Willem de Sitter

O względności bezwładności. Uwagi dotyczące ostatniej hipotezy Einsteina : (przedstawione na spotkaniu 31 III 1917)

Zagadnienia Filozoficzne w Nauce nr 63, 205-222

2017

O względności bezwładności. Uwagi dotyczące ostatniej hipotezy Einsteina[1]

(Przedstawione na spotkaniu 31 III 1917)

Willem de Sitter

z języka angielskiego tłum. Robert Janusz[I]

---

[1] A. Einstein, „Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie", *Sitzungsber. Berlin*, 8 II 1917, s. 142.

[I] (Cyframi łacińskimi oznaczone są przypisy tłumacza) Źródłem niniejszego tłumaczenia jest publikacja: W. de Sitter, „On the relativity of inertia. Remarks concerning Einstein's latest hypothesis", *Proceedings of the Section of Sciences. Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam*, [przekład ang.], Vol. XIX, No. 9 i 10, Johannes Müller, Amsterdam, September 1917, ss. 1217–1225 (sekcja: „Mechanics"). Artykuł jest dostępny w Internecie w wolnym dostępie w serwisie Internet Archive: *Proceedings of the section of sciences: Koninklijke Akademie van Wetenschappen (Netherlands)* pod adresem: <http://www.archive.org/details/proceedingsofsec192koni> (ostatni dostęp. 5 VI 2017)
W tekście zostały wprowadzone drobne zmiany redakcyjne dla uzgodnienia ze stylem przyjętym w ZFN.

Jeżeli pominiemy oddziaływanie grawitacyjne całej zwyczajnej materii (Słońca, gwiazd, itd.), i jeżeli użyjemy jako układu odniesienia trzech prostopadłych, kartezjańskich osi przestrzennych i czasu pomnożonego przez *c*, to, w tej części czterowymiarowej czasoprzestrzeni, która jest dostępna naszym obserwacjom[II], wartości $g_{\mu\nu}$ są bardzo zbliżone do tych z dawnej teorii względności, mianowicie:

$$\left.\begin{array}{cccc} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{array}\right\} \qquad (1)$$

Tę część czasoprzestrzeni, gdzie tak jest, będę nazywał „naszym otoczeniem". W przestrzeni rozciąga się ono co najmniej do najdalszej gwiazdy, mgławicy lub gromady[III], w której widmie możemy określić wyraźne linie[2].

[II] De Sitter, oprócz tego, że był dobrym matematykiem, był też znakomitym astronomem; znał rozwiązania Schwarzschilda. Mówi tutaj o tym, że w naszym otoczeniu czasoprzestrzeń jest płaska (rys. 1).

[III] „Mgławica" – dawna nazwa galaktyk; dziś – obiekt międzygwiazdowy złożony z pyłu lub gazu. Ówczesny spór dotyczący mgławic i gromad wspomniany przez de Sittera został rozstrzygnięty przez Hubble'a dopiero w 1924 r.

[2] W. de Sitter, „On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences" (second paper), *Monthly Notices R.A.S.*, XII 1916, Vol. LXXVII, s. 182. To ograniczenie odnosi się tylko do g_{44}.

Jakimi $g_{\mu\nu}$ są na zewnątrz naszego otoczenia, tego nie wiemy, a jakiekolwiek przypuszczenia co do ich wartości są ekstrapolacją, której niepewność rośnie z odległością (w przestrzeni lub w czasie, lub w obydwojgu) od punktu odniesienia. Nigdy nie będziemy wiedzieć, jakimi $g_{\mu\nu}$ są w nieskończoności przestrzennej lub czasowej[IV]. Niemniej jednak odczuwano potrzebę tworzenia hipotez na ten temat. Ekstrapolacją, która narzuca się najbardziej naturalnie, a którą niejawnie zakłada się także w mechanice klasycznej, jest przyjęcie, że wartości (1) pozostają niezmienione dla całej przestrzeni i czasu aż do nieskończoności. Z drugiej strony chciano dysponować stałymi całkowania, lub raczej wartościami brzegowymi w nieskończoności, które byłyby takie same we wszystkich układach odniesienia. Wartości (1) nie spełniają tego warunku. Najbardziej pożądaną i najprostszą wartością dla $g_{\mu\nu}$ w nieskończoności jest oczywiście *zero*. Einstein nie zdołał znaleźć takiego zbioru wartości brzegowych[3] i dlatego przyjmuje hipotezę, że Wszechświat nie

[IV] Warto zwrócić uwagę na to, że Einstein rozwiązywał ten eksperymentalny problem jednym pociągnięciem pióra, mówiąc o jednorodności i izotropowości przestrzeni; de Sitter, jako eksperymentator, wyraża się z dużą ostrożnością.

