Leszek M. Sokołowski

Co nowego w filozoficznym problemie matematyczności przyrody?

Zagadnienia Filozoficzne w Nauce nr 58 [Numer specjalny: filozofia matematyki], 63-88

2015

Co nowego w filozoficznym problemie matematyczności przyrody?

Leszek M. Sokołowski
Obserwatorium Astronomiczne Uniwersytetu Jagiellońskiego
Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych

What is new in the philosophical problem of why the material world has mathematical structure?

Abstract

Actually the problem of the mathematical nature of the world is a purely philosophical one, although it lies at the very foundations of physics and mathematics (and thus is very interesting for scientists) and as such it is extremely difficult to solve; in consequence any progress in the field is slow and for many it is unconvincing. In view of that I endeavour to give a more precise meaning to the statement that the structure of the material world is determined by an independent world, that of mathematical notions. The nature of the relationship between these two worlds is a great riddle and the core of this riddle is surrounded by a dense cloud of other philosophical riddles which are closely related to it, though (it seems at present) they are independent of it. I successively peel off these

surrounding problems in order to get to the very core of „the mathematicality of the matter".

First I argue that physics cannot establish whether the matter might not be subject to mathematical laws of nature, then I discuss two conceptions of the nature of the physical law, the dualistic and monistic one. It seems that independently of which conception is true, none of these helps to solve the problem. In conjunction with the famous Wigner's article of 1960 on unreasonable effectiveness of mathematics in natural sciences I indicate that the problem concerns solely the inanimate matter and does not apply to living organisms. As a next inevitable step I discuss the view of mathematics as intellectual inquiries independent of the physical world, which nonetheless perfectly fit this world; in particular I briefly present the Einstein's conception of forming physical laws. Finally I make comments on the problem which unavoidably appears in this context, namely of whether mathematical notions are discovered or freely created; I indicate (following A. Pelczar and others) that these two concepts do not exclude each other.

After this journey through a collection of problems closely accompanying that of „the mathematicality of the matter" it turns out that we come back to the starting point and we are helplessly facing the Mystery.

Key words

mathematical nature of the matter, nature of the physical law, philosophy of mathematics.

1

Tytuł jest nieco mylący[1], bowiem sugeruje, że ostatnio pojawiło się coś istotnie nowego w tym problemie. W rzeczywistości postęp jest niewielki i aby zmniejszyć tę zwodniczość zaznaczyłem w tytule, iż problem jest filozoficzny. Dla czytelnika znającego myśl Leszka Kołakowskiego jest to sygnał czytelny. Filozof ten bowiem wielokrotnie powtarzał, iż żaden z wielkich problemów filozoficznych (najczęściej wywodzących się ze starożytnej Grecji) nie został dotąd zadowalająco rozwiązany i nic nie wskazuje, by w przyszłości miało się to zmienić. Zagadka matematyczności przyrody zapewne nie jest aż tak wielkim problemem jak te, które Kołakowski miał na myśli, ale dla części przyrodników, zwłaszcza sporej grupy fizyków, jest to problem doniosły. Patrzę na niego oczami fizyka i sądzę, że warto go dyskutować, chociaż bez wiary, iż zbliżymy się do jego rozwiązania. Moim zamiarem jest wprowadzenie pewnego porządku do chaosu pytań otaczających ten problem.

Zacząć należy od tego, że fizyka nie jest w stanie odpowiedzieć na pytanie, *dlaczego przyroda jest matematyczna?* Matematyczność przyrody jest hipotezą roboczą, z jaką fizycy przy-

[1] Niniejszy artykuł wykorzystuje w znacznym stopniu mój wcześniejszy tekst *Parę uwag o matematyczności przyrody*, który ukazał się w pierwszym tomie serii *Archai. Filozofia a nauka* zatytułowanym *Nauka w filozofii. Oblicza obecności* pod redakcją S. Butryna, M. Czarnockiej, W. Ługowskiego i A. Michalskiej, Wydawnictwo IFIS PAN, Warszawa 2011. Dziękuję prof. Małgorzacie Czarnockiej za zgodę na skorzystanie z tamtejszego artykułu.

stępują do badania materii i hipoteza, że materię należy badać połączeniem metody empirycznej (eksperymentu) i matematycznego opisu przebiegu zjawisk jest w istocie tym, co odróżnia fizykę od pozostałych nauk zajmujących się światem nieożywionym, takich jak chemia czy geologia. Jest to hipoteza robocza, a nie założenie wstępne. Hipoteza robocza nie ma własnego uzasadnienia *a priori* i trzeba ją sprawdzić prowadząc według niej badania. Hipoteza matematyczności przyrody okazała się niezwykle trafna i dzięki niej fizyka odniosła oszałamiający sukces. Najwięksi fizycy, Galileusz, Newton, Einstein, Dirac, kolejno stwierdzali, że matematyka jest sposobem myślenia o przyrodzie. Zawsze podkreślali, że jest to hipoteza wyjściowa, która następnie była wspaniale przez nich potwierdzana. Fizyk przed tę hipotezę cofnąć się nie może. Według fizyka pytanie *czy świat mógłby być niematematyczny?* jest bez sensu. Gdyby przyroda była niematematyczna, to znanej nam fizyki na pewno nie byłoby. Jaki byłby taki świat? Przed laty Heidegger zadziwiał niemieckich mieszczan rozmyślaniami „dlaczego istnieje świat, a nie nicość?". Fizyka nie ma aparatu poznawczego, by ustalić, czy przyroda mogłaby być niematematyczna i jaka byłaby wtedy; tu można tylko swobodnie dywagować, pilnując się, by nie bałamucić słuchaczy. Często pojawia się wyobrażenie, iż niematematyczny świat byłby czymś na kształt marzeń sennych. Jako fizyk mam na ten temat odmienną hipotezę. Aby cokolwiek dostrzec, muszę wejść w oddziaływanie moimi receptorami z tym czymś, a oddziaływanie jest możliwe dzięki temu, że receptory i ten obiekt podlegają tym samym prawom.

