Krystian Jobczyk

"Skolemizacja" języka a pluralizm interpretacji

Studia Philosophiae Christianae 47/3, 119-130

2011

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

Studia Philosophiae Christianae
UKSW
47(2011)3

KRYSTIAN JOBCZYK
Munich Center for Mathematical Philosophy

„SKOLEMIZACJA" JĘZYKA A PLURALIZM INTERPRETACJI

Słowa kluczowe: twierdzenie Skolema-Löwenheima, skolemizacja języka, modele zamierzone i niezamierzone, kwantyfikator Henkina, liczby Löwenheima i Henkina

Jednym z najważniejszych pytań odnoszących się do twierdzenie Skolema-Löwenheima jest pytanie o granice jego stosowalności i granice jego ekstrapolacji na pozaformalne i pozafilozoficzne obszary badawcze. Odważną próbę odpowiedzi na to pytanie podjął Józef Życiński w swym artykule *Wielość interpretacji a jedność prawdy w filozofii*[1], a częściowo także w swoim *Teizmie i filozofii analitycznej*[2]. Do pomysłów J. Życińskiego odniosła się krytycznie Anna Lemańska w artykule *Twierdzenie Skolema-Löwenheima i jego konsekwencje*[3]. Ta interesująca wymiana spostrzeżeń w polskiej literaturze przedmiotu warta jest – jak sądzę – nie tylko wzmiankowania, lecz także skomentowania, a może nawet pewnego podsumowania – zwłaszcza z perspektywy 25 lat od jej pojawienia się na łamach *Studia Philosophiae Christianae*. Niech ta okoliczność stanowi dla autora usprawiedliwienie, by ponownie powrócić do zagadnień poruszonych przez Lemańską i Życińskiego.

---

[1] J. Życiński, *Wielość interpretacji a jedność prawdy w filozofii*, Studia Philosophiae Christianae 22(1986)1, 21-41.

[2] J. Życiński, *Teizm i filozofia analityczna*, Znak, Kraków 1988. Pewną kontynuacją tych prac jest także artykuł J. Życińskiego, *Metafilozoficzne następstwa twierdzeń limitacyjnych*, Studia Philosophiae Christianae 24(1988)1, 145-158 wraz z dodatkiem: *Od redakcji*, 158-162.

[3] A. Lemańska, *Twierdzenie Skolema-Löwenheima i jego konsekwencje*, Studia Philosophiae Christianae 22(1986)2, 99-108.

W niniejszym artykule chciałbym odnieść się do kilku tez, wysuniętych przez wzmiankowanych autorów, a także zbadać założenia, przy których można zgodzić się na wybrane tezy tych prac. Celem tej analizy będzie krytyczna ocena odpowiedzi udzielonych na pytanie o granice ekstrapolacji twierdzenia Skolema-Löwenheima na pozaformalne obszary dociekań, takie jak: humanistyczna teoria interpretacji, metodologia nauk przyrodniczych, a nawet teoretyczne podstawy fizyki.

1. TWIERDZENIE SKOLEMA-LÖWENHEIMA W UJĘCIU FORMALNO-HISTORYCZNYM

Twierdzenie Skolema-Löwenheima posiada jedną z najdłuższych metryk w grupie twierdzeń metamatematycznych. Sformułowane i udowodnione po raz pierwszy w 1915 roku przez Leopolda Löwenheima[4], zostało uogólnione i udowodnione w nowy, teoriomodelowy sposób w tzw. podmodelowej wersji przez Thoralfa Skolema[5] w 1920 roku. Współcześnie, od prac A. Tarskiego i R. Vaughta z połowy XX wieku, dowodzone jest za pomocą zapożyczonej od Henkina metody budowania modeli z klas abstrakcji, utworzonych na termach języka logiki I rzędu.

Twierdzenie to znane jest w dwóch wariantach: dolnym i górnym. Górny wariant orzeka, że jeśli teoria T języka logiki pierwszego rzędu posiada model nieskończony o pewnej mocy α, to posiada także modele o dowolnej mocy od α większej. Dolny orzeka natomiast, że jeśli teoria T (w przeliczalnym języku logiki pierwszego rzędu) posiada

[4] L. Löwenheim, *Über Möglichkeit im Relativkalkül*, Mathematische Annalen (1915), 447-470. Reprint: L. Löwenheim, *On possibilities on relatives calculus*, w: *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic*, ed. J. van Heijenoort, Harvard University Press, Cambridge 1967, 228-250.