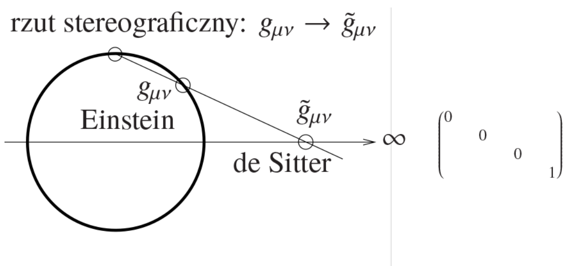
[3] Tamże, s. 148. Poniżej okaże się, że hipoteza Einsteina jest równoważna pewnemu określonemu zbiorowi wartości w nieskończoności, mianowicie zbiorowi (2A). Istotnie, jest to oczywiste, że gdyby Wszechświat mierzony w naturalnej skali [*natural measure*] był skończony, wówczas, jeśli by wprowadzić współrzędne euklidesowe, to $g_{\mu\nu}$ musiałyby koniecznie przyjąć w nieskończoności wartości zero, i odwrotnie, gdyby $g_{\mu\nu}$ w nieskończoności równały się zero z dokładnością do wystarczająco wysokiego rzędu, Wszechświat byłby skończony w naturalnej skali.

jest nieskończony, lecz sferyczny: wtedy nie trzeba żadnych warunków brzegowych i trudność znika. Z punktu widzenia teorii względności początkowo wydaje się niepoprawne mówienie, że świat *jest* sferyczny, gdyż można by go opisać w przestrzeni euklidesowej przez jakąś transformację analogiczną do rzutu stereograficznego. Taka całkiem poprawna transformacja zachowuje stałe różne niezmienniki ds^2, G, itd. Jednak nawet ta niezmienniczość pokazuje, że także w euklidesowym układzie współrzędnych świat, w naturalnej skali, pozostaje skończony i sferyczny. Jeśli tę transformację zastosuje się do $g_{\mu\nu}$, które Einstein znajduje dla swego sferycznego świata, to transformują się one do zbioru wartości, który w nieskończoności degeneruje się do[V]:

$$\left.\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right\} \qquad (2A)$$

Okazuje się jednakże, iż $g_{\mu\nu}$ einsteinowskiego sferycznego świata (i stąd także ich przetransformowane wartości w eukli-

[V] Przedstawia to następujący rysunek:



desowym układzie odniesienia) nie spełniają równań różniczkowych pierwotnie przyjętych przez Einsteina, mianowicie:

$$G_{\mu\nu} = -\varkappa(T_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} g_{\mu\nu} T). \tag{3}$$

Einstein uważa zatem za konieczne wprowadzić dodatkowy człon do swoich równań, które przyjmują wtedy postać:

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\varkappa(T_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} g_{\mu\nu} T). \tag{4}$$

Ponadto okazuje się konieczne założyć, że cała trójwymiarowa przestrzeń jest wypełniona materią[VI], której masa całkowita jest tak niezwykle wielka, że w porównaniu z nią cała znana nam materia jest zupełnie zaniedbywalna. Tę hipotetyczną materię będę nazywał „materią świata".

Einstein zakłada, że jedynie *trój*-wymiarowa przestrzeń jest skończona. Konsekwencją tego założenia jest, że w (*2A*) g_{44} pozostaje 1, zamiast przyjąć [wartość] zero wraz z pozostałymi $g_{\mu\nu}$. Sugeruje to koncepcję[4] rozszerzenia hipotezy Einsteina na *cztero*-wymiarową czasoprzestrzeń. Znajdujemy wówczas zbiór $g_{\mu\nu}$, które w nieskończoności degenerują się do wartości:

VI Dodanie λ wymagało założenia istnienia materii, której ilość znacznie przekraczała zwykłą materię znaną z doświadczeń.