Coś, co niczym nie oddziałuje, nie istnieje dla świata. Świat bez ścisłych praw, bez oddziaływań, nie istnieje. Nie wdając się w próżne rozważania, czy „nie istnieć" oznacza „nie istnieć dla innych", czy też „nie istnieć dla samego siebie" i jaka jest między nimi różnica, powiem krótko: dla przyrody brak matematycznych praw, którym podlega, oznacza przemianę jej nie w marzenie senne, lecz w nicość. Jednak – stwierdzam to wyraźnie – jest to tylko niesprawdzalna hipoteza.

Tak czy owak, sukces fizyki i opartej na niej techniki jasno mówi, że matematyczność jest konstytutywną cechą materii. I jest to prawda obiektywna, zupełnie niezależna od nas i naszego istnienia; to nie jest coś, co fizycy wmówili w przyrodę, a przede wszystkim w innych ludzi. Modna w niektórych naukach społecznych teza, iż „prawda obiektywna nie istnieje, są tylko różne punkty widzenia" jest być może prawdziwa (czy aby sama siebie nie unicestwia?) w tych naukach, do przyrody nie stosuje się.

Dlaczego zatem matematyczność przyrody jest zagadką, która zadziwiała największe umysły? Można przecież powiedzieć, że matematyczność identyfikuje materię, czyli odróżnia ją od tworów niematerialnych – idei – które na ogół od matematyki są niezależne. Obrazowo (i nieściśle) można to ująć tak, że matematyka jest dla materii tym, czym pióra dla ptaków. Jest tu jednak istotna różnica. Pióra jednoznacznie charakteryzują ptaki (pomijam tu kopalne gady, przodków ptaków), lecz o piórach dowiedzieliśmy się patrząc na ptaki, to nie był niezależny od nich wytwór ludzkiego umysłu. Natomiast matematyka i przyroda zdają się istnieć niezależnie, matematycy nie są przyrodnikami. Według Rogera Penrose'a istnieją trzy światy, które nazywa 3 M, tworzące trójkąt wzajemnych oddziaływań i powiązań,

$$\begin{array}{ccc} \text{Mind} & \longleftrightarrow & \text{Mathematics} \\ \searrow\!\!\nwarrow & & \nearrow\!\!\swarrow \\ & \text{Matter} & \end{array}$$

Pewien fragment matematyki (będę o tym mówić dalej) jest systemem pojęciowym fizyki, czyli stanowi strukturę praw fizyki, które z kolei są abstrakcyjnym i nieskończenie skondensowanym opisem zjawisk fizycznych, a jednocześnie określa nasz sposób myślenia i jest wytworem naszego umysłu. Jaka jest faktyczna relacja sprawcza matematyki do materii i na odwrót? Inaczej mówiąc, *czym właściwie jest prawo fizyki, jaki jest jego status ontyczny?*

2

Wydaje się, że możliwe odpowiedzi na pytanie o istotę prawa fizyki mają charakter dychotomiczny.

I. Dualizm

Jest to wersja matematycznego platonizmu. Prawa fizyki znajdują się w świecie matematyki, stanowią jego część, są względem materii nadrzędne i logicznie pierwotne. Prawa fizyki rządzą nie tylko istniejącym światem materialnym; one sprawiły, że Wszechświat wyłonił się z pierwotnej osobliwości (Wielki Wybuch), która jest poza zasięgiem naukowego poznania. Jeżeli Wszechświat miał nie tylko początek, lecz jak wynika z pewnych teorii będzie mieć też koniec (Wielki Kres), to w osobliwości końcowej zniknie materia, czas i przestrzeń, pozostaną natomiast prawa fizyki pozbawione desygnatu. Taką koncepcję prawa fizyki zdaje się sugerować (zdaniem niektórych fizyków) ogólna teoria względności, która zakwestionowała dogmat przedrelatywistycznej fizyki o wieczności materii i całego świata. Rzeczywiście, jeżeli osobliwości czasoprzestrzeni, w których załamuje się całość poznania naukowego, są rzeczywistością, a nie wadą i artefaktem teorii Einsteina, to bez założenia logicznej pierwotności praw fizyki względem materii trudno jest wyjaśnić, jak regularny świat mógł wyłonić się z osobliwości. Często przywoływana w tym kontekście teoria kwantowej grawitacji jest wciąż w stadium zalążkowym i nic na ten temat powiedzieć nie może.

Dualistyczna koncepcja praw fizyki napotyka jednak zasadniczą trudność: skoro prawa fizyki są zewnętrzne względem materii, to nie wiadomo, jak one sterują materią i jak materia potrafi się im podporządkować.

