$$

$$(Ar23) CCp qCPpPq \quad (p \rightarrow q) \rightarrow (\Diamond p \rightarrow \Diamond q),$$

którym odpowiada fragment: „Jeżeli [...] ktoś oznaczy przesłanki przez A a wniosek przez B, to z tego wyniknie nie tylko to, że jeżeli A jest konieczne, to i B jest konieczne, lecz również i to, że jeżeli A jest możliwe, to i B jest możliwe” (A. Pr., 15, 156).

Jak zauważa Łukasiewicz, formuły Ar22 i Ar23 są na gruncie podstawowej logiki modalnej inferencyjnie równoważne z odpowiednimi prawami ekstensjonalności:  $(E \Box)(p \leftrightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$  oraz  $(E \Diamond)(p \leftrightarrow q) \rightarrow (\Diamond p \rightarrow \Diamond q)$ <sup>45</sup>. Są one przy tym mocniejsze odpowiednio od wyrażień:

$(K) \Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$ ,  $(K \Diamond) \Diamond(p \rightarrow q) \rightarrow (\Diamond p \rightarrow \Diamond q)$ , będących tezami każdego normalnego systemu modalnego.

Według Łukasiewicza, analiza znaczeniowa tekstów źródłowych przemawia jednak za opinią, iż Arystoteles uznawał właśnie (Ar22) i (Ar23). Przez obu autorów nie rozważa się możliwości metafizycznej interpretacji przytoczonego fragmentu, która pozwoliłaby na sformułowanie reguł wtórnych ze względu na regułę wprowadzania konieczności:

$$P_1, \dots, P_n \vdash W \text{ zatem: } \Box P_1 \wedge \dots \wedge \Box P_n \rightarrow \Box W,$$

$$P_1, \dots, P_n \vdash W \text{ zatem: } \Diamond P_1 \wedge \dots \wedge \Diamond P_n \rightarrow \Diamond W.$$

#### 4.4. TAUTOLOGICZNE MODALNE TRYBY SYLOGISTYCZNE

Arystoteles wyklada sylogistykę modalną w podobny sposób do sylogistyki asertorycznej. Tryby sylogistyczne i sylogizmy modalne

<sup>44</sup> Wydaje się, że formuła (\*\*\*) nie jest adekwatną formalizacją – w tekście źródłowym (por. A. Pr., 15, 34 a5-15) występują dwa różne pojęcia nie – możliwości.

<sup>45</sup> Podstawowa logika modalna powstaje przez rozszerzenie KRZ o odpowiednie reguły odrzucania ( $\neg$ ), definicję możliwości:  $\Diamond p \leftrightarrow \sim \Box \sim p$  oraz aksjomaty:  $p \rightarrow \Diamond p$ ,  $\neg \Diamond p \rightarrow p$ ,  $\neg \Diamond p$ ,  $\Diamond p \leftrightarrow \Diamond \sim \sim p$ . Jak twierdzi Łukasiewicz: „W dziełach Arystotelesa można znaleźć wszystkie elementy do zbudowania zupełnego systemu logiki modalnej: podstawową logikę modalną i twierdzenia ekstensjonalności”. I. Łukasiewicz, dz. cyt., 274.