[5] T. Skolem, *Logisch-kombinatorische Untersuchungen über die Erfülbarkeit oder Beweisbarkeit mathematischer Sätze nebst einem Theorie über dichte Menge*, Skrifter utgit av Videnskappselskapets i Kristiania, I. Mathemaitsk-naturvidenskabilig klasse 4(1920), 1-36. Reprint: T. Skolem, *Logico-combinatororial investigations in the satisfability or provability of mathematical propositions: A simplified proof a theorem by L. Löwenheim and generalizations of the theorem*, w: *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic*, dz. cyt., 252-262.

model nieskończony, to teoria ta posiada także model nieskończony przeliczalny (tzn. równoliczny ze zbiorem liczb naturalnych).

Dolny wariant ściśle łączy się z tzw. paradoksem Skolema i fundującym ten paradoks relatywizmem pojęcia przeliczalności. Interesujące światło na rolę tego twierdzenia w obszarze logiki rzuca sformułowane w 1966 roku twierdzenie Lindströma[6], które orzeka, że twierdzenie Skolema-Löwenheima, razem z twierdzeniem o zwartości, stanowią wyznaczniki logiki elementarnej, co oznacza, że logika, w której zachodzą oba te twierdzenia, co do siły swojego wyrazu równa jest logice elementarnej. Ciekawą próbę zastosowania twierdzenia Skolema-Löwenheima do rozważań epistemologicznych podjął w 1977 roku H. Putnam w swoim *Models and Reality*[7], wykorzystując to twierdzenie w swym słynnym argumencie na rzecz tezy o niemożności wyznaczenia zamierzonych modeli teorii mnogości przez semantykę i syntaktykę tej teorii.

2. PROBLEM SKOLEMIZACJI JĘZYKA NATURALNEGO

Punktem wyjścia swoich analiz związanych z twierdzeniem Skolema-Löwenheima czyni Życiński spostrzeżenie dotyczące ograniczeń języka, a polegających na istnieniu granic jego precyzacji. Mowa tu nie tylko o języku nauki (zwłaszcza nauk formalnych), ale języku jako takim – języku jako fundamencie wszelkiego naukowego i pozanaukowego dyskursu. Życiński formułuje tezę, że istnieją „ważne ograniczenia naszego języka przejawiające się w występowaniu granicy możliwości wprowadzania doskonaleń językowych"[8]. Jak wyjaśnia dalej: „Nasze dyferencjacje terminologiczne okazują się wystarczające do określenia formalnej struktury opisywanych dziedzin jedynie w przybliżeniu"[9]. Mowa tu – wyjaśnia dalej Życiński – o (nieprzewidywanym) istnieniu różnych dziedzin rzeczywistości D_1, D_2,…,D_k, ...

[6] P. Lindström, *On Extensions of Elementary Logic*, Theoria 32(1966), 1-11.

[7] H. Putnam, *Modele i rzeczywistość*, w: *Wiele twarzy realizmu i inne eseje*, tłum. A. Grobler, PWN, Warszawa 1998, 185-227.

[8] J. Życiński, *Wielość interpretacji a jedność prawdy w filozofii*, art. cyt., 25.

[9] Tamże, 25.

równie dobrze opisywanych przez daną teorię T[10]. Istnienie tych wielu odmiennych od siebie dziedzin – równie „dobrych”, bo odnoszących się do tej samej teorii – jest ową nieuniknioną „niedokładnością” i „przybliżeniem” tej teorii, która sama swej interpretacji wskazać nie „potrafi”. Najistotniejsze dla wagi tego fragmentu jest jednak przekonanie Życińskiego, że istnienie tych dziedzin „gwarantowane jest” właśnie przez twierdzenie Skolema-Löwenheima.

