Krzysztof Wójtowicz

Matematyka - nauka o fikcjach?

Zagadnienia Filozoficzne w Nauce nr 45, 3-26

2009

ARTYKUŁY

Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLV (2009), 3–26

Krzysztof WÓJTOWICZ
Wydział Nauk Humanistycznych i Społecznych,
Szkoła Wyższa Psychologii Społecznej w Warszawie

MATEMATYKA — NAUKA O FIKCJACH...?

Matematyczni realiści są przekonani, że istnieją abstrakcyjne, niezmienne, nieoddziałujące przyczynowo i pozbawione czasoprzestrzennej lokalizacji obiekty matematyczne, zaś nasze teorie matematyczne wyrażają prawdy na ich temat. Stanowisko realistyczne zdaje się oferować atrakcyjne teoretycznie wyjaśnienie szeregu pytań filozoficznych związanych z matematyką. Pozwala na wyjaśnienie, skąd bierze się nasze silne poczucie prawdziwości twierdzeń matematycznych, oczywistości aksjomatów, prawomocności dowodów. Pozwala wyjaśnić, na czym polega fenomen stosowalności matematyki w naukach empirycznych[1]. Pozwala na sformułowanie jednolitej semantyki dla języków naukowych — obejmującej zarówno terminologię matematyczną, jak i niematematyczną. Realiści matematyczni postulują istnienie „królestwa bytów abstrakcyjnych", starając się wyjaśnić jak to się dzieje, że o tej sferze możemy się czegoś dowiedzieć. Gödel mówi w tym kontekście o swoistej nieredukowalnej intuicji. Quine zaś — traktuje wiedzę

[1]Niektórzy są bowiem skłonni sądzić, że fakt ten wynika z istnienia jakiegoś głębokiego związku pomiędzy światem fizycznym, a światem matematycznym. Przypomnę tu wypowiedź Penrose'a dotyczącą harmonii między światem przyrody, a światem idealnych tworów matematycznych, czego wyrazem jest to, iż „zaczynamy dostrzegać coś z tego tajemniczego powiązania, jakie istnieje między dziełami natury z jednej strony, a prawami rządzącymi myślą i jej wrażliwością z drugiej, powiązania, które w miarę rozwoju poznania i zrozumienia na pewno ujawni jeszcze głębszą wzajemną współzależność obu tych światów" [Penrose 1983, 99].

matematyczną jako fragment naszego systemu przekonań, uprawomocnionego empirycznie.

Jednak za rozwiązanie tych problemów trzeba zapłacić cenę, którą wielu filozofów uzna za zbyt wysoką: trzeba uznać istnienie obiektów abstrakcyjnych i założyć, że możemy mieć do nich jakiś dostęp poznawczy. Takie założenia budzą silny sprzeciw, nic więc dziwnego, że w filozofii matematyki opozycja wobec matematycznego realizmu jest bardzo silna. O niektórych przedstawicielach nurtu antyrealistycznego była już mowa np. w studiach poświęconych formalizmowi i empiryzmowi. Radykalni formaliści (Heine, Thomae, Curry) odmawiają matematyce interpretacji, traktując ją jako czysto formalną grę. Jest to stanowisko skrajne i trudno je uznać za filozoficznie satysfakcjonujące. Logiczni empiryści zaś uważają matematykę za narzędzie, które jedynie dostarcza odpowiedniego systemu pojęć dla nauk empirycznych.

Do niedawna formalizm i neopozytywizm stanowiły w zasadzie jedynie antyrealistyczne propozycje na filozoficznym rynku[2]. Jednak od pewnego czasu w filozofii matematyki pojawiają się nowe propozycje interpretacji matematyki w duchu antyrealistycznym, wykraczające poza schemat formalizmu i logicznego empiryzmu. Ważnym impulsem, ożywiającym dyskusję stała się książka Fielda *Science Without Numbers* z 1980 roku. Charakterystyczne dla tej dyskusji jest to, że — mówiąc żartobliwie — rolę czarnego charakteru odgrywa Quine, jako matematyczny realista i autor ważnego dla matematycznego realizmu argumentu — tzw. argumentu z niezbędności. Argument ów we współczesnej debacie realizm-antyrealizm odgrywa rolę podstawową i w zasadzie wszyscy autorzy uważają za konieczne odniesienie się do tego argumentu.

[2]Pomijam tutaj intuicjonizm, w myśl którego obiekty matematyczne mają status obiektów (konstrukcji) mentalnych. Nie można więc uznać intuicjonizmu za zwykły antyrealizm (choć oczywiście intuicjoniści odmawiają obiektom matematycznym ontycznej samodzielności).

Nie ma tu miejsca na szczegółowe omawianie stanowiska Quine'a. Przypomnę więc tylko, że jego argumentacja opiera się na dwóch podstawowych przesłankach:

(1) Matematyka jest niezbędna w nauce.

(2) Należy przyjąć istnienie wszystkich obiektów, o których mowa jest (w niezbędny sposób — czyli, o których *musimy mówić*) w teoriach naukowych[3].

Można powiedzieć, że antyrealiści „krążą" wokół tych przesłanek, starając się podważyć którąś z nich. Można je podzielić na dwie podstawowe grupy: (1) strategia fikcjonalistyczna; (2) strategia modalna. Najważniejszym reprezentantem pierwszej z nich jest Field (w ślady którego idzie Balaguer), zaś drugiej — Hellman i Chihara[4].

Niniejsze studium ma na celu zapoznanie Czytelnika w bardzo ogólny sposób ze stylem argumentacji charakterystycznym dla matematycznego fikcjonalizmu. Nie jest możliwa pełna prezentacja, konieczne są bardzo daleko idące uproszczenia i skróty. Pomijam szcze-

[3]Przypomnę — w bardzo dużym uproszczeniu — założenia, na jakich opiera się argument z niezbędności Quine'a:

(1) Quine akceptuje tezę o zasadniczej jedności wiedzy potocznej, naukowej, matematycznej. Tezy filozoficzne (w szczególności ontologiczne) są uzasadniane m.in. poprzez odwołanie się do pewnych wyników naukowych. W szczególności nasza wiedza matematyczna stanowi pewien fragment naszej wiedzy i nie ma wyróżnionego statusu epistemologicznego ani ontologicznego.

(2) Kryterium istnienia (czyli tzw. zobowiązań ontologicznych teorii) stanowi kwantyfikacja, a nie żadne inne kryteria. Skoro więc w zasięgu kwantyfikacji znajdują się obiekty matematyczne, to należy uznać ich istnienie, zaś zdania opisujące te obiekty należy uznać za prawdziwe w klasycznym sensie.

(3) Teza realizmu matematycznego jest więc uzasadniana poprzez odwołanie do roli matematyki w naukach empirycznych, zaś zdania matematyczne są traktowane jako prawdy uzasadniane w ramach pewnych teorii naukowych. Teorie te zaś są weryfikowane jako pewne całości. Wynika stąd w szczególności, że taka argumentacja może być zastosowana do tych fragmentów matematyki, które mają odniesienie do nauk empirycznych.

[4]Podstawowe ich prace to [Chihara 1990] i [Hellman 1989]. O ich koncepcjach pisałem w formie popularnej w pracy [Wójtowicz 2008], zaś szczegółowej analizie poddałem w pracy [Wójtowicz 2003].

góły techniczne do minimum (a w zamierzeniu — do zera) ograniczam też własny komentarz i prezentację późniejszej krytyki i (bardzo obszernej!) dyskusji. Staram się więc przedstawiać stanowiska reprezentantów antyrealizmu w możliwie neutralny sposób, i zachęcić w ten sposób Czytelnika do podjęcia własnych studiów.