różnią się od asertorycznych tym, że w przesłankach i wnioskach występują funktory modalne. W roli przesłanek występuje wszystkie osiem kombinacji zdań subsumcyjnych: apodyktycznych (poprzedzonych funktorem  $\square$ ), asertorycznych (poprzedzonych funktorem  $Z$ ) oraz problematycznych (z funktorem głównym  $E$ ). Wśród przesłanek nie ma zdań z funktorem możliwości  $\diamond$ , które pojawiają się wyłącznie we wnioskach. Bocheński przyjmuje przedmiotowe ujęcie trybów sylogistycznych. Mnemotechniczne nazwy średniowieczne dla tautologicznych trybów asertorycznych (*Barbara*, *Celarent*, *Darii*, *Ferio* itd.) Bocheński modyfikuje tak, aby generowały one również tryby modalne formułowane przez Arystotelesa. Aby pokazać, na czym ta modyfikacja polega, przyjmijmy, że  $\delta$ ,  $\phi$ ,  $\gamma$  reprezentują spójniki:  $\square$ ,  $Z$ ,  $E$ ,  $\diamond$ . Nazwa postaci *Barbara*  $\delta\phi\gamma$  generuje modalny tryb sylogistyczny o takim samym rozłożeniu terminów i takich samych funktorach sylogistycznych jak asertoryczny tryb tradycyjnie kodowany nazwą *Barbara*, przy czym jego przesłanka mniejsza jest poprzedzona funktorem  $\delta$ , przesłanka większa – funktorem  $\phi$ , zaś wniosek – funktorem  $\gamma$ . Dla przykładu: *Barbara*  $\square ZE$  generuje modalny tryb:

$$\square MaP \wedge Z SaM \rightarrow E SaP.$$

W zapisie stosowanym przez Bocheńskiego uzmiennia się także samogłoski, które wskazują na użyte w danym trybie funktory sylogistyczne. Jeśli przyjmiemy, że zmienne:  $\upsilon$ ,  $\omega$ ,  $\xi$  reprezentują funktory sylogistyczne:  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $o$ , to schemat *Barbara* $\delta\phi\gamma$  powstaje ze schematu: *Burbor* $\xi\delta\phi\gamma$ . Dla przykładu, podstawieniami tego ostatniego jest wspomniana nazwa *Barbara*  $\square ZE$  a także nazwa: *Barbara* $Z\square Z$  kodująca tryb modalny:

$$ZMaP \wedge \square SeM \rightarrow ZSaP.$$

Należy zauważyć, że o ile brane pod uwagę średniowieczne nazwy mnemotechniczne wyznaczają wyłącznie tryby tautologiczne, o tyle ich modyfikacje kodują nie tylko prawa. Listę tautologicznych trybów modalnych wskazanych przez Arystotelesa Bocheński przedstawia w formie tabeli zbudowanej na podstawie ustaleń Beckera:

Tab. Modalne tryby sylgistyczne

L	Nazwa analogatu ZZ	I		II		III		IV		V		VI		VII		VII	
		□ □	Dosk	□ □	Dosk	Z □	Dosk	E	EE	E	Dosk	E	ZE	E □	Dosk	E □	Dosk
1	Barbara	□	Dosk	□	Dosk	Z	Dosk	E	Dosk	E	Dosk	◇	□ Z13ap!	E	Dosk	◇	□ □ 8ap
1.1	Barbeta	-	-	-	-	-	-	E	EE1o	-	-	◇	ZM1o	-	-	◇	□ □ E1o
2	Celarent	□	Dosk	□	Dosk	Z	Dosk	E	Dosk	E	Dosk	◇	□ Z11ap!	E	Dosk	Z	□ □ Z4ap
2.1	Celarent	-	-	-	-	-	-	E	EE2o	-	-	◇	ZE2o	-	-	Z	□ □ E2o
3	Dauti	□	Dosk	□	Dosk	Z	Dosk	E	Dosk	E	Dosk	◇	□ Z14ap!	E	Dosk	◇	□ □ 6ap
3.1	Daroi	-	-	-	-	-	-	E	EE3o	-	-	◇	ZE3o	-	-	◇	□ □ E3o
4	Ferito	□	Dosk	□	Dosk	Z	Dosk	E	Dosk	E	Dosk	◇	□ Z12ap!	E	Dosk	Z	□ □ Zap
4.1	Feroo	-	-	-	-	-	-	E	EE4o	-	-	◇	ZE4o	-	-	Z	□ □ E4o
5	Cesare	□	□ □ 2k	□	□ Z2k	Z	ZS2k	-	-	-	-	◇	ZE2k	-	-	Z	□ □ E2k
5.1	Cesere	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	◇	ZE5o	-	-	Z	□ □ E5o
6	Camestres	□	□ □ 2k	Z	Z □ 2k	□	SZ2k	-	-	□	ZE2k	-	-	Z	□ E2k	-	-
7	Festino	□	□ □ 4k	□	□ Z4k	Z	ZS4k	-	-	-	-	◇	ZE4k	-	-	Z	□ □ E4k
7.1	Festono	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	◇	ZE7o	-	-	Z	□ □ E7o
8	Baroco	□	Ekt	Z	-	Z	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	Darapti	□	□ □ 3k	□	□ Z3k	Z	ZS3k	E	EE3k	E	EZ3k	◇	ZE3k	E	E □ 3k	◇	□ □ E3k
9.1	Darepti	-	-	-	-	-	-	E	EE9o	-	-	◇	ZE9o	-	-	◇	□ □ E9o
10	Felapton	□	□ □ 4k	□	□ Z4k	Z	ZS4k	E	EE4k	E	EZ4k	◇	ZE4k	E	E □ 4k	Z	□ □ E4k
10.1	Felepton	-	-	-	-	-	-	E	EE10o	-	-	◇	ZE10o	-	-	Z	□ □ E10o
11	Disamis	□	□ □ 3k	Z	Z □ 3k	□	SZ3k	E	EE3k	□	ZE3k	E	EZ3k	□	E □ 3k	E	E □ 3k
11.1	Discemis	-	-	-	-	-	-	E	EE11o	-	-	E	ZE11o	-	-	E	□ □ E11o
12	Datysi	□	□ □ 3k	□	□ Z3k	Z	ZS3k	E	EE3k	E	EZ3k	◇	ZE3k	E	E □ 3k	◇	□ □ E3k
12.1	Datosi	-	-	-	-	-	-	E	EE12o	-	-	◇	ZE12o	-	-	◇	□ □ E12o
13	Bocardo	□	Ekt	Z	-	Z	-	-	-	□	Z1ap	-	-	-	-	-	-
14	Ferison	□	□ □ 4k	□	□ Z4k	Z	ZS4k	E	EE4k	E	EZ4k	◇	ZE4k	E	E □ 4k	Z	□ □ E4k
15	Feroson	-	-	-	-	-	-	E	EE14o	-	-	◇	ZE14o	-	-	Z	□ □ E14o

Jak należy zauważyć, druga kolumna zawiera nazwy mnemotechniczne odpowiednich trybów, w których układ przesłanek co do spójników:  $\square$ , Z, E,  $\diamond$  jest taki, jak przedstawiają to nagłówki kolumnien I-VIII. W każdej kolumnie I-VIII pierwsza podkolumna informuje o modalności wniosku, zaś druga zawiera informację o zależności dedukcyjnej danego trybu względem pozostałych. Kreska w rubryce dla modalności wniosku oznacza, że żaden z trybów generowanych przez nazwę z kolumny pierwszej przy przesłankach takich jak informuje nagłówek danej kolumny I-VIII nie jest tautologiczny lub nie był brany pod uwagę przez samego Arystotelesa. Skrótowe komentarze dotyczące sposobów uzasadniania odpowiednich trybów należy rozumieć następująco:

Dosk – tryb przyjęty aksjomatycznie;  $\delta\phi n k$  (lub: o, ap, ap!) – tryb uzasadniony przez konwersję (lub odpowiednio: odwrócenie, *reductio ad absurdum*, przy użyciu praw sformalizowanych jako Ar20 i Ar21) z wykorzystaniem trybu o przesłankach z modalnościami  $\delta\phi$  (kolumny I-VIII) o liczbie porządkowej  $n$ ; ekt – tryb uzasadniony przez ektezę<sup>46, ?</sup> – niesprecyzowany sposób uzasadnienia.