Trudność tę najlepiej ilustruje następujący przykład. Niemal każdy studiujący fizykę stwierdza, że pojęciowo trudna jest mechanika kwantowa i szczególna teoria względności (wbrew obiegowym wyobrażeniom ktoś, kto zrozumiał tę ostatnią, nie ma większych kłopotów ze zrozumieniem ogólnej teorii względności), a potem przychodzi ich synteza, relatywistyczna mechanika kwantowa. Zwłaszcza teoria elektronu Diraca przez wiele dziesięcioleci uchodziła za najtrudniejszą teorię fizyki. Jako student uczestniczyłem w zjeździe naukowych kół studentów fizyki i starszy kolega zadał w swoim referacie zasadne pytanie: „jeżeli ja będąc fizykiem, mam trudności ze zrozumieniem treści fizycznej relatywistycznego równania Diraca dla elektronu, to jak durny elektron daje sobie z tym radę?". Ta kwestia nurtowała i nadal nurtuje wielu fizyków; pytanie to widziałem sformułowane w artykule pewnego Amerykanina kilkanaście lat temu.

II. Monizm

Prawa fizyki są istotnie różne od praw jurydycznych, które nakładane są na jednostkę ludzką i społeczeństwo w sposób częściowo arbitralny, podlegają więc dużym zmianom. Przysłowiowy Robinson Crusoe żyje na bezludnej wyspie wolny od praw jednostkowych i społecznych. Od praw fizyki uwolnić się nie można. Prawa fizyki nie są nakładane na materię z zewnątrz – one stanowią jej inherentną konstytutywną cechę. Nie istnieje „goły" elektron, który jest następnie ubierany w prawa fizyki. Elektron to cząstka materii, która ze swej istoty podlega prawom fizyki, znanym i nieznanym, które go definiują na równi z charakterystykami liczbowymi: masą, ładunkiem i spinem. Ostrożniejsze sformułowanie tej koncepcji głosi, iż rozwiązania równań fizyki są „wdrukowane" w elektron i inne składniki materii. Luźnej analogii dostarczają ptaki. Niektóre ich gatunki zadziwiają nas misterną konstrukcją gniazd. Ptaki nie uczą się tego od rodziców. Gdy wykluwają się z jajek, gniazdo jest już gotowe, a w następnym roku same budują takie; ta umiejętność jest wdrukowana w ich mózgi i biologicznie dziedziczona. My uczymy się (z wysiłkiem) równania Diraca, natomiast elektron, będąc materialnym przedmiotem tego równania, ma je wbudowane w siebie i bez niego byłby czymś zupełnie innym. Nie musi się uczyć jego rozwiązań i jak się według nich poruszać, bo one tkwią w nim.

Prawa fizyki nie istnieją jako samodzielne byty gdzieś poza materią – to my je wymyślamy, by skompresować w skończonym ciągu znaków opis wszystkich zjawisk fizycznych, który łącznie ma nieskończoną długość. Innymi słowy istnieją tylko zbiory rozwiązań równań Diraca, Maxwella, Newtona, Einsteina i innych, wcielone w materię, które my odczytujemy z ruchów materii. Empirycznie istnieją te rozwiązania, bo je widzimy w eksperymentach; prawa fizyki są abstrakcyjnym ekstraktem z tych obserwacji. W porównaniu z dualizmem ontyczny status praw fizyki jest niższy, one nie są niezależnymi bytami, tym niemniej są realne. Istnieje wzajemnie jednoznaczne przyporządkowanie pomiędzy równaniem różniczkowym i pełnym zbiorem jego rozwiązań, jeżeli więc empirycznie ustalimy dostatecznie dużo rozwiązań opisujących ruch określonej formy materii (np. ładunków elektrycznych), to z dużą wiarygodnością odtworzymy odpowiadające im równanie (np. równania Maxwella).

Monizm zawiera mniej nieweryfikowalnych hipotez, wprowadza mniejszą liczbę niezależnych bytów i lepiej pasuje do fizyki, która nie ma ambicji, by ustalać „istotę rzeczy", by poznawać, mówiąc językiem Kanta, „rzecz samą w sobie". Dualizm jest częściej postawą matematyków i „matematykujących" fizyków. Przyznaję jednak, że jest to moja intuicyjna i subiektywna ocena, nic mi nie wiadomo, by prowadzono tu jakieś badania statystyczne. Problemem monizmu jest to, co wspiera dualizm: jak Wszechświat powstał w Wielkim Wybuchu, skoro prawa fizyki rodziły się razem z nim?

Zarówno monizm jak i dualizm przyjmują za fakt dowiedziony przyjętą na wstępie hipotezę roboczą, iż prawa fizyki mają naturę matematyczną. Nie odpowiadają zatem na zasadnicze pytanie: *dlaczego matematyka odkrywana i wymyślana przez matematyków ma coś wspólnego z przyrodą?*