1. FIELD: MATEMATYKA JAKO POMOCNICZE NARZĘDZIE

Praca Fielda o prowokującym tytule *Science Without Numbers* [1980] odegrała we współczesnej debacie realizm-antyrealizm rolę bardzo istotną. Była swoistym katalizatorem i (z niewielką przesadą) można powiedzieć, że wszyscy uczestnicy sporu realizm-antyrealizm po 1980 roku w jakiś sposób się do tej pracy odnoszą.

Stanowisko Fielda określa się mianem fikcjonalizmu; jego strategię argumentacji można zaś nazwać „strategią geometryczną”. Podobnie jak wszyscy omawiani w tym studium autorzy, Field przyznaje, że argument z niezbędności Quine'a jest istotnym argumentem na rzecz matematycznego realizmu. Co więcej, Field uważa ów argument za *jedyny istotny* argument na rzecz realizmu. Za cel stawia sobie podważenie pierwszej jego przesłanki, czyli wykazanie, że matematyka wcale nie jest niezbędna w nauce. Zdaniem Fielda, teorie matematyczne są pozbawione przedmiotowego odniesienia i stanowią jedynie użyteczne narzędzia — wygodne w użyciu fikcje. Mają charakter jedynie pomocniczy: bez nich uprawianie nauki byłoby trudniejsze, ale jednak możliwe. Field twierdzi więc, że możliwe jest stworzenie teorii, które będą miały siłę eksplanacyjną taką samą jak zwykłe teorie fizyczne, ale które nie będą odwoływać się do terminów matematycznych. (Aby Czytelnik nie doznał przy tych słowach zbyt dużego wstrząsu, trzeba od razu dodać, że używane w fizyce techniki matematyczne zostaną sprytnie „zakodowane” w tej nowej teorii). Dzięki temu będziemy mogli dokonać eliminacji niechcianych zobowiązań ontologicznych w teoriach naukowych. Trzeba tu podkreślić, że — zdaniem Fielda — jest to jedyna możliwa linia uchylenia argumentu z niezbędności. Musimy więc wykazać, że nauka może być uprawiana w oparciu jedynie o zasoby akceptowalne nominalistycznie.

Taka teza spotyka się na ogół z niedowierzaniem. Czyżby Field chciał namówić fizyków na to, aby przestali posługiwać się matematyką...? Tak oczywiście nie jest. Chodzi jedynie o pewną ogólną zasadę: jeśli wykażemy, że matematyka stanowi jedynie użyteczne narzędzie, które — mówiąc metaforycznie — pozwala nam dojść na skróty tam, gdzie doszlibyśmy okrężną, bardzo męczącą drogą, to będziemy mogli się nią posługiwać nie obciążając swojego nominalistycznego sumienia zobowiązaniami do istnienia obiektów matematycznych. Z teoretycznego punktu widzenia matematyka okaże się więc zbędna, choć oczywiście praktycznie niezwykle użyteczna[5].

Kluczowe dla rozważań Fielda jest pojęcie nietwórczości. Jest to pojęcie techniczne, ale jego intuicyjny sens jest bardzo prosty. Powiemy bowiem, że teoria T^* jest nietwórczym rozszerzeniem teorii T, jeśli nie pozwala ona na udowodnienie żadnych *nowych* twierdzeń (sformułowanych w języku teorii T). Swobodnie mówiąc, chodzi o sytuację, w której rozważamy pewną teorię T i formułujemy w języku tej teorii różne pytania. Przypuśćmy, że teoria T nie potrafi udzielić odpowiedzi na pewne pytania. Nietwórczość teorii T^* (względem T) znaczy, że teoria T^* *również* nie jest w stanie udzielić odpowiedzi na te pytania. Inaczej: jeśli umiemy odpowiedzieć na jakieś pytanie odwołując się do T^*, to znaczy, że tę odpowiedź można też uzyskać *już* w ramach T[6]. W interesującym nas przypadku chodzi o fakt, że dodanie do teorii terminów matematycznych nie pozwala na udowod-

[5]Czy komputery są niezbędne w obliczeniach? Wszystkie operacje komputera (dokonywane na ciągach zer i jedynek) można przecież (teoretycznie) odtworzyć ręcznie. W tym sensie można mówić o takiej „nietwórczości” wyników uzyskiwanych komputerowo względem wyników uzyskanych za pomocą kartki i ołówka. Jest to doskonale widoczne, kiedy rozważymy teoretyczny model komputera, czyli maszynę Turinga. Oczywiście — z praktycznych względów używamy komputerów, a nie kartek i ołówków... Analogia ta w pewien sposób wyjaśnia jak Field pojmuje rolę matematyki w fizyce.

[6]Definicję nietwórczości można sformułować następująco: teoria T^* jest nietwórczym rozszerzeniem teorii T względem klasy zdań Z, jeśli każde zdanie $\alpha \in Z$, które jest konsekwencją teorii T^* jest też konsekwencją teorii T.

nienie nowych zdań o rzeczywistości fizycznej niż w teorii, w której występują tylko terminy obserwacyjne i teoretyczne[7]. (Będę się dalej posługiwał terminem „teoria jakościowa” na określenie teorii, w której nie występują standardowe terminy matematyczne)[8].

Zgodnie z tezą Fielda, zmatematyzowane wersje teorii fizycznych (*scil.*: wszystkie teorie fizyczne, bo przecież wszystkie są zmatematyzowane) są nietwórcze względem wersji jakościowych (czyli nieodwołujących się do matematycznego instrumentarium). A ściśle: byłyby nietwórcze — gdyby takie jakościowe wersje istniały... Nikt jednak nigdy takiej wersji jakościowej nie widział — z dość oczywistych powodów: fizycy tworzą teorie, aby odpowiedzieć na ważne z punktu widzenia swej dyscypliny pytania, a nie po to, aby zadowolić filozofa-nominalistę. Aby więc argumentacja Fielda miała sens, konieczne jest uzasadnienie tezy, iż możliwe jest podanie takich czysto jakościowych wersji teorii fizycznych — wersji, które będą czynić zadość postulatom nominalisty. Dopiero wtedy będzie można powoływać się na tezę, że matematyka pełni jedynie rolę narzędzia, i że informacje dostarczane przez teorie klasyczne mogłyby zostać również uzyskane w wersjach jakościowych.

Field stara się tu podać konstruktywny argument — poprzez podanie jakościowego przeformułowania teorii grawitacji Newtona. Oczywiście, taka rekonstrukcja (jeśli w ogóle uznamy ją za poprawną) ma bardzo ograniczony zasięg, co oczywiście przyznaje sam Field. Uważa jednak, że stanowi ona pierwszy krok w programie nominalizacji nauki, a jej dokonanie jest argumentem na rzecz tezy o moż-

---

[7]Oczywiście, pojawiają się nowe tezy sformułowane w *nowej* części języka. Nas jednak interesują te pytania, które były stawiane w ramach języka i systemu pojęć teorii T.

[8]Uprzedzając nieco wypadki, należy dodać, że oczywiście nie chodzi o teorie, które powstałyby ze standardowych teorii fizycznych poprzez mechaniczne usunięcie terminów matematycznych. Chodzi o teorie, które od podstaw budowane są zgodnie z zasadą eliminacji zobowiązań ontologicznych do abstraktów, ale jednocześnie w pewien sposób kodują standardowe techniki matematyczne.

liwości przeprowadzenia „globalnej” rekonstrukcji, obejmującej inne teorie fizyczne[9].