Śmiałość tej tezy dostrzec można łatwo, biorąc pod uwagę fakt, jak kłopotliwym jest pytanie, czy sama teoria mnogości ZFC wyrażona w języku pierwszego rzędu „potrafi” wyróżnić swoją zamierzoną interpretację, czy też nie – co stanowi przedmiot sporu Putnama z jego realistycznie usposobionymi adwersarzami[11]. Być może znajdują się jednak jakieś racje, by pytanie to wraz z tezą Życińskiego uznać za sensowne w odniesieniu do dowolnego języka i dowolnych teorii. Odpowiedź na to pytanie zależy od tego, czy język naturalny zachowuje się w tej mierze podobnie jak języki sformalizowane, tj. czy istnienie podobnych „niezamierzonych modeli” (które można nazwać „zjawiskiem skolemizacji języka”) jest nieuchronne także w języku naturalnym i czy jest ono konsekwencją twierdzenia Skolema-Löwenheima?

Zawarty w artykule Życińskiego przykład arytmetyki Peano (PA) i zbioru liczb naturalnych jako zamierzonego jej modelu, który nie jest jedynym możliwym jej modelem, według intencji autora ma przekonywać o zachodzeniu takiej skolemizacji. Moim zdaniem, nie jest to przykład przekonywujący, gdyż arytmetyka Peano (PA) jako teoria modelowana przez zbiór liczb naturalnych jest teorią sformalizowaną w logice pierwszego rzędu. Konieczne wydaje się odniesienie do przykładu zdań z teorii niesformalizowanej, a ponadto – niewyrażalnej w logice elementarnej.

Jako przykład rozważmy pochodzące od J. Hintikki zdanie: „Jakiś krewniak każdego mieszczucha i jakiś krewniak każdego rolnika nie-

---

[10] Tamże, 25-26.

[11] Do grupy przeciwników Putnama należą m.in. D. Lewis, T. Bays, J. Woleński.

nawidzą się wzajemnie"[12]. Logiczną strukturę tego zdania wyraża nieliniowy kwantyfikator Henkina[13] postaci:

$$\left.\begin{matrix}\forall x\ \exists y \\ \\ \forall u\ \exists v\end{matrix}\right> \varphi\,(x, y, u, v)$$

Logiką „rządzącą" tym zdaniem jest logika L_H Henkina, wykraczająca siłą swego wyrazu poza elementarną logikę pierwszego rzędu. Oczywiście, nie samo podstawienie za kwantyfikator Henkina dyskonfirmuje przypuszczenie o skolemizacji języka naturalnego (w ustalonym wyżej sensie), wszak w przykładzie tym mamy do czynienia ze skończonym zbiorem osób, a twierdzenie Skolema-Löwenheima wymaga odniesienia do zbiorów nieskończonych. Nie zmienia to jednak faktu, że zdarzają się (praktyczne) sytuacje językowej komunikacji, w których potrzebujemy odniesienia do logik abstrakcyjnych, przekraczających siłę logiki elementarnej, takie jak logika Henkina, bazująca na powyższym kwantyfikatorze. O logice takiej wiadomo, że nie zachodzi w niej ani dolny, ani górny wariant twierdzenia Skolema-Löwenheima[14]. Z drugiej zaś strony nie do uniknięcia (a przynajmniej bardzo możliwa) jest sytuacja istnienia nie jedynej tylko, zamierzonej interpretacji zdania, którego formalizacja możliwa jest dopiero w logice Henkina; sytuacja wynikająca np. z trudności z precyzacją zakresu takich potocznych pojęć, jak: „krewniak", „nienawiść", „miłość" itp. Istnienie takich (ewentualnych) niezamierzonych interpretacji w tym przypadku nie może być jednak konsekwencją twierdzenia Skolema-Löwenheima.

---

[12] Przykład ten pochodzi od J. Hintikki i zawarty został w : J. Hintikka, *Quantifiers vs. Quantification Theory*, Dialectica 27(1973), 329-358.

[13] Kwantyfikator ten został wprowadzony przez L. Henkina w jego pracy z 1961 roku. Zob. L. Henkin, *Some remarks on infinitaly long formulas*, w: *Infinitistic Methods: Proceeding of Symposium on Foundations of Mathematics*, Pergamon Press, New York 1961, 167-183.

[14] Zob. J Barwise., S. Feferman, *Model-Theoretic-Logics*, Springer Verlag, Berlin 1985.