3

Postawione wyżej pytanie zadawało wielu wybitnych uczonych; znane są wypowiedzi Einsteina na ten temat. Tutaj zacytuję myśl Stevena Weinberga, wypowiedzianą w 1977 r. w słynnej książce popularnonaukowej *Pierwsze trzy minuty*: Trudno uświadomić sobie, że liczby i równania, którymi bawimy się przy naszych biurkach, mają coś wspólnego z rzeczywistym światem. Zadziwienie, iż matematyka nadaje się do opisu świata materialnego, najtrafniej wyraża prawo sformułowane w 1960 r. przez matematyka i fizyka Eugene'a Wignera: niepojęta jest skuteczność matematyki w naukach ścisłych i technice; pojawiło się ono w formie równoważnika zdania w tytule jego głośnego artykułu. Warto dodać, że Wigner użył w tytule zwrotu „w naukach przyrodniczych" (*natural sciences*), lecz z treści artykułu jasno wynika, że chodziło mu o fizykę, chemię, astronomię, technikę i metody statystyczne. Różnica jest istotna. W jakiś czas później (daty nie potrafię ustalić) wybitny matematyk rosyjski Izrael Gelfand podał swoje prawo: niepojęta jest nieskuteczność matematyki w naukach biologicznych. Obserwujemy wprawdzie powolne i stałe wkraczanie matematyki do rozmaitych (pobocznych) działów biologii, lecz wiodące dziedziny nauk biologiczno-medycznych korzystają z niej w stopniu marginalnym. Jaskrawym przykładem tego, że matematyka nadal pozostaje na peryferiach biologii, był głośny spór (miał miejsce po roku 1987) czołowego biologa ewolucyjnego, Ernsta Mayra, ze Stevenem Weinbergiem. Spór dotyczył redukcjonizmu w naukach przyrodniczych, jest jednak jasne, że w naukach ścisłych redukcjonizm jest filozoficznym określeniem na matematyczną naturę przyrody. Logiczno-dedukcyjna struktura tych nauk implikuje pewną formę redukcjonizmu. Występując ostro przeciw redukcjonizmowi, Mayr faktycznie odmawiał matematyce większego znaczenia w biologii. Co jest tego przyczyną? Standardowa odpowiedź brzmi, że winna temu jest ogromna złożoność struktury układów biologicznych w porównaniu z prostotą obiektów fizycznych i chemicznych. W przyszłości (raczej odległej) biologia również zmatematyzuje się. Teza ta jest niezbyt przekonywująca. Po pierwsze dlatego, że odpowiedź o naturę (matematyczną) świata istot żywych odsuwa się w daleką przyszłość, sugerując zarazem, że wiemy jaka ta odpowiedź będzie. Z historii nauk przyrodniczych wiemy natomiast, że przyszłość jest nieprzewidywalna i niemal zawsze okazywała się radykalnie odmienna od oczekiwań nawet największych autorytetów naukowych. (Gdy przy okazji okrągłych dat lub jakichś rocznic gazety pełne są prognoz co będzie potrafiła medycyna w roku 2050, nie warto się martwić, że my tych cudów już nie doczekamy. Będzie inaczej.) Po drugie dlatego, że idea unifikacji nauk przyrodniczych za pomocą matematyki jest niezgodna z emergentnością cech materii i sposobów ich opisu na coraz wyższych poziomach organizacji materii.

Wypływa stąd wniosek: p r o b l e m m a t e m a t y c z n o ś c i p r z y r o d y d o t y c z y m a t e r i i n i e o ż y w i o n e j. To z kolei jest niezgodne z rozpowszechnioną tezą o jedności przyrody we wszystkich skalach (mikroświat, makroświat, megaświat) i na wszystkich poziomach organizacji. Emergentność cech i struktur materii nie pasuje do matematyczności przyrody. Czy jest to niezgodność istotna, wskazująca na fundamentalną cechę materii, czy też my czegoś nie rozumiemy i matematyczność pojmujemy błędnie, pozostaje kwestią otwartą.

Centralny problem brzmi zatem: *dlaczego materia nieożywiona jest matematyczna?* Tu już nie możemy ominąć kluczowego pytania, które nasuwało się od początku: *co to jest* *matematyka?* Definicji nie ma i zapewne nie będzie. To, co kompetentni matematycy uważają za matematykę, obejmuje tak odmienne konstrukcje logiczne, iż rozpowszechniony jest pogląd, że ewentualna definicja matematyki nie byłaby krótsza od ciągu wszystkich twierdzeń matematycznych uważanych za ważne. Z braku definicji należy sięgnąć do istotnych cech matematyki, które dają się wyrazić jasno. W swoim artykule z 1960 r. Wigner wskazał takie cechy; nie mogą one służyć za definicję, bowiem nie określają one matematyki w sposób wyczerpujący i jednoznaczny. Wigner określił matematykę jako logicznie uporządkowaną swobodną kreatywność. Według jego określenia, które zyskało powszechne uznanie, matematyka jest umiejętnością wykonywania pomysłowych operacji na starannie dobranych pojęciach, umiejętnością stworzoną właśnie w celu wykonywania tych operacji w sposób maksymalnie pomysłowy. Kluczowe jest tu tworzenie nowych pojęć, poddanych ostrej selekcji. Matematyka szybko wyczerpałaby zasób interesujących twierdzeń, gdyby nie wprowadzano nowych pojęć, których własności wyrażane są w nowych twierdzeniach. Twórczość ta podlega ścisłym regułom logiki, ponadto bardzo pożądane są powiązania nowych pojęć i twierdzeń z istniejącą już matematyką. Ideą tej kreatywności jest wprowadzanie nowych bytów matematycznych, którym można przypisać, nie jawnie w samej ich definicji, lecz w dowodzonych następnie twierdzeniach, bardzo interesujące właściwości. Porównajmy to z malarstwem średniowiecznym, w którym istniała określona liczba tematów, najczęściej religijnych, i w którym twórczość artystyczna polegała na pogłębionej, oryginalnej i niepowtarzalnej realizacji jednego z tych tematów. Matematyk również najczęściej pracuje w jednym z istniejących tematów badawczych i rozwiązuje znane (specjalistom) problemy. Jednak zasadniczy postęp polega na tworzeniu nowych tematów, radykalnie odmiennych od istniejących, a zarazem mających głębokie z nimi powiązania, na wkraczaniu w nowe przestrzenie myśli matematycznej. Twórczy matematyk musi mieć ogromną wyobraźnię.