Do nominalistycznej rekonstrukcji teorii grawitacji Newtona przejdziemy później. W jaki jednak sposób — zdaniem Fielda — wykorzystuje się techniki matematyczne do zdobywania wiedzy fizycznej? Niech L_{nom} oznacza dalej język nominalistyczny. Przypomnijmy, że zgodnie z tezą Fielda o nietwórczości, wzbogacenie języka L_{nom}[10] o terminy matematyczne i dołączenie nowych założeń nie pozwoli na udowodnienie *istotnie nowych* twierdzeń (co najwyżej na skrócenie dowodów). Przypuśćmy więc, że mamy taką nominalistyczną teorię T_{nom}, sformułowaną w języku nominalistycznym (czyli jakościowym) L_{nom}. Do języka L_{nom} dodajemy terminy matematyczne, oraz oczywiście nowe założenia. Oznaczmy taki bogatszy język przez L_{klas}, zaś teorię przez T_{klas}[11]. Aby taka wzmocniona teoria mogła „zadziałać”, musimy oczywiście przyjąć pewne założenia wyrażające zależności między pojęciami teorii T_{nom} i nowymi pojęciami matematycznymi. Sytuacja jest więc identyczna jak wówczas, gdy — wprowadzając do języka teorii terminy teoretyczne — przyjmujemy założenia dotyczące relacji między obiektami obserwowalnymi, a teoretycznymi. Field wprowadza tu pojęcie złożonego obiektu abstrakcyjnego (*impure abstract entity*)

[9]Należy tu oczywiście dodać, że Field bynajmniej nie proponuje, aby tak faktycznie uprawiać fizykę — i nie sądzi również, że ktokolwiek zada sobie trud rekonstruowania całej fizyki.

[10]Pojęcie języka nominalistycznego nie jest zdefiniowane w sposób precyzyjny, jest jednak — jak sądzę — intuicyjnie jasne. Mówiąc w pewnym uproszczeniu, taki język zawiera terminy odnoszące się do obiektów (i cech) fizycznych (np.: kamienny, okrągły, żółty, elektron, grawitacja itd.), natomiast nie zawiera terminów matematycznych.

Jest tu pewna subtelność: czy np. stwierdzenie, że ten kamień jest dwa razy cięższy od drugiego jest stwierdzeniem nominalistycznym? Przecież pojawia się zwrot „dwa” — a więc odniesienie do liczb. Jednak taka wypowiedź może zostać bardzo łatwo sparafrazowana („jeśli taki sam kamień położymy obok pierwszego, a następnie umieścimy na wadze... itd.”). Należy więc pamiętać, że język nominalistyczny to taki, w którym zwroty matematyczne są eliminowalne.

[11]L_{klas} — bo taki jest język klasycznych teorii fizycznych. Mianem „teorii klasycznej” będę więc określał zwykłe teorie, podczas gdy mianem „teorii jakościowej” określam teorie w języku akceptowalnym przez nominalistę.

— czyli takiego, który ma „składowe” fizyczne i czysto abstrakcyjne. Przykładem może być np. funkcja przyporzadkowująca elementom ze zbioru obiektów fizycznych obiekty matematyczne. Wprowadzenie założeń dotyczących obiektów złożonych pozwoli nam na sformułowanie tzw. praw pomostowych (*bridge laws*), czyli opisanie zależności łączących obiekty abstrakcyjne i konkretne. To pozwoli na wykorzystanie technik matematycznych przy wyprowadzaniu wniosków dotyczących świata fizycznego.

Takie wzmocnienie instrumentarium ma istotne praktyczne znaczenie: *ułatwia* bowiem zdobywanie wiedzy. Należy jednak podkreślić, że nie prowadzi do żadnej *zasadniczo nowej* wiedzy. Nowo powstała teoria T_{klas} stanowi *nietwórcze* rozszerzenie teorii T_{nom}. Obowiązuje bowiem zasada nietwórczości, którą można sformułować swobodnie w następujący sposób:

- Jeśli zdanie nominalistyczne α (z języka L_{nom}) nie jest konsekwencją T_{nom}, to α nie jest konsekwencją T_{klas}.

Myśl tę można wyrazić nieco inaczej: jeśli zdanie nominalistyczne daje się udowodnić w teorii „mieszanej”, to daje się udowodnić też w teorii nominalistycznej[12].

Field uzasadnia swoją tezę podając argumentację o charakterze filozoficznym, którą można — w skrótowy sposób — przedstawić tak[13]. Przypuśćmy bowiem, że z teorii nominalistycznej T_{nom} *nie wynika* zdanie α. Chcemy pokazać, że *nie wynika* ono również z teorii T_{klas}[14]. Jeśli jednak α nie wynika z T_{nom} to teoria $T_{nom} + \neg\alpha$ jest teorią niesprzeczną. Skoro tak, to znaczy, że opisuje jakiś możliwy stan świata (a mówiąc jeszcze inaczej: pewien możliwy świat jest opisywany teorią $T_{nom} + \neg\alpha$). Gdyby jednak zdanie α wynikało z teorii T_{klas} (która jest wzmocnieniem teorii T_{nom} o pewien matematyczny

[12]Jeszcze raz podkreślmy, że chodzi o takie zdania, które są sformułowane w języku L_{nom} — i tym samym sens ma pytanie, czy są one twierdzeniami teorii T_{nom}.

[13]Field podaje również formalną wersję swojego argumentu, której tu nie będę przedstawiał.

[14]Chodzi bowiem o pokazanie, że T_{klas} nie pozwala na udowodnienie żadnych twierdzeń nowych w stosunku do T_{nom}.

fragment), znaczyłoby to po prostu, że ów dodatkowy fragment wnosi dodatkowe informacje na temat świata (w szczególności pozwala na wykluczenie sytuacji $\neg\alpha$). Jednak wówczas akceptacja tego matematycznego fragmentu zależałaby od tego, jaki jest aktualny stan świata. Ale przecież prawdziwość teorii matematycznej nie zależy od aktualnego stanu świata: teorie matematyczne są prawdziwe we wszystkich możliwych światach. Prowadzi to do konkluzji, że teoria T_{klas} nie może mieć jako swojej konsekwencji zdania α — a zatem, że jest nietwórczym rozszerzeniem T_{nom}. Dołączenie do teorii fizycznej założeń o charakterze matematycznym nie dostarcza więc nowej wiedzy *fizycznej*, a jedynie może ułatwić jej zdobywanie. Matematyką możemy się zatem posługiwać w charakterze narzędzia, nie martwiąc się już tym, że (posługując się terminem Quine'a) zaciągamy tu jakieś zobowiązania ontologiczne.

Zasada nietwórczości ma zatem wyjaśnić fakt, jak to się dzieje, że teorie matematyczne (które z punktu widzenia nominalisty mają taki sam status jak opowieści o fikcyjnych bytach, takich jak centaury albo krasnoludki) są przydatne przy opisie rzeczywistości (zupełnie inaczej, niż bajki o krasnoludkach). Field opisuje mechanizm zastosowania matematyki w bardzo zwięzły sposób i za kluczowe uważa tutaj wykazanie, iż zdania czysto nominalistyczne mają swoje zmatematyzowane odpowiedniki, które odnoszą się (m.in.) do obiektów abstrakcyjnych, i które odgrywają istotną rolę w rozumowaniach. Mamy zatem do czynienia z następującym schematem:

(1) W pierwszym kroku, tworzymy tzw. abstrakcyjne odpowiedniki interesujących nas zdań jakościowych (czyli zdań nieodwołujących się do obiektów matematycznych). Niech α_{klas} oznacza taki abstrakcyjny (klasyczny) odpowiednik zdania α[15].