4 Koncepcję przyjęcia za sferyczny czterowymiarowego świata, w celu uniknięcia konieczności przyjmowania jakichś warunków brzegowych, podsunął autorowi w rozmowie prof. Ehrenfest kilka miesięcy temu. Nie była ona jednak wtedy dalej rozwijana.

$$\left.\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right\} \qquad (2B)$$

Ponadto otrzymujemy godny uwagi wynik, że teraz nie jest potrzebna żadna „materia świata".

Aby uwypuklić analogię pomiędzy tymi dwoma przypadkami, podaję razem oba układy równań. Wzory A odnoszą się do hipotezy (*trój*-wymiarowej) Einsteina, a wzory B odnoszą się do wprowadzonego tutaj założenia (*cztero*-wymiarowego). Będę używał indeksów i oraz j, gdy przyjmują one wartości jedynie 1, 2, 3; μ oraz v przyjmują wartości od 1 do 4. Ponadto Σ oznacza sumę od 1 do 4, a Σ' – od 1 do 3; $\delta_{\mu\mu} = 1$, $\delta_{\mu v} = 0$, jeśli $\mu \neq v$.

Najpierw rozważam układ odniesienia użyty przez Einsteina. W przypadku A przyjmujemy $x_4 = ct$, w [przypadku] B biorę, ze względu na symetrię[5], $x_4 = ict$. W obu przypadkach R jest promieniem hipersfery. Dla obu tych przypadków $g_{\mu v}$ wynoszą:

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ g_{ij} = -\delta_{ij} - \frac{x_i x_j}{R^2 - \sum' x_i^2} & g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} - \frac{x_\mu x_\nu}{R^2 - \sum x_\mu^2} \\ g_{44} = 1 & \end{array}$$

[5] Możemy także przyjąć $x_4 = ct$. Wtedy czterowymiarowy świat jest hiperboliczny zamiast sferyczny, ale wyniki pozostają takie same.

W celu lepszego ukazania sferyczności wprowadzam hipersferyczne współrzędne przez transformacje[VII]:

$$
\begin{array}{l|l}
x_1 = R \sin\chi \sin\psi \sin\vartheta & x_1 = R \sin\omega \sin\chi \sin\psi \sin\vartheta \\
x_2 = R \sin\chi \sin\psi \cos\vartheta & x_2 = R \sin\omega \sin\chi \sin\psi \cos\vartheta \\
x_3 = R \sin\chi \cos\psi & x_3 = R \sin\omega \sin\chi \cos\psi \\
 & x_4 = R \sin\omega \cos\chi
\end{array}
$$

Wyrażenie na element liniowy przyjmuje wtedy postać[VIII]:

$$
\begin{aligned}
A: \quad ds^2 &= -R^2[d\chi^2 + \sin^2\chi(d\psi^2 + \sin^2\psi d\vartheta^2)] + c^2dt^2, \\
B: \quad ds^2 &= -R^2[d\omega^2 + \sin^2\omega\{d\chi^2 + \sin^2\chi(d\psi^2 + \sin^2\psi d\vartheta^2)\}].
\end{aligned}
$$

W końcu wykonuję „rzut stereograficzny" i równocześnie wprowadzam z powrotem współrzędne prostokątne poprzez transformacje:

$$
\begin{array}{l|l}
\qquad A & \qquad B \\
r = 2R \tan \frac{1}{2}\chi & h = 2R \tan \frac{1}{2}\omega \\
x = r \sin\psi \sin\vartheta & x = h \sin\chi \sin\psi \sin\vartheta \\
y = r \sin\psi \cos\vartheta & y = h \sin\chi \sin\psi \cos\vartheta \\
z = r \cos\psi & z = h \sin\chi \cos\psi \\
 & ict = h \cos\chi \\
x^2 + y^2 + z^2 = r^2 & x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = h^2
\end{array}
$$

[VII] De Sitter nie wiedział, że jego model jest w rzeczywistości ekspandujący; wybrał takie współrzędne, które zasłoniły mu ten istotny efekt.

[VIII] *R* interpretuje się jako „promień Wszechświata"; dziś zwykle zaznacza się jego zależność od czasu $R(t)$ i nazywa „czynnikiem skali".