3. PLURALIZM INTERPRETACJI W UJĘCIU J. ŻYCIŃSKIEGO

Warto zatrzymać się nieco dłużej nad „zjawiskiem skolemizacji" w opisanym powyżej sensie. Można, po pierwsze, przypuszczać, że nie jesteśmy w stanie jej zapobiec, a istnienie niezamierzonych modeli naszych wypowiedzi nigdy nie pozwoli zrealizować marzenia poetów o giętkości języka, który wyraża dokładnie to, co pomyśli głowa. Ten właśnie pogląd zdaje się podzielać J. Życiński, gdy pisze: „Totalne użytkowanie języka w sposób maksymalnie ścisły, tzn. z formalizacją każdej wypowiedzi oraz z dowolnie dokładną charakterystyką obserwacyjną, nie jest w stanie doprowadzić do wypracowania jedynej dopuszczalnej interpretacji rzeczywistości"[15].

Zdaniem autora *Teizmu i filozofii analitycznej* ten, skądinąd niekontrowersyjny pogląd, posiada swoje dalsze filozoficzne konsekwencje – zwłaszcza wobec całej mnogości równoprawnych naukowych i filozoficznych opisów świata, wciąż zaledwie fragmentarycznych i niepełnych. Skoro i tak nie zaradzimy „semantycznej rozmytości naszego języka", alternatywą pozostaje zwrócenie się ku wielości owych fragmentarycznych interpretacji świata. Spostrzeżenie to zdaje się jednak skłaniać autora *Teizmu i filozofii analityczne* ku na wskroś optymistycznej tezie, że: „procedury (…), w których relatywizm języka łączy się z międzysystemową otwartością na inne interpretacje zdają się stanowić najbardziej efektywną metodę poszukiwania prawd absolutnych"[16].

W ten sposób „semantyczna rozmytość" języka stanowi – jeśli nie warunek badawczego postępu, to przynajmniej pewien niekłopotliwy „punkt wyjścia". W podobnym tonie zwraca autor uwagę na potrzebę zachowania, a nawet rozwijania pluralizmu światopoglądowego w opozycji do nieuzasadnionego postulatu redukcjonizmu: „Próba redukcjonizmu do jakiegoś upatrzonego systemu filozoficznego i jednej interpretacji świata jest mrzonką o oświeceniowej proweniencji. (…) Postulatem metodologicznym powinno stać się natomiast przyjęcie relatywizmu języka i uznanie międzysystemowej otwartości, różnorod-

[15] J. Życiński, *Wielość interpretacji a jedność prawdy w filozofii*, art. cyt., 26.

[16] Tamże, 38.

ność języków i metod badawczych[17]. W ten sposób owa „semantyczna rozmytość" jako konsekwencja „skolemizacji" staje się źródłem światopoglądowego pluralizmu.

Naturalnym wydaje się pytanie, czy ów światopoglądowy pluralizm w opisie świata istotnie stanowi konsekwencję twierdzenia Skolema-Löwenheima oraz co warunkuje wzajemną przekładalność i otwartość systemów filozoficznych? W konsekwencji, czy jest prawdą, że niezgoda filozofów – jak twierdzi J. Życiński – „ma głębokie podstawy językowe odsłaniane przez metamatematykę?"[18]. Odpowiedź na te pytania wymaga (przy okazji) pewnej precyzacji stanowiska tego filozofa.

Rozważmy pierwszą z kwestii. Tekst Życińskiego zdaje się sugerować, że możliwość przekładalności systemów filozoficznych – dzięki takiej „semantycznej rozmytości naszego języka" – jest co najmniej ułatwiona. Z jednej strony zdaje się, że porozumienie między systemami jest możliwe bardziej przez precyzację niż przez jej brak i pozostawanie w patowej sytuacji „semantycznego rozmycia pojęć". Niepożądana byłaby wszak sytuacja, w której dwaj filozofowie przyrody formułują wspólny sąd, np. na temat materii, lecz świadomi semantycznej rozmytości języka i niezamierzonych interpretacji teorii, w której ten sąd formułują, nie próbują nawet uzgadniać wspólnego rozumienia terminu „materia". Oczywiście, ich zbliżenie byłoby pozorne, posługiwaliby się *de facto* dwiema różnymi teoriami.