[15]Rozważmy prosty przykład: zamiast powiedzieć „jeśli na jednej szali wagi położymy kamień *A*, zaś na drugiej *B* — i waga będzie w równowadze; a następnie na jednej szali położymy kamienie *A* i *B*, a na drugiej kamień *C* — to waga również będzie w równowadze", powiemy po prostu: „masa kamienia *C* jest 2 razy większa niż masa kamienia *A*". Ten prosty przykład ilustruje, jak mogą być wprowadzane pojęcia matematyczne (w tym przypadku — liczba 2).

(2) Musimy teraz wykazać, że jest to faktycznie *odpowiednik* zdania α (a nie zdanie o jakiejś zupełnie innej treści). Dowodzimy tej równoważności $\alpha \Leftrightarrow \alpha_{klas}$ w teorii T_{klas}[16].

(3) Mając utworzone abstrakcyjne odpowiedniki α_{klas} zdań α z teorii T_{nom} możemy je wykorzystywać w procesach dedukcyjnych. Otóż jeśli mamy przesłanki $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ (z teorii T_{nom}), tworzymy ich abstrakcyjne odpowiedniki $\alpha_{1-klas}, \alpha_{2-klas}, \ldots, \alpha_{n-klas}$, a następnie wyprowadzamy z tych przesłanek wnioski (korzystając z teorii T_{klas}). Przypuśćmy, że udowodniliśmy β_{klas}. Na mocy równoważności $\beta_{nom} \Leftrightarrow \beta_{klas}$ oraz zasady nietwórczości, wnioskujemy, że zdanie β_{nom} jest wnioskiem z wyjściowych zdań $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$[17].

Reasumując: odwołanie do zasady nietwórczości pozwala nam na korzystanie z matematycznego instrumentarium, traktując je jako narzędzie, gdyż udowodnione w ten sposób wnioski moglibyśmy uzyskać na gruncie samej tylko teorii jakościowej. Nominalista ma więc czyste sumienie.

Field stawia radykalną tezę, że cechą niejako konstytutywną „dobrej matematyki" jest jej nietwórczość: „odkrycie, że akceptowana obecnie matematyka nie jest nietwórcza, byłoby odkryciem, że nie jest dobra" [Field 1980, 13]. Rozumiem to w ten sposób, że matematyka powinna być niejako neutralna wobec świata fizycznego, nie powinna — sama z siebie — prowadzić do żadnych nowych wniosków dotyczących rzeczywistości fizycznej.

---

[16]Na przykład odwołujemy się do postulatów dotyczących zależności liczbowych między masami kamieni, aby wykazać, iż zdania rozważane w poprzednim przypisie są równoważne (oczywiście wykazujemy to na gruncie teorii, która posługuje się matematycznym instrumentarium).

[17]Przypuśćmy, że udowodniliśmy jakąś tezę o masach kamieni posługując się np. teorią liczb wymiernych. Wiemy, że tezie tej odpowiada pewne stwierdzenie dotyczące mas wyrażone w języku czysto jakościowym. Oczywiście, w ogólnym przypadku zdanie takie będzie znacznie bardziej skomplikowane niż zdanie sformułowane z użyciem pojęć matematycznych. Zdaniu „łączna masa kamieni o masach 1/3 i 2/3 jest taka sama, jak łączna masa kamieni o masach 1/7 i 6/7" będzie odpowiadać bardzo skomplikowane zdanie dotyczące manipulacji kamieniami — ale zdanie takie da się sformułować.

Skoro więc teorie matematyczne są nietwórcze względem teorii fizycznych, nie ma znaczenia, jaką teorią matematyczną będziemy się posługiwać w naszych rozumowaniach. Bowiem jeśli tylko spełniony jest warunek nietwórczości, efekt będzie taki sam[18]. Różnice będą jedynie praktyczne — niektóre z teorii matematycznych mogą być bardzo użyteczne, inne zaś (w skrajnym wypadku) — całkowicie nieprzydatne. Jednak uzyskane wnioski jakościowe będą zawsze takie same.

Jeśli zaakceptujemy powyższy tok rozumowania, to znaczy, że akceptujemy drugi etap argumentacji Fielda: wykazaliśmy, że dodanie matematyki do (hipotetycznej) teorii jakościowej nie wnosi żadnych nowych wniosków jakościowych. Taka teza ma jednak charakter warunkowy: stwierdza, że *gdyby* istniała odpowiednia teoria czysto jakościowa T_{nom}, *to* wówczas teoria zmatematyzowana T_{klas} byłaby względem niej nietwórcza. Pozostał jeszcze pierwszy etap: skąd mamy wiedzieć, że takie teorie jakościowe w ogóle istnieją? Musimy więc jeszcze wykazać tezę, że faktycznie można sformułować odpowiednią teorię T_{nom}, będącą dobrym odpowiednikiem teorii klasycznej.

Na taką teorię musimy nałożyć kilka warunków. Pierwszy, oczywisty warunek głosi, że nie możemy tracić żadnych informacji zawartych w standardowej, klasycznej teorii. To jednak nie wystarczy — ten warunek spełnia przecież również sztucznie stworzona teoria, stanowiąca obcięcie teorii klasycznej do języka nominalistycznego[19]. Taka teoria ma całkiem sztuczny charakter i nie ma nic wspólnego z praktyką naukową. Trudno więc nazwać ją teorią metodologicznie atrakcyjną. Tworzona teoria musi mieć taką samą siłę predykcyjną

---

[18]Jaka teoria mogłaby *nie* być nietwórcza? Gdybyśmy mieli np. do czynienia z teorią mnogości z atomami (czyli obiektami, które nie są zbiorami), i w owej teorii stwierdzilibyśmy np., że istnieje dokładnie 55 obiektów niematematycznych, to oczywiście taka teoria zastosowana do opisu świata fizycznego prowadziłaby do fałszywej konsekwencji, iż istnieje dokładnie 55 przedmiotów niematematycznych. Taka teoria nie byłaby więc nietwórcza. Zasada nietwórczości ma wykluczyć tego typu sytuacje.

[19]Chodzi tu o taką teorię, która powstaje z teorii standardowej poprzez mechaniczną eliminację zdań zawierających jakiekolwiek „wrogie" terminy. Na placu boju pozostaną tylko zdania w języku jakościowym.

i eksplanacyjną, co teoria klasyczna, musi umożliwić nam zrozumienie mechanizmów, jakimi się rządzą zjawiska fizyczne. Nie możemy jej tworzyć za pomocą czysto formalnych sztuczek. Field uważa metodologiczną atrakcyjność tak tworzonych teorii za kryterium istotne. Twierdzi przy tym, że możliwe jest stworzenie takich metodologiczne akceptowalnych teorii jakościowych. Sam czyni pierwszy krok w kierunku nominalizacji fizyki, podając jakościową rekonstrukcję teorii grawitacji Newtona.