Nie trzeba wykazywać, że w A x, y, z oraz w B x, y, z, ict można dowolnie zmieniać. Przyjmuję następnie:

$$\sigma = \frac{1}{4R^2}.$$

Wtedy $g_{\mu\nu}$ dla zmiennych x, y, z. ct przyjmują wartość[6]:

$$\left.\begin{array}{l|l} \qquad A & \qquad B \\ g_{ij} = -\dfrac{\delta_{ij}}{(1+\sigma r^2)^2} & g_{ij} = -\dfrac{\delta_{ij}}{(1+\sigma h^2)^2} \\ g_{44} = 1 & g_{44} = \dfrac{1}{(1+\sigma h^2)^2} \end{array}\right\} \qquad (5)$$

Wszystkie $g_{\mu\nu}$ poza diagonalą są [równe] zero. Jeżeli σ jest bardzo mała, to $g_{\mu\nu}$ dla rozsądnych wartości r oraz h mają wartości bardzo bliskie (1). W nieskończoności degenerują się one do podanych wyżej wartości (2A) i (2B).

[6] W układzie B wszystkie $g_{\mu\nu}$ są nieskończone na „hiperboloidzie":

$$1 + \sigma h^2 = 0 \quad \text{lub} \quad 4R^2 + x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0 \qquad (a)$$

Ta nieciągłość jest jednak tylko pozorna. Czterowymiarowy świat, który ze względu na symetrię [x] przedstawiliśmy jako sferyczny, jest w rzeczywistości hiperboliczny i składa się z dwóch płatów, które łączą się ze sobą jedynie w nieskończoności. Wzory opisują [*embrace*] oba płaty [y], ale jedynie jeden z nich przedstawia rzeczywisty Wszechświat. Hiperboloida (a) jest granicą pomiędzy dwiema częściami przestrzeni euklidesowej x, y, z, ct odpowiadającej tym dwu płatom. Oś t przecina ją w punktach $ct = \pm 2R$ których odległość od środka układu wynosi, w naturalnej skali, $\int_0^{2R} \frac{cdt}{1-\sigma c^2 t^2} = \infty$. W obu układach długość półosi x w naturalnej skali wynosi $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+\sigma x^2} = \pi R$.

W celu znalezienia relacji pomiędzy σ i λ musimy podstawić[7] wartości (5) do równań (4). Aby tego dokonać musimy uwzględnić możliwą konieczność wprowadzenia jakiejś „materii świata". Zaniedbujemy całą zwyczajną materię i będziemy przyjmować, że materia świata spoczywa i jest jednakowo rozmieszczona[8] w całej przestrzeni tak, że $T_{44} = g_{44}\rho$ oraz wszystkie inne $T_{\mu\nu} = 0$. Wtedy równania pola przyjmują postać:

$$G_{ij} - (\lambda + \frac{1}{2}\varkappa\rho)g_{ij} = 0,$$
$$G_{44} - (\lambda + \frac{1}{2}\varkappa\rho)g_{44} = -\varkappa\rho.$$

Dla takich wielkości $G_{\mu\nu}$ otrzymujemy w obu układach:

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ G_{ij} = 8\sigma g_{ij} & G_{\mu\nu} = 12\sigma g_{\mu\nu} \\ G_{44} = 0, \ g_{44} = 1 & \end{array}$$

Stąd:

$$\left.\begin{array}{l|l} \lambda = 4\sigma & \lambda = 12\sigma \\ \rho = \frac{8\sigma}{\varkappa} & \rho = 0 \end{array}\right\} \tag{6}$$

[7] Możemy, oczywiście, wziąć te wartości także w dowolnym innym układzie odniesienia.

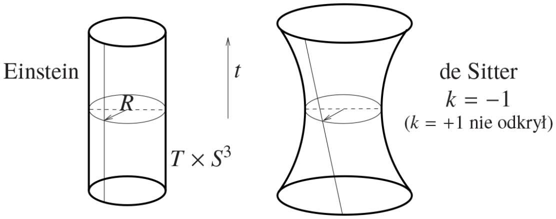
[8] Chodzi o rozkład, w którym ρ, jako gęstość w *naturalnej* skali, jest stałe. Gęstość w mierze współrzędnych, oczywiście, nie jest wtedy stała, ale (w układzie x, y, z, ct) wynosi zero w nieskończoności.