To wszystko rozgrywa się w zamkniętym kręgu matematyki i matematyków, bez kontaktu ze światem zewnętrznym. Energia twórczości matematycznej nie podlega zachowaniu i nie wymaga żadnego zasilania z zewnątrz. Matematyka żywi się sama sobą, najlepszą pożywką dla twórczej intuicji jest matematyka już istniejąca. Oczywiście ważne są też inspiracje spoza niej (ten czynnik jest eksponowany, gdy mówi się o tym, że twórczość matematyków służy nie tylko im), dzięki nim powstały m.in. teoria dystrybucji i geometria lorentzowska, jednak nie one nadają kierunek rozwoju. Matematyka rozwija się całkowicie autonomicznie – zgodnie z własnymi zainteresowaniami i potrzebami.

Wielcy fizycy, Einstein, Dirac, Wigner, Weinberg, zgodnie twierdzili, iż zagadka matematyczności przyrody nie jest filozoficznym pseudoproblemem, lecz problemem sięgającym podstaw poznania naukowego. Wszystko, co wiemy o matematyce, jednoznacznie wskazuje, iż n i e m a l o g i c z n y c h p o d s t a w t w i e r d z e n i e, ż e m a t e m a t y k a m a c o k o l-w i e k w s p ó l n e g o z e ś w i a t e m m a t e r i i. Oczywiście historia nie biegła tak prosto jak sugeruje to ta teza. W dziejach matematyki mamy okresy, gdy jej rozwój niemal w całości był inspirowany potrzebami fizyki i techniki. Od XVII do XIX wieku rachunek różniczkowy i całkowy, teoria równań różniczkowych i geometria różniczkowa były tworzone na zamówienie mechaniki, astronomii, hydrodynamiki i elektrodynamiki. Zastosowania matematyki są tym, z czego matematycy żyją i co nadaje matematyce społeczną rangę wyższą niż uwielbiana przez wielu gra w szachy. Jednak w ciągu XIX wieku utrwaliło się przekonanie, iż te zastosowania są jedynie (życiodajną) premią, a matematyka jest autonomiczną dziedziną aktywności intelektualnej, rozwijającą się własną dynamiką określoną własnymi potrzebami i zainteresowaniami, bez oglądania się na świat zewnętrzny. W XX wieku doprowadziło to do sytuacji wręcz komicznych, gdy wielu wybitnych matematyków (np. Edmund Landau) z dumą twierdziło, że przyrodoznawstwo ich nie interesuje i nic w tej dziedzinie nie wiedzą. Powtórzmy zatem: dlaczego przyroda jest matematyczna?

4

Podejdźmy do problemu z innej strony. Jak powstaje matematyczny opis rzeczywistości fizycznej? Na ten temat istnieje olbrzymia literatura napisana przez filozofów nauki i metodologów, jest to jeden z paru centralnych problemów filozofii nauki;

sporo jest też wypowiedzi samych fizyków. W moim przekonaniu – jest to amatorskie spojrzenie fizyka na filozofię nauki – istotę rzeczy najtrafniej ujął Einstein, a filozofowie nauki kilkadziesiąt lat później z mozołem i fragmentarycznie dochodzą do tez, które on sformułował jasno. Zdaniem Einsteina przyporządkowanie naszym wrażeniom zmysłowym pojęć ogólnych porządkujących i klasyfikujących obiekty fizyczne i zjawiska, jakie w nich zachodzą, a następnie przyporządkowanie tym pojęciom obiektów matematycznych, z których konstruujemy teorie fizyczne, jest jak najdalsze od oczywistości i jednoznaczności. To jest swobodna gra pojęć. Idea swobodnej gry pojęć jest według niego kluczowa dla zrozumienia istoty pracy badawczej fizyka. Ze zbioru dostępnych mu danych empirycznych fizyk wybiera fakty, które uważa za istotne i przypisuje im ogólne pojęcia fizyczne, a tym nadaje precyzyjną formę identyfikując je z pewnymi obiektami matematycznymi. Przypisywanie obiektów matematycznych pojęciom fizycznym może być rozciągnięte w czasie, a może być jednym aktem twórczości naukowej z samym tworzeniem tego pojęcia. Zmatematyzowane pojęcia fizyczne nie są wartością samą w sobie, są tyle warte, ile warta jest teoria fizyczna z nich zbudowana. I znowu, konstruowanie teorii może trwać długo i może do niej wieść droga kręta, a może teoria powstać szybko, gdy pojęcia i ich formy matematyczne są dopasowywane do tworzonej teorii (przykładem jest mechanika kwantowa). Celem ostatecznym, mającym wartość obiektywną, jest teoria fizyczna, w której w skończonej liczbie aksjomatów jest skondensowana („ jest spakowana” mówiąc językiem komputerowym) nieskończona ilość informacji o pewnej formie materii i zjawiskach w niej zachodzących. Ta procedura była znana i rozumiana przed Einsteinem, on zwrócił uwagę, że żaden z jej etapów, poczynając od wstępnego tworzenia pojęć, aż po tworzenie teorii, nie jest w najmniejszym stopniu zdeterminowany. Złudne było przekonanie neopozytywistów logicznych, iż teoria daje się wyprowadzić indukcyjnie z dostatecznie dużego stosu faktów doświadczalnych. Indukcja oparta na pewnych oczywistościach może być wręcz błędna. Jedyną siłą niemechaniczną, z którą mamy na co dzień do czynienia, jest siła ciążenia; ogół doświadczeń wskazuje, iż jest to siła przyciągająca. Wydaje się więc oczywiste, że teoria grawitacji winna być teorią przyciągającej siły działającej na odległość. Taką teorią jest teoria powszechnego ciążenia Newtona; natomiast ogólna teoria względności w ogóle nie operuje pojęciem siły, bowiem nie jest ono dobrze zdefiniowane matematycznie, a przyciągającego charakteru oddziaływań dowodzi się w niej w sposób, który nie jest uniwersalny.