Z drugiej zaś strony na obronę przekonania autora *Teizmu i filozofii analitycznej* przemawia (dostrzegalny w naukach formalnych) fakt istnienia pewnych granic precyzacji, które nie tylko nie utrudniają możliwości badawczych, lecz je wspomagają. Myślę tu o przypadku, gdy precyzyjna językowa eksplikacja niepozostawiająca miejsca na żadną niejednoznaczność nie jest czasami w stanie uchronić nas przed sytuacją istnienia innych obiektów, które niespodziewanie równie dobrze realizują ten opis. Dzieje się tak w przypadku tzw. twierdzeń o reprezentacji (np. Stone'a o reprezentacji algebr Boole'a). Okazuje się na ich podstawie, że denotacją wyrażenia: „algebra Boole'a" jest pewna konkretna algebra Boole'a, ale także – na mocy tego twierdzenia

---

[17] Tamże, 41.

[18] J. Życiński, *Metafilozoficzne następstwa twierdzeń limitacyjnych*, art. cyt., 157.

– pewna rodzina podzbiorów ustalonego zbioru. W podobny sposób mogą funkcjonować odmienne koncepcje filozoficzne (szerzej: światopoglądowe) jako opisujące ten sam „fragment rzeczywistości".

Zaskakujące z pozoru wydaje się także traktowanie przez Życińskiego pluralizmu światopoglądowego w filozoficznym opisie świata jako konsekwencji skolemizacji języka, choć sam postulat funkcjonowania takiego pluralizmu w naukowo-filozoficznym oglądzie i opisie świata uważać należy za metodologicznie cenny. Można sądzić, że Życiński widzi ów pluralizm odmiennych stanowisk filozoficznych na kształt niezamierzonych modeli, gdyż posługuje się tu pojęciem interpretacji semantycznej. Tymczasem różne systemy filozoficzne raczej należałoby rozumieć inaczej. A. Lemańska zwraca słusznie uwagę, że „mamy tu [tzn. w przypadku stanowisk filozoficznych – K.J.] do czynienia nie z wieloma modelami dla tej samej teorii, lecz z odmiennymi (…)[19] ze sobą teoriami"[20]. Mamy więc raczej do czynienia z pluralizmem interpretacji, rozumianych jednak nie jak niezamierzone modele, lecz niezależne od siebie teorie. Tymczasem ich pluralizm i fakt, że w mniejszym lub większym stopniu mogą one opisywać rzeczywistość, są raczej konsekwencją wieloaspektowości tej rzeczywistości[21], a także pewnej dziwnej zależności między naszą poznawczą „aparaturą"[22] a światem jako zewnętrznym przedmiotem naszego poznania.

Rzecz ma się jednak inaczej, jeśli Życiński nie w ten sposób posługuje się pojęciem interpretacji semantycznej, rozumiejąc ją swobodniej jako opis czy zrozumienie. Takie rozumienie tego pojęcia nie

---

[19] Czasami sprzecznymi! [przyp. K. J.]

[20] A. Lemańska, *Twierdzenie Skolema-Löwenheima i jego konsekwencje*, art. cyt., 108.

[21] Por. tamże, 108.

[22] A. Lemańska używa na oznaczenie naszej poznawczej aparatury zwrotu „nieadekwatna". Myślę, że jest ten zwrot uzasadniony, gdy myślimy tu np. o języku logiki pierwszego rzędu, który wraz z twierdzeniem Skolema-Löwenheima pozostaje w tle tej dyskusji, jako o środku naszej komunikacji ze światem i opisywania jego złożoności. Ujmując jednak sprawę bardziej ogólnie, można stwierdzić, że potrafimy, przynajmniej w pewnym zakresie, radzić sobie z nieadekwatnością naszej poznawczej aparatury, np. języka pierwszego rzędu, niwelując jego „niewrażliwość" przez odwołanie np. do języka rzędu drugiego.

wskazuje już na modele semantyczne, lecz na niezależne od siebie teorie jako na źródło wzmiankowanego pluralizmu, co ostatecznie prowadziłoby do stanowiska zgodnego z poglądem A. Lemańskiej. Należy zauważyć, że w większości przypadków, autor *Teizmu i filozofii analitycznej* rozumie pojęcie interpretacji właśnie tak, jako rodzaj opisu, czy też opisowego ujmowania rzeczywistości. Otwartym pozostaje jednak pytanie, czy takie rozumienie pojęcia interpretacji zgodne jest z intencjami Życińskiego.