Przedstawianie szczegółów technicznych tej rekonstrukcji mija się z celem, chciałbym tutaj jedynie zaprezentować ogólną ideę. Strategię Fielda można określić mianem „strategii geometrycznej". W tworzonej jakościowej wersji mogą oczywiście występować jedynie terminy odnoszące się do obiektów fizycznych. Zarazem musimy w jakiś sposób imitować w tej teorii standardowe techniki matematyczne — tak, aby ta teoria nie straciła swojej mocy. To jednak wymaga możliwości definiowania w języku jakościowym dostatecznie bogatych struktur. Field przyjmuje tu więc założenie tzw. substantywizmu, w myśl którego punkty i obszary czasoprzestrzeni należy uznać za obiekty fizyczne (w szczególności przypisując im oddziaływanie przyczynowe). A zatem przestrzeń nie jest wyznaczona poprzez relacje przestrzenne między obiektami fizycznymi, ale sama stanowi obiekt fizyczny *per se*. Założenie to jest niezbędne przy podanej przez Fielda rekonstrukcji jakościowej wersji teorii grawitacji. Pojawia się więc bardzo bogata ontologia — tyle, że nie zakłada się w niej istnienia obiektów abstrakcyjnych, a fizyczne. Można powiedzieć żartobliwie, że usunięte z ontologii obiekty abstrakcyjne „wyłażą" w innym miejscu w przebraniu obiektów fizycznych. Zdaniem Fielda, nie stanowi to jednak problemu, gdyż stanowisko nominalistyczne odrzuca istnienie obiektów abstrakcyjnych, natomiast nie stawia żadnych ograniczeń dotyczących ilości obiektów fizycznych. Sercu nominalisty milsze jest bowiem nieskończenie wiele dodatkowych obiektów fizycznych (nawet o tak dyskusyjnym statusie ontologicznym jak obszary czasoprzestrzeni), niż chociażby jeden obiekt abstrakcyjny.

Podana przez Fielda rekonstrukcja wzorowana jest na jakościowej (nieanalitycznej) geometrii zaksjomatyzowanej przez Hilberta. W tej geometrii mamy do czynienia z dwoma terminami pierwotnymi („leżenie między” oraz „przystawanie odcinków”). Ich sens jest zadany w sposób aksjomatyczny. Z punktu widzenia interesującego nas zagadnienia ważne jest zrozumienie, w jaki sposób techniki analityczne mogą być wykorzystywane dla zdobywania wiedzy geometrycznej. Pamiętajmy bowiem, że owe dwa pierwotne predykaty geometryczne nie mają nic wspólnego z liczbami[20]. Utożsamienie punktów na płaszczyźnie z parami liczb (czy punktów w przestrzeni z trójkami liczb) jest zabiegiem, który pojawił się dopiero na pewnym etapie rozwoju geometrii. Ze szkoły wiemy doskonale, że można „legalnie” korzystać z technik analitycznych, aby dowodzić faktów geometrycznych (np. tego, że dana prosta jest styczna do danego okręgu itd). Owe techniki analityczne mogą być wykorzystywane w zwykłej, jakościowej geometrii dzięki temu, że prawdziwe są twierdzenia ustalające swoisty „izomorfizm” między modelami dla geometrii Hilberta, a przestrzenią euklidesową $\mathbb{R}^3$. Z logicznego punktu widzenia, zastosowanie tych technik przebiega według następującego schematu:

1. Przesłanki $P_1, \ldots, P_n$ „czystej geometrii” są tłumaczone na zdania „analityczne” (czyli dotyczące przestrzeni $\mathbb{R}^3$) $P_1^*, \ldots, P_n^*$[21].

2. Z przesłanek $P_1^*, \ldots, P_n^*$, w sposób analityczny wyprowadzany jest wniosek W^*[22].

---

[20] I tak naprawdę nie muszą mieć wiele wspólnego z obiektami geometrycznymi. Przypomnijmy wypowiedź Hilberta, „przy prawidłowej aksjomatyzacji geometrii powinniśmy umieć mówić o stołach, krzesłach i kuflach piwa, zamiast o obiektach geometrycznych” (punktach, prostych i płaszczyznach; por. [Shapiro 1996, 156]). Chodzi tu oczywiście o to, że sens definiowanych terminów jest zadany poprzez aksjomaty, a nie poprzez nasz intuicyjny ogląd zamierzonej interpretacji.

[21] Na przykład zdanie mówiące o tym, że pewne dwie figury (np. okrąg i prosta) przecinają się w dwóch punktach tłumaczymy na zdanie, że pewien układ równań ma dokładnie dwa rozwiązania.

[22] Na przykład dokonujemy obliczeń, z których wynika, że pewne punkty $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ wszystkie spełniają równanie prostej $y = ax + b$.

3. Wniosek W^* jest tłumaczony na zdanie W wyjściowej, „czystej geometrii”[23].

Ten schemat stosowania technik analitycznych w geometrii stanowi ilustrację mechanizmu stosowania matematyki w fizyce. Stanowi też punkt wyjścia konstrukcji Fielda. Oprócz predykatów, które występują w geometrii Hilberta, Field wprowadza kilka nowych (wyrażających np. jednoczesność zdarzeń albo predykaty uwzględniające wielkości skalarne, np. temperaturę lub potencjał pola). Owe predykaty mają nam umożliwić modelowanie (czy „imitowanie”) technik matematycznych — ale w języku jakościowym. Prawa fizyczne, które klasycznie opisywane są np. w terminach funkcji z czasoprzestrzeni w zbiór liczb rzeczywistych będą tutaj modelowane w inny sposób. Zamiast równań różniczkowych będziemy mieli do czynienia z ich odpowiednikami — zdefiniowanymi w terminach czysto jakościowych.

Field w swojej pracy krok po kroku wprowadza kolejne pojęcia, niejako „imitując” w języku czysto jakościowym fakty, których standardowe sformułowanie angażuje pojęcia matematyczne. W żmudny sposób definiuje zdania wyrażające proporcje między długościami odcinków, proporcje między wielkościami skalarnymi (ściśle: między różnicami w tych wielkościach); dalej definiuje zdanie porównujące iloczyny długości dwóch odcinków, następnie definiuje ułamki. Kolejny krok to „imitacja” pojęcia pochodnej, pochodnej cząstkowej, aż do operatorów różniczkowych. Ukoronowaniem tej żmudnej procedury jest podanie jakościowej wersji równania pola grawitacyjnego[24].

Ostatecznie więc Field twierdzi, że można podać jakościowe wersje teorii grawitacji, zaś zastosowanie w niej matematyki ma —

[23]Na przykład stwierdzamy, że wszystkie punkty, o których mowa w poprzednim przypisie są współliniowe.

Posługuję się tutaj terminami „czysta geometria” „analityczne” w swobodny sposób. Chodzi o to, że „czysta geometria” dotyczy punktów, prostych, płaszczyzn, wielościanów itd. W języku geometrii analitycznej mówimy zaś o parach (ew. trójkach, czwórkach itd.) liczb rzeczywistych.

[24]W tym omówieniu pomijam wszelkie szczegóły techniczne: prezentacja byłaby zbyt żmudna, zaś zainteresowany nimi Czytelnik ostatecznie i tak musiałby sięgnąć do prac Fielda i komentarzy...

w świetle tezy o jej nietwórczości — jedynie ułatwić pracę, nie wnosząc nic zasadniczo nowego.

Reasumując: fikcjonalistyczna strategia Fielda opiera się na stwierdzeniu, że matematyka jest nietwórcza względem fizyki. Dzięki temu mamy do dyspozycji warunkowy argument: *jeśli* istnieją teoretycznie atrakcyjne sformułowania teorii jakościowych, *to* można uznać, że matematyka pełni jedynie funkcję użytecznego, ale — co do zasady — zbędnego narzędzia. Field podaje taką nominalistyczną wersję jednej z teorii fizycznych — zamiast zdań o relacjach między obiektami fizycznymi i matematycznymi, teoria ta zawiera wyłącznie zdania sformułowane w języku jakościowym. Aby dokonać takiej nominalizacji, Field odwołuje się do substantywistycznej koncepcji czasoprzestrzeni, traktując punkty i obszary czasoprzestrzeni jak obiekty fizyczne. Możemy więc mówić o swoistej „strategii geometrycznej", za pomocą której Field stara się obalić jedną z przesłanek argumentu z niezbędności.