Powtórzmy za Einsteinem: konstruowanie opisu zjawisk fizycznych to swobodna gra pojęć, w której ograniczeni jesteśmy tylko regułami logiki. O tym, jakie pojęcia wprowadzimy i jakie własności im przypiszemy, decyduje intuicja, spostrzegawczość, przenikliwość. Cała gra jest podporządkowana celowi ostatecznemu, jakim jest zbudowanie udanej teorii fizycznej i ta jest jedynym jej uzasadnieniem.

Historia fizyki jest jednym wielkim cmentarzyskiem idei, koncepcji i teorii. Ogromna większość nieudanych pomysłów zostaje natychmiast zapomniana i o ich chwilowym istnieniu możemy się dowiedzieć jedynie przeglądając stare roczniki czasopism naukowych. Tylko bardzo nieliczne z nich utrwaliły się w historii i pamięci: flogiston, cieplik, eter, perpetuum mobile, w nowszych czasach idea analitycznej macierzy *S*, a z naszej epoki zapamiętane zapewne zostaną superstruny i wieloświaty. W swobodnej grze pojęć najczęściej przegrywamy.

Udane pojęcia, takie jak energia cieplna, temperatura, entropia szybko zostają przyswojone i dzisiaj dziwimy się, że kiedyś sprawiały trudności. Dopiero w XIX wieku jasno rozróżniono pojęcia temperatury i ilości ciepła. Wcześniej nagminnie mylono rzeczy dla nas oczywiste: że talerz gorącej zupy zawiera więcej energii cieplnej niż płomień zapałki, za to płomień jest gorętszy.

Widzimy zatem wyraźne podobieństwo pracy matematyka i fizyka – obaj prowadzą swobodną grę pojęć. Zarazem każdy z nich prowadzi tę grę w inny sposób. Dla matematyka gra pojęć ma charakter wewnętrzny – jest to swobodna kreacja w zamkniętym świecie idei, byle tylko dostać interesującą matematycznie konstrukcję. Gra fizyka, przeciwnie, jest skierowana na świat zewnętrzny: tworzone przez niego pojęcia mają sens tylko wtedy, gdy pozwalają skompresować opis rzeczywistości fizycznej. Jak powiedziałem, w tej swobodnej grze pojęć z przyrodą najczęściej przegrywamy. Biorąc pod uwagę charakter tej gry, to jest to całkiem zrozumiałe. Dziwne jest raczej to, że zdarzają się sukcesy i to zdumiewało Einsteina: „najbardziej niepojęte w świecie jest to, że daje się w ogóle pojąć" (jest *intelligibilny*).

Tu dochodzimy do kolejnego problemu tkwiącego w otoczce zagadnienia matematyczności przyrody. *Jak możliwe jest przyrodoznawstwo matematyczne?* Jak to możliwe, że ludzie będący produktem naturalnej ewolucji biologicznej, która formowała i utrwalała tylko te zdolności, które są niezbędne do biologicznego przetrwania osobnika, posiedli umiejętności poznawcze daleko wykraczające poza potrzeby egzystencjalne? Nie znamy jak dotąd odpowiedzi i raczej przypuszcza się, że należy jej szukać w biologii ewolucyjnej, aczkolwiek koncepcja trzech światów 3 M Penrose'a sugeruje, iż ostateczne wyjaśnienie tkwi głębiej niż sięgnąć może teoria ewolucji. Zamiast tego ogólnego pytania stawia się konkretny problem epistemologiczny: czy istnieje prawo fizyki tak skomplikowane, że jest poza zasięgiem naszego umysłu? Ten problem można rozważać z trzech stron. *Czy „istnieje" oznacza prawo faktycznie obowiązujące w świecie, czy też chodzi o samą możliwość skonstruowania go przez odpowiednio potężny intelekt?* Po drugie, jak rozumieć skomplikowanie tego prawa? I po trzecie, co znaczy „poza zasięgiem naszego umysłu"? Nowoczesna matematyka abstrakcyjna jest poza zasięgiem większości ludzi. Czy chodzi zatem o prawo, którego nikt nie jest w stanie pojąć? Czy raczej chodzi prawo, które da się zrozumieć, lecz które jest bardzo trudno wykryć w przyrodzie? W tym ostatnim przypadku można podać przykład prawa, które jest praktycznie niewykrywalne, bowiem jest nieodróżnialne od chaosu.

Rozważmy pewien układ fizyczny, który ma 10 stanów fizycznych ponumerowanych od 0 do 9. Układ ten podlega prawu stanowiącemu, iż stan układu zmienia się co sekundę i poczynając od pewnej chwili początkowej ciąg kolejnych stanów przedstawia rozwinięcie dziesiętne określonej liczby niewymiernej. Załóżmy, że obserwujemy ten układ od chwili początkowej i prawidłowo ponumerowaliśmy jego stany kierując się ich własnościami. Jeżeli ujrzymy ciąg stanów rozpoczynający się od 14159265358979323 8..., to na myśl przyjdzie nam liczba π i uznamy, że ciąg ten jest ściśle zdeterminowany. Jeżeli jednak prawo to nakazuje, by ciąg stanów był rozwinięciem dziesiętnym liczby π^2, e^π lub jakiejkolwiek innej liczby niewymiernej, to zidentyfikowanie obserwowanego ciągu cyfr z rozwinięciem tej liczby jest niemożliwe, bowiem zbiór liczb niewymiernych, które należałoby sprawdzić, jest nieprzeliczalny. Poza przypadkiem π oraz e każdy taki ciąg bez wątpienia uznamy za czysto chaotyczny.