4. SZEROKA STOSOWALNOŚĆ TEORII MATEMATYCZNYCH A TWIERDZENIE SKOLEMA-LÖWENHEIMA I JEGO UOGÓLNIENIA

Powróćmy na koniec do kwestii związku teorii z jej modelami jako dziedzinami jej stosowalności i postawmy w tym kontekście pytanie, czy szeroka stosowalność (pewnych) teorii matematycznych (np. w obszarze fizyki, chemii, inżynierii itp.) jest rzeczywiście konsekwencją twierdzenia Skolema-Löwenheima? Pytanie to pokrewne jest pytaniu o istnienie niezamierzonych modeli. Jednak postawione z bardziej ogólniejszej perspektywy pozwala znaleźć nowe dla niej uzasadnienie.

Pomijając samą nad wyraz różnorodną specyfikę tej stosowalności, zarówno w kwestii, „co stosować" i „w czym stosować", byłbym bardzo ostrożny z poszukiwaniem źródeł takiej stosowalności w twierdzeniu Skolema-Löwenheima. Zgadzam się z Lemańską, że za taką możliwość odpowiada raczej specyfika poznania matematycznego, w którego ramach nie dookreśla się „treściowego wypełnienia" badanych obiektów, czy struktur, lecz co najwyżej zachodzące między nimi relacje i zależności[23]. W matematycznym poznaniu nie jest dla przykładu istotne, jaki jest ontyczny status obiektów, stanowiących uniwersum przestrzeni Banacha czy modelu jakiejś teorii. Stąd też matematyczne struktury, niewypełnione treściowo znajdują tak szerokie zastosowanie w różnych dziedzinach wiedzy, czasami bardzo od siebie odległych, jak biologia, ekonomia, inżynieria, a nawet socjologia, czy psychologia. A. Lemańska zwraca uwagę, że niewiele ma to jednak związku

[23] A. Lemańska, *Twierdzenie Skolema-Löwenheima i jego konsekwencje*, art. cyt., 108.

z samym twierdzeniem Skolema-Löwenheima[24]. Za optymalne kryterium oceny, czy pewna filozoficzna teza stanowi konsekwencję twierdzenia Skolema-Löwenheima służyć może, zdaniem A. Lemańskiej, obecność „znacznego fragmentu teorii mnogości"[25] w filozoficznym obszarze, do którego przynależy rozważana teza. Autorka wyraża wątpliwość, czy, „gdy wkraczamy w zupełnie odmienny obszar w stosunku do teorii mnogości, a więc, gdy mówimy o bycie jako bycie, czy obiektach fizycznych itp. jesteśmy w stanie dla teorii sformalizowanej opisującej tę dziedzinę pokazać analogon twierdzenia Skolema-Löwenheima[26]. W charakterze uzupełnienia dodałbym, że nawet w nie wszystkich sformalizowanych językach zachodzi interesujące nas twierdzenie. Nie zachodzi ono nie tylko w teoriach wyrażonych w językach rzędu drugiego, ale także w językach rzędu pierwszego, jeśli bazują one np. na aksjomatyce logiki intuicjonistycznej[27]. Dowodzi się bowiem, że niemożliwa jest rekonstrukcja twierdzenia Skolema-Löwenheima w intuicjonistycznej wersji teorii mnogości. Z drugiej zaś strony nie jestem przekonany, czy kryterium A. Lemańskiej musi być aż tak surowe i wymagać odwołania do twierdzenia Skolema-Löwenheima w jego podstawowej wersji, tzn. tej właściwej dla teorii modeli pierwszego rzędu. W takim przypadku, wobec niezachodzenia tego twierdzenia w logice drugiego rzędu ani w żadnych logikach abstrakcyjnych innych niż logika pierwszego rzędu, próby doszukiwania się źródeł jakichkolwiek pozaformalnych tez, wydają się pozbawione sensu. Jeśli jednak zamiast samego twierdzenia Skolema-Löwenheima rozważyć pewne pokrewne temu twierdzeniu, uzyskiwane np. w logice drugiego rzędu za pomocą tzw. liczb Hanfa i liczb Löwenheima[28], otwierają się przed nami pewne możliwości. Za pomocą tych liczb dowieść można, że dowolna logika L o zbiorze formuł, będących zbio-

---

[24] Tamże, 108.