Wynik dla *A* jest taki sam, jaki znalazł Einstein[IX]. Dla *B* mamy $\rho = 0$: hipotetyczna materia świata nie istnieje.

Który z tych trzech układów ma być preferowany: *A* z materią świata, B bez niej, oba z równaniami pola (4) i w nieskończoności $g_{\mu\nu}$ (2*A*) lub (2*B*); czy pierwotny układ bez materii świata, z równaniami pola (3) i $g_{\mu\nu}$ (1), który zachowuje te same wartości w nieskończoności?

Z czysto fizycznego punktu widzenia, dla opisu zjawisk w naszym otoczeniu, to pytanie nie ma znaczenia. W naszym otoczeniu $g_{\mu\nu}$ mają we wszystkich przypadkach, w ramach granicy dokładności naszych obserwacji, wartości (1), a równania pola (4) nie różnią się od (3). Zatem pytanie jest faktycznie takie: Jak możemy ekstrapolować na zewnątrz naszego otoczenia? Wybór zatem nie może być dokonany na podstawie fizycznych argumentów[X], ale musi opierać się na rozważaniach metafi-

[IX] Wybór współrzędnych doprowadził do ciekawego wyniku, ale jednocześnie nie umiano radzić sobie wówczas z względnością współrzędnych. Geometria nie zależy jednak od współrzędnych, które czasem mogą nie pokryć całej rozmaitości. De Sitter nie odkrył pełnej geometrii swojego modelu (rys. 3)



[X] Zbyt duża gęstość niepokoiła de Sittera. Pionierzy mają prawo do błądzenia. Dziś model – to świat sam dla siebie, który odnosi się następnie do rzeczywistości.

zycznych lub filozoficznych[XI], na które, oczywiście, będą także wpływać swoiste osobiste opinie lub upodobania.

Wracając do pytania: Jeśli założymy, że cała materia nie istnieje, za wyjątkiem jedynego punktu używanego jako ciało próbne, to czy to ciało próbne posiada bezwładność, czy nie? Szkoła Macha wymaga odpowiedzi *nie*[XII]. Nasze doświadczenie daje jednakże bardzo stanowczą odpowiedź *tak*, jeśli przez „całą materię" rozumie się wszystką zwyczajną fizyczną materię: gwiazdy, mgławice, gromady, itd. Zwolennicy Macha są zatem zmuszeni przyjąć istnienie jeszcze większej [ilości] materii: materii świata. Jeśli spojrzymy z tego punktu widzenia, musimy koniecznie przyjąć układ *A*, który jest jedynym dopuszczającym materię świata[9].

[XI] Dzisiaj sytuacja wygląda inaczej. Efekt krzywizny jest mierzalny przez zliczanie galaktyk i promieniowanie tła. Promieniowanie to „pokrywa" prawie 100% czasu kosmicznego i wykracza daleko poza „nasze otoczenie". Odnośnie testów o krzywiźnie Wszechświata, zob. Ellis G.F.R., Cosmology and verifiability, *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, t. 16, 1975, s. 245–264.

[XII] Jest to mylące sformułowanie. Apriorycznie nie jest pewne, czy materia indukuje bądź nie indukuje masy, więc trzeba przeprowadzić doświadczenia. Przeprowadzono bardzo dokładne pomiary anizotropii masy, otrzymując wynik zerowy. Opierano się na tym, że materii w kierunku centrum Galaktyki jest coraz to więcej.

[9] Hipoteza poprzednio utrzymywana przez Einsteina, a zaprzeczana przeze mnie, że byłoby możliwe otrzymanie, z równań (3) i przez bardzo wielkie masy [rozmieszczone] na bardzo dużych odległościach, takich $g_{\mu\nu}$, które degenerowałyby się do niezmienniczego zbioru w nieskończoności, okazała się teraz nie do utrzymania przez samego Einsteina (tamże, s. 146).