Można przypuszczać, że problemy intelligibilności świata oraz matematyczności przyrody łączy głęboki związek, który ujawni się, gdy rozwiążemy drugi problem. Na razie jednak, oprócz podobieństwa obu problemów, żadnego związku nie widać i należy je oddzielić. Z punktu widzenia celu, do którego zmierzamy, istotne jest, że przynajmniej niektóre prawa fizyki potrafimy odkryć i mają one naturę matematyczną.

Problem formułujemy następująco: *dlaczego swobodna gra pojęć matematyka pasuje do przyrody?* Przykładów jest wiele, tu podam ten, który zrobił na mnie duże wrażenie. Od końca XIX wieku wielu matematyków, przede wszystkim David Hilbert i jego krąg, zajmowało się czysto matematycznym problemem rozwijania funkcji w szeregi Fouriera (szeregi trygonometryczne) i do połowy lat dwudziestych XX wieku sformułowali podstawy analizy funkcjonalnej. Gdy przed 1930 rokiem powstała radykalnie nowa teoria fizyczna, mechanika kwantowa, okazało się, że potrzebny jej aparat matematyczny został właśnie stworzony, trzeba je tylko skojarzyć. Szybko rozpoznano, że kwantowa fala prawdopodobieństwa jest wektorem w pewnej przestrzeni funkcyjnej – przestrzeni Hilberta, a operatory różniczkowe generujące z tej fali wartości wielkości fizycznych są operatorami samosprzężonymi działającymi w tej przestrzeni. Sam Hilbert żywo interesował się rozwojem fizyki, jednak w powstaniu mechaniki kwantowej nie odegrał żadnej roli i nie szukał w fizyce zastosowań dla analizy funkcjonalnej. Pomimo niezależności swoich badań matematycznych od świata rzeczywistego Hilbert i inni stworzyli coś, co pod każdym względem idealnie pasowało do zjawisk kwantowych. Zbiór wartości własnych operatora samosprzężonego w przestrzeni Hilberta nazwali matematycy w i d m e m tego operatora. Można wyobrazić sobie zdumienie ich oraz fizyków, gdy okazało się, że widmo operatora energii stosowanego w teorii kwantów można utożsamić z widmem optycznym świecących atomów! Brzmi to jak „harmonia przedustawna” Leibniza.

Zadziwieni przydatnością prowadzonej przez matematyka swobodnej gry pojęć do świata fizycznego przypomnijmy sobie koncepcję 3 M światów Penrose’a i sformułujmy problem towarzyszący: *czy matematyka jest tworzona, czy odkrywana?*

Czy twórczy matematyk jest podobny do podróżnika z dawnych wieków odkrywającego i eksplorującego nieznane lądy, czy też przypomina raczej nowoczesnego artystę, który materializuje to, co mu w duszy gra? Jeżeli matematyka jest tworzona, jeżeli przy wszystkich restrykcjach logicznych twory matematyczne przypominają swobodne „instalacje" artystyczne, to matematyczności przyrody rozumem naukowym po prostu pojąć się nie da. Można jedynie wejść w metafizykę i domniemywać, że matematyk nie jest wewnętrznie całkowicie swobodny, lecz został natchniony przez Stwórcę, który w swej łaskawości chce nam poprzez niego udostępnić fragment wiedzy o swoim dziele. Jeżeli natomiast matematyka jest odkrywana, jeżeli matematyk podróżuje umysłem po świecie bytów matematycznych, które istnieją obiektywnie bez niego, a on jedynie rejestruje ich obecność i ustala ich cechy, to stoimy w obliczu wielkiej tajemnicy, lecz zgłębienie jej nie jest z góry sprawą beznadziejną. Spór o sposób istnienia matematyki trwa od dawna i trwać będzie długo, bowiem zupełnie nie wiadomo jak przekonać się o słuszności tego czy innego rozwiązania. W moim przekonaniu interesującą tezę wprowadził do tego sporu matematyk krakowski Andrzej Pelczar[2]. Zwrócił on uwagę, że możliwości „tworzona" i „odkrywana" nie stanowią alternatywy. Twierdzi, że w m a t e m a t y c e o d k r y w a m y m o ż l i w o ś c i k o n s t r u k c j i obiektów matematycznych. Obiektywnie istnieją kryteria

[2] A. Pelczar, *O odkrywaniu możliwości konstrukcji w matematyce*, [w:] *Prace Komisji Filozofii Nauk Przyrodniczych Polskiej Akademii Umiejętności*, tom IV, (red.) J.J. Janik, Wyd. PAU, Kraków 2010.

konstrukcji rozstrzygające, czy dany obiekt da się zbudować. Matematyk ma pomysł, sprawdza możliwość jego konstrukcji i od momentu jego realizacji obiekt matematyczny istnieje obiektywnie w świecie matematyki jako wynaleziony przez tego matematyka. Świat matematyczny nie jest ponadczasowy i raz na zawsze uformowany; on rośnie w czasie fizycznym w miarę jak matematycy tworzą nowe byty. Natomiast nieskończony zbiór możliwych konstrukcji istnieje niezależnie od świata materii i matematyków, którzy swoją pomysłowością wydobywają obiekty ze stanu potencjalności do stanu istnienia. W tym sensie liczby naturalne istnieją, bowiem zostały skonstruowane przez naszych dalekich przodków, zapewne już w neolicie. Pamiętać przy tym należy, iż konstrukcja konstrukcji nierówna, jedne są niezmiernie doniosłe, inne, większość, mają znikomą wagę; taki sens ma znany aforyzm Kroneckera, iż liczby naturalne stworzył Pan Bóg, zaś reszta jest dziełem ludzi. Dziełem ludzi jest przytłaczająca większość spośród prawie dwustu tysięcy twierdzeń, które są co roku dowodzone i publikowane.