Dla przykładu, stosowane skróty pozwalają odczytać to, że:

– tryb *Celarent*Z $\square$ Z jest tautologiczny i jest on uznany aksjomatycznie (por. kolumna III, wiersz 3: Dosk);

– żaden z trybów postaci *Daroi*MZ $\gamma$  nie jest tautologiczny lub nie jest rozważany przez Arystotelesa (kolumna V, wiersz 6: -);

– tryb *Darapti*ZE $\diamond$  jest prawem i uzasadnia się go przez konwersję z wykorzystaniem trybu *Darii*ZM $\diamond$  (por. kolumna VI, wiersz 15: ZE 3k).

– tryb *Feroo*ZE $\diamond$  jest tautologiczny i uzasadnia się go przez odwrócenie na podstawie trybu *Ferio*ZE $\diamond$  (kolumna VI, wiersz 8 – ZE4 o).

Ostatnie dwa przykłady możemy skomentować dokładniej:

– tryb *Darapti*ZE $\diamond$ : ZMaP  $\wedge$  EMaS  $\rightarrow$   $\diamond$ SiP otrzymuje się z trybu *Darii*ZE $\diamond$ : ZMaP  $\wedge$  ESiM  $\rightarrow$   $\diamond$ SiP na podstawie prawa konwersji (Ar10), zgodnie z którym: EMaS  $\rightarrow$  ESiM;

– tryb *Feroo*ZE $\diamond$ : ZMeP  $\wedge$  ESoM  $\rightarrow$   $\diamond$ SoP otrzymuje się z trybu *Ferio*ZE $\diamond$ : MeP  $\wedge$  ESiM  $\rightarrow$   $\diamond$ SoP na podstawie prawa (Ar7), zgodnie z którym: ESiM  $\leftrightarrow$  ESoM.

<sup>46</sup> Sposób dowodzenia przez ektezę (wskazanie) omówiony jest dokładnie przez Łukasiewicza w *Sylogistyce Arystotelesa*, dz. cyt., 80-90.

Związki logiczne między uwzględnionymi w tabeli trybami sylogistycznymi nie są szczegółowo omawiane za wyjątkiem sposobu dowodzenia *per reductio ad absurdum* z wykorzystaniem tez (Ar21) i (Ar22). Pozostałe sposoby uzasadniania poszczególnych trybów są zaznaczone jedynie objaśnionymi wcześniej skrótami zamieszczonymi w przytoczonej tabeli.

## 5. ZAKOŃCZENIE

W podsumowaniu analizy tekstów Arystotelesa dotyczących logiki modalnej Łukasiewicz pisze: „[...] Arystotelesowska logika zdań modalnych, zarówno historycznie, jak i systematycznie, odgrywa w filozofii rolę najwyższej wagi”<sup>47</sup>. Ta opinia w pełni uzasadnia zainteresowanie o. Bocheńskiego problematyką tu omawianą. Jego badania mają przy tym charakter pionierski. W chwili druku pracy *Z historii logiki zdań modalnych* (tj. w 1938 roku) współczesna logika modalna była jeszcze młodą dyscypliną, a pozycji publikowanych i dotyczących Arystotelesowskiej logiki modalnej było zaledwie kilka. Przytoczona przez Bocheńskiego lista tekstów poświęconych temu tematowi składa się jedynie z czterech prac – oprócz wspomnianych już analiz Beckera i Czeżowskiego, należą do niej recenzja książki Beckera autorstwa Salamuchy oraz publikacja S. Dominczaka z 1923 roku<sup>48</sup>. W szczególności, Bocheński nie dysponował jeszcze wynikami Łukasiewicza z *Sylogistyki Arystotelesa*.

Bocheński dokonał formalizacji tekstu Arystotelesa w języku z jednoargumentowymi spójnikami modalnymi. Formalizacja ta oparta jest na niezwykle szczegółowej analizie materiałów źródłowych. Wielokrotnie analiza ta polega na wręcz drobiazgowym rozważaniu tekstu Arystotelesa. Takie zabiegi często prowadzą do precyzacji terminów języka naturalnego używanych przez Arystotelesa. W wyniku prowadzonych analiz Bocheński uzyskuje skończony zbiór formuł, na który składają się: modalne prawa kwadratu logicznego, modalne prawa odwracalności, konwersji i opozycji, prawa dotyczące związków między zdaniem modalnymi i niemodalnymi oraz tautologiczne tryby sylogistyczne. Zależnościom dedukcyj-

<sup>47</sup> Tamże, 274.