Jednakże taka materia świata nie służy innym celom, jak umożliwieniu nam przypuszczenia, że ona nie istnieje. Teraz wzór (6) pokazuje, że jeśli ona nie istnieje ($\rho = 0$), to równania pola nie są spełnione: zatem przypuszczenie jej nieistnienia wydaje się logiczną niemożliwością; w układzie *A* materia świata *jest* przestrzenią trójwymiarową lub przynajmniej jest od niej nieoddzielna.

Możemy także odrzucić postulat Macha, stawiając taki postulat, że w nieskończoności [wartości] $g_{\mu\nu}$ lub jedynie g_{ij} przestrzeni trójwymiarowej będą zero lub przynajmniej [będą] niezmiennikami wszystkich transformacji. Ten postulat może być także wyrażony stwierdzeniem, że musi być możliwe, aby cały Wszechświat wykonywał dowolne ruchy[XIII], których nigdy nie da się wykryć przez żadną obserwację. Trójwymiarowy świat musi, w celu umożliwienia wykonania „ruchów", tj. aby jego pozycja mogła być zmienną funkcją czasu, być rozważany jako ruchomy w „absolutnej" przestrzeni trój- lub więcej wymiarowej (*nie* czasoprzestrzeni x, y, z, ct). Czterowymiarowy świat wymaga dla swoich „ruchów" cztero- (lub więcej) wymiarowej absolutnej przestrzeni, a ponadto jakiegoś poza-światowego „czasu", który służy jako niezależna zmienna dla tego ruchu.

[XIII] De Sitter trochę dramatyzuje tę sytuację – dla niego wykonać transformację oznacza obracać Wszechświatem. Stąd bierze się potrzeba zanurzenia Wszechświata w „szerszej" przestrzeni. Dzisiejsze modele symetryczne dają się zanurzyć w przestrzeni 5-wymiarowej, wtedy dowody stają się łatwiejsze. Autor staje przed tą sytuacją po raz pierwszy.

Wszystko to pokazuje, że postulat niezmienniczości $g_{\mu\nu}$ w nieskończoności nie ma żadnego fizycznego znaczenia. Jest on czysto matematyczny.

Układ *A*, z wartościami $g_{\mu\nu}$ (2*A*) w nieskończoności, spełnia ten postulat, jeśli się go zastosuje jedynie do trójwymiarowego świata, i jeśli nie wymagamy niezmienniczości dla wszystkich transformacji, a jedynie dla tych, które w nieskończoności mają $t' = t$[10]. Jeśli ten postulat zastosuje się do świata czterowymiarowego, i do *wszystkich* transformacji, wtedy jedynie układ *B* spełnia [je]. Stąd stwierdzamy, że w układzie *A* czas ma status samodzielny. Że tak musi być, jest oczywiste *a priori*. Mówienie o *takim* trójwymiarowym świecie, bez równoważnego wprowadzenia absolutnego czasu, pociąga za sobą przynajmniej hipotezę, że w każdym punkcie czterowymiarowej przestrzeni jest jedna określona współrzędna x_4, która jest wyróżniona z wszystkich innych do użycia jako „czas", i że we wszystkich punktach i zawsze ta jedna współrzędna jest rzeczywiście wybrana jako czas. Tego typu fundamentalna różnica między czasem i współrzędnymi przestrzennymi wydaje się czymś sprzecznym z cał-

[10] Stąd np. zwyczajna transformacja Lorentza:

$$x' = \frac{x - qct}{\sqrt{1-q^2}}, \quad ct' = \frac{ct - qx}{\sqrt{1-q^2}}$$

nie jest dozwolona w układzie *A*, ale musi być zamieniona przez:

$$x' = \frac{x - qct}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{(1+\sigma r^2)^2}}}, \quad ct' = \frac{ct - \frac{qx}{1+\sigma r^2}}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{(1+\sigma r^2)^2}}}.$$

kowitą symetrią równań pola i równań ruchu (równań linii geodezyjnych) w odniesieniu do czterech zmiennych.