[25] Zob. *Od Redakcji*, art. cyt., 159.

[26] Zob. tamże, 159.

[27] W polskiej literaturze przedmiotu zwrócił na to uwagę jako pierwszy J. Woleński, *Epistemologia. Prawda i realizm*, t. III, Wyd. Aureus, Kraków 2003, 219.

[28] Zob. S. Shapiro*, Foundation without Foundationalism. A Case for Second-order Logic*, Clarendon Press, Oxford 1991, 147-148.

rem (a nie klasą właściwą), rozszerzająca logikę pierwszego rzędu i o semantyce zawierającej wszystkie klasy modeli dla logiki pierwszego rzędu posiada własność zbliżoną do górnego wariantu twierdzenia Skolema-Löwenheima. Mianowicie, istnieje taka moc nieskończona κ, począwszy od której każdy przeliczalny zbiór zdań tej logiki posiada modele o mocach dowolnie większych od liczby κ[29]. Innymi słowy, dla logiki L zachodzi tzw. twierdzenie o uogólnionej liczbie Hanfa.

Pozostaje jednak otwartą kwestią, czy twierdzenia o istnieniu liczb Hanfa i liczb Löwenheima uznać można za proste i naturalne uogólnienia twierdzenia Skolema-Löwenheima dla pewnych rozszerzeń logiki pierwszego rzędu. Nawet jeśli przyjąć taki postulat i uznać w ten sposób zachodzenie w tych rozszerzeniach pewnej wersji twierdzenia Skolema-Löwenheima, nie rozwiązuje to jeszcze problemu uzasadnienia, że pewne filozoficzne tezy, wypowiadane w filozoficznych systemach, opartych na takich logicznych systemach będą istotnie konsekwencją zachodzących w tych logikach odpowiednikach twierdzenia Skolema-Löwenheima.

5. UWAGI KOŃCOWE

Można odnieść wrażenie, że omówione własności systemów sformalizowanych, jak istnienie zamierzonych modeli, czy szeroka stosowalność tych systemów nie są konsekwencją twierdzenia Skolema-Löwenheima. Nie oznacza to jednak – w czym nie podzielałbym sceptycyzmu A. Lemańskiej – że twierdzenie to nie znajduje raczej zastosowania poza obszarem ściśle formalnych rozważań. Pewnym dowodem na to jest zastosowanie tego twierdzenia i jego rola w Putnamowskim argumencie teoriomodelowym na rzecz stanowiska semantycznego antyrealizmu. Interesujące zdają się także pewne próby wykorzystania twierdzenia Skolema-Löwenheima do „znakowania" pewnych typów ontologii, jak ontologia zredukowana Quine'a, czy ontologia matematycznego platonizmu. Szczegółowe omówienie tych kwestii daleko wykracza jednak poza ramy omówionej w artykule kwestii.

[29] Zob. tamże, 148.

‘THE SKOLEMISATION OF NATURAL LANGUAGE’ AND THE PLURALISM OF INTERPRETATIONS

Summary

The paper offers a kind of a critical reflection on the discussion about the philosophy of Skolem-Lowenheim’s theorem between J. Życiński and A. Lemańska. This discussion appeared on the pages of *Studia Philosophiae Christianae* between 1986 and 1988 and focused on the question of the limits of extrapolation of the Skolem-Löwenheim’s theorem outside the area of formalised discourse. The author takes an intermediate position between the “extrapolation’s optimism” of J. Życiński and the “extrapolation’s scepticism” of A. Lemańska.

Key words: Skolem-Löwenheim’s theorem, skolemisation of language, intended and unintended models, Henkin’s quantifier, Löwenheim’s and Hanf’s numbers