Jak łatwo się domyślić, koncepcja Fielda wzbudziła silne kontrowersje i stała się przedmiotem zmasowanej krytyki. Można powiedzieć, że do koncepcji Fielda odnoszą się wszyscy autorzy alternatywnych koncepcji antyrealistycznych — no i oczywiście realiści, broniący argumentu z niezbędności[25].

2. BALAGUER: MATEMATYKA JAKO NIEZBĘDNA FIKCJA

Field uważa matematykę za użyteczną z punktu widzenia badań naukowych, ale zasadniczo zbędną fikcję. Tez Fielda broni — a nawet je wzmacnia — Balaguer[26]. Stawia przy tym tezy znacznie silniejsze od tez Fielda. Zdaniem Balaguera, nawet jeśli nie jest możliwe przeprowadzenie programu Fielda nominalizacji fizyki, to mimo to możliwe jest uzasadnienie stanowiska fikcjonalistycznego. Swoje analizy rozpoczyna od postawienia tezy, że — wbrew często żywionemu przekonaniu — stanowisko realistyczne bynajmniej nie oferuje przeko-

[25] Odpowiedzi na niektóre z zarzutów Field zebrał w pracy [Field 1989].

[26] Główna praca to [Balaguer 1998].

nującego wyjaśnienia zjawiska stosowalności matematyki w fizyce[27]. Balaguer twierdzi bowiem, że samo przyjęcie stanowiska realistycznego nie wyjaśnia, *dlaczego* matematyka jest stosowalna, jakie są zależności między przedmiotem opisu teorii matematycznych i teorii fizycznych. Zdaniem Balaguera, stanowi to podstawową trudność stanowiska platonistycznego, które przyjmuje tezę, że nie ma związków przyczynowych między światem obiektów matematycznych i światem obiektów fizycznych. Zasadę tę będę oznaczał dalej za Balaguerem przez PCI (od *Principle of Causal Isolation*).

Balaguer uważa, że jeśli przyjmiemy zasadę PCI, to nie powinniśmy odwoływać się do argumentu z niezbędności Quine'a. Balaguer twierdzi bowiem, że jeśli uznamy, iż nie jest możliwe opisanie świata fizycznego bez korzystania z pojęć matematycznych (które odnoszą się do obiektów matematycznych), to powinniśmy uznać, że zachodzą związki przyczynowe między obiektami matematycznymi i fizycznymi — a to jest właśnie wykluczone przez zasadę PCI. Sam argument z niezbędności Quine'a uważa za sprzeczny z naszymi intuicjami — gdyż sprzeczne z nimi jest twierdzenie, iż mamy prawo wierzyć w teorie fizyczne *dopiero* przy założeniu, że istnieją nieoddziałujące przyczynowo obiekty matematyczne.

Należy podkreślić, że Balaguer nie jest naukowym instrumentalistą. Przyjęcie stanowiska instrumentalistycznego nakłada na nas obowiązek wyjaśnienia, jak matematyczne fikcje są użyteczne w fizycznych fikcjach[28]. Celem Balaguera jest jednak podanie fikcjonalistycznego wyjaśnienia roli matematyki *w ramach* takiej wersji naukowego realizmu, w której przyjmujemy istnienie obiektów teoretycznych, ale odrzucamy istnienie obiektów matematycznych. Nie będzie to więc oczywiście realizm typu Quine'a, w ramach którego przyjmujemy —

[27]Balaguer odrzuca więc tezę, w myśl której zjawisko stosowalności matematyki w fizyce może zostać wyjaśnione w ramach stanowiska realistycznego, poprzez postulowanie jakichś odpowiedniości, „izomorfizmu" (w bardzo luźnym sensie tego słowa) między strukturami matematycznymi i fizycznymi.

[28]Przytoczę żartobliwy przykład Balaguera: przypomina to sytuację miłośnika filmów akcji, któremu znajomość „Rambo II" pozwala na zrozumienie akcji „Rambo III".

na podstawie kwantyfikatorowego kryterium istnienia — pełną ontologię teorii (obejmującą zarówno obiekty matematyczne, jak i fizyczne).

Balaguer wychodzi od tezy, w myśl której teorie matematyczne dostarczają jedynie aparatu pojęciowego, w ramach którego formułowane są teorie opisujące zjawiska fizyczne — i do tego sprowadza się rola matematyki w nauce (zasadę tę określa skrótem APP)[29]. Zauważa, że w niektórych przypadkach w dość oczywisty sposób możemy pozbyć się technik matematycznych (mówiąc inaczej: to, co wyrażamy w języku zmatematyzowanym możemy też wyrazić w języku bez terminów matematycznych). Dzieje się tak na pewno w przypadku tzw. reprezentacjonistycznych zastosowań matematyki. Balaguer ma na myśli sytuacje, z jakimi mamy do czynienia wówczas, gdy pojęcia matematyczne służą *wyłącznie* do reprezentowania pewnych faktów, które można byłoby skądinąd wyrazić inaczej. Jeśli np. możliwe stany temperatury reprezentujemy za pomocą odpowiednich liczb rzeczywistych, albo np. relacje między członkami pewnej grupy społecznej za pomocą grafu, czyjeś preferencje za pomocą odpowiedniego zbioru częściowo uporządkowanego itd. — to we wszystkich tych przypadkach mamy do czynienia z podobieństwem pomiędzy pewnym układem fizycznym, a pewną strukturą matematyczną. Ta struktura jedynie modeluje pewne cechy układu fizycznego, które można byłoby skądinąd wyrazić w języku czysto jakościowym (posługując się np. strategią *a la* Field)[30]. Gdyby wszystkie zastosowania matematyki miały taki właśnie czysto reprezentacjonistyczny charakter, to nominalista miałby łatwe zadanie — wystarczyłoby mu bowiem stwierdzenie, że to, o czym mówimy

---

[29]Balaguer podkreśla więc, że prawdziwość pewnych zdań matematycznych (można powiedzieć: fakty matematyczne) nie ma znaczenia dla samego *funkcjonowania* świata, ale jedynie dla tworzonych przez nas opisów i naszej umiejętności rozumienia świata.

[30]Podajmy bardzo prosty przykład: zdanie „$m(A) + m(B) = m(C)$” (gdzie $m(x)$ = masa przedmiotu x) jest matematyczną reprezentacją pewnej zależności, którą w języku czysto jakościowym można wyrazić jako zdanie „jeśli przedmioty A oraz B położymy na jednej szali wagi, zaś przedmiot C na drugiej, to waga będzie w równowadze”.

używając pojęć matematycznych daje się wyrazić w języku jakościowym.

Balaguer jednak nie idzie tą drogą. Zakłada bowiem, że niektóre zastosowania matematyki mają inny charakter, i że są niezbędne w nauce. Tu widoczna jest wyraźna różnica w stosunku do stanowiska Fielda. Balaguer twierdzi bowiem, że zasada APP obowiązuje także dla tych nieeliminowalnych zastosowań matematyki, które nie mają czysto reprezentacjonistycznego charakteru. Musimy wyjaśnić więc status takich zastosowań — jak są możliwe, skoro matematyka jest pozbawiona pozajęzykowego odniesienia.