Można wszakże wskazać pewne własności układów *A* i *B*. W *A* prędkość światła jest zmienna[XIV][11], w nieskończoności staje się nieskończona. W *B* jest ona zawsze i wszędzie taka sama[XV]. Z faktu, że możemy określić linie w widmie najbardziej odległych znanych nam obiektów takich jak mgławice [*Nubeculae*], i że paralaksy tych obiektów nie są ujemne, możemy wnioskować, że na tych odległościach nadal mamy w przybliżeniu $g_{ij} = -\delta_{ij}$, $g_{44} = 1$ i w konsekwencji dla $A\sigma r^2$ oraz dla $B\sigma h^2$ muszą być bardzo małe. W przypadku *A* możemy otrzymać w ten sposób górną granicę σ. Z drugiej strony dla *B* otrzymujemy, jako wniosek ze stałości prędkości światła, $h^2 = 0$ dla wszystkich czysto optycznych obserwacji (jeśli pominiemy wpływ materii).

Odnośnie wpływu σ na ruch planet[XVI]: w obu przypadkach płaszczyzna orbity nie jest zniekształcona. W przypadku *A* nie ma żadnych członów sekularnych zależnych od σ.

Dla [układu] *B* człony pochodzące od σ są niższego rzędu, jako wniosek z faktu, że wszystkie $g_{\mu\nu}$ zależą jawnie od czasu. Ruch peryhelium [spełnia]:

[XIV] Zmienność prędkości światła w ogólnej teorii względności wynika z zakrzywienia czasoprzestrzeni.

[11] W układzie *x*, *y*, *z*, *ct*; w układzie χ, ψ, θ, *ct* jest ona stała

[XV] Układ *B* jest stacjonarny – choć zmienia się, zawsze tak samo wygląda.

[XVI] Przez pomiar perturbacji można wyliczyć σ.

$$\delta\omega = \frac{3\sigma a^3}{\lambda_0^2} nt - 2\sigma c^2 t^2,$$

i także inne człony mają składniki z c^2t^2; zatem np. parametr orbity eliptycznej [wynosi]:

$$p = p_0 e^{-2\sigma c^2 t^2},$$

gdzie $\lambda_0^2 = \varkappa m/8\pi$, m jest masą Słońca, a e = 2,718... Takim „perturbacjom"[12] niedostępnym naszym doznaniom, możemy tutaj także przypisać górną granicę σ.

Nie będę próbował określić tej górnej granicy z jakąkolwiek dokładnością. Dla obu przypadków możemy bezpiecznie przyjąć np. $\sigma < 10^{-24}$ w jednostkach astronomicznych, albo $2\sigma < 10^{-50}$ centymetrów[13]. Jednakże nie możemy zrobić nic więcej, jak przypisać σ jakiejś górnej granicy. Aby umożliwić *wy-*

[12] Człony niższego rzędu dla „sił zaburzających" są dwojakiego rodzaju:

$$\text{W } A: \quad S = -3\sigma + \frac{2\sigma}{\lambda_0^2} r(\dot r^2 - r^2\dot\vartheta^2), \quad T = \frac{4\sigma}{\lambda_0^2} r^2 \dot r \dot\vartheta, \quad W = 0,$$

$$\text{w } B: \quad S = \frac{2\sigma}{\lambda_0^2} r - \frac{2\sigma}{\lambda_0^2} ct\dot r, \quad T = -\frac{2\sigma}{\lambda_0^2} ctr\dot\vartheta, \quad W = 0.$$

(Odnośnie notacji patrz np. de Sitter, *On Einstein's theory of gravitation*, M.N. Vol. LXXI, s. 724nn).
Człony z c^2t^2 w przypadku B powstają przez to, że obie jednostki czasu i przestrzeni (w mierze współrzędnych) zależą od czasu.

[13] Gęstość materii świata w układzie A wynosi wtedy $\rho < 3 \cdot 10^{-17}$ (jednostki astronomiczne) albo $\rho < 2 \cdot 10^{-23}$ (jednostki C.G.S.). To odpowiada jednej gwieździe (tej samej masy co Słońce) w sferze o promieniu jednego parseka.

znaczenie wartości tej stałej, byłoby konieczne, aby ona miała mierzalny efekt w jakimś zjawisku fizycznym lub astronomicznym. Obecnie nie można, oczywiście, wykluczyć *a priori*, że kiedyś w przyszłości jakieś obserwacje będą wykonane, albo że odkryje się zjawiska, które można będzie wyjaśnić przy pomocy stałej σ, jednakże jak dotąd nie są znane żadne takie zjawiska, i nie ma żadnych wskazówek czegokolwiek w tym kierunku. Stała σ ma jedynie zadowolić odczuwaną przez wielu filozoficzną potrzebę, ale nie ma ona żadnego rzeczywistego fizycznego znaczenia, chociaż może być interpretowana matematycznie jako krzywizna przestrzeni.