Koncepcja odkrywania możliwości konstrukcji rzuca dodatkowe światło na problem nadmiarowości matematyki w świecie materialnym. O problemie tym pisałem obszerniej gdzie indziej[3], więc tutaj zrobię krótki komentarz. Fizyka i technika

---

[3] L. Sokołowski, *Nadwyżkowość matematyki*, [w:] *Matematyczność przyrody*, (red.) M. Heller, J. Życiński, Wyd. Ośrodka Badań Interdyscyplinarnych Przy Wydziale Filozofii Papieskiej Akademii Teologicznej, Kraków 1990, s. 56–71; II wydanie: Wyd. Petrus, Kraków 2010, s. 63–80.

wykorzystują drobny ułamek istniejącej wiedzy matematycznej i ułamek ten stale maleje, bowiem matematyka rośnie szybciej niż nowe jej działy znajdują zastosowania poza nią. Skoro matematyka ma coś wspólnego z materią, to najprostsze i najbardziej naturalne byłoby, gdyby stosowała się w całości do świata fizycznego. Tak nie jest. Gdyby wszystkie obiekty matematyczne istniały obiektywnie w idealnym świecie Platona i Penrose'a, a matematyk wprowadzałby je tylko do swojej świadomości, to byłyby one w sensie ontycznym równoprawne i byłoby trudno wyjaśnić, dlaczego jedne z nich stosują się w świecie materialnym, a inne – większość – nie mają z nim kontaktu. Można przypuszczać, iż ranga niektórych konstrukcji jest tak wielka, że zostały szybko odkryte i docenione przez ludzi i użyte w teoriach fizycznych. W tym sensie ranga tych obiektów jest obiektywna – przyroda wbudowała je w siebie. Inne obiekty matematyczne są dla przyrody pomocnicze, marginalne lub wręcz zbędne.

Jeżeli koncepcja Pelczara jest prawdziwa (zbliżone idee wyrażali też inni matematycy), to twierdzimy, że obiekty matematyczne istnieją realnie lub potencjalnie w odrębnym świecie idei, przy czym nie rozstrzygamy, czy świat ten jest równorzędny światowi materii jak doskonały świat Platona i Penrose'a, czy też jest w pewnym sensie względem materii wtórny. Problem statusu ontycznego obiektów matematycznych jest bezspornie ściśle związany z problemem matematyczności przyrody, być może jest jego równoważnym sformułowaniem, lecz jeżeli przyjmiemy za Pelczarem, że świat matematyki jest różny od świata materii, to wracamy do wyjściowego pytania: *dlaczego te dwa światy są zgodne, dlaczego pewne pojęcia matematyczne tworzą abstrakcyjną strukturę materii?*

5

W tym miejscu nie pozostaje mi nic innego, jak powołać się na Kołakowskiego. Zagadka matematyczności przyrody tkwi w gęstej otoczce problemów mocniej lub słabiej z nią stowarzyszonych. W tym artykule starałem się wprowadzić pewien porządek w tych problemach poprzez naświetlenie ich relacji do kwestii centralnej i w konsekwencji uzyskać oczyszczoną formę tej kwestii, lepiej nadającą się do konkretnej dyskusji. Okazało się, że w rzeczywistości zatoczyliśmy koło, że wyłuskana z tej otoczki zagadka matematyczności przyrody uchyla się od przyjęcia formy dającej nadzieję na jej rozwiązanie. Potrafimy bowiem tylko zapytać*: dlaczego matematyka, jakkolwiek konstruowana, ale zawsze bez związku z przyrodą, jest z przyrodą tak ściśle związana?* Kołakowski powiedziałby zapewne, że jest to problem filozoficzny, a filozofowie potrafią pytać, a nie dawać przekonujące odpowiedzi.

Stojąc bezradnie wobec Tajemnicy chcę tylko wspomnieć, że jest jeszcze jeden (co najmniej) kierunek dociekań, który niestety również rzuca na nią niewiele światła. To twierdzenie Gödla i jego konsekwencje. O jego roli pisałem we wspomnianym na początku artykule w pierwszym tomie *Archai* i do niego odsyłam czytelnika. To fascynujący temat, wokół którego narosło wiele nieporozumień. Radykalną konsekwencją filozoficzną twierdzenia Gödla jest teza niektórych matematyków, iż to nie przyroda jest matematyczna, to matematyka jest przyrodnicza. Brzmi to nader efektownie, jednak niewiele wyjaśnia.

Bibliografia

Pelczar A., *O odkrywaniu możliwości konstrukcji w matematyce*, [w:] *Prace Komisji Filozofii Nauk Przyrodniczych Polskiej Akademii Umiejętności*, tom IV, (red.) J.J. Janik, Wyd. PAU, Kraków 2010.

Sokołowski L., *Nadwyżkowość matematyki*, [w:] *Matematyczność przyrody*, (red.) M. Heller, J. Życiński, Wyd. Ośrodka Badań Interdyscyplinarnych Przy Wydziale Filozofii Papieskiej Akademii Teologicznej, Kraków 1990, s. 56–71; II wydanie: Wyd. Petrus, Kraków 2010, s. 63–80.