Problem ten Balaguer rozważa na przykładzie mechaniki kwantowej i teorii przestrzeni Hilberta. Teoria ta (zdaniem Balaguera) wprawdzie jedynie dostarcza aparatu pojęciowego, jednak nie da się jej wyeliminować z opisu układów kwantowych. Ta nieeliminowalność nie ma jednak znaczenia. W przypadku zastosowań reprezentacjonistycznych znamy bowiem alternatywne sposoby opisu, w przypadku innych zastosowań — możemy tych alternatywnych zastosowań nie znać. Jednak zasada APP obowiązuje niezależnie od tego, że nie mówi nam nic na temat *sposobu* wykorzystania matematyki w naukach przyrodniczych. Nie podważa jej to, że nie wiemy *jak* wyeliminować matematykę — znaczenia nie ma nawet to, *czy* w ogóle matematyka może zostać wyeliminowana [Balaguer 1998, 139].

Dlaczego jednak mielibyśmy przyjąć tezę APP w odniesieniu do mechaniki kwantowej? Sposób, w jaki teoria przestrzeni Hilberta „splata się" z mechaniką kwantową zdecydowanie nie ma reprezentacjonistycznego charakteru[31]. Nie ma więc żadnej możliwości, aby dokonać eliminacji teorii przestrzeni Hilberta z mechaniki kwantowej w takim samym stylu, jak stara się to zrobić Field z teorią liczb

[31]W tym sensie, że nie można powiedzieć, że za pomocą teorii przestrzeni Hilberta reprezentujemy jakieś fakty wyrażalne w inny sposób. Tu *nie ma* innego sposobu wyrażenia tych samych faktów. Sytuacja jest więc zupełnie inna niż w przypadku podawanych wcześniej prostych przykładów dotyczących liczbowej reprezentacji mas, czy arytmetycznego reprezentowania faktów dotyczących liczenia jabłek. Takie zastosowania matematyki mogą w prosty sposób zostać wyeliminowane. Inaczej jest z mechaniką kwantową i teorią przestrzeni Hilberta.

rzeczywistych w teorii grawitacji. Balaguer stara się jednak uzasadnić tezę, że wprawdzie matematyka jest nieeliminowalna z mechaniki kwantowej, ale można w jawny sposób pokazać, na czym polega zastosowanie teorii przestrzeni Hilberta do opisu zjawisk kwantowych — i że teoria ta wkracza do mechaniki kwantowej w pewnym sensie z zewnątrz[32]. Argumentacja Balaguera tutaj wyraźnie różni się od argumentacji Fielda. Field twierdzi bowiem, że konieczne (ale i możliwe!) jest pokazanie, iż istnieją czysto jakościowe wersje teorii fizycznych (w stosunku, do których matematyka pełni funkcję użytecznego, ale eliminowanego narzędzia). Zdaniem Balaguera, nawet jeśli rekonstrukcja nie jest możliwa, a matematyka jest *faktycznie niezbędna*, to nie podważa to zasadniczej tezy APP.

Matematyka umożliwia więc sformułowanie w wygodny sposób teoretycznego opisu pewnych faktów fizycznych. Są to jednak *fakty fizyczne* którym został nadany *matematyczny opis*. Zdaniem Balaguera, to bynajmniej nie uprawnia nas do przyjęcia tezy, że oprócz opisywanego świata fizycznego istnieje jakaś „matematyczna składowa": „cały matematyczny bagaż [...] służy jedynie dostarczeniu wygodnej i precyzyjnej metody opisywania czysto nominalistycznych faktów dotyczących świata kwantowego" [Balaguer 1996, 300–301]. Sam sposób prezentacji nie powinien być jednak mylony z jej treścią.

Balaguer wprowadza więc pojęcie „nominalistycznej treści" (*nominalistic content*) mechaniki kwantowej. Jak „wyekstrahować" tę nominalistyczną treść ze zwykłej teorii (tj. sformułowanej w języku klasycznej, zmatematyzowanej fizyki)? Balaguer rozważa przykład pewnej relacji, która nie ma charakteru kauzalnego, pomiędzy obiektem matematycznym m i obiektem fizycznym p (oznaczmy ją przez $R(p,m)$)[33]. Chodzi więc o fakt fizyczno-matematyczny; wykracza on poza fakty dotyczące tylko obiektów fizycznych. Można jednak mówić o pewnej czysto nominalistycznej treści tego, że zachodzi relacja $R(p,m)$.

[32]Balaguer podaje propozycję takiej rekonstrukcji. Pomijam ją tutaj ze względu na popularny charakter niniejszej publikacji.

[33]Przykładem może być np. relacja między liczbą 5, a palcami mojej prawej dłoni, albo relacje między pewną funkcją, a moim ciśnieniem krwi na przestrzeni doby itd.

Balaguer charakteryzuje tę treść jako: „p holds up its end of the $R(p,m)$ bargain" (w swobodnym tłumaczeniu: „obiekt p robi to, co do niego należy, aby uprawdziwić $R(p,m)$") [Balaguer 1996, 302]. W innym miejscu Balaguer pisze, że obiekt p jedynie odgrywa *swoją* rolę w uprawdziwieniu zdania $R(p,m)$ („it does its part in making [...] true" [Balaguer 1998, 133]). To jednak stanowi jego czysto fizyczną własność. Idąc tym tropem, Balaguer twierdzi dalej, że łatwo wyrazić całą nominalistyczną treść mechaniki kwantowej, po prostu jako: świat fizyczny *holds up its end of the QM bargain* (w swobodnym tłumaczeniu można powiedzieć „świat fizyczny spełnia swoją rolę w uprawdziwieniu mechaniki kwantowej"). Jednak takie stwierdzenie nie implikuje żadnych zobowiązań do uznania istnienia obiektów matematycznych. Wyraża ono jedynie to, co mechanika kwantowa mówi na temat świata fizycznego. Można powiedzieć, że mechanika kwantowa mówi nam, że gdyby faktycznie istniały przestrzenie Hilberta, to świat fizyczny byłby z nimi w takich to a takich relacjach. Wykorzystanie teorii przestrzeni Hilberta w opisie zjawisk kwantowych ma jednak jedynie charakter heurystyczny, teoria ta pełni role narzędzia, które jest skuteczne, o ile umożliwi nam opis zjawisk kwantowych. Można mówić o zjawiskach kwantowych używając języka przestrzeni Hilberta, traktując je jako fikcje — zupełnie niezależnie od tego, czy przestrzenie Hilberta faktycznie istnieją, czy nie[34].

Stanowisko Balaguera można przedstawić skrótowo w formie dwóch tez:

[34] Balaguer ilustruje swoje rozważania przykładem wykładowcy i studenta fizyki kwantowej. Student w pewnym momencie stwierdza, że wprawdzie rozumie cały tok wywodu, ale nie jest w stanie zaakceptować mechaniki kwantowej ponieważ jest nominalistą i nie wierzy w istnienie przedmiotów abstrakcyjnych (w szczególności przestrzeni Hilberta). Wykładowca odpowiada wówczas: „Układy kwantowe zachowują się w określony sposób niezależnie od tego, czy przestrzenie Hilberta istnieją, czy nie. *One się po prostu tak zachowują!* A zatem prawdą jest to, co mechanika kwantowa mówi o świecie *fizycznym*". Mówiąc językiem Balaguera, nominalistyczna treść mechaniki kwantowej jest prawdziwa i opisuje świat fizyczny — ale obowiązuje zasada PCI, zaś przestrzenie Hilberta pełnią jedynie rolę narzędzia opisu zjawisk kwantowych [Balaguer 1998, 141–142].