W końcu możemy także odrzucić oba układy A i B, i powrócić do wyjściowych równań pola (3) oraz wartości (1) dla $g_{\mu\nu}$, które nie są niezmiennicze w nieskończoności. Wtedy, oczywiście, nie wyjaśnia się bezwładności: musimy zatem przedłożyć pozostawienie jej bez wyjaśnienia niż raczej wyjaśnianie jej przez nieokreśloną i niewyznaczalną stałą λ. Nie można zaprzeczyć, że wprowadzenie tej stałej umniejsza symetrię i elegancję pierwotnej teorii Einsteina, której główną atrakcją było, że wyjaśniała tak wiele bez wprowadzania jakiejkolwiek nowej hipotezy albo stałej empirycznej.

Postscriptum

Prof. Einstein, któremu zakomunikowałem zasadniczą treść tej pracy, pisze (24 III 1917): „Es wäre nach meiner Meinung unbefriedigend, wenn es eine denkbare Welt ohne Materie gäbe. Das $g_{\mu\nu}$-Fled soll vielmehr *durch die Materie bedingt sein, ohne dieselbe nicht bestehen können*. Das ist der Kern dessen, was ich unter der Forderung von der Relativität der Trägheit verstehe"[XVII]. On zatem postuluje to, co nazwałem powyżej logiczną niemożnością przypuszczenia, że materia nie istnieje. Możemy nazwać to „materialnym postulatem" względności bezwładności. To może być spełnione jedynie przez wybór układu *A* razem z jego materią świata, tzn. przez wprowadzenie stałej λ, i przypisanie czasowi wyróżnionej pozycji między czterema współrzędnymi.

Z drugiej strony mamy „matematyczny postulat" względności bezwładności, tzn. postulat, że $g_{\mu\nu}$ powinny być niezmiennicze w nieskończoności. Postulat ten, jak to wykazano powyżej, nie ma żadnego fizycznego znaczenia, [gdyż] nie ma w nim mowy o materii. Może być on spełniony przez wybór układu *B*, bez materii świata, i z zupełną względnością czasu[XVIII]. Ale tu-

[XVII] „Według mnie byłoby niezadowalające, gdyby był możliwy świat bez materii. Pole $g_{\mu\nu}$ powinno raczej *być uzależnione od materii, bez której nie mogłoby istnieć*. To jest sedno tego, co rozumiem przez wymaganie (*Forderung*) względności bezwładności". Pole $g_{\mu\nu}$ jest wielkością geometryczną i może istnieć bez materii, a wyrażony tu pogląd Einsteina jest wynikiem przyjmowania przez niego zasady Macha.

[XVIII] Model de Sittera też jest iloczynem kartezjańskim „czas" x „przestrzenie chwilowe".

taj także potrzebujemy stałej λ. Wprowadzenie tej stałej może być tylko wtedy pominięte, gdy odrzuci się całkowicie postulat względności bezwładności[XIX].

[XIX] W niniejszym artykule rachunków jest stosunkowo niewiele, ale jest za to głęboka dyskusja dotycząca fundamentalnych aspektów fizyki. Einstein uważał, że liczenie jest największym wrogiem myślenia; liczyć należy wtedy, gdy się wie, jaki jest wynik. Można powiedzieć, że jest to podejście bardziej filozoficzne niż „aktualnie" naukowe. W odróżnieniu od niego, „konkretny" de Sitter, odnośnie do względności inercji, zwraca uwagę na trzy elementy: materię świata, wyróżnienie czasu i stałą λ. Dopiero Friedmann, dzięki przestawieniu naukowego myślenia na nowe tory, wykazał „przypadki pośrednie" pomiędzy rozwiązaniami Einsteina i de Sittera. Zagadnienie stałej jest do dziś dyskutowane – równania z nią są bardziej ogólne, aczkolwiek znane są modele bez tej stałej. Mechanika kwantowa wiąże stałą λ z próżnią.