<sup>48</sup> J. Salamucha, *Omówienie pracy A. Beckera*, Przegląd Filozoficzny 36(1933), 291-294; S. Dominczak, *Les jugements modaux chez Aristote et les Scholastiques*, Louvan 1923.

nym między otrzymanymi prawami autor nie poświęca szczególnych rozważań (zazwyczaj nie wykraczają one poza ustalenia Beckera za wyjątkiem omówienia dowodów *per reductio ad absurdum* z wykorzystaniem praw Ar20 i Ar21). Do braków można zaliczyć pominięcie kwestii odrzucania niektórych formuł modalnych, problemu niepustości terminów Arystotelesowskich czy propozycji aksjomatyzacji otrzymanego zbioru praw. Z pewnością badania Łukasiewicza po części usuwają niektóre z wymienionych luk – jak ustala Łukasiewicz, wszystkie zdaniowe prawa modalne można uzyskać na gruncie podstawowej logiki modalnej, w której formułuje się określone reguły odrzucania. O ile jednak wiadomo autorowi niniejszych rozważań, niektóre kwestie do dziś pozostają otwarte. Wydaje się, że warto podjąć próbę zaksjomatyzowania systemu zawierającego oprócz modalnych praw logiki zdaniowej, prawa dotyczące nazw. Można sądzić, że interesującym jest także rozważenie problemu niepustości terminów Arystotelesowskich w ramach współczesnej modalnej teorii modeli. Należy sobie jednak zdawać sprawę z tego, że jeśli takie przedsięwzięcia mają wciąż korespondować z myślą Arystotelesa, to powinny być one poprzedzone takimi analizami tekstów źródłowych, jakie przeprowadził Bocheński w omawianej pracy.

#### MODAL CALCULUS OF NAMES BY ARISTOTLE IN FORMULATION OF J. M. BOCHEŃSKI

##### Summary

The article describes the formalization of modal syllogistic done by Bocheński in his three publications: *Z historii logiki zdań modalnych* (ed. by Dominicans, Lvov, 1938); *Ancient formal logic* (Nort-Holand Publishing Company, Amsterdam, 1951); *Formale Logik* (Verlag Karl Alber, Freiburg/München 1956). The first of the works mentioned above is a monograph on modal logic by Aristotle. Bocheński's formalization fulfils the conception – advertised by J. Łukasiewicz – of the method of practising the history of logic. This method consists of the analysis of the given sources using modern tools of formal logic.

Bocheński is mainly interested in texts about modalities from *Hermeneutic* and *Analytically Prior*. Formalization is understood here in a traditional way – it is an attempt to reconstruct logical laws included in Aristotle's text, what is done by the translation of certain fragments of such a text into a given formal language. The



purpose of it is to obtain a (finite) set of formulas, and then arrange them into a system by analysing Aristotle's reasoning. Formalization understood in this way may be an inspiration to undertake another form of formalization – the construction of a deductive formalised system, which fulfills modern formal requirements. It should be possible within such a system to point at its laws, formulas, that may be considered as translations of certain fragments of Aristotle's texts. Bocheński analyses some meanings of modal expressions, characterizes the language of his formalization and codifies in it the following laws found in Aristotle's text: modal laws of square of opposition, laws of conversion, obversion and contraposition for modal sentences, laws concerning some relations between modal and non-modal sentences and valid modal syllogistic moods.

This paper describes Bocheński's formal attempts (which can be considered as pioneer work) and compares them with formalizations of A. Becker, S. Czeżowski and J. Łukasiewicz. This comparison shows Bocheński's original ideas and gaps in his formalization that have been partly filled in by the following studies on Aristotle's modal logic undertaken by Łukasiewicz.