(1) Nauki empiryczne mają pewną czysto nominalistyczną treść, którą stanowi zawarty w nich obraz świata fizycznego.

(2) Można zasadnie twierdzić, że nominalistyczna treść nauk empirycznych jest prawdziwa, natomiast platonistyczna treść jest fałszywa [Balaguer 1998, 131].

Nadal jednak do wyjaśnienia pozostaje podstawowy problem fikcjonalizmu: w jaki sposób fikcyjna opowieść (mająca status bajki o krasnoludkach) może dostarczać dobrego aparatu pojęciowego naukom empirycznym? Dlaczego mechanika kwantowa przekazuje nam prawdziwy obraz świata fizycznego, pomimo iż mówi również o nieistniejących obiektach[35]? Co więcej: skoro matematyka jest wyróżniona jako narzędzie opisu świata fizycznego, to czy wolno nam twierdzić, że jest to jedynie użyteczna fikcja? Balaguer odpowiada w najprostszy sposób: ten zarzut jest całkowicie chybiony, matematyka nie jest bynajmniej wyróżniona w jakimkolwiek szczególnym sensie. W zasadzie dowolna fikcja mogłaby zostać wykorzystana w formie aparatu teoretycznego służącego do opisu pewnej sytuacji — gdyby tylko było to wygodne.

Balaguer odwołuje się do analogii *Folwarku Zwierzęcego* Orwella, który mógłby zostać użyty w charakterze aparatury pojęciowej służącej do opisu sytuacji w Związku Radzieckim. Z faktu, że użyjemy takiej aparatury w celu opisu tej sytuacji nie wynika oczywiście bynajmniej, że istnieją postacie z *Folwarku Zwierzęcego*. Nasuwa się dość oczywisty zarzut, iż analogia ta jest błędna, bo matematyka jest niezbędna w fizyce, zaś aparatura pojęciowa *Folwarku Zwierzęcego* nie jest bynajmniej konieczna do opisu Związku Radzieckiego. Jednak zdaniem Balaguera ten zarzut nie jest znaczący, bo fundamentalne dla jego

[35]Przypuśćmy, że konstruujemy teorię ekonomiczną, w której oprócz zwykłych terminów pojawiają się Wirusy Paniki Rynkowej oraz Demon Złych Kredytów (oczywiście nazwy byłyby bardziej poważne). Jak uzasadnić tezę, że taka teoria może przekazywać *prawdziwą* wiedzę o zjawiskach ekonomicznych, i że przekazuje ona treść ekonomiczną, która jest niewyrażalna w inny sposób?

koncepcji tezy (APP) i (PCI)[36] wcale nie głoszą zbędności technik matematycznych. Może być tak, że ich zastosowanie — jako technik heurystycznych — faktycznie jest niezbędne. Nawet jeśli jesteśmy w stanie uprawiać fizykę tylko i wyłącznie posługując się językiem matematyki nie świadczy to o istnieniu obiektów matematycznych, ale jedynie o naszych poznawczych ograniczeniach[37]. Sam problem zbędności *versus* niezbędności matematyki w teoriach empirycznych nie jest tu więc istotny. Pojawiająca się w teoriach naukowych dodatkowa, platonistyczna treść jest artefaktem, zjawia się tam tylko ze względu na wybór takiego, a nie innego języka. Takie stanowisko — zdaniem Balaguera — jest znacznie bardziej zgodnie z intuicjami, niż stanowisko Quine'a, zgodnie z którym musimy przyjąć istnienie obiektów abstrakcyjnych, aby wolno nam było uwierzyć w to, że świat fizyczny jest faktycznie taki jak go przedstawiają nauki empiryczne. Konkluduje więc, że tezy fikcjonalizmu są przynajmniej tak wiarygodne jak tezy realizmu Quine'a [Balaguer 1998, 136–137].

W swych rozważaniach Balaguer odwołuje się do pewnej metafory: porównuje matematykę do płótna, na którym jest namalowany pewien obraz. Obrazem tym jest nominalistyczna treść teorii. Płótno jest wprawdzie konieczne dla namalowania obrazu, jednak nie sądzimy przecież z tego powodu, że to właśnie płótno przedstawia rzeczywistość, i że czemukolwiek w rzeczywistości odpowiada.

3. UWAGI KOŃCOWE

Czy fikcjonalistyczna wizja matematyki jest przekonująca? Osobiście widzę więcej słabości niż zalet takich koncepcji, jednak pomysł

---

[36]Przypomnijmy: tezy te głoszą, że matematyka jedynie dostarcza aparatury pojęciowej dla nauk empirycznych, oraz że obiekty matematyczne są kauzalnie izolowane.

[37]Gdyby nawet historycy (twierdzi Balaguer) nie byli w stanie opisać Związku Radzieckiego inaczej, niż tylko poprzez korzystanie z terminologii *Folwarku Zwierzęcego*, to przecież trudno ten fakt uznać za argument na rzecz istnienia postaci z *Folwarku*. Dowodziłoby to tylko ograniczeń owych historyków. Podobne rozumowanie można więc (tak przynajmniej rozumiem cel odwołania się do tej analogii) przeprowadzić w odniesieniu do zastosowań matematyki w fizyce.

należy z pewnością uznać za intrygujący. Czytelnika zachęcam do podjęcia własnych badań w tej dziedzinie.

BIBLIOGRAFIA

Balaguer M.

[1996] „A Fictionalist Account of the Indispensable Applications of Mathematics”, *Philosophical Studies*, 83, 291–314.

[1998] *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*, Oxford University Press, New York, Oxford.

Chihara C.

[1990] *Constructibility and Mathematical Existence*, Clarendon Press, Oxford.

Field H.

[1980] *Science Without Numbers*, Oxford, Basil Blackwell.

[1989] *Realism, Mathematics and Modality*, Blackwell, Oxford, Cambridge.

Hellman G.

[1989] *Mathematics Without Numbers*, Oxford: Clarendon Press.

Penrose R.

[1983] „Geometria wszechświata”, [w:] *Matematyka współczesna. Dwanaście esejów*, L.A. Steen (red.), Warszawa, WNT, 98–141.

Wójtowicz K.

[2003] *Spór o istnienie w matematyce*, Wydawnictwo Naukowe Semper, Warszawa, 506.

[2008] „Antyrealistyczna ucieczka w sferę możliwości”, *Zagadnienia Filozoficzne w Nauce*, 42, 15–27.

SUMMARY

MATHEMATICS — A SCIENCE ABOUT FICTIONS...?

According to mathematical realism, mathematics describes an abstract realm of mathematical entities, and mathematical theorems are true in the classical sense of this term. In particular, mathematical realism is claimed to be the best theoretical explanation of the applicability of mathematics in science. According to Quine's indispensability argument, applicability is the best argument available in favor of mathematical realism. However, Quine's point of view has been questioned several times by the adherents of antirealism.

According to Field, it is possible to show, that — in principle — mathematics is dispensable, and that so called synthetic versions of empirical theories are available. In his Science Without Numbers Field follows the "geometric strategy" — his aim is to reconstruct standard mathematical techniques in a suitable language, acceptable from the point of view of the nominalist. In the first part of the article, I briefly present Field's strategy. The second part is devoted to Balaguer's fictionalism, according to which mathematics is indispensable in science, but nevertheless can be considered to be a merely useful fiction.